

Азимутально-согласованные взаимодействия и азимутальная корреляция бesselевых световых пучков

Н.А.Хило

Теоретически исследован режим азимутально-согласованных взаимодействий в процессе преобразования частоты бesselевых световых пучков. Показано, что данный режим нелинейного взаимодействия будет сопровождаться установлением корреляций взаимной азимутальной ориентации плосковолновых компонент бesselевых пучков и возрастанием интеграла перекрытия.

Ключевые слова: бesselевы световые пучки, корреляционная функция, генерация второй гармоники.

Введение

В последние годы возрос интерес к исследованиям особенностей процессов нелинейно-оптического преобразования частоты бesselевыми световыми пучками (БСП) при генерации второй [1–4] и третьей [5–7] гармоник и параметрическом преобразовании света [8–11]. Было обнаружено, что основная особенность нелинейно-оптических взаимодействий бesselевых пучков, в отличие от взаимодействия гауссовых пучков, связана с возможностями различных векторных взаимодействий при использовании БСП. Например, при генерации гармоник возможна фазовая самоподстройка при изменении условий пространственного синхронизма. Аналогичное явление имеет место при параметрической генерации.

Очевидно, что усиление роли векторных взаимодействий в нелинейной оптике БСП обусловлено конической структурой их спектра пространственных частот. При этом важно отметить, что в бesselевых пучках пространственный спектр оптимален по сложности структуры (пространственный спектр бesselевых пучков значительно проще спектра гауссовых пучков, но гораздо сложнее спектра плоской волны). Это открывает новые возможности для использования бesselевых пучков не только в качестве удобной теоретической модели, но и в качестве практически реализуемого оптического объекта. Отметим также, что коническая структура спектра бesselевых пучков является причиной их известного свойства бездифракционности.

В настоящей работе теоретически исследуются векторные взаимодействия БСП на примере генерации второй гармоники. Определены условия возникновения режима азимутально-согласованных взаимодействий БСП [11] и выяснен физический механизм увеличения интеграла перекрытия бesselевых пучков при данных взаимодействиях.

1. Азимутально-согласованные взаимодействия БСП

Пусть пучок излучения на основной частоте (индекс 1) является бesselевым пучком нулевого порядка с радиусом R_B и напряженностью поля

$$E_1(\rho, z) = A_1(z)j_0(q_1\rho) \exp[i(k_{1z}z - \omega t)]; \quad (1)$$

поле на частоте второй гармоники (индекс 2) представим суперпозицией модовых бesselевых пучков [4]:

$$E_2(\rho, z) = \sum_{m=1}^M A_{2m}(z)j_0(q_{2m}\rho) \exp[i(k_{2zm}z - 2\omega t)], \quad (2)$$

где $A_{1,2m}(z)$ – медленно меняющиеся амплитуды; ρ – цилиндрическая координата;

$$k_{1z,2zm} = k_{1,2} \cos \gamma_{1,2m}; \quad q_{1,2m} = k_{1,2} \sin \gamma_{1,2m}; \quad (3)$$

$$k_1 = (\omega/c)n_1; \quad k_2 = (2\omega/c)n_2;$$

γ_1 и γ_{2m} – углы конусности БСП, т.е. половинные углы при вершинах конусов волновых векторов. В выражениях (1) и (2) используются нормированные функции Бесселя

$$j_0(q_{1,2m}\rho) = J_0(q_{1,2m}\rho)W_{1,2m}^{-1/2} \text{ при } \rho < R_B, \quad (4)$$

$$j_0(q_{1,2m}\rho) = 0 \text{ при } \rho \geq R_B,$$

где

$$W_{1,2m}^{1/2} = \left(2\pi \int_0^{R_B} J_0^2(q_{1,2m}\rho)\rho d\rho \right)^{1/2} = \sqrt{\pi}R_B J_1(q_{1,2m}R_B);$$

$J_{0,1}(x)$ – бesselевы функции нулевого и первого порядков. Таким образом, функции $j_0(q_{2m}\rho)$ нормированы в цилиндрической области существования БСП основной частоты в соответствии с выражением

$$2\pi \int_0^{R_B} j_0^2(q_{2m}\rho)\rho d\rho = 1. \quad (5)$$

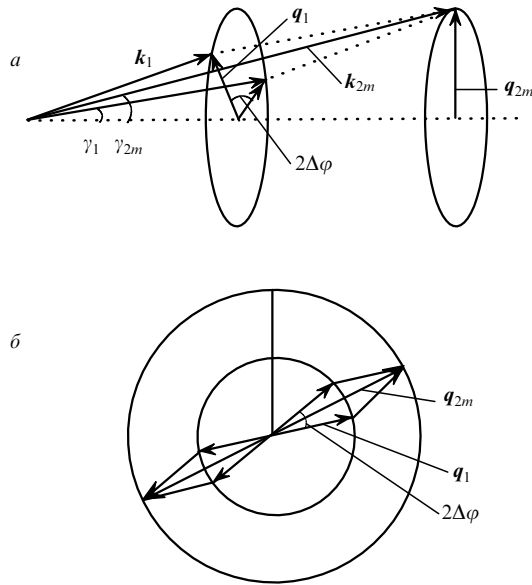


Рис.1. Схема векторных взаимодействий при генерации второй гармоники БСП (а) и взаимодействие угловых спектральных компонент в поперечной плоскости (б).

Так как поле на удвоенной частоте представляет собой суперпозицию мод цилиндрической области радиусом R_B , то параметры $q_{2m}R_B$ являются нулями функции Бесселя нулевого порядка, откуда следует, что $q_{2m} \approx (m - 0.25)\pi/R_B$.

Исходя из формул (1) и (2), определим вид нелинейных поляризаций:

$$P_{1m}(\rho, z) = \chi_1 A_{2m}(z) A_1^*(z) j_0(q_{2m}\rho) j_0(q_1\rho) \times \exp[i(k_{2zm} - k_{1z})z], \quad (6)$$

$$P_2(\rho, z) = \chi_2 A_1^2(z) j_0^2(q_1\rho) \exp(2ik_{1z}z), \quad (7)$$

где $\chi_{1,2}$ – нелинейные восприимчивости.

Амплитуды $A_{1,2m}(z)$ удовлетворяют системе укороченных уравнений

$$\frac{dA_1(z)}{dz} = id_1 \sum_m g_m A_{2m}(z) A_1^*(z) \exp(i\Delta k_{zm}z), \quad (8)$$

$$\frac{dA_{2m}(z)}{dz} = id_2 g_m A_1^2(z) \exp(-i\Delta k_{zm}z),$$

где $d_{1,2}$ – коэффициенты нелинейной связи; $\Delta k_{zm} = k_{2zm} - 2k_{1z}$ – волновые расстройки;

$$g_m = 2\pi \int_0^{R_B} j_0^2(q_1\rho) j_0(q_{2m}\rho) \rho d\rho \quad (9)$$

– интегралы перекрытия нелинейных поляризаций и соответствующих им полей излучения. Отметим, что применение нормированных функций Бесселя позволяет использовать единые интегралы перекрытия в укороченных уравнениях для трехволновых взаимодействий [4].

Как следует из (8), генерация второй гармоники будет происходить в общем случае по многим каналам, характеризваемым модовыми индексами m . Ограничения на возможные каналы преобразования связаны с зависи-

мостью от m волновых расстроек и интегралов перекрытия. Как показало теоретическое и экспериментальное исследование, проведенное в [4], тип векторных взаимодействий, реально осуществляемых в процессе нелинейных преобразований, определяется двумя максимумами интегралов перекрытия (9). Первый максимум соответствует векторному взаимодействию противоположно ориентированных плоскостных компонент бесселевых пучков с $\Delta\phi \approx \pi$ (рис.1). При этом поле второй гармоники имеет структуру, близкую к гауссовой. Для второго максимума реализуется коллинеарное взаимодействие, а поле второй гармоники является БСП.

Далее будем называть условия генерации гармоник, при которых реализуется максимум интеграла перекрытия, поперечными синхронизмами. При исследовании генерации бесселевых пучков на удвоенной частоте необходимо выполнение условий поперечного синхронизма второго типа. На рис.2 показано поведение функции g_m^2 , определяющей эффективность взаимодействия, в окрестности второго поперечного синхронизма для случая удвоения частоты излучения Nd:YAG-лазера в виде БСП с углом конусности $\gamma = 1^\circ$ и радиусом 0.9 мм. Видно, что в первом приближении можно ограничиться рассмотрением одной поперечной моды с $m = M = 59$. При этом максимальный квадрат интеграла перекрытия $g_{59}^2 = 2.93 \cdot 10^5 \text{ м}^{-2}$.

Расчет азимутального угла $\Delta\phi$ (см.рис.1) по формуле $\Delta\phi(m) = \cos^{-1}(q_{2m}/2q_1)$ дает для указанных выше параметров пучка $\Delta\phi(M) \approx 7.6^\circ$, что соответствует почти коллинеарному синхронизму. В действительности во внрезонаторной схеме, кроме моды с $m = M$, будут генерироваться и ближайшие к ней немодовые бесселевы пучки, для которых продольные и поперечные расстройки находятся в пределах ширины синхронизма [4]. Соответственно азимутальные углы будут располагаться в некоторой окрестности $\Delta\phi_{\text{max}}$ возле $\Delta\phi = 0$. Однако с уменьшением угловой ширины синхронизма для коллинеарного взаимодействия $\Delta\theta_s$ селективирующее влияние волновой расстройки $\Delta k_z = \Delta k_z(\Delta\phi)$ будет возрастать, а диапазон $\Delta\phi_{\text{max}}$ – уменьшаться. В случае, когда $\Delta\theta_s \ll \gamma_m$, получим $\Delta\phi_{\text{max}} \ll 1$, т.е. будет иметь место только одна геометрия векторного взаимодействия. При этом параметр конусности БСП второй гармоники $q_2(M) \approx 2q_1$.

Таким образом, для эффективного протекания указанного нелинейного взаимодействия необходимо реализовать в кристалле конус направлений коллинеарного синхронизма с угловой шириной, существенно меньшей угла конусности БСП основной частоты. В результате из

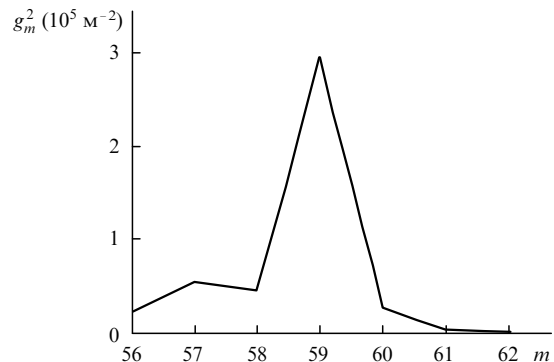


Рис.2. Зависимость квадрата интеграла перекрытия БСП от модового индекса m в окрестности коллинеарного синхронизма при $\gamma_1 = 1^\circ$, $R_B = 0.9$ мм и $\lambda = 1.064$ мкм.

всех возможных векторных взаимодействий БСП будут реализовываться только синхронные взаимодействия с близкими к нулю $\Delta\varphi$ (см. рис.1). Такие взаимодействия были ранее рассмотрены в [11] и названы азимутально-согласованными. Это название отражает тот факт, что в данном режиме эффективно взаимодействуют только определенные пары плоскостоволновых компонент БСП (рис.1), удовлетворяющие условиям продольного и поперечного пространственного синхронизмов.

2. Азимутальная корреляция БСП

Проведенный выше анализ процесса генерации второй гармоники базировался на общепринятом в нелинейной оптике БСП подходе (см., напр., [1–3, 6]). Далее будет показано, что данный подход, основанный на использовании формул (6) и (7) для нелинейной поляризации и вытекающего из них выражения (9) для интеграла перекрытия, не является корректным при описании установившегося режима азимутально-согласованных взаимодействий. Другими словами, переход к режиму азимутально-согласованных взаимодействий приводит к изменению пространственной структуры нелинейной поляризации и, следовательно, интегралов перекрытия пучков.

Для этого обратимся к анализу генерации субгармоники и исследуем зависящий от поперечной координаты ρ множитель в нелинейной поляризации (6) на основной частоте:

$$p_{1m}(\rho) = J_0(q_1\rho)J_0(q_{2m}\rho). \quad (10)$$

Преобразуем (10), вводя в цилиндрической системе координат функцию

$$\psi_m(\rho, \varphi) = \exp(iq_m\rho \cos \varphi), \quad (11)$$

аналогичную плоской волне в декартовой системе. Данная функция может быть названа азимутальной или угловой спектральной компонентой бесселева пучка [11], т. к. угловая суперпозиция функций (11) в пределах $0 - 2\pi$ представляет собой БСП:

$$J_0(q_m\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi_m(\rho, \varphi) d\varphi. \quad (12)$$

Используя азимутальные спектральные компоненты (11), перепишем (10) в виде

$$p_{1m}(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_{1m}(\rho, \varphi) d\varphi, \quad (13)$$

где

$$p_{1m}(\rho, \varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \psi_{2m}(\rho, \varphi + \Delta\varphi) \psi_1^*(\rho, \varphi) d(\Delta\varphi). \quad (14)$$

Структурная особенность функции $p_{1m}(\rho)$ состоит в том, что ее можно рассматривать как результат двух последовательных усреднений. Вначале произведение спектральных компонент $\psi_{2m}(\rho, \varphi + \Delta\varphi) \psi_1^*(\rho, \varphi)$ усредняется по азимутальному углу $\Delta\varphi$ (формула (14)) и затем результат усредняется по углу φ (формула (13)). Развивая данный подход, отметим, что отсутствие в подынтегральном выражении в (14) весовой функции, зависящей от $\Delta\varphi$, может быть истолковано как следствие

равновероятности взаимной ориентации азимутальных компонент на основной и удвоенной частотах. Однако, как показано выше, в условиях селекции типов векторных взаимодействий угол $\Delta\varphi$ между плоскостоволновыми компонентами БСП основной частоты и генерируемой второй гармоники не является произвольным. Он определяется условиями синхронизма и для рассматриваемого случая коллинеарного синхронизма располагается в окрестности нуля.

Таким образом, равновероятная взаимная ориентация азимутальных компонент бесселевых пучков на частотах 2ω и ω есть следствие отсутствия селекции векторных взаимодействий. И наоборот, следствием селекции векторных взаимодействий будет неравновероятная взаимная ориентация азимутальных компонент бесселевых пучков. При этом во втором случае корректное математическое описание формирования нелинейной поляризации может быть осуществлено введением в (14) соответствующей весовой функции $\mu_{21}(\Delta\varphi)$:

$$p_{1m}(\rho, \varphi) = \int_0^\pi \mu_{21}(\Delta\varphi) \psi_{2m}(\rho, \varphi + \Delta\varphi) \psi_1^*(\rho, \varphi) d(\Delta\varphi). \quad (15)$$

Функция $\mu_{21}(\Delta\varphi)$ имеет смысл плотности вероятности взаимной ориентации пар плоскостоволновых компонент бесселевых пучков второй гармоники и волны основной частоты, ориентация которых различается на $\Delta\varphi$. При этом в частном случае неселективного взаимодействия необходимо положить $\mu_{21} = 1/\pi$ (формула (14)).

Введение функции плотности вероятности эквивалентно предположению, что при генерации второй гармоники в режиме селекции векторных взаимодействий возникает взаимная корреляция азимутальной ориентации плоскостоволновых компонент бесселевых пучков на частотах 2ω и ω в некотором диапазоне углов $\delta\varphi$. При уменьшении $\delta\varphi$ угловая ширина функции плотности вероятности $\mu_{21}(\Delta\varphi)$ соответственно уменьшается. Предельный случай $\delta\varphi \rightarrow 0$ соответствует азимутально-согласованному взаимодействию. Математически данный предельный режим можно описать, полагая

$$\mu_{21}(\Delta\varphi) = \delta(\Delta\varphi), \quad (16)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция. При этом, выбирая в (15) резонансную моду второй гармоники, для которой $m = M$, и проводя интегрирование, получаем

$$p_{1M}(\rho, \varphi) = \psi_{2M}(\rho, \varphi) \psi_1^*(\rho, \varphi). \quad (17)$$

Формула (17) соответствует некоторому «чистому» состоянию, в котором ее среднее значение представляет собой произведение спектральных компонент. Отметим, что выражения (16) и (17) описывают частный случай коллинеарного взаимодействия. В общем случае условиям продольного и поперечного синхронизмов может соответствовать некоторое векторное взаимодействие, и тогда $\mu_{21}(\Delta\varphi) = \delta(\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)$.

Подставляя (17) в (13) и проводя интегрирование, находим

$$p_{1M}(\rho) \sim J_0(q_1\rho). \quad (18)$$

Следовательно, нелинейная поляризация на основной частоте пропорциональна первой степени функции Бесселя, а не произведению двух функций, как в (6). Отсюда

следует, что генерируемый полем нелинейной поляризации (18) БСП основной частоты будет иметь максимальный интеграл перекрытия $g_M = W_{2M}^{-1/2}$. Оценка данной величины при использованных выше параметрах (рис.2) дает $g_M \approx 1.07 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$, что примерно в 20 раз превышает максимальный интеграл перекрытия g_M для некоррелированных пучков.

Заключение

Таким образом, в работе показано, что в процессах трехволнового смешения возможно формирование азимутально-коррелированных бесселевых пучков. Для этого необходимо обеспечение режима азимутально-согласованных взаимодействий, т. е. селекции векторных взаимодействий одного типа за счет сужения угловых ширин поперечного и продольного синхронизмов. Найдено, что поле нелинейной поляризации, формируемое азимутально-коррелированными БСП, также является бесселевым пучком, а не квадратичной комбинацией бесселевых функций, как для некоррелированных пучков. При этом интеграл перекрытия принимает максимальное значение вследствие совпадения пространственных структур поляризации и излучаемого ею поля. Взаимная корреляция азимутальных компонент двух пучков устанавливается на этапе генерации второй гармоники, а автокорреляция – при генерации субгармоники. Следовательно, процесс $2\omega \rightarrow \omega + \omega$ будет сопровождаться появлением автокорреляции в исходно некоррелированном бесселевом пучке основной частоты. При этом по мере увеличения длины взаимодействия относительный вклад коррелированной компоненты будет возрастать и, соответственно, будет увеличиваться интеграл перекрытия пучков. Таким обра-

зом, наиболее предпочтительной схемой наблюдения эффекта корреляции является внутриврезонаторная схема. Аналогичные эффекты корреляции будут иметь место также при генерации третьей гармоники и параметрических процессах.

Выражаю благодарность В.Н.Белому и Н.С.Казаку за полезные обсуждения результатов работы. Работа выполнена при поддержке программы МНТЦ (проект В-129).

1. Wulle T., Herminghaus S. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 1499 (1987).
2. Shinozaki K., Xu Chang-ging, Sasaki H., Kamijoh T. *Optics Comms*, **133**, 300 (1997).
3. Pandit M.K., Payne F.P. *Opt.Quant.Electron.*, **29**, 35 (1997).
4. Белый В.Н., Казак Н.С., Кондратьев Н.В., Хило Н.А., Шагов А.А. *Квантовая электроника*, **25**, 1037 (1998).
5. Glushko B., Kryzhanovsky B., Sarkisyan D. *Phys.Rev.Letts*, **71**, 243 (1993).
6. Tewari S.P., Huang H., Boyd R.W. *Phys.Rev.A*, **54**, 2314 (1996).
7. Caron C.F.R., Potwliege R.M. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **15**, 1096 (1998).
8. Piskarskas A.P., Smilgevičius V., Stabinis A.P. *Appl.Optics*, **36**, 7779 (1997).
9. Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. *Optics Comms*, **143**, 72 (1997).
10. Gadonas R., Marcinkevičius A., Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. *Optics Comms*, **146**, 253 (1998).
11. Белый В.Н., Казак Н.С., Хило Н.А. *Квантовая электроника*, **25**, 537 (1998).

N.A.Khilo. Azimuthally matched interactions and azimuthal correlation of Bessel light beams.

A theoretical investigation is reported of the regime of azimuthally matched interactions in the process of conversion of the frequency of Bessel light beams. It is shown that this nonlinear interaction regime is accompanied by the establishment of correlations of the mutual azimuthal orientations of plane-wave components of Bessel beams and by an increase in the overlap integral.