

Теория дифференциального и интегрального рассеяния лазерного излучения прецизионной поверхностью диэлектрика

В.В.Азарова*, В.Г.Дмитриев*, Ю.Н.Лохов*, К.Н.Малицкий**

Проведено теоретическое исследование дифференциального и интегрального рассеяния света на высококачественных оптических диэлектрических поверхностях. Методом модифицированного криволинейного преобразования найдены выражения, соответствующие влиянию флуктуаций наклона шероховатости, которое не рассматривается в обычной векторной теории дифференциального рассеяния. Показано, что влиянием наклона шероховатости можно пренебречь с очень большой точностью и тем самым использовать стандартную векторную теорию для нахождения параметров шероховатости. Найдены выражения для полного интегрального рассеяния при различных соотношениях длин корреляции и длины волны рассеиваемого излучения.

Ключевые слова: дифференциальное и интегральное рассеяние, шероховатость поверхности.

Введение

Распространенным способом метрологического исследования шероховатых оптических поверхностей (среднеквадратичной шероховатости, длины корреляции) является оптическая рефлектометрия, в которой измеряется мощность рассеянного излучения, нормированная на мощность падающего или зеркально отраженного излучения: интегральная мощность P_{TIS} в методе полного интегрального рассеяния (total integral scattering (TIS)) либо угловая мощность P_{ARS} в методе дифференциального рассеяния (angular resolved scattering (ARS)) (см., [1–7]).

Интерпретация результатов измерений по методам TIS и ARS требует создания адекватной физико-математической модели рассеяния света шероховатой оптической поверхностью. Разработка такой модели к настоящему времени еще далека от своего завершения, и в данной работе сделана попытка ее усовершенствования.

Для расчета рассеяния на шероховатой оптической поверхности обычно применяют модель, основанную на так называемой векторной теории [3], использующей криволинейное преобразование координат [2]. Такой подход позволяет пользоваться методами теории возмущений. Статистические свойства шероховатости поверхности описываются в этом случае функцией спектральной плотности мощности. При этом обычно ограничиваются гауссовой либо экспоненциальной статистикой для описания шероховатости. Однако сравнение экспериментальных данных с расчетами по векторной теории дает удовлетворительное согласие только в узком диапазоне углов рассеяния. С помощью этой теории нельзя, например, объяснить большое рассеяние в углы, далекие от угла зеркального отражения, т.е. векторная теория оказывается неадекватной эксперименту во всем диапазоне углов рассеяния.

Основной причиной расхождения результатов расчета по векторной теории с экспериментом, по всей вероятности, является сложный характер статистики шероховатости, зависящий от диапазона углов рассеяния. В этом случае рассеяние не может описываться функцией корреляции с единственными значениями среднеквадратичной шероховатости и длины корреляции.

В оптической рефлектометрии для измерения среднеквадратичной шероховатости поверхности σ на длине волны λ обычно применяют метод TIS. При этом используется выражение [1]

$$P_{TIS} = (4\pi\sigma/\lambda)^2. \quad (1)$$

Формула (1) используется в литературе весьма широко, однако, как показано в настоящей работе (см. также [8]), она применима лишь для поверхностей, для которых длина корреляции l удовлетворяет соотношению $l \geq \lambda$; для малых длин корреляции ($l \ll \lambda$) будет справедлива другая формула (см. ниже). Из этого следует, что экспериментальные данные, полученные методом TIS, нельзя интерпретировать без предварительного измерения длины корреляции l (например, методом атомно-силовой микроскопии) и определения соотношения между l и λ (в противном случае можно говорить лишь о некоторой «эффективной» среднеквадратичной шероховатости).

1. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну

$$E(\mathbf{r}) = E_0 \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (2)$$

падающую из вакуума под углом θ_0 на шероховатую поверхность диэлектрика с вещественной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$. Микропрофиль поверхности описывается случайной функцией $z = f(x, y)$ (ось z направлена нормально к поверхности). Поверхность в среднем является плоской, $\langle f(x, y) \rangle = 0$, а среднеквадратичное отклонение высоты профиля σ мало по сравнению с длиной волны оптического излучения и длиной корреляции:

*Федеральное государственное унитарное предприятие «НИИ "Полос"», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; эл. почта: vgdmitr@orc.ru

**Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, 141700 Долгопрудный Моск. обл., Институтский пер., 9

$$\sigma \ll \lambda \cos \theta_0, \quad \sigma \ll l. \quad (3)$$

Стационарная задача рассеяния света шероховатой поверхностью состоит в решении волнового уравнения

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (4)$$

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & z > f(x, y), \\ \varepsilon, & z < f(x, y) \end{cases}$$

с граничными условиями на поверхности $z = f(x, y)$

$$E_{n1} = \varepsilon E_{n2}, \quad E_{t1} = E_{t2}, \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 относятся к вакууму и диэлектрику, а индексы n, t соответствуют нормальным и тангенциальным компонентам векторов поля.

Следуя векторной теории [3], перейдем от ортогональной системы координат x, y, z к криволинейной системе $u_1 = x, u_2 = y, u_3 = z - f(x, y)$ [2], граничные условия в которой записываются уже на поверхности $u_3 = 0$. Наличие микропрофиля можно рассматривать как возмущение для идеальной задачи (т. е. задачи с идеально плоской поверхностью, или задачи Френеля). В векторной теории используется возмущение, линейное по функции микропрофиля $f(x, y)$ и ее производным. В общем случае можно разложить случайную функцию $f(x, y)$ и ее производные по пространственным фурье-гармоникам, так что шероховатая поверхность может рассматриваться как суперпозиция двумерных дифракционных решеток. Для единственной парциальной фурье-гармоники векторная теория по своей сути является обычной теорией взаимодействия света с дифракционной решеткой (с последующим синтезом рассеянных парциальных полей по всему ансамблю таких парциальных решеток).

Стандартная векторная теория не учитывает флуктуации наклона поверхности, приводящие к изменению граничных условий и влияющие тем самым на рассеяние, т. к. соответствующие возмущения квадратичны по $f(x, y)$ и ее производным. Кроме того, в векторной теории решение задачи рассеяния ищется в криволинейной системе координат, которая не эквивалентна ортогональной во всем пространстве. Поэтому для строгого решения задачи после нахождения решения в криволинейной системе необходим обратный переход в ортогональную систему координат. В противном случае решение, связанное с изменением граничных условий, может быть потеряно.

Рассмотрим модифицированное криволинейное преобразование

$$u_1 = x, \quad u_2 = y, \quad u_3 = z - f(x, y) \exp\left(-\frac{u_3^2}{2a^2}\right), \quad (6)$$

где a – ширина (по z) области формирования рассеяния. В дальнейшем рассмотрении предполагается, что в рассеяние дают вклад только граничные диполи, поэтому при оценках используется предельный переход $a \rightarrow 0$. (На самом деле, разные физические подходы к трактовке источников рассеяния дают разные выражения для a . Подробно эти вопросы будут рассмотрены в нашей следующей работе.)

Наличие «обрезающего» множителя в (6) приводит к тому, что системы координат будут эквивалентны в области $z \gg a$, а следовательно, и в зоне нахождения рассеянного поля $z \gg \lambda$. Такая модификация позволяет найти более строгое (по сравнению с векторной теорией) решение, адекватное экспериментальной ситуации.

После перехода в криволинейную систему координат (6) уравнение (4) с граничными условиями (5) можно переписать следующим образом:

$$\Delta_0 \mathbf{E}(\mathbf{U}) + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{U}) = \hat{H}(\mathbf{U}) \mathbf{E}(\mathbf{U}), \quad (7)$$

$$\varepsilon_0 = \begin{cases} 1, & u_3 > 0, \\ \varepsilon, & u_3 < 0, \end{cases}$$

$$\Delta_0 = \frac{\partial^2}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_3^2},$$

где \mathbf{U} – радиус-вектор в криволинейной системе координат; $\hat{H}(\mathbf{U}) \mathbf{E}(\mathbf{U})$ – члены, возникающие при переходе в криволинейную систему координат. Как показано в Приложении 1, оператор возмущения $\hat{H}(\mathbf{U})$ можно представить в виде суммы двух операторов возмущений \hat{H}_1 и \hat{H}_2 :

$$\hat{H}(\mathbf{U}) = \hat{H}_1(\mathbf{U}) + \hat{H}_2(\mathbf{U}). \quad (8)$$

Первое возмущение, линейное по $f(x, y)$, соответствует рассеянию на микроструктурах без учета их наклона. Расчет с использованием такого возмущения соответствует расчету по векторной теории рассеяния [3]. Второе возмущение, содержащее произведения $f(x, y)$ на ее производные и квадраты производных, учитывает флуктуации наклона шероховатости.

Таким образом, переход в криволинейную систему координат позволяет свести первоначальное волновое уравнение (4) к неоднородному волновому уравнению, решение которого в приближении малой шероховатости можно находить методами теории возмущений.

В качестве нулевого приближения возьмем задачу Френеля:

$$\Delta_0 \mathbf{E}(\mathbf{U}) + \varepsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{U}) = 0, \quad u_3 = 0. \quad (9)$$

Для нахождения интенсивности рассеянного поля в первом порядке теории возмущений используем хорошо развитые методы функций Грина и разложения в пространственные интегралы Фурье (подробнее см. в [4, 5]).

2. Результаты расчетов

Обозначим $R^{(1,2)}$ коэффициенты рассеяния, соответствующие первому и второму возмущениям (8) и равные нормированным интенсивностям рассеянного в единичный телесный угол излучения в направлении угла θ (рис.1). Очевидно, что эти коэффициенты описывают дифференциальное рассеяние. Нормировка проведена на интенсивность падающего излучения. В результате расчетов получаем выражения

$$R_{ik}^{(1)} = \frac{\omega^4 (\varepsilon - 1)^2}{\pi^2 c^4} g(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|) F_{ik}^{(1)}(\theta, \varphi, \theta_0, \varepsilon), \quad (10)$$

$$R_{ik}^{(2)} = \frac{\omega^4 (\varepsilon - 1)^2}{\pi^2 c^4} h(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|) F_{ik}^{(2)}(\theta, \varphi, \theta_0, \varepsilon), \quad (11)$$

где первый (i) и второй (k) нижние индексы обозначают поляризацию рассеянного и падающего полей соответственно ($i, k = s, p$);

$$h(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|) = \frac{1}{4} |\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|^4 g^2(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|); \quad (12)$$

$$g(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0}|) = \int \exp[-i(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{\perp 0})\mathbf{r}] \Psi(\mathbf{r}) d\mathbf{S}$$

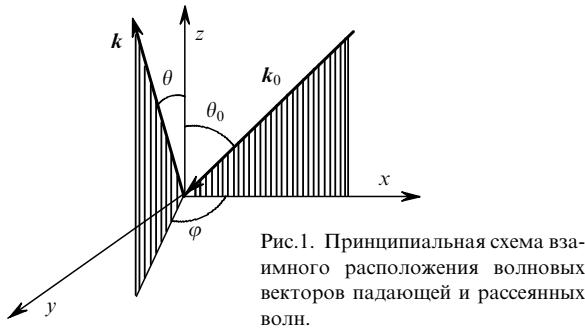


Рис.1. Принципиальная схема взаимного расположения волновых векторов падающей и рассеянных волн.

– функция спектральной плотности мощности шероховатости поверхности, являющаяся пространственным двумерным фурье-образом функции корреляции $\Psi(r) = \Psi(|r' - r''|) = \langle f(r')f(r'') \rangle$ (усреднение берется по площади рассеивающей поверхности);

$$k_{\perp} = \{k_x, k_y, 0\} = \frac{2\pi}{\lambda} \{\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, 0\}, \tag{13}$$

$$k_{\perp 0} = \{k_{x0}, 0, 0\} = \frac{2\pi}{\lambda} \{\sin \theta_0, 0, 0\}$$

– составляющие волновых векторов, перпендикулярные нормали поверхности рассеянной и падающей волн соответственно. Выражения для угловых функций приведены в Приложении 2.

При нахождении соотношений (10), (11) мы воспользовались тем, что взаимный коррелятор случайной функции и ее производной равен нулю, а коррелятор производной случайной функции равен второй производной функции корреляции (см., напр., [7]).

Угловая интенсивность поля, рассеянного шероховатой поверхностью в углы θ, φ , находится как сумма интенсивностей (10) и (11), соответствующих выбранным поляризациям падающего и рассеянного полей. Выражения (10) описывают результаты векторной теории [3], а выражения (11) – дополнительное рассеяние, связанное с флуктуациями наклона шероховатости.

Мощность интегрального рассеяния излучения с i -й поляризацией, т.е. полного излучения, рассеянного в верхнее полупространство, находится путем интегрирования соответствующих выражений для мощности дифференциального рассеяния по всем возможным углам рассеяния и азимута:

$$P_{TIS}^{(i)}(\theta_0) = \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\varphi [R_{si}(\theta, \varphi, \theta_0) + R_{pi}(\theta, \varphi, \theta_0)]. \tag{14}$$

Предположим, что функция корреляции шероховатости является гауссовой:

$$\Psi_G(r) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{r^2}{l^2}\right), \tag{15}$$

$$g_G(k_{\perp} - k_{\perp 0}) = \pi \sigma^2 l^2 \exp\left(-\frac{|k_{\perp} - k_{\perp 0}|^2 l^2}{4}\right). \tag{16}$$

Для двух предельных соотношений длин корреляции и длины волны получим следующие выражения для мощности полного интегрального рассеяния, нормированной

на интенсивность излучения, падающего нормально к поверхности:

$$P_{TIS} \approx \left(\frac{4\pi\sigma}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}}\right)^2, \quad l \geq \lambda, \tag{17}$$

$$P_{TIS} \approx \frac{1}{6} \left(\frac{4\pi\sigma}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)^2 (1 - \sqrt{\epsilon})^2, \quad l \ll \lambda. \tag{18}$$

Видно, что обычно используемое в литературе выражение (17) справедливо лишь для определенного соотношения длины корреляции и длины волны.

3. Обсуждение результатов

Расчет, проведенный с учетом выражений (10), (11), которые описывают дифференциальное рассеяние, связанное с влиянием флуктуаций высоты и наклона шероховатости, показывает, что доминирующее влияние на рассеяние оказывают флуктуации высоты шероховатости. Этот случай хорошо описывается стандартной векторной теорией [3]. Погрешность, вызванная пренебрежением флуктуациями наклона шероховатости, очень мала. Для s-поляризованного излучения эта погрешность максимальна при малых углах падения и больших углах рассеяния и не превышает 10^{-4} , для р-поляризованного излучения она максимальна при углах падения $\sim 50^\circ$ и больших углах рассеяния и не превышает 10^{-3} . На рис.2 для примера показаны теоретические индикатрисы дифференциального pp-рассеяния, соответствующие выражениям (10) и (11), для поверхности аморфного кварца.

Основной вывод заключается в следующем. Для расчета параметров шероховатости оптических поверхностей при $l \ll \lambda$ можно с очень большой точностью использовать векторную теорию рассеяния, которая не учитывает влияние флуктуаций наклона шероховатостей.

Различие выражений для полного интегрального рассеяния при разных соотношениях l и λ не позволяет достоверно определять среднеквадратичную шероховатость σ без предварительного определения длины корреляции другими методами, например с помощью атомно-силовой микроскопии. Иначе говоря, измерение σ методом интегрального рассеяния оптического излучения дает величину, усредненную по пространственным струк-

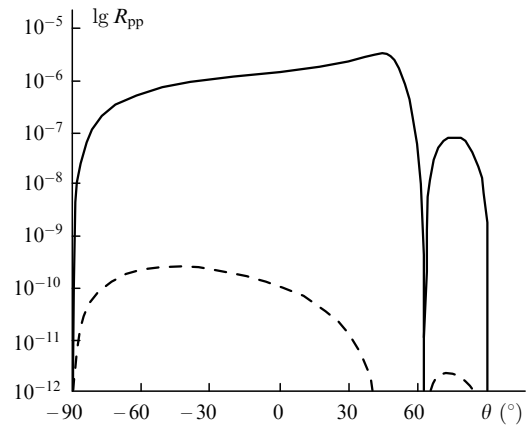


Рис.2. Рассчитанные по формулам (10) (сплошная кривая) и (11) (штриховая кривая) индикатрисы дифференциального рассеяния для полированной кварцевой подложки при $\epsilon = 2.12, \lambda = 0.63$ мкм, $\sigma = 10\text{Å}, l = 1.0$ мкм, угле падения 50° и лоренцевской статистике.

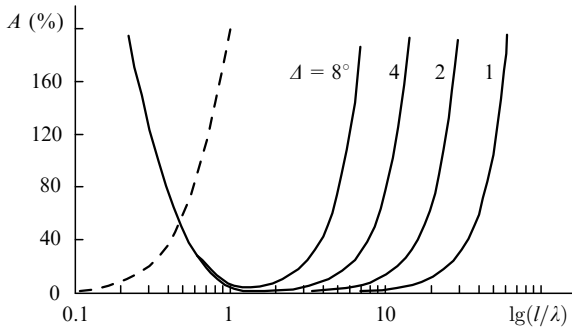


Рис.3. Зависимости относительных погрешностей A расчета среднеквадратичной шероховатости по предельным формулам (17) (сплошные кривые) и (18) (штриховая кривая) от l/λ при различных угловых ширинах Δ входного отверстия (положение штриховой кривой не зависит от Δ).

турам с поперечным размером, большим λ . Например, для полного интегрального рассеяния 10^{-5} ($\lambda = 0.63$ мкм) на шероховатой поверхности кварца с $l = 0.1$ мкм среднеквадратичная шероховатость, рассчитанная по обычно применяемой формуле (17), составит ~ 10 Å, в то время как реальная шероховатость, рассчитанная по формуле (18), равна ~ 20 Å.

Точное выражение для мощности интегрального рассеяния (14) можно рассчитать численно, используя соотношение (10), (11) для дифференциального рассеяния. Результаты расчета для кварцевой подложки представлены рис.3, где показана относительная погрешность определения среднеквадратичной шероховатости с помощью формул (17), (18) при разных l . В частности, видно, что диапазон, в котором можно с большой точностью пользоваться формулой (17), ограничен условием $l > \lambda$, для $l < \lambda/2\pi$ можно использовать выражение (18), а в остальных случаях необходимо применять численное интегрирование.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе была развита теория дифференциального и интегрального рассеяния оптического излучения на шероховатых поверхностях диэлектриков для случая малых (по сравнению с λ) шероховатостей. Показано, что использование предложенного модифицированного криволинейного преобразования позволяет одновременно учесть влияние флуктуаций как высоты, так и наклона шероховатостей на дифференциальное (угловое) рассеяние. Доминирующим механизмом, определяющим дифференциальное рассеяние на оптических поверхностях, являются флуктуации высоты шероховатостей, влияние которых описывается стандартной векторной теорией. Пренебрежение влиянием флуктуаций наклона шероховатостей приводит к погрешности, не превышающей 10^{-4} для s-поляризованного и 10^{-3} для p-поляризованного излучения.

Полученное в настоящей работе различие выражений для мощности полного интегрального рассеяния при двух различных соотношениях между длиной корреляции и длиной волны не позволяет получить достоверную среднеквадратичную шероховатость без предварительного определения длины корреляции другими методами, например методом атомно-силовой микроскопии. Развита в настоящей работе теория позволяет более адекватно интерпретировать результаты эксперимента

в метрологии высококачественных оптических поверхностей.

Приложение 1

Волновое уравнение в криволинейных координатах

Криволинейное преобразование имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_1 = x, \\ u_2 = y, \\ u_3 = z - f(x, y) \exp(-u_3^2/2a^2). \end{cases} \quad (\text{П1.1})$$

Метрический тензор криволинейной системы координат

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 + \varphi^2 f'_{u_1}{}^2 & f'_{u_1} f'_{u_2} \varphi^2 & \frac{\varphi f'_{u_1}}{\psi} \\ f'_{u_1} f'_{u_2} \varphi^2 & 1 + \varphi^2 f'_{u_2}{}^2 & \frac{\varphi f'_{u_2}}{\psi} \\ \frac{\varphi f'_{u_1}}{\psi} & \frac{\varphi f'_{u_2}}{\psi} & \frac{1}{\psi^2} \end{pmatrix}, \quad (\text{П1.2})$$

где нижний индекс у производных означает переменную, по которой взята частная производная, и приняты следующие обозначения:

$$\varphi = \exp\left(-\frac{u_3^2}{2a^2}\right), \quad \psi = \left[1 - \left(\frac{u_3}{a}\right)^2 f \varphi\right]^{-1}, \quad (\text{П1.3})$$

причем якобиан преобразования (П1.1)

$$g^{1/2} = |g_{ik}|^{1/2} = \psi^{-1}. \quad (\text{П1.4})$$

Лапласиан в новой системе координат имеет вид

$$\Delta = g^{-1/2} \frac{\partial}{\partial u_i} \left(g^{ik} g^{1/2} \frac{\partial}{\partial u_k} \right), \quad (\text{П1.5})$$

где g^{ik} – фундаментальный тензор криволинейной системы координат (П1.1), связанный с метрическим тензором соотношением

$$g^{il} g_{lk} = \delta_{ik}; \quad (\text{П1.6})$$

δ_{ik} – символ Кронекера. Лапласиан можно представить в виде

$$\Delta = \Delta_0 - \hat{H}, \quad (\text{П1.7})$$

где

$$\Delta_0 = \frac{\partial^2}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_3^2}. \quad (\text{П1.8})$$

Запись оператора возмущения \hat{H} в полном виде довольно громоздка. Ограничимся рассмотрением членов возмущения, линейных и квадратичных по $f(x, y)$ и ее производным. Будем считать, что xz – плоскость падения, следовательно поле в нулевом приближении E_0 не зависит от $u_2 = y$. Для функции ψ используем разложение

$$\psi \sim 1 + \frac{u_3}{a^2} f \varphi. \quad (\text{П1.9})$$

При расчете рассеяния используется интегрирование оператора возмущения \hat{H} по u_3 . Преобразуя возмущение при помощи интегрирования по частям по u_3 и используя медленность изменения поля в нулевом приближении, получаем выражения, которые мы здесь не приводим из-за их громоздкости. В этих выражениях возмущение

будет состоять из членов, содержащих и не содержащих множитель u_3/a^2 . Интегрирование первых членов дает выражения, не зависящие от a , а интегрирование последних – выражения, зависящие от a . Поэтому, учитывая предельный переход $a \rightarrow 0$, члены возмущения, не содержащие множитель u_3/a^2 , можно не рассматривать. (Такой предельный переход соответствует источникам рассеяния, сосредоточенным на границе раздела.) Поскольку коррелятор случайной функции и ее производной $\langle ff' \rangle = 0$, можно опустить соответствующие члены. Тогда оператор возмущения запишется в виде

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \\ \hat{H}_1 &= -2 \frac{u_3}{a^2} \varphi f \frac{\partial^2}{\partial u_3^2}, \\ \hat{H}_2 &= \frac{u_3}{a^2} \varphi^2 (2f_{u_1}'^2 + 2f_{u_2}'^2 + f_{u_1}'' f + f_{u_2}'' f) \frac{\partial}{\partial u_3}. \end{aligned} \quad (\text{П1.10})$$

Таким образом, с точностью до квадратичных членов найдено возмущение, связанное с записью волнового уравнения в криволинейной системе координат.

Приложение 2

Выражения для угловых функций

Выражения для угловых функций, которые входят в соотношения для коэффициентов рассеяния (10), (11), имеют вид

$$\begin{aligned} F_{ss}^{(1)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}{[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2}, \\ F_{sp}^{(1)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)}{[\varepsilon \cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2}, \\ F_{ps}^{(1)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)}{[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\varepsilon \cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2}, \\ F_{pp}^{(1)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta}{[\varepsilon \cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2} \\ &\times \frac{[\cos \varphi (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2} - \varepsilon \sin^2 \theta_0 \sin \theta]^2}{[\varepsilon \cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2}, \end{aligned} \quad (\text{П2.1})$$

$$\begin{aligned} F_{ss}^{(2)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}{(\varepsilon - \sin^2 \theta_0)} \\ &\times \frac{1}{[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2}, \\ F_{sp}^{(2)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\varepsilon - \sin^2 \theta)}{[\varepsilon \cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2}, \\ F_{ps}^{(2)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi}{(\varepsilon - \sin^2 \theta_0)} \\ &\times \frac{1}{[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\varepsilon \cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2}, \\ F_{pp}^{(2)} &= \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta}{[\varepsilon \cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2} \\ &\times \frac{[\cos \varphi \sin \theta_0 (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2} - \sin \theta (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2}{[\varepsilon \cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2} \end{aligned} \quad (\text{П2.2})$$

(обозначения см. в тексте).

1. Bennett J.M., Mattsson L. *Introduction to surface roughness and scattering* (Washington, DC, Optical Society of America, 1989).
2. Fedders P.A. *Phys.Rev.*, **165**, 580 (1968).
3. Elson J.M., Bennett J.M. *Opt.Engng*, **18**, 116 (1979).
4. Elson J.M., Ritchie R.H. *Phys.Stat.Sol.(b)*, **62**, 461 (1974).
5. Maradudin A.A., Mills D.L. *Phys.Rev. B*, **11**, 2943 (1975).
6. Celli V., Martin A., Toigo F. *Phys.Rev. B*, **11**, 1779 (1975).
7. Басс Ф.Г., Фукс И.М. *Рассеяние волн на статистически неровных поверхностях* (М., Наука, 1972).
8. Church E.L., Jenkinson H.A., Zavada J.M. *Opt.Engng*, **18**, 125 (1979).

V.V.Azarova, V.G.Dmitriev, Yu.N.Lokhov, K.N.Malitskii. Theory of differential and integral scattering of laser radiation by a high-precision dielectric surface.

A theoretical study was made of the differential and integral scattering of light by high-precision optical dielectric surfaces. The technique of modified curvilinear transformation was employed to derive the expressions that correspond to the effect of irregularity slope fluctuations, which is not considered in the conventional vector theory of differential scattering. It is shown that it is possible to neglect the effect of irregularity slope to a high accuracy and thereby resort to conventional vector theory to determine the roughness parameters. Expressions were derived for the total integral scattering for different ratios between the correlation length and the wavelength of the scattered radiation.