ПРИГЛАШЕННАЯ СТАТЬЯ

PACS 42.65Ky; 42.70.Mp

Преобразование частоты бесселевых световых пучков нелинейными кристаллами

В.Н.Белый*, Н.С.Казак*, Н.А.Хило**

Теоретически и экспериментально исследованы особенности преобразования частоты бесселевых световых пучков (БСП) нелинейными кристаллами. Обсуждаются новые возможности и перспективы развития методов нелинейнооптического преобразования частот, обусловленные использованием БСП. Исследована ГВГ в условиях критического и некритического фазовых синхронизмов. Детально проанализированы продольный и поперечный синхронизмы при ГВГ и сложении частот БСП. Введено понятие азимутальной ширины синхронизма, обусловленной продольной и поперечной волновыми расстройками; рассчитано ее значение для коллинеарного и π -векторного взаимодействий. Выделен режим азимутально-согласованных взаимодействий, который реализуется при малой азимутальной ширине синхронизма. Предсказано, что в результате данных взаимодействий возникает корреляция азимутальных компонент пучков. Показано, что для азимутально-коррелированных БСП характерны значительное возрастание интеграла перекрытия и реализация нелинейных взаимодействий, не разрушающих пространственную структуру пучков.

Ключевые слова: бесселевы световые пучки, генерация гармоник, сложение частот лазерного излучения.

Введение

Исследование бесселевых световых пучков (БСП) началось сравнительно недавно [1–4]. Первоначальный интерес к ним был связан с так называемым свойством их бездифракционности [1]. Оно состоит в том, что изменение амплитудно-фазового профиля БСП, распространяющегося в свободном пространстве, обусловлено лишь его ограниченным поперечным размером. В связи с этим приосевая часть пучка испытывает минимальные дифракционные искажения. Более того, экранирование центральной зоны БСП вызывает компенсирующий радиальный поток энергии, восстанавливающий поперечный профиль пучка. Данные особенности БСП являются уникальными и могут быть использованы в различных областях оптики, спектроскопии, лазерной физики, а также при исследовании взаимодействия света с веществом.

В последние годы интенсивно развивается нелинейная оптика БСП [5-22]. К настоящему времени с использованием БСП получено большинство известных нелинейно-оптических эффектов, ранее изученных для пучков гауссова типа. Исследовано самовоздействие [5], генерация второй [6-8, 19, 21] и третьей гармоник [9-11, 15], ВКР [12, 16, 17] и параметрическое преобразование частоты света [13, 14, 18, 20, 22]. Показано, что основной особенностью нелинейно-оптического преобразования частоты бесселевыми пучками является ведущая роль векторных взаимодействий. Эта особенность следует из структуры спектра пространственных частот БСП, пред-

**Отдел оптических проблем информатики НАН Белоруссии, 220141 Минск, ул. Купревича, 1, к.2; эл. почта: nkhilo@optoinform.bas-net.by ставляющей собой, как известно, круговой конус в пространстве волновых векторов.

Несмотря на достаточно большой объем исследований, остаются невыясненными важные вопросы, касающиеся преимуществ и перспектив применения БСП для преобразования частот. Эти вопросы особенно актуальны в связи с тем, что существующие в настоящее время нелинейно-оптические частотные преобразователи, использующие лазерные пучки гауссова и супергауссова типов, характеризуются большим разнообразием, высокой эффективностью и надежностью. Задачей данной работы является не только обобщение результатов, касающихся особенностей преобразования частот БСП, но также выявление новых возможностей и перспектив, которые могут проявиться в нелинейной оптике бесселевых пучков.

1. Продольный фазовый синхронизм при трехчастотном взаимодействии бесселевых пучков

Особенность нелинейно-оптических свойств БСП, в отличие от свойств гауссовых пучков, состоит в возможности вовлечения в нелинейно-оптические процессы не только коллинеарных, но и различных векторных взаимодействий в пределах конусов волновых векторов пучков. Однако в общем случае различные векторные взаимодействия не одинаково эффективны. Существует ряд ограничений эффективности, первое из которых заключается в необходимости выполнения условия продольного синхронизма.

Рассмотрим общий случай трехволнового ое – е-взаимодействия типа II в одноосном кристалле или в главной плоскости двухосного кристалла и исследуем волновую расстройку $\Delta k_z = k_{2ez} - k_{1oz} - k_{1ez}$ (рис.1,*a*). Разлагая продольные компоненты $k_{1o,ez}$ и k_{2ez} волновых векторов в

^{*}Институт физики им.Б.И.Степанова НАН Белоруссии, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 70

Поступила в редакцию 21 января 2000 г.; после доработки – 10 мая 2000 г.



Рис.1. Геометрия трехволнового взаимодействия БСП (*a*) и синхронизм поперечных компонент волновых векторов (δ). Ось *Z* расположена в главной плоскости одноосного кристалла либо в одной из трех главных плоскостей двухосного кристалла.

ряд по малым поперечным компонентам q_m , получаем в условиях критического фазового синхронизма следующее выражение для Δk_z :

$$\Delta k_z \approx \Delta k_{\rm G} + \beta_2 q_{2x} - \beta_1 q_{1\rm ex} - \frac{q_2^2}{2k_{2\rm e}} + \frac{q_{1\rm o}^2}{2k_{1\rm o}} + \frac{q_{1\rm e}^2}{2k_{1\rm e}}, \quad (1)$$

где $\Delta k_{\rm G} = k_{2\rm e} - k_{1\rm o} - k_{1\rm e}$ – волновая расстройка для гауссовых пучков при условии их распространения вдоль оси БСП; $\beta_1 = \partial k_{1\rm ez}/\partial q_{1\rm ex}$, $\beta_2 = \partial k_{2\rm ez}/\partial q_{2\rm ex}$ – углы двулучепреломления; q_2 – параметр конусности БСП на удвоенной частоте. Далее поперечные компоненты q_m будем называть параметрами конусности БСП. Для корректного описания трехволнового взаимодействия необходимо ввести расстройку также и для поперечных компонент (см. ниже разд.4 и рис.1, δ):

$$\Delta q = q_2 - q_{1o} \cos \Delta \varphi_o - q_{1e} \cos \Delta \varphi_e.$$
⁽²⁾

В случае ГВГ бесселевыми пучками с одинаковыми параметрами конусности q_1 формулы (1), (2) примут вид

$$\Delta k_z \approx \Delta k_{\rm G} + \beta_2 q_{2x} - \beta_1 q_{1x} - \frac{q_2^2}{2k_{2\rm e}} + \frac{q_1^2}{k_{1\rm o}},\tag{3}$$

$$\Delta q = q_2 - 2q_1 \cos \Delta \varphi. \tag{4}$$

Так, при $\Delta \varphi = 0$ и $\Delta q = 0$ реализуется коллинеарный синхронизм и имеет место соотношение $q_2 = 2q_1$. При $\Delta \varphi = \pi/2$ реализуется векторный синхронизм противоположно ориентированных плосковолновых компонент БСП (π -синхронизм), и при этом $q_2 \approx 0$. В случае $0 < \Delta \varphi < \pi/2$ реализуются всевозможные векторные синхронизмы.

Вводя углы конусности γ_m БСП соотношениями $\sin \gamma_{10,e} = q_{10,e}/k_{10,e}, \sin \gamma_2 = q_2/k_{2e}$ и полагая эти углы малыми, из (4) при $\Delta q = 0$ получаем

$$\Delta k_{z} \approx \Delta k_{\rm G} - k_{\rm 1o} [\gamma_{2}^{2} - \frac{1}{2} (\gamma_{1o}^{2} + \gamma_{1e}^{2}) + \beta_{1} \gamma_{1e} \cos \varphi_{1x} - 2\beta_{2} \gamma_{2} \cos \varphi_{2x}].$$
(5)

Формула (5) описывает волновую расстройку как функцию азимутальных углов φ_{1x} и φ_{2x} плосковолновых компонент БСП основной частоты и второй гармоники (рис.1, δ). Данные углы не являются независимыми, а связаны соотношением (рис.1, δ) $\varphi_{2x} = \varphi_{1x} + \Delta \varphi_e$. Для коллинеарного синхронизма $\Delta \varphi_o = \Delta \varphi_e = 0$, а для π синхронизма $\Delta \varphi_o + \Delta \varphi_e = \pi$. Предельные расстройки (5) для коллинеарного и π -синхронизмов имеют место при $\varphi_{1,2x} = 0$ и 180°:

$$\Delta k_{z\,\text{coll}}^{\pm} = \Delta k_{\text{G}} \pm \gamma_1 k_{1\text{o}} (2\beta_2 - \beta_1), \tag{6}$$

$$k_{z \operatorname{vect}}^{\pm} = \Delta k_{\mathrm{G}} + k_{10} \gamma_1^2 \pm k_{10} \gamma_1 \beta_1.$$
⁽⁷⁾

Из формул (6), (7) видно, что диапазон изменения волновых расстроек определяется углами анизотропии $\beta_{1,2}$ а также зависит от параметра $\Delta k_{\rm G}$.

Δ

Таким образом, волновая расстройка в анизотропном кристалле является азимутально-зависимой. Азимутальная зависимость расстройки приводит в общем случае к нарушению цилиндрической симметрии распределения интенсивности второй гармоники. Это существенно, в первую очередь, для взаимодействия коллинеарного типа, при котором в аксиально-симметричной геометрии возможна генерация БСП на удвоенной частоте.

По известным волновым расстройкам из условия $\Delta k_z^{\pm} L = \pm \pi$ могут быть рассчитаны когерентные длины для коллинеарных и π -векторных взаимодействий

$$L_{\text{coll}}^{\pm} = \frac{\pi}{|\Delta k_{\text{G}} \pm \gamma_{1} k_{1\text{o}} (2\beta_{2} - \beta_{1})|},$$

$$L_{\text{vect}}^{\pm} = \frac{\pi}{|\Delta k_{\text{G}} + \gamma_{1} k_{1\text{o}} (\gamma_{1} \pm \beta_{1})|}.$$
(8)

Как следует из (8), для достижения максимальной когерентной длины в случае коллинеарного взаимодействия необходимо выбрать $\Delta k_G = 0$. В то же время при векторном взаимодействим оптимальным является выбор отличной от нуля расстройки Δk_G .

Приведем в качестве примера численную оценку когерентных длин для ГВГ излучения YAG:Nd-лазера в кристалле КТР, для которого $\beta_1 \approx 0.202^\circ$, $\beta_2 \approx -0.268^\circ$ [23]. Полагая угол конусности БСП основной частоты вне кристалла равным 1°, получаем $L_{\rm coll} \approx 5$ мм при $\Delta k_{\rm G}$ = 0. В случае π -синхронизма для увеличения когерентной длины следует выбрать $\Delta k_{\rm G} = 0.4 \,\,{\rm Mm}^{-1}$. При таком выборе $\Delta k_{\rm G}$ минимальная длина $L_{\rm vect}$ оказывается равной \sim 3 мм, а минимальная длина $L_{\rm coll}$ также равна примерно 3 мм. Следовательно, в кристалле КТР толщиной ~ 3 мм как коллинеарные, так и $\pi\text{-}\mathsf{векторные}$ взаимодействия будут осуществляться в пределах угловой ширины продольного синхронизма. Для кристалла большей толщины аксиальная симметрия взаимодействия может быть достигнута, как следует из (8), за счет уменьшения угла конусности у1.

Когерентная длина (8) зависит также от типа взаимодействия. При взаимодействии оо–е в одноосных кристаллах в формулах (8) необходимо положить $\beta_1 = 0$. При этом π -векторное взаимодействие оказывается аксиально-симметричным, а коллинеарное взаимодействие будет, как и ранее, азимутально-неоднородным. Для сильно анизотропных кристаллов, таких как BBO, для которого $\beta_2 = -3.187^{\circ}$ [23], когерентная длина L_{coll} мала и для ее увеличения нужно соответственно уменьшать параметр конусности γ_1 .

Рассмотрим далее схему ГВГ бесселевыми пучками при их распространении в направлении некритического синхронизма. В частности, для одноосных кристаллов это есть направление 90°-ного синхронизма, а для двухосных – направления, совпадающие с кристаллофизическими осями. В качестве примера рассмотрим взаимодействие типа I в кристалле KNbO₃, имеющем симметрию *mm*2. БСП основной частоты, поляризованный по направлению $X_2 || a$, распространяется вдоль оси $X_1 || b$ и возбуждает вторую гармонику с поляризацией вдоль оси



Рис.2. Ориентация БСП основной частоты в схеме некритического синхронизма при ГВГ.

 X_3 (рис.2). При комнатной температуре (t = 22 °C) такой синхронизм имеет место вблизи длины волны $\lambda = 982$ нм, а при t = 181 °C – на $\lambda = 1.064$ нм [24].

В окрестности оси X_1 для малых углов γ показатели преломления быстрой (N_+) и медленной (N_-) волн имеют вид

$$N_{+}(\varphi_{1}) = N_{3} + \gamma^{2} \delta_{13} \sin^{2} \varphi_{1},$$

$$N_{-}(\varphi_{1}) = N_{2} + \gamma^{2} \delta_{12} \cos^{2} \varphi_{1},$$
(9)

где $\delta_{13} = N_3^3 (N_3^{-2} - N_1^{-2})/2; \delta_{12} = N_2^3 (N_2^{-2} - N_1^{-2})/2; N_{1,2,3}$ – главные показатели преломления кристалла KNbO₃ вдоль кристаллооптических осей X_1, X_2, X_3 (рис.2). Так как $N_1 > N_2 > N_3$, то, следовательно, $\delta_{12} > 0$ и $\delta_{13} > 0$.

Условие фазового синхронизма для коллинеарного взаимодействия типа I, когда медленная волна основной частоты возбуждает быструю волну второй гармоники, с учетом (9) запишется в виде

$$\Delta k_z(\lambda, \varphi_1) = \Delta k_G(\lambda) + 2k_0\gamma^2$$
$$\times [\delta_{13}(\lambda)\sin^2\varphi_1 - \delta_{12}(\lambda)\cos^2\varphi_1], \qquad (10)$$

где $\Delta k_{\rm G}(\lambda) = 2k_0[N_3(\lambda/2) - N_2(\lambda)]$. Формула (10) позволяет определять волновые расстройки для любого азимутального угла φ_1 в пределах конуса волновых векторов БСП. При этом характер азимутальной зависимости Δk_z существенно определяется знаком расстройки для гауссова пучка $\Delta k_{\rm G}$. В области длин волн, где $\Delta k_{\rm G} > 0$, максимальная расстройка реализуется при $\varphi_1 = \pi/2$. Если $\Delta k_{\rm G} < 0$, то расстройка максимальна при $\varphi_1 = 0$.

В случае KNbO₃ при комнатной температуре в соответствии с формулами Селлмейера [23] имеем $\Delta k_{\rm G} = 0$ на длине волны $\lambda_{10} = 982.1$ нм; при этом для $\lambda < \lambda_{10}$ расстройка $\Delta k_{\rm G}$ положительна, а для $\lambda > \lambda_{10}$ – отрицательна. В области длин волн $\lambda < \lambda_{10}$ соответствующая углу $\varphi_1 = \pi/2$ минимальная длина когерентности $L_{\rm left} = \lambda/4 |N_3(\lambda/2) - N_2(\lambda) + \gamma^2 \delta_{13}|$; при $\lambda > \lambda_{10}$ минимальная длина когерентности $L_{\rm right} = \lambda/4 |N_3(\lambda/2) - N_2(\lambda) - \gamma^2 \delta_{12}|$ соответствует углу $\varphi_0 = 0$. Зависимости когерентных длин от λ в окрестности $\lambda = \lambda_{10}$ показаны на рис.3. Видно, что $L_{\rm coh}$ быстро уменышается с увеличением отстройки длины волны от λ_{10} . К примеру, неравенство $L_{\rm coh} > 3$ мм имеет место в интервале длин волн 981.76 нм $< \lambda < 982.34$ нм.

Таким образом, в данном интервале шириной ~ 0.7 нм коллинеарный синхронизм реализуется для всех азимутальных углов. Вне указанного диапазона генерация азимутально-однородного поля второй гармоники становится невозможной.



Рис.3. Зависимости когерентных длин $L_{\text{left}}(a)$ и $L_{\text{right}}(\delta)$ от длины волны для кристалла KNbO₃ при угле конусности $\gamma_1 = 1$ (*I*) и 2° (2).

Аналогичное рассмотрение можно провести, например, для кристалла LBO, для которого $N_1 < N_2 < N_3$ в системе кристаллооптических осей $X_1 || a, X_2 || c, X_3 || b$. БСП основной частоты, линейно поляризованный по X_3 и распространяющийся вдоль оси X_2 будет генерировать БСП второй гармоники с поляризацией по X_1 . При этом синхронизм типа I будет выполняться при комнатной температуре на длине волны $\lambda \approx 551$ нм [23]. Для расчета волновых расстроек применимы формулы (9), (10) с учетом замены $N_3 \rightarrow N_1, N_1 \rightarrow N_2, N_2 \rightarrow N_3$.

Наконец, в одноосных кристаллах некритический синхронизм для бесселевых пучков реализуется при распространении вдоль 90°-ного синхронизма. Для нахождения волновых расстроек в этом случае необходимо в формулах (9), (10) положить $\delta_{12} = 0$, $\delta_{13} = N_e^3 (N_e^{-2} - N_o^{-2})/2$ и угол φ_1 отсчитывать от направления оптической оси.

2. Азимутальная ширина синхронизма для коллинеарных и векторных взаимодействий

Наряду с характеристиками, традиционными для ГВГ гауссовыми световыми пучками, такими как угловая и спектральная ширина синхронизма, в нелинейной оптике БСП существенное значение имеет азимутальная ширина синхронизма. Необходимость введения данной характеристики ГВГ обусловлена тем, что изменение $\delta \varphi$ азимутального угла между взаимодействующими плосковолновыми компонентами БСП (см. рис.1) вызывает изменение волновой расстройки $\Delta k_z(\delta \varphi)$.

Проведем расчет азимутальной ширины синхронизма для ГВГ. Рассмотрим вначале взаимодействие в условиях, близких к коллинеарному синхронизму. Геометрические параметры задачи соответствуют рис.1, если положить $\Delta \varphi_{0,e} = \delta \varphi$, $\varphi_{2x} = \varphi_2$. Продольную волновую расстройку и условие поперечного синхронизма можно записать в виде

$$\Delta k_z(\varphi_2, \delta \varphi) = 2k_0 N_{+2}(\gamma_2, \varphi_2) \cos \gamma_2$$
$$-k_0 [N_{-1}(\gamma_1, \varphi_2 - \delta \varphi) + N_{-1}(\gamma_1, \varphi_2 + \delta \varphi)] \cos \gamma_1, \quad (11)$$

где $N_{+2} = N_+(2\omega); N_{-1} = N_-(\omega); N_{\pm}$ даются выражениями (9).

Разложение (11), (12) в окрестности азимутального угла второй гармоники $\varphi = \varphi_2$ при фиксированном угле γ_1 позволяет определить Δk_z как функцию φ_2 и $\delta \varphi$ в виде

$$\Delta k_z(\varphi_2, \delta \varphi) \approx \Delta k_z(\varphi_2) + k_0 N_2 \gamma_1^2 (\delta \varphi)^2, \qquad (13)$$

где $\Delta k_z(\varphi_2)$ определяется выражением (10); γ_1 – угол конусности БСП вне кристалла. Соотношение (13) связывает волновую расстройку со средним азимутальным углом φ_2 каждой пары плосковолновых компонент БСП и углом $\delta \varphi$ между ними. Видно, что вклад в волновую расстройку, обусловленный отличным от нуля $\delta \varphi$, всегда положительный, поэтому поведение суммарной расстройки в (13) будет существенно зависеть от знака $\Delta k_z(\varphi_2)$.

Как показано выше на примере кристалла KNbO₃, знак функции $\Delta k_z(\varphi_2)$ зависит от длины волны, поэтому в области длин волн, где $\Delta k_z(\varphi_2)$ положительно, векторные взаимодействия с $\delta \varphi \neq 0$ будут увеличивать расстройку. Следовательно, в данном случае ограничение на максимальное $\delta \varphi$ будет накладывать, как правило, условие продольного синхронизма. В случае же, когда $\Delta k_z(\varphi_2)$ отрицательно, взаимодействия с $\delta \varphi \neq 0$ будут уменьшать расстройку. При этом ограничение максимальной $\delta \varphi$ будет связано с условием поперечного синхронизма (см. также разд.4.).

Полагая в (13) $\Delta k_z L = \pi$, получаем выражение для азимутальной полуширины $\delta \varphi_{coll}$, соответствующей коллинеарным взаимодействиям,

$$\delta\varphi_{\text{coll}} = \frac{1}{\gamma_1 \sqrt{N_2}} \left(\frac{\lambda_1}{2L} - \frac{\Delta k_z(\varphi_2)}{k_0} \right)^{1/2}.$$
 (14)

Формула (14) позволяет определять максимальный угол между плосковолновыми компонентами БСП, генерирующими вторую гармонику в пределах угловой ширины синхронизма. Вид формулы показывает, что коллинеарный синхронизм является некритичным по азимутальному углу. В области длин волн, где продольная расстройка неотрицательна, максимальный угол $\delta \varphi_{coll}$ реализуется при $\Delta k_z = 0$. Принимая для численной оценки $L = 1 \text{ см}, \gamma_1 = 2^\circ, N_2 = 2.25$, из (14) находим $\delta \varphi_{coll} \approx 8^\circ$.

Аналогично может быть найдена азимутальная полуширина синхронизма $\delta \varphi_{\text{vect}}$ для π -векторного взаимодействия:

$$\delta\varphi_{\text{vect}} = \frac{1}{\gamma_1} \left(\frac{2\lambda_1}{L} \frac{N_3(2\omega)}{N_2^2(\omega)} \right)^{1/2}.$$
(15)

Из формулы (15) видно, что π -векторное взаимодействие является также некритичным по азимутальному углу. Кроме того, в отличие от (14), $\delta \varphi_{\text{vect}}$ не зависит от азимутального угла. Оценка при тех же значениях параметров дает $\delta \varphi_{\text{vect}} \approx 15^{\circ}$. Таким образом, угол размытости азимутального взаимодействия для векторного синхронизма больше, чем для скалярного.

3. Температурная подстройка под синхронизм в кристалле LiNbO₃

Бесселевы пучки, в отличие от пучков гауссова типа, обладают свойством самоподстройки под синхронизм. Самоподстройка возможна за счет использования рассмотренной выше зависимости волновой расстройки от азимутального угла между парами взаимодействующих плосковолновых компонент БСП. Следовательно, при возникновении волновой расстройки возможна ее компенсация за счет изменения геометрии векторного взаимодействия.

Ранее самоподстройка исследовалась для генерации третьей гармоники в газовых средах [9]. Применительно к кристаллам проявление данного эффекта возможно при ГВГ в геометрии, когда ось БСП совпадает с направлением некритичного фазового синхронизма. При этом необходимо изменять двулучепреломление кристалла за счет каких-либо внешних воздействий. Для примера рассмотрим температурную самоподстройку в одноосном кристалле ниобата лития, когда ось БСП совпадает с направлением 90°-ного синхронизма.

Условия продольного и поперечного синхронизмов для ГВГ имеют вид

$$n_{o1}\cos\gamma_1 = n_2(\gamma_2)\cos\gamma_2,$$

$$n_{o1}\sin\gamma_1\cos\varphi = n_2(\gamma_2)\sin\gamma_2.$$
(16)

С учетом того, что для малых углов конусности γ_1, γ_2 показатель преломления необыкновенной волны $n_2(\gamma_2) = n_{e2} + \delta \gamma_2^2 \cos^2 \varphi$, где $\delta = n_{e2}^3 (n_{e2}^{-2} - n_{o2}^{-2})/2$, уравнения (16) принимают вид

$$\cos^2 \varphi = \frac{n_{\rm e2}^2 - n_{\rm o1}^2 \cos^2 \gamma_1}{n_{\rm o1}^2 \sin^2 \gamma_1}, \ \cos \gamma_2 = \frac{n_{\rm o1}}{n_{\rm e2}} \cos \gamma_1.$$
(17)

Из (17) следует, что при температуре T_1 , когда $n_{\rm e2}(T_1)/n_{\rm o1}(T_1) = \cos \gamma_1$, угол φ равен 90°, т.е. реализуется π -векторный синхронизм при ГВГ. При температуре T_2 , когда $n_{\rm e2}(T_2)/n_{\rm o1}(T_2) = 1$, угол $\varphi = 0$ и осуществляется коллинеарное взаимодействие. Следовательно, с изменением температуры в диапазоне $T_1 - T_2$ реализуются всевозможные векторные взаимодействия, т.е. осуществляется самоподстройка под синхронизм.

Экспериментально самоподстойка под синхронизм была реализована для удвоения частоты Nd:YAG-лазера ($\lambda = 1.064$ мкм) в кристалле LiNbO₃ длиной 2 см. БСП основной частоты имел угол конусности в воздухе, равный 2.5°. При изменении температуры кристалла наблюдалась перестройка от π -векторных взаимодействий при $t_1 \approx 60$ °C до коллинеарных при $t_2 \approx 67$ °C. При температуре t_2 поле второй гармоники в дальней зоне представляло собой осевой пучок гауссова типа.

С уменьшением температуры наряду с осевым пучком генерировался БСП, который формировал в дальней зоне кольцевое распределение интенсивности. По мере снижения температуры радиус кольца возрастал и становился максимальным при $t = t_1$. При этом интенсивность центрального максимума уменьшалась до нуля, в то время как общая эффективность преобразования в процессе температурной перестройки оставалась примерно постоянной. В соответствии с расчетом по формулам (17) с использованием формул Селлмейера [23] внутри температурного интервала 60-67 °C были последовательно реализованы все типы взаимодействий от коллинеарного до π -векторного.

4. Поперечные синхронизмы при ГВГ бесселевыми пучками

Выше при рассмотрении продольных синхронизмов принималось, что одновременно реализуется так называемый поперечный синхронизм [20–22], когда расстройка поперечных компонент волновых векторов равна нулю. В общем случае имеется конечная поперечная расстройка, которая должна учитываться при описании взаимодействия БСП. Теоретически это связано с неортогональностью на конечном отрезке бесселевых функций $J_0(q\rho)$ с различными значениями параметра q.

Физически возможность взаимодействия БСП при несохранении поперечных компонент волновых векторов объясняется отсутствием связи данных компонент с импульсом БСП. В отличие от продольного синхронизма, поперечный синхронизм не зависит от длины кристалла и его анизотропии и определяется лишь поперечным размером и углами конусности БСП. Формально поперечный синхронизм проявляется в зависимости интегралов перекрытия от соотношения параметров конусности БСП, участвующих в нелинейном процессе.

На рис.4 приведены типичные зависимости интеграла перекрытия для ГВГ от параметра конусности второй гармоники q_2 при разных числах колец M_r в БСП основной частоты. Видно, что интегралы перекрытия имеют два максимума, расположение которых при больших M_r ($M_r \ge 10$) не зависит от числа колец. Один из максимумов соответствует $q_2 \approx 2q_1$, второй – $q_2 \approx 0$. С уменьшением M_r оба максимума сближаются и при $M_r = 1$ сливаются в один максимум при $q_2 \approx 1.2q_1$. Данный предельный случай БСП с одним центральным максимумом приближенно соответствует взаимодействию гауссовых пучков.

Используя графические зависимости интегралов перекрытия от числа колец, мы рассчитали ширину δq_2 функций $g^2(q_2, M_r)$ для разных M_r . Оказалось, что ширина δq_2



Рис.4. Зависимости квадрата интеграла перекрытия от параметра конусности второй гармоники при $R_{\rm B} = 40$ (*a*) и 200 мкм (δ) и числе колец $M_{\rm r} = 2$ (*a*) и 20 (δ).



Рис.5. Зависимости азимутальной ширины синхронизма, обусловленной поперечной $\delta \varphi_{l}(I)$ и продольной $\delta \varphi_{long}(2)$ расстройками, от числа колец БСП основной частоты при $R_{\rm B} = 40$ (*a*) и 200 мкм (δ); толщина кристалла L = 5 мм.

практически не зависит от M_r ; по уровню 0.5 она описывается формулой $\delta q_2 \approx \pi/R_B$ (R_B – радиус БСП). В пересчете на изменение азимутального угла получим

$$\delta \varphi_{\rm t}(M_{\rm r}) \approx M_{\rm r}^{-1/2}.\tag{18}$$

Выражение (18) представляет собой азимутальную полуширину поперечного синхронизма, аналогичную введенной выше полуширине продольного синхронизма (см. формулу (14)). Сопоставим продольную ($\delta \varphi_{\text{long}}$) и поперечную ($\delta \varphi_{1}$) расстройки при конкретных параметрах схемы ГВГ. На рис.5 приведены зависимости $\delta \varphi_{\text{long}}$ и $\delta \varphi_{t}$ от числа колец БСП основной частоты; при этом в формуле (14) $\Delta k_{z}(\varphi_{0})$ принято равным нулю и учтена связь угла конусности с числом колец БСП $\gamma_{1} \approx M_{r}\pi/R_{\text{B}}$.

Видно, что для БСП малого диаметра ограничение числа возможных каналов векторных взаимодействий в типичных условиях эксперимента связано с действием продольного рассогласования. При увеличении диаметра и числа колец БСП ограничение числа каналов векторных взаимодействий вызывается поперечной расстройкой. Важно также отметить, что для БСП с достаточно большим числом колец азимутальная ширина синхронизма уменьшается и может быть достигнуто неравенство $\delta \phi_t \ll \pi$. При этом режим векторных взаимодействий приближается к азимутально-согласованному [20, 22].

5. Теоретическая модель трехволнового взаимодействия БСП

Усиление роли векторных взаимодействий в нелинейной оптике БСП обусловлено конической структурой их спектра пространственных частот. При этом важно отметить реализацию в бесселевых пучках оптимальной по сложности структуры пространственного спектра – данный спектр значительно проще для БСП, чем для гауссовых пучков. Это открывает новые возможности теоретического анализа взаимодействий БСП, а также управления режимом их нелинейного взаимодействия. В частности, может быть построена аналитически решаемая модель трехволнового взаимодействия, которая позволяет объяснять основные его особенности при невысоких и средних КПД преобразования. Рассмотрим этот вопрос подробнее на примере ГВГ типа ое – е.

Напряженость поля на основной частоте внутри кристалла представим в виде

$$E_{1o,e}(\rho, z) = A_{1o,e}(z)j_0(q_1\rho)\exp(ik_{1oz,ez}z),$$
(19)

где $q_1 \approx k_0 \gamma$; $k_{1oz,ez} \approx k_{1o,e} - q_1^2/2k_{1o,e}$, а также введена нормированная функция Бесселя

$$j_0(q_1 \rho) = rac{J_0(q_1
ho)}{\sqrt{\pi} R_{
m B} |J_1(q_1 R_{
m B})|}$$
 при $ho < R_{
m B},$
 $j_0(q_1
ho) = 0$ при $ho \geqslant R_{
m B},$ (20)

так что интеграл по площади поперечного сечения пучка

$$2\pi \int_0^{R_\mathrm{B}} j_0^2(q_1\rho)\rho \mathrm{d}\rho = 1.$$

Таким образом, поле основного излучения в нелинейном кристалле считается локализованным в пределах цилиндрической области радиусом $R_{\rm B}$. Следовательно, при смешении БСП основной частоты за счет взаимодействия ое \rightarrow е в данной цилиндрической области формируется продольно-однородное поле на частоте 2ω с нелинейной поляризацией и поперечным профилем $\sim J_0^2(q_1\rho)$.

Выбор выражения для поля основной частоты в виде (19) справедлив, если можно пренебречь изменением его поперечной структуры в процессе нелинейного преобразования. Решающую роль здесь играют эффективность преобразования и азимутальная ширина синхронизма, обусловленная как продольной, так и поперечной расстройкой. Если азимутальная ширина синхронизма $\delta \varphi_0$ ≪ π, то реализуется режим азимутально-согласованных взаимодействий и искажения поперечной структуры БСП минимальны даже при высокой эффективности преобразования. В случае большой азимутальной ширины (широкополосные взаимодействия) в кристалле осуществляются разнообразные векторные взаимодействия, конкуренция которых вызывает искажение профиля поля основной частоты и повышение эффективности нелинейного процесса. Таким образом, выражение (19) применимо для азимутально-согласованных взаимодействий, а также для широкополосных по азимутальному углу взаимодействий при невысоких эффективностях преобразования.

Амплитуду поля второй гармоники представим в виде ряда Фурье – Бесселя вида

$$E_2(\rho, z) = \sum_{m=1}^{M} A_{2m} j_0(q_{2m}\rho) \exp(\mathrm{i}k_{2mz}z) , \qquad (21)$$

где $q_{2m}R_{\rm B} = (m - 0.25)\pi$ – нули функции Бесселя; $k_{2mz} \approx k_2 - q_{2m}^2/2k_2$. Формула (21) представляет собой, таким образом, разложение по модам цилиндрической области радиусом $R_{\rm B}$.

Используя выражения (19), (21), получаем следующие укороченные уравнения для комплексных амплитуд основной частоты A_{1o} , A_{1e} и второй гармоники A_{2m} :

$$\frac{\mathrm{d}A_{1\mathrm{o}}}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\sigma_{1\mathrm{o}}A_{1\mathrm{e}}^* \sum_{m=1}^M g_m A_{2m} \exp(\mathrm{i}\Delta k_{zm} z),$$

$$\frac{\mathrm{d}A_{1\mathrm{e}}}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\sigma_{1\mathrm{e}}A_{1\mathrm{o}}^* \sum_{m=1}^M g_m A_{2m} \exp(\mathrm{i}\Delta k_{zm} z),$$

$$\frac{\mathrm{d}A_2}{\mathrm{d}z} = \mathrm{i}\sigma_2 g_m A_{1\mathrm{o}}A_{1\mathrm{e}} \exp(-\mathrm{i}\Delta k_{zm} z),$$
(22)

В.Н.Белый, Н.С.Казак, Н.А.Хило

где $\sigma_{10,e} = 4\pi^2 d_{eff}/\lambda n_{10,e}$; $\sigma_2 = 8\pi^2 d_{eff}/\lambda n_2$ – коэффициенты нелинейной связи; $n_{10,e}$, n_2 – показатели преломления на частотах ω и 2ω ; d_{eff} – эффективная квадратичная нелинейность; $\Delta k_{zm} = k_{2mz} - k_{1oz} - k_{1ez}$ – волновые расстройки. Интегралы перекрытия взаимодействующих полей определяются выражениями

$$g_m = 2\pi \int_0^{R_{\rm B}} j_0^2(q_1\rho) j_0(q_{2m}\rho)\rho \,\mathrm{d}\rho \quad (m = 1, 2, ..., M). \tag{23}$$

Как следует из (22), введение нормированнных бесселевых функций позволяет описывать генерацию гармоник и субгармоник едиными интегралами перекрытия.

Уравнения (22) учитывают наличие фазовых расстроек, зависящих от номера моды *m*. В общем виде исследование данной системы может быть проведено лишь численно и не представляет значительного интереса. Более интересны частные случаи, для которых проявляется специфика БСП:

1. Взаимодействие является азимутально-согласованным, так что можно учитывать лишь один канал преобразования m_0 . В этом случае интеграл перекрытия (23) имеет резкий максимум при $m = m_0$. При этом в уравнениях (22) следует сохранить одно слагаемое в правой части, что приведет данные уравнения к виду, используемому в плосковолновом приближении. Как известно, соответствующая система может быть решена точно при произвольном коэффициенте преобразования.

2. Взаимодействие является широкополосным по азимутальному углу и волновые расстройки Δk_{zm} примерно одинаковы. В этом случае система уравнений (22) решается в приближении заданной интенсивности [19]. Полагая $|A_{1o}|^2 = |A_{1e}|^2 = |A_1|^2/2$, получаем для парциальных амплитуд $a_{2m} = A_{2m} \exp(i\Delta k_z z)$ следующие уравнения:

$$\frac{\mathrm{d}^2 a_{2m}}{\mathrm{d}z^2} - \mathrm{i}\Delta k_z \frac{\mathrm{d}a_{2m}}{\mathrm{d}z} = -\sigma_1 \sigma_2 g_m |A_1|^2 \sum_{s=1}^M g_s a_{2s}$$

$$(m = 1, 2, ..., M), \tag{24}$$

где $\sigma_{10} = \sigma_{1e} = \sigma_1$.

Умножая каждое из уравнений (24) на g_m и суммируя их левые и правые части, получаем следующее дифференциальное уравнение для функции $B(z) = \sum_{m=1}^{M} g_m a_{2m}$:

$$\frac{\mathrm{d}^2 B(z)}{\mathrm{d}z^2} - \mathrm{i}\Delta k_z \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z} + K^2 B(z) = 0, \qquad (25)$$

где параметр *К* определяется суммой по всем генерируемым модам квадратов интегралов перекрытия:

$$K = \left[\left(\frac{\Delta k_z}{2} \right)^2 + \sigma_1 \sigma_2 |A_1|^2 \sum_{m=1}^M g_m^2 \right]^{1/2}.$$
 (26)

Решение уравнения (25) с учетом граничного условия $A_{2m}(0) = 0$ имеет вид $B(z) = B_0 \sin(Kz)$. Подставляя B(z) в (24) и определяя константу B_0 из (22), получаем

$$A_{2m} = \frac{4\pi i \sigma_2 P_1 g_m \exp(-i\Delta k_z z/2)}{c n_1 K} \sin(KL), \qquad (27)$$

где L – толщина кристалла; $P_1 = cn_1 |A_1|^2 / 8\pi$ – мощность поля основной частоты.



Рис.6. Схема экспериментальной установки: *I* – Nd:YAG-лазер; 2 – диафрагма; 3 – аксикон; 4 – кристалл КТР; 5 – спектроделитель; 6 – измеритель энергии.

Используя (27) и выражение $P_2 = cn_2 \sum_m |A_{2m}|^2 / 8\pi$ для мощности второй гармоники, получим полный КПД преобразования во вторую гармонику

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1}{2P_0} \sum_{m=1}^M g_m^2 \frac{\sin^2(KL)}{K^2},$$
(28)

где

$$\begin{split} K &= \left[\left(\frac{\Delta k_z}{2} \right)^2 + \frac{P_1}{P_0} \sum_{m=1}^M g_m^2 \right]^{1/2}; \\ P_0 &= \frac{c n_1^2 n_2 \lambda^2}{128 \pi^5 d_{\text{eff}}^2} \end{split}$$

 эффективный параметр, имеющий размерность мощности.

Как видно из (28), эффективность ГВГ существенно определяется интегралами перекрытия g_m парциальных БСП с пучком накачки, а также общим числом M генерируемых мод.

6. Эксперимент

6.1. ГВГ бесселевыми пучками

Для исследования векторных взаимодействий бесселевых пучков были проведены эксперименты по ГВГ в кристалле КТР в режиме взаимодействия ое \rightarrow е [19]. Кристалл толщиной L = 3 мм ориентировался в плоскости *XY* под углом $\varphi \approx 23^{\circ}$ к оси *X* в направлении коллинеарного синхронизма типа II для гауссовых пучков. Схема экспериментальной установки приведена на рис.6. Излучение от Nd:YAG-лазера ($\lambda = 1.064$ мкм) апертурно ограничивалось диафрагмой диаметром D = 4 мм и представляло собой супергауссов пучок с расходимостью $\theta \leq 0.8$ мрад, длительностью импульса 5 нс и энергией 4 мДж.

Исследовались пространственные и энергетические характеристики излучения второй гармоники. Обнаружено, что пространственный профиль гармоники существенно зависит от ориентации оси БСП основного излучения по отношению к направлению синхронизма. При



Рис.7. Пространственная структура поля второй гармоники в дальней зоне при смешении двух бесселевых пучков.



Рис.8. Зависимости полной эффективности преобразования во вторую гармонику (1) и эффективности преобразования в осевой пучок (2) от расстояния до аксикона.

совпадении оси пучка с направлением синхронизма для гауссовых пучков имело место аксиально-симетричное распределение интенсивности. Пространственная структура поля в дальней зоне представляла собой центральный максимум и концентрическое кольцо (рис.7), причем радиус кольца совпадал с радиусом кольца излучения основной частоты. При отклонении оси БСП на угол $\Delta \phi$ аксиальная симметрия поля второй гармоники нарушалась и при достаточно большом $\Delta \phi$ достигалась ГВГ только в осевой пучок.

Измерения расходимости осевого пучка обнаружили ее зависимость от продольной координаты. В центральной зоне, т.е. при 6 см < z < 10 см, расходимость была равна примерно 1.7 мрад. Вблизи аксикона, а также вблизи фокуса БСП расходимость повышалась до 2.5–3 мрад.

Были измерены энергетические характеристики излучения второй гармоники для супергауссова пучка основной частоты интенсивностью 25 МВт/см². Суммарный коэффициент преобразования немонотонно зависит от продольной координаты, причем в максимуме он составляет ~21 % (рис. 8). Аналогичной является зависимость эффективности преобразования в осевой пучок. В отсутствие аксикона эффективность преобразования супергауссова пучка составила ~7% при той же интенсивности основного излучения. Отметим, что относительно низкая эффективность преобразования при использовании супергауссова пучка объясняется его неоптимальной фокусировкой в кристалл.

Результаты эксперимента находятся в полном соответствии с приведенной выше теоретической моделью ГВГ, а также с расчетами продольного и поперечного синхронизмов для БСП. Как следует из разд.1 и 4, ограничение каналов векторных взаимодействий может быть вызвано как продольной расстройкой, так и поперечным рассогласованием полей.

В рассматриваемом эксперименте для преобразования супергауссова пучка в БСП использовался аксикон, изготовленный из стекла с показателем преломления n = 1.5 и углом при основании $\alpha = 2^{\circ}$. Следовательно, угол конусности формируемых БСП был равен 1°, в то время как угловая ширина продольного синхронизма для взаимодействия ое \rightarrow е в КТР составляла $\sim 2^{\circ}$. Таким образом, ограничение возможных векторных взаимодействий в кристалле обуславливалось, в основном, условиями поперечного синхронизма.

Для конкретизации данных условий отметим, что БСП формировался за аксиконом в пределах $0 < z < z_{\rm f}$, где $z_{\rm f} = 2R_{\rm B}/\gamma$ – фокальная длина БСП с радиусом $R_{\rm B}$. В эксперименте фокальные длины обоих БСП основной частоты равнялись ~ 12 см. Радиус пучков на расстоянии половины фокальной длины равнялся примерно 1 мм, а число колец в пучке $M_{\rm r} = 33$. Интеграл перекрытия при указанных параметрах пучков имеет характерный вид (см. рис.4, δ) с двумя узкими максимумами, расположенными при $q_2 \approx 2q_1$ и $q_2 \approx 0$.

Из сопоставления этих q_2 с параметрами конусности $q_{2m} = 2q_1 \cos(\varphi_m/2) (\varphi_m - азимутальный угол между по$ перечными проекциями волновых векторов БСП) находим, что наблюдаемые в эксперименте кольцевое поле и $осевой пучок обусловлены соответственно <math>\pi$ -векторным и коллинеарным взаимодействиями. В действительности кроме указанных взаимодействий реализуются и ближайшие к ним (в пределах ширины максимумов интеграла перекрытия).

Таким образом, вид пространственной структуры поля второй гармоники однозначно объясняется зависимостью интегралов перекрытия от модового индекса *m* или от зависящего от него параметра конусности q_{2m} БСП на удвоенной частоте. Как следует из формулы (18), азимутальная ширина синхронизма $\delta \varphi_t \approx 10^\circ$. В пределах каждого максимума интегралов перекрытия может генерироваться таким образом небольшое (~2-4) число мод второй гармоники.

Исходя из формулы (28), можно рассчитать эффективность преобразования в излучение на удвоенной частоте. Для рассматриваемого среза КТР $d_{\rm eff} = d_{15} \sin^2 \varphi_{\rm pm} + d_{24} \cos^2 \varphi_{\rm pm}$, причем согласно [23] $d_{15} = 1.9$ пм/В, $d_{24} = 3.4$ пм/В. Подставив в (28) численные значения n_1 и n_2 из [23], а также параметры БСП основной гармоники $P_1 = 8 \cdot 10^5$ Вт, $R_{\rm B} = 1$ мм, получим $\eta \approx 0.19$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением $\eta_{\rm exp} \approx 0.21$.

Исходя из выражений (27) для парциальных амплитуд A_{2m} , можно рассчитать поперечный профиль $E_2(\rho)$ поля второй гармоники:

$$E_2(\rho) \sim \sum_m A_{2m} j_0(q_{2m}\rho).$$
 (29)

Поперечное распределение интенсивности второй гармоники на выходе кристалла, рассчитанное по формуле (29), представляет собой интерференционную структуру с узким центральным максимумом и небольшим числом слабых побочных максимумов [19]. Данная пространственная структура поля устанавливается и внутри кристалла уже на небольшом расстоянии от входной грани.

Таким образом, при ГВГ парциальными бесселевыми пучками происходит интерференционное пространственное перераспределение ее интенсивности. А именно, в периферийной зоне пучков реализуется преимущественно деструктивная интерференция, а в центре пучка – конструктивная.

Другими словами, при нарастании интенсивности второй гармоники происходит ее эффективный отток из периферии к центру. Интересно, что к аналогичному результату можно прийти, предполагая, что ГВГ осуществляется главным образом в центральной части БСП, где интенсивность поля максимальна. При этом истощение энергии поля в центре может компенсироваться ее подводом от периферийной области БСП, аналогично известному линейному эффекту восстановления поперечного профиля БСП за непрозрачным экраном.



Рис.9. Пространственная структура поля второй гармоники, генерируемой при смешении бесселева и гауссова пучков, в дальней зоне.

6.2. ГВГ при смешении бесселева и гауссова световых пучков

Наряду с ГВГ чисто бесселевыми пучками представляет интерес изучение взаимодействия бесселевых и гауссовых пучков. Для выяснения особенностей такого взаимодействия нами экспериментально исследовалась ГВГ излучения неодимового лазера в кристалле КТР толщиной 3 мм. Сравнительный анализ ГВГ типа II выполнялся для трех вариантов (каналов) смешения пучков основной частоты: 1) бесселева пучка с бесселевым, 2) бесселева пучка с гауссовым и 3) общего случая взаимодействия бесселева и гауссова пучков обеих поляризаций.

Вследствие малой толщины кристалла продольный синхронизм выполнялся как для коллинеарных, так и для векторных взаимодействий. Энергия импульсов БСП $W_{\rm B} \approx 10.8$ мДж была фиксированной, а энергия импульсов гауссова пучка $W_{\rm G}$ изменялась в пределах ~2.6–27 мДж. Исследование зависимости эффективности преобразования $\eta_{2\omega}$ от суммарной энергии излучения на основной частоте показало, что эффективность ГВГ для взаимодействия $o_1^{\rm G} + e_1^{\rm G} \rightarrow e_2^{\rm G}$ оказывается более высокой, чем при смешении гауссова пучка с бесселевым. В то же время для взаимодействия $o_1^{\rm B} + e_1^{\rm B} \rightarrow e_2^{\rm B}$ при указанной выше энергии БСП эффективность ГВГ $\eta_{2\omega}^{\rm B} \approx 12$ %, что выше эффективности преобразования гауссова пучка $\eta_{2\omega}^{\rm G} \approx 9$ % при той же энергии.

На рис.9 показано поперечное распределение интенсивности в дальней зоне для второго канала взаимодействия. Однокольцевая структура поля второй гармоники указывает на реализацию при ГВГ неколлинеарного синхронизма. Синхронизм данного типа осуществляется при взаимодействии плосковолновых компонент гауссова пучка, локализованных в окрестности его оси, со всеми фурье-компонентами конуса волновых векторов БСП. Из сравнения рис.9 и 7 видно, что радиус кольцевого поля для второго канала взаимодействия вдвое меньше, чем для первого. Это означает, что угол конусности излучения на удвоенной частоте при смешении бесселева и гауссова пучков вдвое меньше угла конусности БСП основной частоты. Данный результат находится в полном



Рис.10. Квадрат интеграла перекрытия бесселева и гауссова пучков как функция параметра конусности БСП второй гармоники.

соответствии с расчетом условия поперечного синхронизма для рассматриваемых каналов взаимодействия.

На рис.10 показана зависимость поведения интеграла перекрытия бесселева и гауссова пучков от отношения параметров конусности q_2/q_1 . Расчет проведен в соответствии с условиями эксперимента для БСП с радиусом 1.7 мм и углом конусности 0.2° и для гауссова пучка радиусом 1.2 мм. Исследование показало, что максимальный интеграл перекрытия реализуется для БСП второй гармоники радиусом ~1 мм. Как видно из рис.10, поперечный пространственный синхронизм реализуется при $q_2 = q_1$.

Следует отметить также, что угловая ширина поперечного синхронизма для взаимодействия во втором канале больше, чем в первом. Следствием этого является увеличение ширины кольцевого поля в дальней зоне при взаимодействии бесселева и гауссова пучков. С уменьшением радиуса гауссова пучка уменьшается число M_r колец БСП, которые перекрывают гауссов пучок. При этом вплоть до $M_r = 2$ структура интеграла перекрытия сохраняется, однако ширина максимума возрастает. Соответственно возрастает ширина кольцевого поля второй гармоники. В предельном случае перекрывания гауссова пучка с одним центральным максимумом БСП кольцевая структура поля второй гармоники исчезает и имеет место генерация осевого пучка гауссова типа.

Таким образом, для осуществления векторных взаимодействий при ГВГ бесселевым и гауссовым пучками необходимо одновременное выполнение продольного и поперечного синхронизмов. Данный вывод следует из проведенного выше теоретического рассмотрения и подтверждается экспериментально.

Нами исследовался также общий случай ГВГ при возбуждении в кристалле бесселева и гауссова пучков обеих поляризаций. Поперечное распределение интенсивности второй гармоники представляло собой в общем случае два кольца, соответствующих двум типам поперечного синхронизма для взаимодействий $o_1^G + e_1^B \rightarrow e_2^B$, $o_1^B + e_1^G \rightarrow e_2^B$ и $o_1^B + e_1^B \rightarrow e_2^B$, и центральный максимум, который формируется процессами $o_1^G + e_1^G \rightarrow e_2^G$ и $o_1^B + e_1^B \rightarrow e_2^G$. Интересной особенностью данного режима ГВГ является возможность интерференции нелинейных процессов для взаимодействий $o_1^G + e_1^B \rightarrow e_2^B$ и $o_1^B + e_1^G \rightarrow e_2^B$. В частности, наблюдалось интерференционное гашение излучения второй гармоники, когда направления поляризации пучков составляли угол 45° с плоскостью *XY* кристалла КТР.

7. Генерация суммарной частоты бесселевыми световыми пучками

Для экспериментального наблюдения генерации суммарной частоты (ГСЧ) бесселевыми пучками использовался кристалл КТР *Y*-среза [26]. Суммарная частота генерировалась в результате ое-о-взаимодействия при сложении БСП от YAG:Nd-лазера ($\lambda_1 = 1064$ нм) с поляризацией по оси *X* и БСП от лазера на сапфире с титаном ($\lambda_2 = 808 - 830$ нм) с поляризацией по оси *Z*. При смешении двух БСП наблюдалась генерация голубого излучения суммарной частоты, поляризованного вдоль оси *X*.

Схема экспериментальной установки аналогична приведенной на рис.6. YAG:Nd-лазер с акустооптической модуляцией добротности генерировал световые им-



Рис.11. Зависимость интенсивности суммарной частоты от длины волны лазера на титане с сапфиром при смешении гауссовых (1) и бесселевых (2) пучков.

пульсы длительностью 120 нс одновременно на длине волны $\lambda_1 = 1064$ нм и на второй гармонике мощностью по 100 мВт на обеих длинах волн с частотой повторения 1-3 кГц.

Зеленое излучение неодимового лазера использовалось для накачки лазера на сапфире с титаном, который генерировал импульсы мощностью около 5 мВт с перестраиваемой длиной волны в диапазоне $\lambda_2 = 808 - 830$ нм. Гауссовы пучки на частотах ω_1 и ω_2 фокусировались сферической линзой так, что диаметры обоих пучков на входной плоскости аксикона равнялись примерно 200 мкм.

Аксикон с показателем преломления n = 1.5 и углом при основании $\alpha = 5^{\circ}$ преобразовывал гауссовы пучки в бесселевы. Кристалл КТР с размерами $3 \times 3 \times 5$ мм располагался на расстоянии 0.5 мм от аксикона. Если аксикон отсутствовал, в кристалле КТР *Y*-среза суммарная частота генерировалась в условиях некритического фазового синхронизма для длин волн 1064 и 808 нм. [27]. Зависимость эффективности преобразования от длины волны λ_2 представлена на рис.11 в сравнении с эффективностью ГСЧ гауссовыми пучками (аксикон отсутствует).

Пространственная структура пучков анализировалась в фокальной плоскости линзы с помощью ПЗС-камеры, расположенной за аксиконом на расстоянии 60 мм. На рис.12, *a*-*b* соответственно представлены фурье-спектры БСП Nd: YAG-лазера, лазера на сапфире с титаном и излучения суммарной частоты. Кольцевое распределение интенсивности указывает на бесселеву структуру пучков, при этом небольшая эллиптичность обусловлена анизотропией кристалла КТР в плоскости *XZ*. Важно отметить, что радиус кольца излучения на частоте ω_3 совпадает с радиусами колец на частотах ω_1 и ω_2 . В эксперименте проводилась перестройка длины волны лазера на сапфире с титаном, при этом максимальная эффективность ГСЧ достигалась на длине волны $\lambda_2 = 808.5$ нм.



Рис.12. Пространственные фурье-спектры световых пучков на длине волны 1064(a) и 808.5 нм (δ), а также излучения на суммарной частоте (b).

Для теоретического описания ГСЧ удобно представить поле суммарной частоты в виде суперпозиции полей модовых бесселевых пучков. Тогда напряженности полей двух БСП с частотами ω_1 и ω_2 , распространяющихся вдоль оси Y и поляризованных вдоль осей X и Z, имеют вид (см. также формулу (19))

$$E_{1,2}(\rho, y) = A_{1,2}(y)j_0(q_{1,2}\rho)\exp(ik_{1,2y}y).$$
(30)

В результате смешения различно поляризованных БСП за счет ое – о-взаимодействия типа II в кристалле формируется цилиндрически-симметричное поле нелинейной поляризации на частоте ω_3 с радиусом $R_{\rm B}$, равным радиусам БСП на частотах ω_1 и ω_2 .

Поле суммарной частоты $E_3(\rho, y)$ представим в виде разложения по модам цилиндрической области радиусом R_B :

$$E_3(\rho, y) = \sum_{m=1}^M A_{3m}(y) j_0(q_{3m}\rho) \exp(ik_{3my}y), \tag{31}$$

где $q_{3m} = (m - 0.25)\pi/R_B$. Используя (30) и (31), можно получить укороченные уравнения для комплексных амплитуд A_1, A_2, A_{3m} , аналогичные (22), с интегралом перекрытия

$$g_m = 2\pi \int_0^{R_{\rm B}} j_0(q_1\rho) j_0(q_2\rho) j_0(q_{3m}\rho) \rho \mathrm{d}\rho.$$
(32)

Эффективность преобразования $\eta_3 = P_3/(P_1P_2)^{1/2}$ ($P_{1,2}$ – мощности взаимодействующих волн) в приближении заданной интенсивности и при одинаковых волновых расстройках $\Delta k_{my} = \Delta k_y$ дается выражением

$$\eta_3 = \frac{(P_1 P_2)^{1/2}}{P_0} \sum_{m=1}^M g_m^2 \frac{\sin^2(KL)}{K^2},$$
(33)

где

$$K = \left[\left(\frac{\Delta k_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_3 P_1}{\lambda_2 P_0} + \frac{\lambda_3 P_2}{\lambda_1 P_0} \right) \sum_{m=1}^M g_m^2 \right]^{1/2}.$$

Как и для ГВГ, излучение суммарной частоты в общем случае генерируется параллельно во многих каналах. Однако реально эффективность преобразования в различные каналы неодинакова, что связано с различием в них интегралов перекрытия, а также волновых расстроек. Для нахождения интегралов перекрытия по формуле (32) использовались не строго математические функции Бесселя, а аплитудно-фазовые распределения полей на основных частотах за аксиконом, которые предварительно рассчитывались с использованием параметров схемы, соответствующих данному эксперименту.

На рис.13 показаны характерные распределения интенсивности для двух расстояний от аксикона. Видно, что



Рис.13. Распределение интенсивности поля за аксиконом на расстоянии 1 (a) и 6 мм (δ).



Рис.14. Зависимости квадрата модуля интеграла перекрытия от модового индекса конусности БСП суммарной частоты при расстоянии до аксикона 2 (*a*) и 3.5 мм (δ); $R_{\rm B}$ =90 мкм, γ = 2.5°, λ_1 = 1.06 мкм, λ_2 = 0.8085 мкм.

вследствие острой фокусировки поля бесселевы пучки содержат небольшое число колец. На рис.14 показаны зависимости квадратов интегралов перекрытия для длин волн $\lambda_1 = 1064$ нм, $\lambda_2 = 808.5$ нм от модового индекса БСП суммарной частоты. В обоих случаях интегралы перекрытия имеют два максимума. Ширина максимумов равна примерно трем модовым индексам, лежащим в областях m = 3 - 5 и 20 - 22. Следовательно, максимальный вклад в ГСЧ дают две группы мод с указанными модовыми индексами.

Для выяснения физической природы максимумов обратимся к условию синхронизма для поперечных компонент волновых векторов (см. также рис.1, δ)

$$q_1 \cos(\Delta \varphi_1) + q_2 \cos(\Delta \varphi_2) = q_{3m},$$

$$q_1 \sin(\Delta \varphi_1) - q_2 \sin(\Delta \varphi_2) = 0.$$
(34)

Если азимутальные углы $\Delta \varphi_{1,2} \approx 0$, то из (34) находим $m_{\rm coll} \approx (q_1 + q_2) R_{\rm B}/\pi$, в то время как при $\Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 \approx \pi$ имеем $m_{\rm vect} \approx (q_1 - q_2) R_{\rm B}/\pi$. Подставив в эти формулы параметры $q_{1,2}$ и $R_{\rm B}$, получим $m_{\rm coll} \approx 21, m_{\rm vect} \approx 3$, что находится в хорошем соответствии с положением максимумов интегралов перекрытия (рис.14). Отсюда следует вывод, что первая группа мод суммарной частоты генерируется в результате взаимодействий, близких к π -векторным, а вторая – в результате почти коллинеарных взаимодействий. Указанное поведение интегралов перекрытия сохраняется практически неизменным во всем диапазоне длин волн λ_2 .

Для эффективной ГСЧ необходимо выполнение как поперечного, так и продольного синхронизма. Если продольный синхронизм выполняется для обеих групп мод, то излучение на фиксированной суммарной частоте будет представлять собой два БСП с различными углами конусности. Соответственно в дальней зоне получим распределение интенсивности в виде двух колец. Кольцо большего диаметра обусловлено коллинеарными взаимодействиями, а кольцо меньшего диаметра – π-векторными.

С использованием уравнений Селлмейера для КТР можно показать, что для аксикона с углом 5° продольная волновая расстройка для коллинеарных взаимодействий обращается в нуль при $\lambda_2 = 809$ нм. Этот результат точно соответствует наблюдаемой в эксперименте генерации кольцевого пучка вследствие коллинеарных взаимодействий (см. рис.12). При этом угол конусности данного пучка совпадает с углами конусности БСП на фундаментальных частотах. Малая ширина кольцевого поля фурье-спектра означает, что излучение суммарной частоты можно с достаточной точностью аппроксимировать одномодовым БСП.

Для π -векторных взаимодействий длина волны продольного синхронизма оказывается равной 825 нм. Однако, в отличие от коллинеарных взаимодействий, векторные взаимодействия в нашем эксперименте не наблюдались. С целью выяснения причины отсутствия второго кольца численными методами исследовались структуры поля и интеграла перекрытия за аксиконом (см. рис.14). Из сравнения рис.14,*a* и *б* видно, что при удалении от аксикона максимум интеграла перекрытия, соответствующий π -векторному взаимодействию, уменьшается.

Кроме того, при удалении от аксикона на расстояние $z > z_f/2$, где $z_f \approx 3$ мм, уменьшается область пространства, занимаемая БСП, и соответственно возрастает область, занимаемая расходящимся конусным пучком. При этом важно отметить, что в пределах конусного пучка коллинеарные взаимодействия продолжаются, а π -векторные – невозможны. В этом и состоит причина подавления в нашем эксперименте векторных взаимодействий будет увеличиваться с возрастанием фокальной длины БСП. Это достигается уменьшением преломляющего угла аксикона, а также уменьшением степени фокусировки падающих пучков.

Коническая структура спектра пространственных частот БСП способствует их применению для преобразования многочастотного лазерного излучения. Для этого необходимо использовать зависимость между длиной волны продольного синхронизма и углом конусности. В случае коллинеарного синхронизма такая зависимость имеет вид

$$\sin^{2} \gamma = [N_{y}^{-2}(\lambda_{2}) - N_{z}^{-2}(\lambda_{2})]^{-1} \\ \times \{\lambda_{1}^{2}\lambda_{3}^{2}[\lambda_{1}\lambda_{2}N_{x}(\lambda_{3}) - \lambda_{2}\lambda_{3}N_{x}(\lambda_{1})]^{-2} - N_{z}^{-2}(\lambda_{2})\}$$
(35)

и графически представлена на рис.15. Видно, что с увеличением угла конусности БСП монотонно растет длина



Рис.15. Зависимость соответствующего коллинеарному синхронизму угла конусности БСП от длины волны лазера на титане с сапфиром.

волны коллинеарного синхронизма. Поскольку изменение угла конусности БСП может быть осуществлено простой оптической схемой, данный способ генерации перестраиваемого излучения суммарной частоты представляет практический интерес.

Для ГСЧ при смешении многочастотных полей можно также использовать пучки с пространственным фурьеспектром, состоящим из нескольких конусов (*N*-конусные БСП). Для получения *N*-конусных БСП может быть применена простая схема, состоящая из последовательно расположенных аксиконов с разными углами при вершине. При этом один аксикон должен иметь относительно большой угол α_0 , а остальные – малые углы $\Delta \alpha$, $2\Delta \alpha$,..., $N\Delta \alpha$. Аксиконы располагаются друг от друга на половинных фокусных расстояниях. Несложно убедиться, что каждый последующий аксикон будет удваивать число конусов спектра пространственных частот поля, создаваемого предыдущим аксиконом. Таким образом, выходное поле будет 2^{*N*}-конусным БСП.

Проиллюстрируем применение многоконусного БСП на примере, когда одно из полей является квазимонохроматическим на частоте ω_1 , а второе – многомодовым с частотами в интервале $\omega'_2 - \omega''_2$. Предположим, что БСП на указанных частотах формируются так, что квазимонохроматический пучок является многоконусным, а широкополосный – одноконусным. При изменении угла конусности одного из пучков изменяется частота, на которой реализуется продольный синхронизм. Это означает, что каждый из N БСП на частоте ω_1 будет взаимодействовать с многомодовым БСП в некотором спектральном интервале $\Delta \omega$, который определяется ширинами продольного и поперечного синхронизмов.

В целом набор из N пучков будет охватывать спектральный диапазон шириной $\sim N\Delta\omega$. Условием эффективности метода является дискретность спектра одного из полей и относительно небольшое число N, поскольку при делении исходного пучка происходит N-кратное падение мощности парциальных БСП на частоте ω_1 . Отсюда следует, что более эффективным является метод деления не квазимонохроматического, а широкополосного поля на N бесселевых пучков с различающимися частотами. Однако для его реализации требуется применение относительно сложного устройства типа аксикона с зависящим от длины волны преломляющим углом.

Отметим, что обсуждаемый эффект наблюдался в нашем эксперименте [26] по смешению излучений неодимового лазера и лазера на сапфире с титаном при расположении входной грани кристалла КТР вблизи фокуса аксикона. В этом случае поперечные размеры перекрытия полей малы и бесселевы пучки содержат 2-3 кольца. В фурье-спектре таких пучков появляются дополнительные кольца и центральный максимум, т.е. пучки могут быть классифицированы как многоконусные. Соответственно этому поле суммарной частоты было многоконусным со смещением частоты при переходе от одного конуса к другому.

8. Азимутально-коррелированные БСП

Выше теоретически и экспериментально были исследованы ГВГ и ГСЧ бесселевыми пучками. Основное внимание при этом уделялось особенностям нелинейного преобразования, обусловленным различными векторными взаимодействиями, характерными для БСП. Другим важнейшим вопросом, касающимся нелинейной оптики БСП, является вопрос об эффективности их нелинейночастотного преобразования и ее сравнения с эффективностью преобразования частоты в пучках гауссова типа.

Исследование данной задачи в рамках традиционных подходов, т. е. без нетривиального использования специфики БСП, не позволит, по-видимому, выявить режимы нелинейно-оптического частотного преобразования БСП, эффективность которых была бы выше эффективности пучков гауссова типа. Исключение составляет случай малых эффективностей преобразования (линейный режим ГВГ), для которого установлено, что использование БСП дает выигрыш порядка 50 % по сравнению с гауссовыми пучками [8, 29].

Для анализа общего случая произвольной эффективности ГВГ проведем сравнение интегралов перекрытия для обоих типов пучков. Напряженность гауссова поля будем описывать нормированной функцией

$$E_{\rm G}(\rho,w) \sim rac{\exp(-
ho^2/2w^2)}{\sqrt{\pi}w}.$$

Тогда интеграл перекрытия для ГВГ имеет вид

$$g_{\rm G}(w_2) = \frac{2w_2}{w_1^2 + 2w_2^2}$$

При $w_2 = w_1/\sqrt{2}$ функция $g_G(w_2)$ принимает максимальное значение, равное $1/\sqrt{2}w_1$. Для пучка радиусом 50 мкм получаем $g_G \approx 1.4 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$. Для достижения максимального интеграла перекрытия в случае БСП необходимо использовать пучки с малым числом колец. При этом минимальное число колец БСП, при котором фурье-спектр сохраняет кольцевую структуру, равно двум. В этом случае подбором радиуса пучка можно приблизить $g_B \kappa \sim (0.3 - 0.4)g_G$.

Таким образом, при оптимальной фокусировке гауссовых пучков достигается больший интеграл перекрытия, чем при фокусировке БСП. В этом смысле нелинейно-оптическая эффективность гауссовых пучков выше, чем БСП, что подтверждается также результатами численных расчетов, проведенных в [29]. Сравнение эффективностей ГВГ на основе анализа интегралов перекрытия является корректным, когда данные интегралы не изменяются из-за нелинейных амплитудно-фазовых искажений поперечных профилей пучков.

При этом есть основания предполагать большую устойчивость именно БСП к нелинейным искажениям. Причиной этого является нелокальность преобразования частот БСП, которая проявляется через зависимость нелинейно-оптического процесса от пространственных фурье-компонент БСП, а не от локальных интенсивностей, как для гауссовых пучков. В этом случае с уменьшением азимутальной ширины синхронизма будет осуществляться преимущественно нелокальная ГВГ бесселевых пучков.

Как следует из результатов предыдущих разделов, для БСП достижима азимутальная ширина, когда генерируемые поля в пределах кристалла являются одномодовыми. Более легко условие одномодовости выполняется в различных внутрирезонаторных схемах. Применительно к параметрическому преобразованию частот генерация одномодовых БСП обсуждалась в работе [22] и была названа азимутально-согласованной. Ниже будет показано, что результатом установления азимутальносогласованного взаимодействия является значительное увеличение интегралов перекрытия пучков.

Для примера рассмотрим ГВГ и исследуем зависящий от поперечной координаты ρ множитель в нелинейной поляризации на удвоенной частоте:

$$p_2(\rho) = J_0^2(q_1\rho). \tag{36}$$

Преобразуем (36), вводя в цилиндрической системе координат функцию, аналогичную плоской волне в декартовой системе:

$$\psi_1(\rho, \varphi) = \exp(\mathrm{i}q_1 \rho \cos \varphi). \tag{37}$$

Данная функция есть азимутальная или угловая спектральная компонента БСП, т.к. угловая суперпозиция функций (37) в пределах 0–2π представляет собой амплитуду БСП:

$$J_0(q_1\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi_1(\rho, \phi) d\phi.$$
 (38)

Используя азимутальные спектральные компоненты (37), перепишем (36) в виде

$$p_2(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_2(\rho, \varphi) d\varphi,$$
 (39)

где

$$p_2(\rho,\varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \psi_1(\rho,\varphi - \Delta\varphi) \psi_1(\rho,\varphi + \Delta\varphi) \mathbf{d}(\Delta\varphi). \quad (40)$$

Структурная особенность функции $p_2(\rho)$ состоит в том, что ее можно рассматривать как результат двух последовательных усреднений. Вначале произведение спектральных компонент $\psi_1(\rho, \phi - \Delta \phi)\psi_1(\rho, \phi + \Delta \phi)$ усредняется по азимутальному углу $\Delta \phi$ (формула (40)) и затем результат усредняется по углу φ (формула (39)). Развивая данный подход, отметим, что отсутствие в подынтегральном выражении в (40) весовой функции, зависящей от $\Delta \phi$, может быть истолковано как следствие равновероятности взаимной ориентации азимутальных компонент на основной частоте. Однако, как показано выше, в процессе генерации субгармоники в условиях селекции типов векторных взаимодействий угол $\Delta \phi$ между плосковолновыми компонентами БСП на основной частоте не является произвольным. Он определяется условиями синхронизма и в рассматриваемом случае коллинеарного синхронизма располагается в окрестности нуля.

Таким образом, равновероятная взаимная ориентация азимутальных компонент БСП на частотах 2ω и ω есть следствие отсутствия селекции векторных взаимодействий. И наоборот, следствием селекции векторных взаимодействий будет неравновероятная взаимная ориентация азимутальных компонент БСП. При этом во втором случае корректное математическое описание формирования нелинейной поляризации может быть осуществлено введением в (40) соответствующей весовой функции $\mu_{11}(\Delta \varphi)$:

$$p_2(\rho,\varphi) = \int_0^{\pi} \mu_{11}(\Delta\varphi)\psi_1(\rho,\varphi-\Delta\varphi)\psi_1(\rho,\varphi+\Delta\varphi)d(\Delta\varphi).$$
(41)

Функция $\mu_{11}(\Delta \varphi)$ имеет смысл плотности вероятности взаимных ориентаций плосковолновых компонент БСП основной частоты, различающихся на угол $\Delta \varphi$. При этом в частном случае неселективного взаимодействия необходимо положить $\mu_{11} = 1/\pi$ (формула (41)).

Введение функции плотности вероятности эквивалентно предположению, что при ГВГ на стадии селекции векторных взаимодействий возникает автокорреляция азимутальной ориентации плосковолновых компонент БСП на частоте ω в некотором диапазоне углов $\delta \varphi$. С уменьшением $\delta \varphi$ функция плотности вероятности $\mu_{11}(\Delta \varphi)$ соответственно сужается. Предельный случай $\delta \varphi \rightarrow 0$ соответствует азимутально-согласованному вза-имодействию. Математически данный предельный режим можно описать, полагая

$$\mu_{11}(\Delta \varphi) = \delta(\Delta \varphi), \tag{42}$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция. Подставляя (41) в (42) и проводя интегрирование, получаем

$$p_2(\rho, \varphi) = \psi_1(\rho, \varphi)\psi_1(\rho, \varphi). \tag{43}$$

Формула (43) соответствует некоторому чистому состоянию, в котором среднее значение представляет собой произведение спектральных компонент. Подставляя (43) в (39) и проводя интегрирование, находим

$$p_2(\rho) \sim J_0(2q_1\rho).$$
 (44)

Таким образом, для азимутально-коррелированного БСП основной частоты нелинейная поляризация на удвоенной частоте пропорциональна первой степени функции Бесселя, а не произведению двух функций. Далее, поскольку пространственные профили нелинейной поляризации и поля второй гармоники совпадают, интеграл перекрытия (23) будет максимален: $g_2 = \sqrt{W_2}/W_1$, где $W_{1,2} = \pi R_B^2 [J_0^2(q_{1,2}R_B) + J_1^2(q_{1,2}R_B)].$

Как показано в [28], при рассмотрении взаимной азимутальной корреляции БСП основной и удвоенной частоты интеграл перекрытия для генерации субгармоники $g_1 = 1/\sqrt{W_2}$. Произведение данных интегралов перекрытия, определяющее общую эффективность ГВГ, $g_1g_2 = g_B^2 = 1/W_1$. Выше показано, что для гауссовых пучков аналогичный параметр $g_G^2 = 1/2w_1^2$. Отношение квадратов интегралов перекрытия с учетом явного вида интеграла мощности W_1

$$\frac{g_{\rm B}^2}{g_{\rm G}^2} = \frac{2w_1^2}{\pi R_{\rm B}^2 [J_0^2(q_1 R_{\rm B}) + J_1^2(q_1 R_{\rm B})]}.$$
(45)

Найдем отношение (45) в случае равных дифракционных длин $Z_{G,B}$ гауссова пучка и БСП. Полагая $Z_G = 2kw_1^2$ и $Z_B = 2R_B/\gamma$ и используя для бесселевых функций асимптотические приближения, практически без ограничения общности из (45) находим $g_B^2/g_G^2 \approx 1$. Таким образом, эфективные интегралы перекрытия для азимутально-коррелированных БСП равны максимальным интегралам перекрытия для гауссовых пучков. При этом вследствие совпадения пространственных структур нелинейной поляризации и генерируемого поля для БСП следует ожидать существенно меньших нелинейных искажений, чем для гауссовых пучков.

Заключение

Исследованные особенности преобразования частоты лазерного излучения бесселевыми световыми пучками показывают, что основные особенности применения БСП по сравнению с гауссовыми вытекают, в конечном итоге, из принципиального различия спектров пространственных частот данных пучков. Благодаря конической структуре пространственного спектра БСП оказалось возможным осуществление различных векторных взаимодействий, а также управление ими.

Определены ограничения, накладываемые продольной волновой расстройкой на азимутальную симметрию нелинейно-оптических процессов в общем случае двухосных кристаллов в условиях выполнения критического и некритического синхронизмов. Исследованы поперечные синхронизмы, проявляющиеся через зависимость интегралов перекрытия от параметров взаимодействующих БСП. Роль продольного и поперечных синхронизмов детально исследована на примерах ГВГ излучения Nd-лазера и сложения частот Nd- и Ti-сапфирового лазеров.

Показано, что преимуществом БСП является возможность генерации перестраиваемого по длине волны излучения суммарной частоты. Этот эффект достигается за счет изменения угла конусности пучка основного излучения. Выявлена возможность эффективной генерации перестраиваемого по углу конусности БСП второй гармоники за счет самоподстройки векторных взаимодействий под продольный синхронизм. Данный эффект обнаружен экспериментально при ГВГ в ниобате лития с температурно перестраиваемым углом синхронизма.

Рассчитана азимутальная ширина синхронизма, обусловленная продольной и поперечной волновыми расстройками. Выделен режим азимутально-согласованных взаимодействий, который реализуется в случае малой азимутальной ширины синхронизма, когда генерируемые пучки являются приближенно одномодовыми БСП. Предсказано, что результатом установления азимутально-согласованных взаимодействий является возникновение корреляции азимутальных компонент пучков. Для азимутально-коррелированных пучков характерно значительное возрастание интеграла перекрытия и реализация взаимодействия, не разрушающего пространственную структуру пучков.

Перспективным является использование БСП для каскадного удвоения и смешения частот с целью получения излучения в УФ диапазоне. При настройке на π-векторный синхронизм излучение гармоники будет представлять собой осевой пучок, а излучение основной частоты – кольцевой; тем самым осуществляется пространственное разделение пучков и отпадает необходимость применения частотно-селективных элементов, создание которых в УФ диапазоне связано со значительными технологическими сложностями.

Представляет интерес исследование нелинейного преобразования частоты БСП с дислокациями волнового фронта. На основе удвоения и сложения частот БСП возможна управляемая генерация и уничтожение дислокаций [30], что является перспективным для реализации логических и арифметических операций. Для получения БСП высших порядков, а также для преобразования порядка бесселевой функции может быть применен предложенный недавно метод с использованием двухосных кристаллов [31]. Авторы выражают благодарность А.Г.Мащенко за предоставление результатов эксперимента по температурно перестраиваемой ГВГ в ниобате лития. Работа частично поддержана INTAS (INTAS-Belarus 97-0533).

- 1. Durnin J. J.Opt.Soc.Amer.A, 2, 110 (1985); 4, 651 (1987).
- 2. Turunen J., Vasara A., Friberg A.T. Appl.Optics, 27, 3959 (1988).
- 3. Herman R.M., Wiggins T.A. J.Opt.Soc.Amer.A, 8, 932 (1991).
- Davidson N., Friesem A.A., Hasman E. Optics Comms, 88, 326 (1992).
- 5. Андреев Н.Е., Аристов Ю.А., Полонский Л.Я, Пятницкий Л.Н. ЖЭТФ, **100**, 1765 (1991).
- 6. Wulle T., Herminghaus S. *Phys. Rev. Letts*, **58**, 1499 (1987).
- 7. Pandit M.K., Payne F.P. Opt. Quantum Electron., 29, 35 (1997).
- 8. Shinozaki K., Xu Chang-ging, Sasaki H., Kamijoh T. Optics Comms,
- **133**, 300 (1997).
- 9. Glushko B., Kryzhanovsky B., Sarkisyan D. Phys. Rev. Letts, 71, 243 (1993).
- 10. Tewari S.P., Huang H., Boyd R.W. Phys. Rev. A, 71, R2707 (1995).
- 11. Caron C.F.R., Potwliege R.M. J.Opt.Soc.Amer.B, 15, 1096 (1998).
- 12. Niggl L., Maier M. Optics Letts, 22, 910 (1997).
- Piskarskas A.P., Smilgevičius V., Stabinis A.P. Appl. Optics, 36, 7779 (1997).
- Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. Optics Comms, 143, 72 (1997)
- 15. Peet V.E., Tsubin R.V. Phys. Rev. A, 56, 1613 (1997).
- 16. Niggl L., Maier M. Optics Comms, 154, 65 (1998).
- Klewitz S., Sogomonian S., Woerner M., Herminghaus S. Optics Comms, 154, 186 (1998).
- Gadonas R., Marcinkevičius A., Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. Optics Comms, 146, 253 (1998)
- Белый В.Н., Казак Н.С., Кондратюк Н.В., Хило Н.А., Шагов А.А. Квантовая электроника, 25, 1037 (1998).
- Белый В.Н., Казак Н.С., Хило Н.А. Квантовая электроника, 25, 537 (1998).
- Gadonas R., Jarutis V., Marcinkevičius A., Smilgevičius V., Stabinis A. Optics Comms, 167, 299 (1999).
- 22. Belyi V.N., Kazak N.S., Khilo N.A. Optics Comms, 162, 169 (1999).

- Dmitriev V.G., Gurzadyan G.G., Nikogosyan D.N. Handbook of nonlinear optical crystals (Berlin, Springer-Verlag, 1999).
- 24. Günter P. Appl. Phys. Letts, 34, 650 (1979).
- Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика (М., Радио и связь, 1982, с.123).
- Danailov M.B., Apai P., Belyi V.N., Khilo N.A., Kuzmin A.N., Ryabtsev G.I., Demidovich A.A. *III Intern. Winter Workshop on Spectroscopy and Structure of Rare Earth Systems* (Szklárska Poreba, 1999, p.9).
- Baumert J.C., Schellenberg F.M., Lenth W., Risk W.P., Bjorklund G.C. *Appl.Phys.Letts*, **51**, 2192 (1987).
- 28. Хило Н.А. Квантовая электроника, 30, 65 (2000).
- Сухоруков А.П., Сухорукова А.К. Изв. РАН. Сер.физич., 62, 2338 (1998).
- Beržanskis A., Matijičsius A., Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. Lithuanian J.Phys., 37, 327 (1997)
- Казак Н.С., Хило Н.А. Рыжевич А.А. Квантовая электроника, 29, 184 (1999).

V.N.Belyi, N.S.Kazak, N.A.Khilo. Frequency conversion of Bessel light beams by nonlinear crystals.

The properties of frequency conversion of Bessel light beams (BLB) by nonlinear crystals are studied theoretically and experimentally. New possibilities and prospects of the development of methods for nonlinear optical frequency conversion using BLB are discussed. The second harmonic generation (SHG) is studied under the conditions of critical and non-critical phase matching. The longitudinal and transverse phase matching is analysed in detail upon SHG and sum frequency generation in BLB. The concept of azimuthal width of phase matching caused by the longitudinal and transverse wave mismatch is introduced, and its value is calculated for collinear and π -vector interactions. The regime of azimuth-matched interactions is selected, which is realised when the azimuthal phase matching width is small. A correlation of the azimuthal BLB components caused by these interactions is predicted. It is shown that azimuth-matched BLB are characterised by a significant increase in the overlap integral and by nonlinear interactions that do not destroy their spatial structure.