# Последовательная генерация оптических гармоник высокого порядка в полых волноводах

А.М.Желтиков, А.Н.Наумов

Предложен метод компенсации фазовой расстройки при последовательной генерации оптических гармоник высокого порядка в наполненных газом полых волноводах. Показано, что последовательная генерация гармоник дает возможность дополнительного увеличения энергии гармоники по сравнению с прямой генерацией. Выбор газа и его давления в полом волноводе, параметров волновода, длины волны излучения накачки, а также возбуждение соответствующих волноводных мод позволяют обеспечить выполнение условий фазового синхронизма одновременно для всех этапов последовательной нелинейно-оптической генерации гармоник высокого порядка. Наполненный газом полый волновод в этих условиях может быть использован в качестве эффективного двухчастотного источника когерентного коротковолнового излучения.

Ключевые слова: генерация гармоник, полые волноводы, последовательные взаимодействия.

## Введение

О важной роли последовательных процессов при нелинейно-оптическом преобразовании частоты известно из классических работ по нелинейной оптике [1]. В настоящее время широко обсуждается возможность использования последовательных трехволновых взаимодействий, протекающих в среде с квадратичной нелинейностью в поле общей волны накачки, для повышения эффективности преобразования частоты в условиях квазисинхронных взаимодействий [2–5].

В настоящей работе показано, что идея достижения фазового согласования одновременно для двух или более нелинейно-оптических процессов с целью повышения эффективности преобразования частоты и одновременной генерации нескольких новых частотных компонент излучения является перспективной не только для трехволновых взаимодействий, но и для нелинейно-оптических процессов более высоких порядков. В частности, представляет особый интерес рассмотрение свойств и возможностей последовательных взаимодействий при генерации гармоник высоких порядков в наполненных газом полых волноводах.

Возможность увеличения длины нелинейно-оптического взаимодействия в газовой среде за счет использования полого диэлектрического волновода была продемонстрирована в работе [6]. Исследованию важных теоретических аспектов четырехволнового взаимодействия в газонаполненных полых волноводах посвящена работа [7]. Новый этап использования полых волноводов в нелинейной оптике был открыт работами [8, 9], в которых показано, что использование полого оптического волновода позволяет достичь эффективного уширения спектра сверхкороткого лазерного импульса за счет фазовой са-

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 19 ноября 1999 г.

момодуляции. Это уширение оказалось достаточным для последующего сжатия импульса до рекордно коротких длительностей. В настоящее время полые волноводы широко используются как для эффективной генерации коротковолнового излучения [10–13], так и для получения сверхкоротких импульсов [9, 14].

#### 1. Основные соотношения

Представим волны основного излучения (накачки) и *q*-й гармоники, распространяющиеся вдоль оси *z* в полом волноводе, заполненном газом, в следующем виде:

$$E_1 = \frac{1}{2} f_1^n(\rho) A^n(t, z) \exp[-i(\omega t - K_1^n z)] + \text{компл. сопр.}, \quad (1)$$

$$E_q = \frac{1}{2} f_q^m(\boldsymbol{\rho}) B_q^m(t, z) \exp[-\mathrm{i}(q\omega t - K_q^m z)] + \mathrm{компл. \, conp., }$$
(2)

где  $\omega$  – частота основного излучения; индекс q относится к излучению q-й гармоники;  $f_1^n(\rho), f_q^m(\rho)$  – поперечные распределения поля основного излучения и q-й гармоники в полом волноводе, соответствующие собственным модам  $EH_{1n}, EH_{1m}$  полого волновода соответственно;  $K_1^n, K_q^m$  – константы распространения волн накачки и гармоники, соответствующие собственным модам полого волновода;  $A^n(t, z), B_q^m(t, z)$  – медленно меняющиеся амплитуды импульсов накачки и гармоники.

При выполнении неравенств

$$\frac{\omega_i a}{c} \gg 1,\tag{3}$$

$$\left|\frac{K_i^m c}{\omega_i n_1(\omega_i)}\right| \ll 1,\tag{4}$$

где a – внутренний радиус полого волновода;  $n_1(\omega_i)$  – показатель преломления газа в полом волноводе для излучения с частотой  $\omega_i = i\omega$ , i = 1, 3, q, можно воспользоваться приближенными аналитическими решениями для поперечного распределения поля и постоянных распространения электромагнитного поля в полом волноводе. В частности, для мод *EH*<sub>1m</sub> полого волновода имеем [15]

$$f_i^{\ m}(\boldsymbol{\rho}) = J_0\left(\frac{u^m\rho}{a}\right),\tag{5}$$

где  $J_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка;  $u^m$  – собственное значение моды  $EH_{1m}$ . Константа распространения

$$K_i^m \approx \frac{\omega_i n_1(\omega_i)}{c} \left[ 1 - \left( \frac{u^m c}{a \omega_i n_1(\omega_i)} \right)^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{\mathrm{Im}\mu(\omega_1)}{a \omega_i} \right) \right], \quad (6)$$

где

$$\mu(\omega_i) = \frac{\varepsilon_2(\omega_i) + n_1^2(\omega_i)}{2n_1^2(\omega_i) \left[\varepsilon_2(\omega_i) - n_1^2(\omega_i)\right]^{1/2}}$$

для *ЕН*-мод;  $\varepsilon_2(\omega_i)$  – диэлектрическая проницаемость стенок волновода на частоте  $\omega_i$ .

Будем рассматривать последовательную генерацию *q*-й гармоники

$$\omega_3 = \omega + \omega + \omega, \ \omega_q = (q - 3l)\omega + l\omega_3, \tag{7}$$

где l – целое число. Процесс (7) предполагает, что поле с частотой  $\omega_q$  генерируется в два этапа: на первом этапе происходит генерация третьей гармоники, а на втором имеет место генерация *q*-й гармоники за счет нелинейности (q - 2l)-го порядка.

Пренебрегая истощением накачки и предполагая, что поперечное распределение излучения накачки соответствует волноводной моде  $EH_{1n}$ , запишем следующее уравнение для амплитуды моды  $EH_{1m}$  на частоте третьей гармоники:

$$\frac{\partial B_3^m}{\partial z} = \mathrm{i}\beta_3^{nm}(A^n)\exp(-\mathrm{i}\Delta k_3^{nm}z),\tag{8}$$

где  $\Delta k_3^{nm} = K_3^m - 3K_1^n - фазовая расстройка, записанная с учетом дисперсии волноводных мод;$ 

$$\beta_3^{nm}(A^n) = \frac{2\pi}{K_3^m} \left(\frac{\omega_3}{c}\right)^2 \frac{\int \int f_3^m(\boldsymbol{\rho}) P_3^{\rm NL} \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\int \int \left[f_3^m(\boldsymbol{\rho})\right]^2 \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}} \tag{9}$$

– нелинейный коэффициент, ответственный за генерацию третьей гармоники. Он зависит от амплитуды поля накачки через амплитуду нелинейной поляризованности среды  $P_3^{\rm NL}$  и учитывает поперечные распределения полей третьей гармоники и накачки для соответствующих мод волновода.

Предположим, что сигнал третьей гармоники возбужден в определенной волноводной моде  $EH_{1m}$ . В этом случае можно записать следующее уравнение для амплитуды моды  $EH_{1h}$  волны q-й гармоники, генерируемой в результате последовательного процесса (7):

$$\frac{\partial B_q^h}{\partial z} + \varkappa_q B_q^h = i\beta_q^{nh}(A^n) \exp\left(-i\Delta k_q^{nh}z\right) + \sum_{l\neq 0} i\gamma_{ql}^{nmh}(A^n, B_3^m) \exp\left(-i\Delta k_{ql}^{nmh}z\right),$$
(10)

А.М.Желтиков, А.Н.Наумов

где  $2\varkappa_q$  – коэффициент поглощения *q*-й гармоники;  $\Delta k_q^{nh} = K_q^h - qK_1^n$ ,  $\Delta k_{ql}^{nnh} = K_q^h - (q - 3l)K_1^n - lK_3^m = \Delta k_q^{nh} - l\Delta k_3^{nm} - фазовые расстройки для прямой и непрямой (с участием$ *l*квантов третьей гармоники) генерации*q*-й гармоники соответственно;

$$\beta_q^{nh}(A^n) = \frac{2\pi}{K_q^h} \left(\frac{\omega_q}{c}\right)^2 \frac{\int \int f_q^h(\boldsymbol{\rho}) P_q^{\mathrm{NL}} \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\int \int \left[f_q^h(\boldsymbol{\rho})\right]^2 \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}$$
(11)

– нелинейный коэффициент, ответственный за прямую генерацию q-й гармоники и зависящий от амплитуды поля накачки через амплитуду нелинейной поляризованности  $P_a^{\text{NL}}$ ;

$$\gamma_{ql}^{nmh}(A^n, B_3^m) = \frac{2\pi}{K_q^h} \left(\frac{\omega_q}{c}\right)^2 \frac{\int \int f_q^h(\boldsymbol{\rho}) P_{ql}^{\mathrm{NL}} \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\int \int \left[ f_q^h(\boldsymbol{\rho}) \right]^2 \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}$$
(12)

– нелинейный коэффициент, ответственный за генерацию q-й гармоники через непрямой процесс (7) и зависящий от амплитуды полей накачки и третьей гармоники через амплитуду нелинейной поляризованности  $P_{al}^{NL}$ .

## 2. Результаты и обсуждение

Как следует из выражений (10)-(12), эффективность процесса (7) последовательной генерации *q*-й гармоники зависит не только от амплитуды накачки  $A^n$ , но и от амплитуды третьей гармоники  $B_3^m$ . В случае достижения фазового синхронизма для генерации третьей гармоники амплитуда  $B_3^m$  возрастает с ростом *z*, открывая дополнительный канал перекачки энергии в *q*-ю гармонику. Это позволяет повысить интенсивность гармоники высокого порядка, генерируемой через синхронный последовательный процесс (7), по сравнению с интенсивностью гармоники того же порядка, генерируемой в результате прямого процесса.

На рис.1 представлены зависимости эффективного показателя преломления  $n_{\rm ef} = K_q^m c/\omega$ , рассчитанного для мод  $EH_{11}$ ,  $EH_{12}$ ,  $EH_{13}$  и  $EH_{14}$  полого волновода с внутренним диаметром a = 85 мкм, заполненного гелием при давлении p = 0.018 атм, от длины волны излучения. В этих расчетах использовались данные [16–19] о частотных зависимостях коэффициента поглощения и показателя преломления гелия. Как показывают результаты расчетов, приведенные на рис.1, эффективный показатель преломления для волноводной моды  $EH_{11}$  на дли-



Рис.1. Зависимости эффективного показателя преломления  $n_{ef}$ , рассчитанного для мод  $EH_{11}(I)$ ,  $EH_{12}(2)$ ,  $EH_{13}(3)$  и  $EH_{14}(4)$  полого волновода с внутренним диаметром a = 85 мкм, заполненного гелием при давлении p = 0.018 атм, от длины волны излучения.



Рис.2. Зависимости фазовых расстроек, рассчитанных для прямой генерации 13-й гармоники  $\Delta k_q^{nh}(l)$ , последовательной генерации 13-й гармоники через генерацию третьей гармоники  $\Delta k_{ql}^{nmh}$  для l = 1 (2), генерации третьей гармоники  $\Delta k_3^{nm}(3)$ , а также коэффициента поглощения для 13-й гармоники (4) от давления гелия, наполняющего полый волновод с внутренним радиусом a = 75 мкм, для длины волны накачки 0.24 мкм и модовых индексов n = 1, m = 3, h = 1.

не волны  $\lambda_0 = 252.9$  нм равен эффективному показателю преломления третьей гармоники с длиной волны  $\lambda_0/3 =$ 84.3 нм, возбужденной в волноводной моде  $EH_{13}$ . Показатели преломления на частоте излучения накачки и третьей гармоники в данном случае равны единице, поэтому любая последовательная генерация гармоники достаточно высокого порядка в этих условиях близка к синхронной, т. к. эффективные показатели преломления для гармоник высокого порядка также близки к единице (см. рис.1).

На рис.2 представлены зависимости фазовых расстроек, рассчитанные для прямой генерации 13-й гармоники, последовательной генерации (7) 13-й гармоники через генерацию третьей гармоники, генерации третьей гармоники, а также коэффициента поглощения для 13-й гармоники от давления гелия р, наполняющего полый волновод с внутренним радиусом *a* = 75 мкм, для длины волны накачки 0.24 мкм и модовых индексов n = 1, m =3, h = 1. При давлении гелия p = 0.017 атм, как свидетельствуют результаты расчетов, одновременно выполняются условия фазового синхронизма для прямой и последовательной генерации 13-й гармоники, а также для генерации третьей гармоники в волноводной моде *EH*<sub>13</sub>. Таким образом, в этих условиях полый волновод может использоваться для когерентной генерации коротковолнового излучения одновременно на двух частотах.

Результаты расчетов, представленные на рис.2, показывают также, что важную роль при генерации гармоник высокого порядка в полых волноводах играет поглощение (кривая 4 на рис.2). Поглощение на частоте третьей гармоники существенно менее важно, что позволяет использовать последовательную генерацию гармоник для повышения эффективности генерации высоких гармоник за счет перекачки энергии из третьей гармоники в условиях, когда прямая генерация высокой гармоники выходит на насыщение вследствие влияния поглощения [20], а интенсивность третьей гармоники продолжает расти как функция координаты распространения.

С физической точки зрения специфика задач, связанных с исследованием последовательных взаимодействий при генерации гармоник высоких порядков в полых волноводах, обусловлена тем, что, в отличие от структур для квазисинхронных взаимодействий, использующих нелинейности второго порядка [21, 22] и позволяющих, как упоминалось выше, реализовывать последовательные квазисинхронные трехволновые взаимодействия [2–5], наполняющие полый волновод газы обладают нелинейностями только нечетных порядков. Вместе с тем, благодаря превышению порога пробоя газа, наполняющего полый волновод, над характерным для твердого тела порогом пробоя, в полый волновод может быть введено излучение накачки гораздо более высокой интенсивности, чем в твердотельные структуры для квазисинхронных взаимодействий. При этом оказывается возможным получение коротковолнового излучения за счет использования нелинейных процессов высоких порядков.

Важно отметить также, что использование газа, наполняющего полый волновод, в качестве нелинейно-оптической среды позволяет решить проблему расплывания коротких лазерных импульсов в процессе нелинейнооптического взаимодействия из-за дисперсии групповой скорости [23, 24]. Кроме того, ввиду высоких эффективностей генерации второй гармоники и параметрического преобразования частоты, достигаемых в структурах с регулярной доменной структурой [21,22], в дальнейшем представляет интерес рассмотреть возможности обобщения предложенного в настоящей работе метода компенсации фазовой расстройки на случай нелинейно-оптических взаимодействий в волноводах на основе кристаллов с подобной структурой.

### Заключение

Таким образом, выполненный в данной работе теоретический анализ показывает, что последовательные нелинейно-оптические взаимодействия открывают новые возможности повышения эффективности генерации оптических гармоник высокого порядка в наполненных газом полых волноводах и управления подобными процессами. Анализ эффектов распространения при нелинейнооптических взаимодействиях в таких волноводах показывает, что последовательная генерация гармоник дает возможность дополнительного увеличения энергии излучения гармоники по сравнению с прямым процессом.

Выбор газа и его давления в полом волноводе, параметров волновода, длины волны излучения накачки, а также возбуждение соответствующих волноводных мод позволяют обеспечить выполнение фазового синхронизма одновременно для каждого из последовательных этапов нелинейно-оптической генерации гармоник высокого порядка. Наполненный газом полый волновод в этих условиях может использоваться в качестве эффективного двухчастотного источника когерентного коротковолнового излучения.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № 00-15-99304, РФФИ (гранты № 97-02-17351, № 00-02-17567) и INTAS (грант № 97-0369).

- 1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики (М., ВИНИТИ, 1964).
- Aleksandrovski A.L., Chirkin A.S., Volkov V.V. J.Russian Laser Res., 18, 101 (1997).
- 3. Pfister O., Wells J.S., Hollberg L. et al. Optics Letts, 22, 1211 (1997).
- Комиссарова М.В., Сухоруков А.П., Терешков В.А. Изв.РАН. Сер.физич., 61, 2298 (1997).
- Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю., Наумова И.И., Чиркин А.С. Квантовая электроника, 25, 1046 (1998).
- 6. Miles R.B., Laufer G., Bjorklund G.C. *Appl.Phys.Letts*, **30**, 417 (1977).
- 7. Архипкин В.Г., Геллер Ю.И., Попов А.К., Проворов А.С. Кван-

товая электроника, 12, 1429 (1985).

- 8. Nisoli M., de Silvestri S., Svelto O. Appl. Phys. Letts, 68, 2793 (1996).
- Nisoli M., de Silvestri S., Svelto O., Szipöcs R., Ferencz K., Spielmann Ch., Sartania S., Krausz F. Optics Letts, 22, 522 (1997).
- Durfee C.G. III, Backus S., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Optics Letts*, 22, 1565 (1997).
- 11. Rundquist A., Durfee C.G. III, Chang Z., Herne C., Backus S., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Science*, **5368**, 1412 (1998).
- 12. Tamaki Y., Midorikawa K., Obara M. Appl. Phys. B, 67, 59 (1998).
- Constant E., Garzella D., Breger P., Mevel E. et al. *Phys.Rev.Letts*, 82, 1668 (1999).
- Durfee C.G. III, Backus S., Kapteyn H.C., Murnane M.M. Optics Letts, 24, 697 (1999).
- 15. 15. Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A. Bell Syst. Techn. J., 43, 1783 (1964).
- Зимкина Т.М., Фомичев В.А. Ультрамягкая рентгеновская спектроскопия (Л., изд-е Ленингр.ун-та, 1971).
- Зайдель А.Н., Шрейдер Е.Я. Спектроскопия вакуумного ультрафиолета (М., Наука, 1967).
- Блохин М.А., Швейцер И.Г. Рентгеноспектральный справочник (М., Наука, 1982).
- Landolt Börnshtein Physikalisch-Chemische Tabellen (Berlin, Springer, 1931, Bd. II; 1935, Bd. III).

- Koroteev N.I., Naumov A.N., Zheltikov A.M. Laser Phys., 4, 1160 (1994).
- 21. Fejer M.M., Magel G.A., Jundt D.H., Byer R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2631 (1992).
- 22. Byer R.L. J. Nonlinear Opt. Phys. Mater., 6, 549 (1997).
- 23. Koroteev N.I., Zheltikov A.M. Appl. Phys. B, 67, 53 (1998).
- Желтиков А.М., Коротеев Н.И., Наумов А.Н. ЖЭТФ, 115, 1561 (1999).

A.M.Zheltikov, A.N.Naumov. Successive high-order harmonic generation in hollow fibres.

The method for phase-matching successive high-order harmonic generation in gas-filled hollow fibres is proposed. Successive harmonic generation allows the energy of optical harmonics to be increased as compared with the direct harmonic-generation process. With an appropriate choice of the sort and the pressure of the gas filling the fibre, parameters of the fibre, the wavelength of pump radiation, and the waveguide modes, phase-matching conditions can be simultaneously satisfied for all the steps of successive nonlinear optical high-order harmonic generation. Under these conditions, a gas-filled hollow fibre may serve as an efficient two-colour source of coherent short-wavelength radiation.