

# Спектр и конкуренция автоволн в широкоапертурном лазере с просветляющимся фильтром

А.П.Зайкин

*Теоретически исследована динамика излучения широкоапертурного лазера, в резонатор которого помещался элемент с насыщающимся поглощением, что приводило к появлению автоволнового профиля оптического поля. Получено и решено характеристическое уравнение для возмущений лазерного поля, найден пространственный спектр автоволн. Система уравнений численно решалась для двух случаев резонансных граничных условий: наличия полного отражения света на боковых границах резонатора и коаксиальной геометрии лазера.*

**Ключевые слова:** лазер с насыщающимся поглотителем, автоволны, конкуренция мод.

## Введение

Широкоапертурные лазеры способны генерировать световые пучки со сложным поперечным профилем, изменяющимся во времени. Если поместить внутрь резонатора насыщающийся поглотитель, то возможна импульсная либо непрерывная генерация. Даже простейшая точечная модель такой системы исследована не полностью.

В рамках распределенной модели к настоящему времени обнаружены некоторые новые режимы генерации, возникающие при больших поперечных размерах системы. Качественное изучение этих режимов работы лазера, несомненно, представляет интерес.

При достаточно большой апертуре, когда параметр Френеля достигает десятков единиц, возможно образование регулярных структур в профиле лазерного пучка. Так, в области бистабильности могут существовать изолированные островки лазерной генерации – лазерные автосолитоны [1]. При большом усилении могут возникать периодические волновые структуры. Свойства этих автоволн для случая бесконечной лазерной апертуры были определены в [2]. Некоторые особенности лазера с конечной апертурой исследовались в [3]. В работах [2, 3] спектральный состав автоволн не был детально изучен, хотя при наличии резонансных условий он приобретает решающее значение для прогноза поведения системы.

В настоящей работе исследуется пространственно-временной спектр автоволн в поле излучения широкоапертурного лазера с насыщающимся поглотителем. Активная и нелинейная среды полагались двухуровневыми. Изучается динамика поведения лазерного поля для случая полного отражения поля на краях апертуры, т. е. при зеркальных боковых границах системы. Исследуется также и вариант с коаксиальной геометрией лазера (когда сечение активной среды имеет кольцевую форму).

## 1. Спектр автоволн

Система уравнений, описывающих оптическое поле в лазере с насыщающимся поглотителем, приведена, например, в работе [2]. В безразмерных переменных уравнения имеют вид

$$\frac{\partial E}{\partial t} - i \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\nu}{2} E(N - N_f - 1), \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = N_e - N(1 + I), \quad (2)$$

$$\tau \frac{dN_f}{dt} = N_{fe} - N_f(1 + I\delta). \quad (3)$$

Здесь  $\nu$  – отношение времен жизни инверсии и затухания поля в резонаторе;  $N$ ,  $N_f$  – разности населенностей двухуровневых частиц в активной и нелинейной средах, а  $N_e$ ,  $N_{fe}$  – эти же величины в отсутствие генерации;  $E$  и  $I = |E|^2$  – амплитуда и интенсивность лазерного поля;  $\tau$  – отношение времен релаксации населенностей активной и нелинейной сред;  $\delta$  – отношение интенсивностей насыщения активной и нелинейной сред.

Система уравнений (1)–(3) описывает динамику лазеров класса В. Исследуемые автоволновые явления, предсказываемые этими уравнениями, существуют только в некотором (но достаточно широком) диапазоне параметров [3]. Возможность генерации автоволн в реальном существующем СО<sub>2</sub>-лазере продемонстрирована в [4].

В работе [2] получено и исследовано характеристическое уравнение для системы (1)–(3). Наиболее информативно результаты выглядят для случая  $\tau \ll 1$ , и при этом основные качественные выводы практически уже не зависят от  $\tau$ . По этой причине далее мы приводим результаты только для  $\tau = 0$ .

Представим выражения для малых отклонений  $e$ ,  $n$ ,  $n_f$  от равновесных параметров стационарной генерации  $E_{st}$ ,  $N_{st}$ ,  $N_{fst}$  в виде  $E = E_{st}(1 + e)$ ,  $N = N_{st}(1 + n)$ ,  $N_f = N_{fst}(1 + n_f)$ . Эти малые отклонения будем искать в виде  $e$ ,  $n$ ,  $n_f \sim \exp(\lambda t - iQx)$ . Линеаризуя уравнения (1)–(3), получаем дисперсионное уравнение

$$a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \tag{4}$$

где

$$a_3 = 1 + \frac{\tau N_{fe} I_{st} v \delta}{(1 + I_{st} \delta)^3};$$

$$a_2 = 1 + I_{st} - \frac{N_{fe} I_{st} v \delta}{(1 + I_{st} \delta)^2} \left[ 1 - \frac{\tau(1 + I_{st})}{1 + I_{st} \delta} \right];$$

$$a_1 = Q + Av I_{st} (1 + I_{st}); \quad a_0 = Q(1 + I_{st});$$

$$A = \frac{N_c}{(1 + I_{st})^2} - \frac{N_{ef} \delta}{(1 + I_{st} \delta)^2}.$$

Уравнение (4) имеет два комплексно-сопряженных корня и один вещественный, которые далее обозначены как  $\lambda_{1,2} = R \pm iQ$  и  $\lambda_3 = L$ . Типичные дисперсионные зависимости приведены на рис.1. На рис.1,*а* показано развитие автоволн при  $v = 8$ . Видно, что автоволны могут возникать, если их длины меньше критической длины, соответствующей бифуркации  $A_{cr}$ , но снизу длина автоволн не ограничена. Видно также, что инкремент автоволн  $R$  растет с ростом волнового числа  $Q$  от нуля (в точке бифуркации), асимптотически стремясь к некоторому постоянному значению  $R_\infty$ . Следовательно, в лазере в отсутствие дополнительных мер может возникать целый спектр автоволн с произвольным  $Q > Q_{cr}$ .

При  $v = 30$  (рис.1,*б*) усиление автоволн положительно при любой пространственной частоте и растет с ее ростом. В таком режиме имеет место импульсная, а не автоволновая генерация. Инкремент возмущений положителен при любых длинах волн этих возмущений, в том числе и при бесконечно больших, и детальные расчеты показывают, что оптическое поле нарастает и «гаснет» по всей апертуре лазера почти одновременно [3].

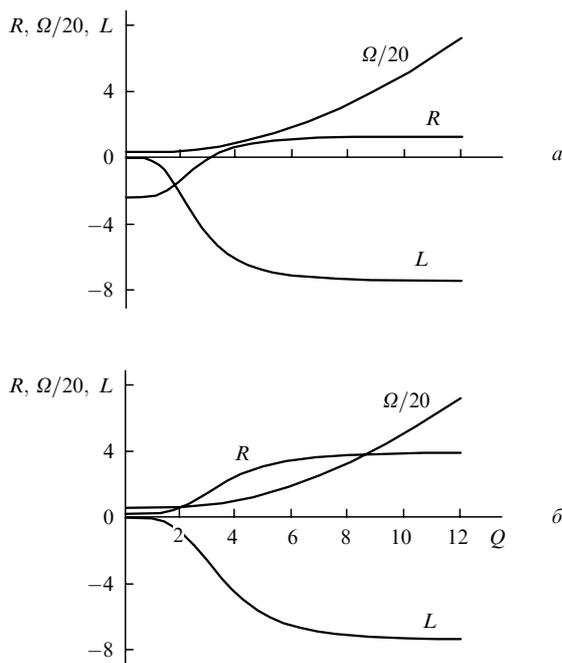


Рис.1. Зависимости инкремента  $R$  и частоты  $\Omega$  автоволн, а также отрицательного корня дисперсионного уравнения  $L$  от волнового числа  $Q$  при  $N_c = 10$ ,  $N_{fe} = 7$ ,  $\delta = 3$ ,  $v = 8$  (а) и 30 (б).

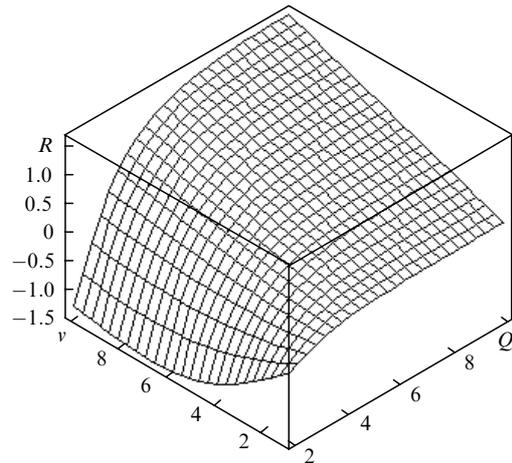


Рис.2. Зависимости инкремента автоволн  $R$  от параметров  $v$  и  $Q$  для тех же условий, что и на рис.1.

На рис.2 приведены зависимости инкремента автоволн  $R$  от параметров  $v$  и  $Q$ . Видно, что с ростом  $v$  область положительных  $R$  увеличивается, доходя до координаты  $Q = 0$ . При достижении этой точки в системе возникает импульсная генерация.

## 2. Конкуренция автоволн в лазере при различных условиях

Полученные спектральные зависимости позволяют найти инкремент автоволн для идеализированного случая бесконечной апертуры. В любых реальных условиях выбор частоты автоволн определяется еще и другими факторами. Так, в случае одномерного открытого резонатора детальные расчеты оптического поля показали постоянное наличие в лазере системы автоволн с приблизительно равными частотами и длинами [3]. Это свидетельствует о существовании селектирующих факторов, которыми могут быть потери на открытых сторонах резонатора и дифракция на краях апертуры.

Более определенно можно судить о поведении спектральных составляющих, если создать резонансные условия для автоволн. Можно, например, снабдить резонатор боковыми отражающими стенками, и тогда будет возбуждаться дискретный набор гармоник, для которых на апертуре укладывается целое число полуволн. С целью исследования этого случая были проведены расчеты для широкого диапазона условий.

Применялся итерационный метод расчетов, в принципе, такой же, как и в работе [3], но учитывающий наличие боковых стенок. На каждой итерации решалось уравнение для одного полного обхода резонатора с помощью неявного сеточного метода – метода немонотонной прогонки с применением схемы Кранка – Николсона. Активная и нелинейная среды учитывались как бесконечно тонкие амплитудно-фазовые экраны, помещенные у полупрозрачного зеркала. С использованием полученных интенсивностей далее решались кинетические уравнения (2) и (3). Граничное условие на боковых стенках бралось в виде  $\partial E / \partial x|_{x=\pm a} = 0$ , что соответствует полному зеркальному отражению.

Типичные результаты расчетов показаны на рис.3. Для варианта, приведенного на рис.3,*а*, начальное поле было представлено в виде суммы гармоник:

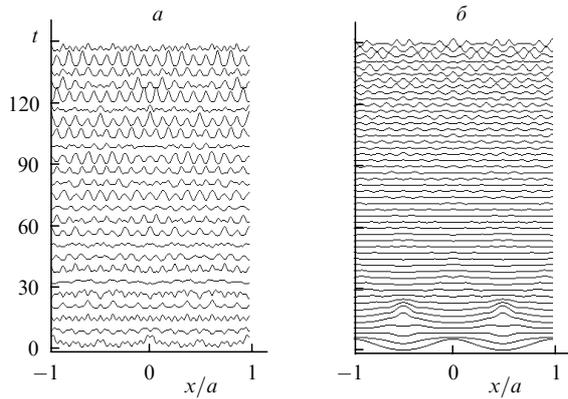


Рис.3. Профиль оптического поля в различные моменты времени в резонаторе с зеркальными боковыми стенками для тех же условий, что и на рис.1,а, при начальном поле, определяемом формулами (5) (а) и (б). На рис.3–5 за единицу времени взято время полного обхода резонатора.

$$E(x) = E_{st} \left( 1 + 0.2 \sum_{m=1}^5 \cos \frac{2m\pi x}{2a} \right). \quad (5)$$

Из рис.1,а видно, что гармоники с  $Q < Q_{cr} \approx 3$  должны затухать со временем. Для первых трех гармоник в формуле (5) это условие выполняется, т. к.  $Q_m = 0.65, 1.3$  и  $2.6$  для  $m = 1, 2$  и  $3$ . Из рис.3,а видно, что эти гармоники исчезают со временем, а две высшие (из присутствовавших в начальном поле) гармоники усиливаются и полностью определяют профиль поля. Кроме того, можно заметить, что возникают и нарастают еще и более коротковолновые колебания.

Для расчетов, представленных на рис.3,б, начальное поле имело вид

$$E(x) = E_{st} \left( 1 + 0.6 \cos \frac{2\pi x}{a} \right). \quad (6)$$

Длина волны для этого случая, согласно рис.1,а, соответствует затуханию гармоники, что и происходит за  $\sim 20$  обходов резонатора. Но при этом в профиле однородного поля возникают и усиливаются высокочастотные колебания, которые через  $\sim 100$  обходов резонатора полностью модулируют оптическое поле.

Отсюда ясно, что в обсуждаемом закрытом резонаторе вряд ли возможна успешная спектральная селекция автоволн. Но здесь можно дополнительно применить такие простые меры как подбор материала стенок с соответствующими свойствами для увеличения потерь высших автоволновых мод или же профилирование стенок (например, участок с разрывом боковых стенок обеспечит потери высших гармоник).

Кроме системы с «зеркальными» граничными условиями был рассмотрен и лазер с периодическими граничными условиями

$$E, N, N_f|_{\phi=0} = E, N, N_f|_{\phi=2\pi},$$

$$\frac{\partial E}{\partial \phi}, \frac{\partial N}{\partial \phi}, \frac{\partial N_f}{\partial \phi} \Big|_{\phi=0} = \frac{\partial E}{\partial \phi}, \frac{\partial N}{\partial \phi}, \frac{\partial N_f}{\partial \phi} \Big|_{\phi=2\pi}.$$

Такую расчетную модель можно реализовать, если сделать двумерное полупрозрачное зеркало в виде кольца с

внутренним и внешним радиусами  $r_1$  и  $r_2$  соответственно и коэффициентом отражения  $R_1(r)$  и если можно использовать активную среду, сечение которой имеет вид аналогичного кольца. На краях профиль отражения зеркала был сглажен, и его радиальная зависимость такова:  $R_1(r) = R_0$  при  $r_1 < r < r_2$ ,  $R_1(r) = R_0 \exp[-(r - r_{1,2})^2/d^2]$  у внутренней и внешней кромок соответственно. Расчеты показывают, что конкретное сглаживание профиля отражения не принципиально. При этом полагалось, что параметр Френеля  $N_F = 40$ ,  $r_1 = 0.66a$ ,  $r_2 = 0.94a$ ,  $d = 0.04a$ . Второе зеркало считалось полностью отражающим и неограниченным.

В данном случае задача двумерна, но ширина зеркального кольца бралась умеренной, такой, чтобы вдоль радиуса поле имело простую структуру (типа одномодовой). В результате можно было легко отслеживать форму поля вдоль одной аксиальной координаты. Резонансные свойства автоволн при этом были подобны таковым в одномерном случае. Отличие от одномерной задачи состоит, во-первых, в том, что в системе имеются потери за счет вытекания оптического поля в радиальном направлении, поэтому невозможно точное сопоставление результатов двумерного и одномерного анализа. Однако если учесть эти дополнительные потери, то можно в расчетах уменьшить потери на вывод излучения через полупрозрачное зеркало и исследовать качественно те же режимы генерации, что и ранее.

Второе отличие от одномерного случая состоит в том, что траектории автоволн непрямолинейны и поэтому автоволны постоянно вытекают через внешний край кольцевого зеркала. Модулируемое ими оптическое поле также смещается вдоль направления распространения автоволн и частично вытекает в том же направлении.

На рис.4 и 5 приведены типичные результаты расчетов лазерного оптического поля для таких условий. Для большей наглядности в этих расчетах были получены автоволны, бегущие лишь в одном направлении. Для этого фаза начального поля искусственно задавалась равной полярной координате  $\alpha$ . На рис. 4,а и 5,а изображены сечения поля в разные моменты времени окружностью радиусом  $0.8a$ , т. е. распределение поля вдоль центральной линии зеркального кольца. На рис.4,б и 5,б приведен поперечный профиль интенсивности лазерного пучка, полученный в конце расчета. Видно, что в лазере возникает кольцеобразная периодическая световая структура, вращающаяся с постоянной скоростью. Начальное световое поле бралось в виде ступеньки:  $E(r, \phi) = (1 \pm \varepsilon)E_{st}$

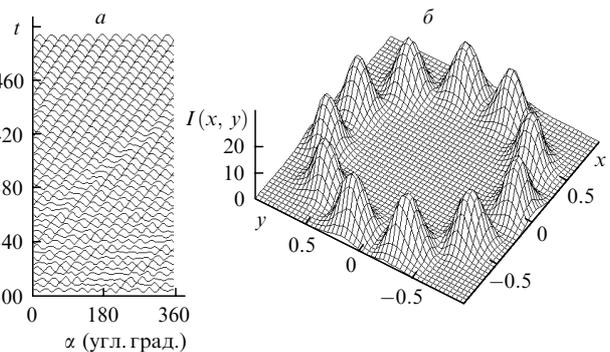


Рис.4. Профиль оптического поля в различные моменты времени на окружности радиусом  $0.8a$  (а) и распределение поля в конце расчетов (б) при  $\nu = 4$ ,  $N_e = 20$ ,  $N_{fe} = 14$ ,  $\delta = 3$ ,  $\varepsilon = 0.3$ .

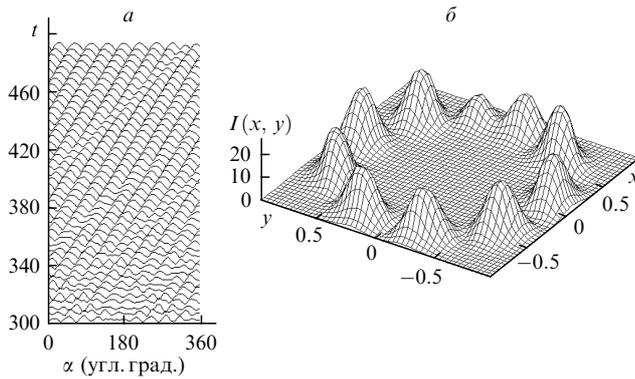


Рис.5. Профиль оптического поля в различные моменты времени на окружности радиусом  $0.8a$  (а) и распределение поля в конце расчетов (б) при  $\nu = 6$ ,  $N_e = 20$ ,  $N_{fc} = 14$ ,  $\delta = 3$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .

при  $x < 0$  и  $x > 0$  соответственно, поэтому возникновение упорядоченных структур полностью обусловлено собственными свойствами системы.

На рис.4,а и 5,а видно, как из поля ступенчатой формы образовалось квазипериодическое поле и как затем оно, меняясь со временем, приобрело профиль, близкий к профилю одной гармоники. В условиях, соответствующих рис.4, достигается профиль поля, сходный с профилем идеальной гармоники. Для условий, соответствующих рис.5, периодичность нарушается: частично раздваивается один период волны. Дальнейший счет этого варианта показал, что через  $\sim 200$  итераций устанавливается практически строго периодическая зависимость интенсивности от угловой координаты.

Из этих результатов следует, что лазер коаксиальной формы обладает механизмом сильной спектральной селекции автоволн. Подавляются как высокочастотные, так и низкочастотные спектральные компоненты, остается лишь одна гармоника. В лазерах с неограниченной апертурой или с идеальными боковыми зеркальными стенками, насколько можно судить по рис.1–3, подавляются лишь низкочастотные возмущения. Сравнение этих результатов позволяет утверждать, что подавление автоволн высокой частоты возникает за счет выбора формы резонатора. Понятно, что высокочастотные компоненты автоволн формируют в оптическом поле лучи с большой поперечной компонентой волнового вектора, т. е. со значительным наклоном. Такие лучи быстро уходят из резонатора с кольцевым зеркалом в боковом направлении и в этом же направлении вытекают автоволны высокой частоты.

Полученное вращающееся оптическое поле отчасти похоже на спиральное световое поле [5]. Визуально оно напоминает так называемые многоходовые моды (М-моды) устойчивого резонатора [6]. Но автоволновые световые структуры отличаются от спиральных пучков своими свойствами и происхождением. Во-первых, автоволновой профиль всегда сильно модулирован, а спиральные пучки – не всегда. Во-вторых, автоволновой профиль – это нестационарная бегущая или стоячая структура, а спиральные пучки обычно стационарны. В настоящей работе исследуется световое поле в резонаторе Фабри–Перо, а не в устойчивом резонаторе, поэтому глав-

ные пространственно-временные особенности оптического поля обусловлены именно взаимодействием лучей с автоволновым профилем, а не влиянием геометрии резонатора. Наличие же этих двух факторов – автоволн и устойчивой геометрии резонатора – приводит к более сложной картине генерации, требующей дальнейшего исследования.

## Заключение

Полученные результаты позволяют утверждать, что в широкоапертурном лазере с насыщающимся поглотителем выше порога бистабильности возможно образование автоволнового профиля оптического поля с широким пространственным спектром. Наибольшее влияние на формирование спектра автоволн оказывают условия на боковых границах резонатора.

В открытом резонаторе устанавливаются квазистационарные квазипериодические автоволны, что, очевидно, является результатом конкуренции усиления автоволн и их потерь на боковых гранях активного объема. В резонаторах с зеркальными боковыми стенками, как и следовало ожидать, устанавливается дискретный по частоте набор автоволн, имеющий нижнюю границу по пространственной частоте. В этом случае для воздействия на спектр следует принимать дальнейшие меры, например подбирать свойства и геометрию боковых стенок.

Высокая эффективность спектральной селекции автоволн реализуется в случае их замкнутой траектории, что достигается при коаксиальной форме лазера. Расчеты показывают, что система может сформировать из произвольно заданного начального поля единственную автоволновую моду, по форме напоминающую идеальную гармонику. Представляется небезынтересным исследовать такое лазерное оптическое поле в широком диапазоне геометрических параметров резонатора, особенно в случае устойчивого резонатора. По-видимому, возможна генерация таких оптических полей и в случае возникновения автоволн иной природы, например при наличии в резонаторе нелинейной среды фазового типа.

1. Розанов Н.Н. *Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах* (М., Наука, 1997).
2. Заикин А.П., Молевич Н.Е. *Квантовая электроника*, **24**, 908 (1997).
3. Заикин А.П., Молевич Н.Е. *Квантовая электроника*, **29**, 114 (1999).
4. Заикин А.П. *Квантовая электроника*, **25**, 867 (1998).
5. Abramochkin E., Losevsky N., Volostnikov V. *Optics Comm*, **141**, 59 (1997).
6. Короленко П.В., Федотов Н.Н., Шарков В.Ф. *Квантовая электроника*, **22**, 562 (1995).

### A.P.Zaikin. Spectrum and competition of autowaves in a wide-aperture laser with a bleaching filter.

A theoretical study is performed of the dynamics of emission of a wide-aperture laser whose resonator contained a saturable absorption element resulting in the autowave profile of the optical field. A characteristic equation for the laser-field perturbations is obtained and solved, and the spatial spectrum of autowaves is found. A system of equations is solved numerically for two cases of the resonance boundary conditions: the presence of total internal reflection of light from the side boundaries of the resonator and the coaxial geometry of the laser.