PACS 42.65.Wi; 42.82.Et

К теории распространения света в трехканальных нелинейных направленных ответвителях

П.И.Хаджи, О.К.Орлов

Получено точное аналитическое решение задачи о распространении света в трехканальном нелинейном направленном ответвителе с идентичными параллельными световодами в геометрии правильного треугольника при произвольной зависимости постоянной распространения от интенсивности света.

***Ключевые слова**: трехканальный нелинейный направленный ответвитель, постоянная распространения.*

Теория стационарного распространения лазерного излучения в нелинейных направленных ответвителях (ННО) строится обычно для случая, когда постоянные распространения β зависят от интенсивностей J распространяющихся волн. К настоящему времени детально исследованы свойства двухканальных ННО, постоянные распространения которых содержат керровскую поправку (слагаемое, пропорциональное интенсивности света) [1 – 3]: построена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая распространение света в связанных параллельных световодах, и получены аналитические решения уравнений, выражающиеся через эллиптические функции.

Вместе с тем в ряде работ [3 – 7] предприняты попытки численными методами изучить свойства трех- и многоканальных ННО с керровской поправкой к постоянной распространения. В [4] показано, что трехканальные ННО обладают рядом преимуществ перед двухканальными. В [3] численными методами изучено переключение света в трехканальных ННО в линейной геометрии и геометрии правильного треугольника, а в работе [6] – в трех-, четырех- и пятиканальных ННО. Однако общие аналитические решения системы связанных нелинейных дифференциальных уравнений для амплитуд полей в каждом из каналов многоканальных ННО, насколько нам известно, не получены даже для керровских сред.

Ниже представлены квадратурные аналитические решения системы нелинейных уравнений для связанных волн, распространяющихся вдоль трехканального ННО в геометрии правильного треугольника при произвольной нелинейной зависимости постоянной распространения β от интенсивности J волны.

Пусть ННО состоит из трех идентичных параллельных световодов, для которых постоянная распространения β дается выражением

$$\beta = \beta_0 + f(J), \tag{1}$$

где β_0 – константа, а $f(J)$ – произвольная функция интенсивности волны. В сечении ННО, перпендикулярном направлению распространения света, световоды располагаются так, что их оси находятся в углах равностороннего треугольника. Константу γ связи каждого из световодов с двумя другими считаем не зависящей от интенсивности света, что практически всегда выполняется [1, 3]. Нелинейные дифференциальные уравнения для связанных волн с амплитудами E_1, E_2, E_3, распространяющихся вдоль оси x каждого из световодов ННО, в этом случае имеют вид [1 – 7]

$$E_1' = -\mathrm{i}[\beta_0 + f(J_1)]E_1 + \mathrm{i}\gamma(E_2 + E_3), \tag{2}$$

$$E_2' = -\mathrm{i}[\beta_0 + f(J_2)]E_2 + \mathrm{i}\gamma(E_1 + E_3), \tag{3}$$

$$E_3' = -\mathrm{i}[\beta_0 + f(J_3)]E_3 + \mathrm{i}\gamma(E_1 + E_2), \tag{4}$$

где штрих в левой части уравнений означает дифференцирование по координате x (ось x ННО совпадает с направлением распространения света).

Найдем решения этой системы, полагая, что на вход одного из световодов ННО (например, первого) подается лазерное излучение с амплитудой поля E_0 (интенсивность J_0). Из физических соображений и соображений симметрии ясно, что поскольку световоды идентичны, то амплитуды полей во втором и третьем световодах ННО будут одинаковыми: $E_3 = E_2$. Тогда система (2) – (4) сведется к системе двух нелинейных уравнений вида

$$E_1' = -\mathrm{i}[\beta_0 + f(J_1)]E_1 + 2\mathrm{i}\gamma E_2, \tag{5}$$

$$E_2' = -\mathrm{i}[\beta_0 + f(J_2)]E_2 + 2\mathrm{i}\gamma(E_1 + E_2). \tag{6}$$

Таким образом, рассмотрение трехканального ННО с идентичными световодами сводится к рассмотрению эквивалентного двухканального ННО с двумя различными световодами, постоянные распространения которых $\beta_1 = \beta_0 + f(J_1)$, $\beta_2 = \beta_0 + f(J_2) - \gamma$, а константа связи первого световода со вторым в два раза больше константы связи второго световода с первым.

Далее введем в рассмотрение функции

$$J_1 = \frac{c}{8\pi}|E_1|^2,\ J_2 = \frac{c}{8\pi}|E_2|^2,$$

Приднестровский государственный университет им. Т.Г.Шевченко, Молдавия, 3300 Тирасполь, ул. 25 Октября, 128

Поступила в редакцию 4 октября 1999 г.

$$Q = \mathrm{i}\frac{c}{8\pi}\left(E_1^* E_2 - E_1 E_2^*\right), \tag{7}$$
$$R = \frac{c}{8\pi}\left(E_1^* E_2 + E_1 E_2^*\right).$$

Используя (5), (6) и комплексно-сопряженные им уравнения, для новых функций получаем следующую систему нелинейных уравнений:

$$J_1' = -2\gamma Q, \quad J_2' = \gamma Q, \tag{8}$$

$$Q' = [f(J_1) - f(J_2) + \gamma]R + 2\gamma(J_1 - 2J_2), \tag{9}$$

$$R' = -[f(J_1) - f(J_2) + \gamma]Q. \tag{10}$$

Найдем решение этой системы при следующих граничных условиях:

$$J_{1|x=0} = J_0,\ J_{2|x=0} = 0,\ Q_{|x=0} = R_{|x=0} = 0. \tag{11}$$

Из (8) получаем первый интеграл движения

$$J_1 + 2J_2 = J_0, \tag{12}$$

который является следствием закона сохранения энергии в системе. Из (8)–(11) легко получить второй интеграл движения

$$Q^2 + R^2 = 4J_1J_2. \tag{13}$$

Наконец, из (8), (10) и (12) легко получить третий интеграл движения

$$R = \frac{1}{2\gamma}[F(J_1) - F(J_0) + 2F(J_2)] - J_2, \tag{14}$$

где

$$F(J) = \int_0^J f(x)\mathrm{d}x, \tag{15}$$

причем $F(0) = 0$.

Используя (8), (13) и (14), получаем решение в квадратурах для пространственного распределения интенсивности J_2 света во втором (третьем) световоде:

$$\int_0^{J_2}[-W(y)]^{-1/2}\mathrm{d}y = \gamma x, \tag{16}$$

где

$$W(J_2) = \left\{\frac{1}{2\gamma}[F(J_1) - F(0) + 2F(J_2)] - J_2\right\}^2 - 4J_1J_2 \tag{17}$$

играет роль потенциальной энергии консервативного нелинейного осциллятора, колебания которого существуют только в той области значений переменной J_2, в которой $W(J_2) \leqslant 0$. Из условия $W(J_2) = 0$ легко определить максимальную интенсивность $J_{2\max}$ света во втором (третьем) световоде. Если $f(J)$ – достаточно сложная функция и интеграл (16) не представляется через известные функции, то на этом (последнем) этапе можно использовать численные методы и интегрировать одно уравнение, а не систему (8)–(10) либо (2)–(4).

Полагая $f(J) = \alpha J$ (часто используемая керровская поправка [1–7]), получаем $F(J) = {}^1/_2\alpha J_2^2$ и

$$W(J_2) = J_2\left[J_2\left(\frac{3}{2}\frac{\alpha}{\gamma}J_2 - \frac{\alpha}{\gamma}J_0 - 1\right)^2 - 4(J_0 - 2J_2)\right]. \tag{18}$$

В этом случае интеграл (16) выражается через эллиптические функции. Распространение света сопровождается его периодической перекачкой из первого световода во второй и третий и обратно. Длина связи и максимальная интенсивность света, перекачиваемого в соседние световоды, определяются падающей на передний торец первого световода интенсивностью J_0. Из (18) следует, что $J_{2\max} = {}^4/_9\,J_0$ при $\alpha = 0$ и монотонно убывает с ростом J_0.

Если положить $f(J) = \alpha(1 + J/J_\mathrm{s})^{-1}$ (постоянная распространения насыщается с ростом J), где J_s – интенсивность насыщения, α – константа, то $F(J) = \alpha J_\mathrm{s}\ln(1+J/J_\mathrm{s})$,

$$W(J_2) = \left\{J_2 - \frac{\alpha J_\mathrm{s}}{2\gamma}\ln\frac{(1 + J_2/J_\mathrm{s})^2[1 + (J_0 - 2J_2)/J_\mathrm{s}]}{1 + J_0/J_\mathrm{s}}\right\}^2$$
$$- 4J_2(J_0 - 2J_2). \tag{19}$$

В этом случае интеграл в (16) не представляется через известные функции. Тем не менее видно, что по-прежнему имеет место периодическая перекачка света из первого световода во второй (третий) и обратно, а длина связи и максимально возможная перекачка зависят от уровня возбуждения J_0.

Таким образом, задачу о распространении лазерного излучения в трехканальном ННО с идентичными световодами в геометрии правильного треугольника удается решить в квадратурах для произвольной нелинейной зависимости постоянной распространения от интенсивности распространяющегося света.

1. Jensen S.M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **18**, 1580 (1982).
2. Chen J. *IEEE J. Quanum. Electron.*, **25**, 2149 (1989).
3. Майер А.А. *УФН*, **9**, 1037 (1995); *УФН*, **11**, 1171 (1996).
4. Finlayson N., Stegeman G.I. *Appl.Phys.Letts*, **56**, 2276 (1990).
5. Soto-Crespo J.M., Wright E.M. *J. Appl.Phys.*, **70**, 7240 (1991).
6. Schmidt-Hattenberger C., Trutschel U., Lederer F. *Optics Letts*, 1**6,** 294 (1991).
7. Eisenberg H.S., Silberberg Y., Morandotti R., Boyd A.R., Aitchison J.S. *Phys.Rev.Letts*, **81**, 3383(1998).

P.I.Khadzhi, O.K.Orlov. Theory of light propagation in three-core nonlinear directional couplers.

An exact analytic solution is obtained for the problem of light propagation in a three-core nonlinear directional coupler with identical parallel fibres in the geometry of a regular triangle for an arbitrary dependence of the propagation constant on the light intensity.