PACS 42.65.Tg; 42.81.Dp

Распространение ультракоротких электромагнитных импульсов в керровской среде с примесными атомами в условиях квазирезонанса

А.М.Башаров*, А.И.Маймистов**

Продемонстрирована эффективность метода унитарных преобразований в нелинейной оптике на примере задачи о распространении электромагнитного УКИ в керровской среде с примесными атомами в условиях квазирезонанса. Выведено уравнение, отличающееся от известных уравнений, которое описывает эволюцию огибающей импульса, а также учитывает дисперсию нелинейного отклика и дисперсию групповых скоростей.

Ключевые слова: *ультракороткие электромагнитные импульсы, керровская среда, адиабатическое следование, унитарные преобразования.*

Введение

Одним из объектов исследования нелинейной волоконной оптики является световод, содержащий резонансные примесные атомы [1 – 18]. Волокно, легированное ионами Er^{3+}, служит активной средой волоконного усилителя, если дополнительная накачка инвертирует населенность резонансных уровней [1, 2]. Волоконный направленный ответвитель, каналы которого легированы резонансными атомами, может использоваться в качестве полностью оптического переключателя [3, 4]. При некоторых условиях в легированном световоде возможна самоиндуцированная прозрачность [5 – 10]. Экспериментальное наблюдение этого явления [12] в оптическом волокне, легированном примесями Er^{3+}, повлекло дальнейшие исследования режима когерентного распространения оптических УКИ в таких средах. Так, в [12 – 18] рассматривалось усиление УКИ, в [19 – 21] изучались новые режимы их распространения. Дальнейшее обобщение моделей резонансной и нерезонансной подсистем проведено в [22 – 24]. В частности, в [11] изучалось нелинейное поглощение, которое возникает при двухфотонном резонансе.

В случае, когда режим самоиндуцированной прозрачности не реализуется, примеси могут внести дополнительные потери. Отмечено [12], что энергия оптического солитона, распространяющегося в нелинейном волокне без резонансно поглощающих примесей, в сотни раз меньше необходимой для полной инверсии населенности резонансных уровней. Таким образом, влияние резонансных примесей на оптические солитоны в волокне сводится лишь к поглощению (если только не предприняты специальные меры, как в [12]). Сильно ослабить влияние потерь можно увеличением отстройки от резонанса Δ. В этом случае роль примесных атомов сведется, в основном, только к модификации показателя преломления волокна. Разумеется, частотная отстройка Δ не должна быть слишком велика, иначе нет оснований говорить о резонансных примесях. Эта ситуация, которая будет называться *квазирезонансной*, характеризуется неравенствами $|\Delta| \ll \omega$ и $|\Delta| \ll |\omega - \omega_{\alpha\beta}|$, где ω – частота несущей волны, $\omega_{\alpha\beta}$ – частоты атомных переходов примеси (кроме резонансного).

Теория, описывающая распространение оптических УКИ в квазирезонансных условиях, была разработана довольно давно [25 – 27] и основана на *приближении адиабатического следования* (AFA). Предполагалось, что время изменения огибающей оптического импульса существенно превышает Δ. Это позволяет заменить исходную систему уравнений одним нелинейным волновым уравнением для медленно меняющейся комплексной огибающей импульса. Однако в первоначальной системе уравнений Максвелла – Блоха приближение медленного изменения огибающих оптического импульса и его фазы (SVEPA) уже использовалось. Некоторые эффекты, например сдвиг уровней за счет квадратичного эффекта Штарка, в таком приближении не учитываются. Условия резонанса (или квазирезонанса) выделяют из полного спектра примесного атома пару уровней, вводя таким образом представления о двухуровневом атоме как о модели резонансной среды. Более корректно было бы развивать метод AFA, опираясь на уравнения для матрицы плотности, полученные для двухуровневого атома без каких-либо других приближений.

В настоящей статье приближение адиабатического следования будет получено исходя из модели двухуровневых атомов без использования уравнений Блоха в приближении вращающихся волн, что позволит более точно представить выражение для поляризации резонансной подсистемы. При этом нерезонансные вклады могут быть учтены феноменологически введением нелинейных восприимчивостей. Тем самым будут получены поправки к основным уравнениям статей [25 – 27].

Довольно эффективным инструментом решения задач нелинейной оптики является метод унитарных преобразований [28 – 30]. Использование этого метода позволяет получить более точное, чем в [25], решение урав-

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет), Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31;
*эл.почта: bash@online.ru; **эл.почта: maimistov@pico.mephi.ru

Поступила в редакцию 13 марта 2000 г., после доработки – 2 августа 2000 г.

нений Блоха, описывающих эволюцию состояния двухуровневого атома, и найти выражение для поляризации в форме ряда по степеням отношения мгновенной частоты Раби к частотной отстройке от точного резонанса. Полученные выражения отличаются от известных [25–27] поправочными слагаемыми, которые учитывают также дисперсию нелинейного отклика резонансной системы. В качестве примера применения полученных общих уравнений рассмотрена начальная стадия формирования ударной волны в волоконном световоде.

1. Постановка задачи

Пусть электромагнитное излучение с напряженностью электрического поля

$$\boldsymbol{E} = \vec{\mathscr{E}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi} + \vec{\mathscr{E}}^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi},\ \Phi = kz - \omega t - \varphi_0 \tag{1}$$

и несущей частотой $\omega = kv_{\mathrm{ph}}$ (v_{ph} – фазовая скорость) распространяется в направлении z в среде, в которой присутствуют резонансные примесные атомы. В качестве резонансных примесей используем двухуровневые атомы, гамильтониан которых H_0 будем считать одинаковым для всех атомов и не зависящим от положения примеси в среде. Тем самым пренебрежем неоднородным уширением спектральной линии примесных атомов и другими эффектами, связанными с положением примесного атома в среде.

Основными уравнениями для описания распространения волны (1) в такой среде служат волновое уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{P}}{\partial t^2} \tag{2}$$

и уравнения, определяющие поляризацию $\boldsymbol{P}$ среды. Поскольку поляризация среды есть дипольный момент единицы объема, то представим ее в виде $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{im}}$ – суммы двух слагаемых, одно из которых ($\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}$) описывает среду без примесных атомов, а другое ($\boldsymbol{P}_{\mathrm{im}}$) возникает вследствие взаимодействия электромагнитной волны с примесями. Слагаемое $\boldsymbol{P}_{\mathrm{m}}$ связано с напряженностью электрического поля посредством оптических восприимчивостей, которые будем учитывать вплоть до третьего порядка по полю включительно, а $\boldsymbol{P}_{\mathrm{im}}$ определяется матрицей плотности примесных атомов ρ_{im}:

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{im}} = \mathrm{Sp}(\rho_{\mathrm{im}}\boldsymbol{d}_{\mathrm{im}}), \tag{3}$$

где $\boldsymbol{d}_{\mathrm{im}}$ – оператор дипольного момента примесного атома. Считаем, что матрица плотности ρ_{im} нормирована на плотность примесных атомов $\mathrm{Sp}(\rho_{\mathrm{im}}) = N_{\mathrm{im}}$.

Матрица плотности примесных атомов находится из уравнения

$$\mathrm{i}\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t} + \hat{\Gamma}\right)\rho_{\mathrm{im}} = (H_0 - \boldsymbol{E}\boldsymbol{d}_{\mathrm{im}})\rho_{\mathrm{im}} - \rho_{\mathrm{im}}(H_0 - \boldsymbol{E}\boldsymbol{d}_{\mathrm{im}}), \tag{4}$$

в котором $\hat{\Gamma}$ представляет собой релаксационный оператор, а гамильтониан H_0 имеет собственные векторы $|a\rangle$ и $|b\rangle$: $H_0|a\rangle = E_a|a\rangle$, $H_0|b\rangle = E_b|b\rangle$, $E_b - E_a = \hbar\omega_{ba}$.

Будем пренебрегать поляризационными эффектами, полагая, что все определяющие их величины ($\vec{\mathscr{E}} = \mathscr{E}\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{P}_{\mathrm{im}} = P_{\mathrm{im}}\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{d}_{\mathrm{im}} = d\boldsymbol{e}_x$) параллельны оси x. Для медленно меняющейся амплитуды $\mathscr{E} = \mathscr{E}(z,t)$ поля (1) имеем волновое уравнение

$$\left\{-2\mathrm{i}k\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{\mathrm{g}}}\frac{\partial}{\partial t}\right) + \frac{1 - kv_{\mathrm{g}}'}{v_{\mathrm{g}}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right\}\mathscr{E}(z,t)$$
$$= \frac{12\pi k^2}{\varepsilon(\omega)}\chi^{(3)}(-\omega;\omega,-\omega,\omega)|\mathscr{E}(z,t)|^2\mathscr{E}(z,t) + 4\pi\frac{k^2}{\varepsilon(\omega)}\mathscr{P}_{\mathrm{im}}, \tag{5}$$

в котором v_{g} – групповая скорость; $v_{\mathrm{g}}' = \mathrm{d}v_{\mathrm{g}}/\mathrm{d}\omega$; $\varepsilon(\omega)$ и $\chi^{(3)}(-\omega;\omega,-\omega,\omega)$ – диэлектрическая проницаемость и восприимчивость третьего порядка среды без примесных атомов. Через $\mathscr{P}_{\mathrm{im}}$ обозначена медленно меняющаяся амплитуда поляризации

$$P_{\mathrm{im}} = \mathscr{P}_{\mathrm{im}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi} + \mathscr{P}_{\mathrm{im}}^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}. \tag{6}$$

Эффектами генерации гармоник в (5) пренебрегаем.

Таким образом, уравнения (3)–(5) описывают распространение электромагнитного поля в нелинейной среде с примесными атомами.

2. Метод унитарного преобразования для адиабатического следования

Обсудим ситуацию, когда отстройка от резонанса $\Delta = \omega - \omega_{ba}$ существенно больше частоты Раби $\Lambda = 2\mathscr{E}\times d_{ba}/\hbar$ и ширины спектральной линии $1/\gamma$, но много меньше самой несущей частоты:

$$|\Delta| \gg |\Lambda|,\ |\Delta| \gg 1/\gamma,\ |\Delta| \ll \omega. \tag{7}$$

Условие (7) отвечает адиабатическому следованию поляризации примесных атомов полю (1). Обычно его рассматривают путем разложения в ряд решения уравнения для матрицы плотности. Однако здесь мы продемонстрируем более элегантный метод унитарного преобразования, показавший свою эффективность в различных задачах нелинейной оптики, в которых так или иначе фигурируют резонансные условия.

Вместо решения уравнения (4) преобразуем матрицу плотности и гамильтониан примесных атомов в поле (1) так, чтобы гамильтониан стал диагональным. При этом в силу условия (7) релаксационным оператором можно пренебречь. Имеем

$$\tilde{\rho} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}\rho_{\mathrm{im}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}S},\ \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\tilde{\rho} = \left[\tilde{H},\tilde{\rho}\right],$$
$$\tilde{H} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}H_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}S} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}Ed\mathrm{e}^{\mathrm{i}S} - \mathrm{i}\hbar\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}S}. \tag{8}$$

Здесь и далее квадратные скобки означают коммутирование операторов. Очевидно, что оператор $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}$ должен быть унитарным, а S – эрмитовым. Поскольку такое преобразование не удается получить точно, разложим оператор S и эффективный гамильтониан $\tilde{H}$ в ряд по степеням напряженности электрического поля:

$$S = S^{(1)} + S^{(2)} + \ldots,\ \tilde{H} = \tilde{H}^{(0)} + \tilde{H}^{(1)} + \tilde{H}^{(2)} + \ldots, \tag{9а}$$

$$\tilde{H}^{(0)} = H_0,\ \tilde{H}^{(1)} = -Ed - \mathrm{i}\left[S^{(1)},H_0\right] + \hbar\frac{\partial}{\partial t}S^{(1)}, \tag{9б}$$

$$\tilde{H}^{(2)} = \frac{\mathrm{i}}{2}\left[S^{(1)},Ed\right] - \frac{\mathrm{i}}{2}\left[S^{(1)},\tilde{H}^{(1)}\right]$$
$$-\mathrm{i}\left[S^{(2)},H_0\right] + \hbar\frac{\partial}{\partial t}S^{(2)}, \tag{9в}$$

$$\tilde{H}^{(3)} = \frac{\mathrm{i}}{2}\left[S^{(2)}, Ed\right] - \frac{\mathrm{i}}{2}\left[S^{(1)}, \tilde{H}^{(2)}\right] - \frac{\mathrm{i}}{2}\left[S^{(2)}, \tilde{H}^{(1)}\right]$$

$$+\frac{1}{12}\left[S^{(1)}, \left[S^{(1)}, Ed\right]\right] + \frac{1}{12}\left[S^{(1)}, \left[S^{(1)}, \tilde{H}^{(1)}\right]\right]$$

$$-\mathrm{i}\left[S^{(3)}, H_0\right] + \hbar\,\frac{\partial}{\partial t}\,S^{(3)}. \qquad (9г)$$

Потребуем, чтобы выполнялись условия

$$\tilde{H}^{(1)} = 0,\ \tilde{H}^{(2)}_{ab} = E^{(2)}_a\delta_{ab},\ \tilde{H}^{(3)}_{ab} = E^{(3)}_a\delta_{ab}, \qquad (10)$$

в которых $E^{(2)}_a$ и $E^{(3)}_a$ не содержат осциллирующих экспонент $\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\Phi}$, $m = \pm 1,\ \pm 2, \ldots$ (через a и b обозначены энергетические уровни двухуровневой системы). Тогда преобразованная матрица плотности будет диагональной: $\tilde{\rho}_{ab} = \tilde{\rho}^{(0)}_a\delta_{ab}$.

Поляризация (3) двухуровневого атома, имеющего частотную отстройку от резонанса $\varDelta$, определяется формулой

$$P_{\mathrm{im}}(\varDelta) = \mathrm{Sp}\left(\tilde{\rho}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}S}d\mathrm{e}^{\mathrm{i}S}\right) = \mathrm{Sp}\left\{\tilde{\rho}\left(d - \mathrm{i}[S, d]\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{2}[S,[S,d]] + \frac{\mathrm{i}}{6}[S,[S,[S,d]]] + \ldots\right)\right\}. \qquad (11)$$

Найдем $P_{\mathrm{im}}(\varDelta)$ с точностью до третьего порядка по полю включительно. Для этого необходимо получить выражения для $S^{(1)}$, $S^{(2)}$ и $S^{(3)}$.

Из уравнения (9б) с учетом (10) для адиабатического включения поля интегрированием по частям находим

$$S^{(1)}_{ab} = \frac{d_{ab}}{\hbar}\left\{\frac{\mathscr{E}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}}{\mathrm{i}(\omega_{ab}-\omega)} + \frac{\mathscr{E}^*\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}}{\mathrm{i}(\omega_{ab}+\omega)}\right\}$$

$$+\frac{d_{ab}}{\hbar}\left\{\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{(\omega_{ab}-\omega)^2} + \frac{\partial\mathscr{E}^*}{\partial t}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{(\omega_{ab}+\omega)^2}\right\} \qquad (12)$$

$$-\frac{d_{ab}}{\hbar}\left\{\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{\mathrm{i}(\omega_{ab}-\omega)^3} + \frac{\partial^2\mathscr{E}^*}{\partial t^2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{\mathrm{i}(\omega_{ab}+\omega)^3}\right\}$$

$$-\frac{d_{ab}}{\hbar}\left\{\frac{\partial^3\mathscr{E}}{\partial t^3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{(\omega_{ab}-\omega)^4} + \frac{\partial^3\mathscr{E}^*}{\partial t^3}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi}\frac{1}{(\omega_{ab}+\omega)^4}\right\} + \ldots$$

Дополнительно к условиям (7) потребуем, чтобы изменение поля происходило достаточно быстро за характерное время τ_{p}:

$$\frac{\varDelta(\varDelta\tau_{\mathrm{p}})}{\omega} \ll 1. \qquad (13)$$

Тогда в (12) можно ограничиться слагаемыми

$$S^{(1)}_{ba} = \frac{d_{ba}}{\hbar}\left(-\mathrm{i}\varDelta^{-1}\mathscr{E}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi} + \varDelta^{-2}\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi} + \mathrm{i}\varDelta^{-3}\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}\right.$$

$$\left.-\varDelta^{-4}\frac{\partial^3\mathscr{E}}{\partial t^3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}\right) = S^{(1)*}_{ab},\ S^{(1)}_{bb} = S^{(1)}_{aa} = 0.$$

Из уравнения (9в) следует

$$E^{(2)}_a = \frac{|d_{ba}|^2}{\hbar}\left\{\varDelta^{-1}|\mathscr{E}|^2 + \frac{\mathrm{i}}{2}\varDelta^{-2}\left(\mathscr{E}\,\frac{\partial\mathscr{E}^*}{\partial t} - \mathscr{E}^*\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\varDelta^{-3}\left(\mathscr{E}^*\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2} + \mathscr{E}\frac{\partial^2\mathscr{E}^*}{\partial t^2}\right)\right\} = -E^{(2)}_b,\ S^{(2)}_{ab} = 0.$$

Наконец, из выражения (9г) получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\,S^{(3)}_{ba} + \mathrm{i}\omega_{ba}S^{(1)}_{ba} = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}S^{(1)}_{ba}E^{(2)}_a$$

$$-\frac{1}{6\hbar}\left(\left|S^{(1)}_{ba}\right|^2 Ed_{ba} - S^{(1)2}_{ba}Ed_{ab}\right), \qquad (14)$$

из которого, учитывая (13) и сохраняя лишь слагаемые, пропорциональные $\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\Phi}$, находим

$$S^{(3)}_{ba} = -\mathrm{i}\,\frac{4}{3}\,\frac{|d_{ba}|^2 d_{ba}}{\hbar^3}\left\{\varDelta^{-3}\mathscr{E}|\mathscr{E}|^2\right.$$

$$\left.+\mathrm{i}\,\frac{1}{2}\varDelta^{-4}\left(\mathscr{E}^2\frac{\partial\mathscr{E}^*}{\partial t} - 3|\mathscr{E}|^2\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t}\right)\right\}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi}. \qquad (15)$$

Полученные результаты позволяют вычислить поляризацию (11) двухуровневых примесей с точностью до третьего порядка по полю включительно. Мы, однако, дополнительно предположим, что $\tilde{\rho}^{(0)}_a = N_{\mathrm{im}}$. Тогда при сохранении обсуждаемой точности имеем, что

$$P_{\mathrm{im}}(\varDelta) = N_{\mathrm{im}}\left\{-\mathrm{i}\left(S^{(1)}_{ab}d_{ba} - d_{ab}S^{(1)}_{ba}\right)\right.$$

$$\left.\times\left(1 - \frac{2}{3}\left|S^{(1)}_{ba}\right|^2\right) - \mathrm{i}\left(S^{(3)}_{ab}d_{ba} - d_{ab}S^{(3)}_{ba}\right)\right\},$$

откуда с точностью до слагаемых порядка $|\varDelta|^{-4}$ получим

$$\mathscr{P}_{\mathrm{im}}(\varDelta) = N_{\mathrm{im}}\frac{|d_{ab}|^2}{\hbar}\left\{-\frac{1}{\varDelta}\mathscr{E} + \frac{\mathrm{i}}{\varDelta^2}\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varDelta^3}\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2} - \frac{\mathrm{i}}{\varDelta^4}\frac{\partial^3\mathscr{E}}{\partial t^3}\right.$$

$$\left.+\frac{|d_{ab}|^2}{\hbar^2\varDelta^3}\left(2\mathscr{E}|\mathscr{E}|^2 - 6\mathrm{i}\frac{|\mathscr{E}|^2}{\varDelta}\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t} + \frac{4\mathrm{i}}{3\varDelta}\frac{\partial(\mathscr{E}|\mathscr{E}|^2)}{\partial t}\right)\right\}. \qquad (16)$$

Следует отметить, что в этом выражении учтены дисперсия до третьего порядка (слагаемое с третьей производной по времени) и дисперсия нелинейного отклика квазирезонансных атомов (два последних слагаемых). Именно эти слагаемые отличают полученные здесь результаты от найденных в рамках приближения адиабатического следования [25–27].

3. Нелинейное уравнение для огибающей оптического импульса

Представим теперь уравнение (5) в следующем виде:

$$\mathrm{i}\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\upsilon_{\mathrm{g}}}\frac{\partial}{\partial t}\right)\mathscr{E} - \frac{1}{2}D\,\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2}$$

$$+\frac{6\pi\omega\chi^{(3)}}{cn(\omega)}\,|\mathscr{E}(z,t)|^2\mathscr{E}(z,t) = -\frac{2\pi\omega}{cn(\omega)}\mathscr{P}_{\mathrm{im}}, \qquad (17)$$

где $n(\omega)$ – показатель преломления сердцевины оптического волокна на частоте несущей волны; $D = (1 - k\upsilon'_{\mathrm{g}})\times k^{-1}\upsilon_{\mathrm{g}}^{-2} = {}^1/_2(\mathrm{d}^2k^2/\mathrm{d}\omega^2)$ – дисперсионный параметр, который характеризует дисперсию групповых скоростей второго порядка, обусловленную только самим волокном.

В нашем распоряжении имеются две характерные длины – длина резонансного поглощения L_{abs} исходного импульса длительностью t_{p} и длина дисперсии L_{D}:

$$L_{\mathrm{abs}} = cn(\omega)\hbar\big(2\pi\omega N_{\mathrm{im}}|d_{ba}|^2 t_{\mathrm{p}}\big)^{-1}, \ L_{\mathrm{D}} = t_{\mathrm{p}}^2/2|D|.$$

Здесь длительность импульса t_{p} выбрана как характерное время в рассматриваемой задаче. Введем новые нормированные переменные: $\tau = (t - z/v_{\mathrm{g}})t_{\mathrm{p}}^{-1}$, $\zeta = z/L_{\mathrm{abs}}$, $q = A_0^{-1}\mathscr{E}$. В этих переменных уравнение (17) с учетом (16) принимает вид

$$\mathrm{i}\,\frac{\partial q}{\partial\zeta} - \frac{\sigma}{2}\varepsilon_{\mathrm{D}}\frac{\partial^2 q}{\partial\tau^2} + \mu|q|^2 q = J_1 q - \mathrm{i}J_2\frac{\partial q}{\partial\tau} - J_3\frac{\partial^2 q}{\partial\tau^2} + \mathrm{i}J_4\frac{\partial^3 q}{\partial\tau^3}$$

$$-\frac{\varepsilon_{\mathrm{R}}^2}{2}J_3|q|^2 q + \mathrm{i}\frac{\varepsilon_{\mathrm{R}}^2}{2}J_4\left\{3|q|^2\frac{\partial q}{\partial\tau} - \frac{2}{3}\frac{\partial\big(|q|^2 q\big)}{\partial\tau}\right\}, \qquad (18)$$

где $J_1 = (\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-1}$; $J_2 = (\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-2}$; $J_3 = 2(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-3}$; $J_4 = 2(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-4}$; $\sigma = \mathrm{sign}D$; $\mu = 6\pi\omega\chi^{(3)}A_0^2 L_{\mathrm{abs}}/cn(\omega)$; A_0 –пиковая амплитуда исходного импульса. Используются также параметры $\varepsilon_{\mathrm{D}} = L_{\mathrm{abs}}/L_{\mathrm{D}}$, $\varepsilon_{\mathrm{R}} = (2|d_{ba}|A_0/\hbar)t_{\mathrm{p}} = \Omega_{\mathrm{R}}t_{\mathrm{p}}$. Если использовать нелинейный показатель преломления n_2, связанный с кубической восприимчивостью $\chi^{(3)}$ соотношением $n_2 = 3\pi\chi^{(3)}/n(\omega)$, то параметр μ можно переписать в виде $\mu = 2(\omega/c)n_2A_0^2L$. Высокочастотный эффект Кер-ра вызывает у волны, прошедшей расстояние L, сдвиг фа-зы $\Delta\varphi = (\omega/c)n_2A_0^2L$. Таким образом, параметр μ интерпретируется как сдвиг фазы, образовавшийся на расстоянии двух длин поглощения L_{abs}.

Если перейти к новым переменным $\eta = \tau - (\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-2}\zeta$ и $\tilde q(\zeta,\eta) = q\exp[\mathrm{i}\zeta/\varDelta t_{\mathrm{p}}]$, то уравнение (18) трансформируется в уравнение

$$\mathrm{i}\frac{\partial\tilde q}{\partial\zeta} + \tilde\varepsilon_{\mathrm{D}}\frac{\partial^2\tilde q}{\partial\eta^2} + \tilde\mu|\tilde q|^2\tilde q = \mathrm{i}J_4\frac{\partial^3\tilde q}{\partial\eta^3} + \mathrm{i}\frac{\varepsilon_{\mathrm{R}}^2}{2}$$

$$\times J_4\left\{3|\tilde q|^2\frac{\partial\tilde q}{\partial\eta} - \frac{2}{3}\frac{\partial\big(|\tilde q|^2\tilde q\big)}{\partial\eta}\right\}, \qquad (19)$$

где $\tilde\varepsilon_{\mathrm{D}} = -\sigma\varepsilon_{\mathrm{D}}/2 + (\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-3}$ и $\tilde\mu = \mu + {}^1/_2\varepsilon_{\mathrm{R}}^2(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-3}$, которое имеет вид обобщенного нелинейного уравнения Шредингера. Эффекты дисперсии групповых скоростей третьего порядка и дисперсии нелинейных откликов появляются здесь в результате влияния примесных атомов.

4. Пример влияния квазирезонансных примесей

В диапазоне пикосекундных длительностей оптических импульсов длина дисперсии составляет порядка сотен метров, что может во много раз превышать длину резонансного поглощения. Полагая $L_{\mathrm{abs}} \ll L_{\mathrm{D}}$ и отбрасывая слагаемые, пропорциональные $(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-3}$ и $(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-4}$, уравнение (19) можно преобразовать к следующему виду:

$$\mathrm{i}\frac{\partial\tilde q}{\partial\zeta} + \tilde\mu|\tilde q|^2\tilde q = \mathrm{i}\beta\left(3|\tilde q|^2\,\frac{\partial\tilde q}{\partial\eta} - \frac{2}{3}\,\frac{\partial(|\tilde q|^2\tilde q)}{\partial\eta}\right), \qquad (20)$$

где $\beta = \varepsilon_{\mathrm{R}}^2J_4/2 \approx (\Omega_{\mathrm{R}}/\varDelta)^2(\varDelta t_{\mathrm{p}})^{-2}$. Перейдя к вещественным переменным (определив их соотношением $\tilde q = a\times \exp(\mathrm{i}\phi)$), представим уравнение (20) системой вещественных уравнений

$$\frac{\partial a}{\partial\zeta} - \beta a^2\,\frac{\partial a}{\partial\eta} = 0, \ \ \frac{\partial\phi}{\partial\zeta} - \frac{7}{3}\,\beta a^2\,\frac{\partial\phi}{\partial\eta} = \tilde\mu a^2.$$

Первое уравнение из этой системы является уравнением волны, которая движется со скоростью, зависящей от ее амплитуды. Решение этого уравнения можно записать в неявной форме:

$$a(\eta,\zeta) = f(\eta + \beta a^2(\eta,\zeta)\zeta),$$

где функция $f(\eta) = a(\eta,\zeta = 0)$ определяется начальным профилем оптического импульса. Если $\beta > 0$ ($\beta < 0$), то по мере распространения импульса его максимум движется со скоростью, большей (меньшей), чем групповая скорость. При этом происходит обострение (self-steepening) переднего (заднего) фронта импульса и в конечном счете образуется ударная волна. Максимальные значения β можно оценить из требований необходимости выполнения условий квазирезонанса $\Omega_{\mathrm{R}}/\varDelta \leqslant 10^{-1}$ и $1/t_{\mathrm{p}}\varDelta \leqslant 10^{-1}$. Отсюда получаем $\max\beta \leqslant 10^{-4}$. Следует отметить, что отброшенные в уравнении (19) слагаемые становятся в этом предельном случае существенными и их влияние не только препятствует образованию разрыва на переднем (заднем) фронте, а напротив, обеспечивает появление осцилляций огибающей импульса и его последующее разбиение на ряд слабых импульсов.

Довольно часто [22, 24] коэффициенты перед слагаемыми в уравнении (19) выбираются произвольным образом, а иногда подбираются такими, чтобы полученные уравнения интегрировались методом обратной задачи рассеяния. В нашем случае корректный подход приводит к четко определенным соотношениям между коэффициентами эволюционного уравнения и не позволяет использовать вполне интегрируемые версии такого уравнения в качестве нулевого приближения.

Работа выполнена в рамках проекта INTAS (грант № 96-0339).

1. Ainslie B.J. *J.Lightwave Technol.*, **9**, 220 (1991).
2. Miniscalco N.J. *J.Lightwave Technol.*, **9**, 220 (1991).
3. Guzman A., Romagnoli M., Wabnitz S. *Appl.Phys.Letts*, **56**, 614 (1990).
4. Guzman A., Locati F.S., Wabnitz S. *Phys.Rev. A*, **46**, 1594 (1992).
5. Маймистов А.И, Маныкин Э.А. *ЖЭТФ*, **5**, 1177 (1983).
6. Башаров А.М., Маймистов А.И. *Оптика и спектроскопия*, **66**, 167 (1989).
7. Власов Р.А., Докторов Е.В. *ДАН БССР*, **26**, 322 (1982).
8. Власов Р.А., Докторов Е.В. *ДАН БССР*, **32**, 790 (1988).
9. Карплюк К.С. *Оптика и спектроскопия*, **67**, 626 (1989).
10. Абдуллаев Ф.Х., Таджимуратов С.А. *ДАН СССР*, **316**, 337 (1991).
11. Silberberg Y. *Optics Letts*, **15**, 1005 (1990).
12. Nakazawa M., Kimura Y., Kurokawa K., Suzuki K. *Phys.Rev. A*, **45**, R23 (1992).
13. Nakazawa M., Suzuki K., Kimura Y., Kubota H. *Phys.Rev. A*, **45**, R2682 (1992).
14. Nakazawa M., Suzuki K., Kubota H., Kimura Y. *Optics Letts*, **18**, 6123 (1993).
15. Грудинин А.Б. и др. *Квантовая электрононика*, **17**, 1070 (1990).
16. Mel'nikov I.V., Nabiev R.F., Nazarkin A.V. *Optics Letts*, **15**, 1348 (1990).
17. Маймистов А.И. *Квантовая электрононика*, **19**, 295 (1992).
18. Козлов В.В. *ЖЭТФ*, **107**, 360 (1995).
19. Козлов В.В., Фрадкин Э.Е. *ЖЭТФ*, **106**, 1572 (1994).
20. Kozlov V.V., Fradkin E.E. *Optics Letts*, **21**, 2165 (1995).
21. Козлов В.В., Фрадкин Э.Е. *ЖЭТФ*, **109**, 89 (1996).

22. Porsezian K., Nakkeeran K. *Phys.Rev.Letts*, **74**, 2941 (1995).
23. Kakei S., Satsuma J. *J.Phys.Soc.Jpn*, **63**, 885 (1994).
24. Porsezian K., Nakkeeran K. *J. Mod.Opt*., **42**, 1953 (1995).
25. Grischkowsky D. *Phys.Rev. A*, **7** 2096 (1973).
26. Crisp M.D. *Phys.Rev. A*, **8**, 2128 (1973).
27. Lehmberg, R.H., Reintjes J. *Phys.Rev. A*, **12**, 2574 (1975).
28. Башаров А.М. *ЖЭТФ*, **102**, 1126 (1992).
29. Basharov A.M., Maimistov A.I. *J.Quant.Nonlin.Phenom*., **1**, № 1, 76 (1992).
30. Башаров А.М. *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике* (М., изд-е МИФИ, 1990).

A.M. Basharov, A.I. Maimistov. Propagation of ultrashort electromagnetic pulses in a Kerr medium with impurity atoms under quasi-resonance conditions.

Using the method of unitary transformations, the propagation of an electromagnetic ultrashort pulse in a Kerr medium with impurity atoms under quasi-resonance conditions is studied, and the method is shown to be highly efficient for nonlinear optics. An equation is derived, which differs from the known equations and describes the evolution of the pulse envelope taking into account the dispersion of nonlinear response and the group velocity dispersion.