

# Принцип Бабине и дифракционные потери в лазерных резонаторах

В.В.Кубарев

*Описан основанный на принципе Бабине метод простого аналитического вычисления малых дифракционных потерь различного рода в устойчивых лазерных резонаторах. Метод проверен путем сравнения с известными численными и аналитическими расчетами потерь в определенных дифракционных задачах.*

*Ключевые слова:* принцип Бабине, лазерный резонатор, дифракционные потери.

## Введение

Дифракционные потери в лазерном резонаторе часто являются составляющей частью его внутренних потерь. Эти потери возникают из-за наличия различного рода возмущений внутри резонатора: отверстий в зеркалах, «скреперов» (подвижных зеркал для регулируемого вывода излучения из наружной области пучка), различных диафрагм, поляризаторов и т. д. Дифракционными являются также потери из-за конечной апертуры зеркал в открытых лазерных резонаторах.

Наибольший интерес для практики представляют резонаторы с малыми дифракционными потерями. Распространено мнение, что такие потери невозможно удовлетворительно рассчитать простым методом возмущений, т. к. погрешность их определения якобы оказывается порядка самих потерь. В связи с этим обычно дифракционные потери рассчитываются довольно сложными и громоздкими методами решения интегральных уравнений. Цель настоящей работы – показать, что простейший метод возмущений при корректном его использовании дает для устойчивых резонаторов погрешность, много меньшую, чем сами определяемые потери [1].

## 1. Формулировка метода

Мы будем исследовать одномодовый режим работы лазера на одной из низших мод открытого или волноводного резонатора. Рассмотрим возмущения, имеющие характерный линейный размер  $\delta$ , малый по сравнению с градиентным размером рабочей моды  $a$ , но в то же время большой по сравнению с длиной волны  $\lambda$ . Это требование в силу гладкости распределения поля в моде, как правило (исключения из этого правила будут описаны ниже), означает малость самого возмущения. За нулевое приближение выберем невозмущенную моду, т. е. моду резонатора в отсутствие возмущения.

Эта мода обычно хорошо известна, и в первом при-

ближении суммарные потери на возмущении можно представить в виде двух частей. Первая часть – это «геометрические» потери  $c_g$ , под которыми понимается доля излучения, «вырезаемая» из невозмущенной моды сечением возмущения:

$$c_g = \frac{\int_{S_p} I(x, y) dx dy}{\int_{S_m} I(x, y) dx dy}, \quad (1)$$

где  $I(x, y)$  – интенсивность невозмущенной моды;  $S_p$  и  $S_m$  – поперечные сечения возмущения и моды соответственно;  $x$  и  $y$  – поперечные координаты. Кроме «геометрических» потерь необходимо учесть дополнительные дифракционные потери, обусловленные рассеянием оставшейся доли излучения.

Сечение возмущения и оставшаяся часть сечения пучка являются взаимно дополнительными экранами, поэтому согласно принципу Бабине [2] доля рассеянного излучения будет равна доле излучения, перекрываемого сечением возмущения, т. е. «геометрическим» потерям, а угловое распределение этого излучения будет таким же, как для «геометрических» потерь.

Таким образом, угловая ширина рассеянного излучения  $\sim \lambda/\delta$  будет много больше максимального характерного угла излучения в рабочей моде  $\sim \lambda/a$ . Это значит, что практически все рассеянное излучение не попадает в моду и теряется. В результате суммарные потери на малом возмущении

$$c = 1 - (1 - c_g)^2 \approx 2c_g, \quad (2)$$

## 2. Проверка метода

Проверим метод и определим область его применимости на частных, хорошо известных случаях точного решения дифракционной задачи при помощи интегральных уравнений. Рассмотрим возмущения двух типов, для частных случаев которых имеются такие решения. Это, во-первых, возмущение, связанное с обрезанием наружной части поля из-за ограниченной апертуры зеркала произвольной формы, или обычные дифракционные потери открытого резонатора. В качестве второго примера возьмем возмущение из-за наличия каких-либо отверстий связи в зеркалах резонатора. Такие зеркала часто

являются оптимальными для лазеров с оптической накачкой [3], электроразрядных DCN-лазеров, работающих в специфическом режиме взаимоусиления различных поперечных мод [4], субмиллиметровых лазеров с малым усилением активной среды [5], лазеров на свободных электронах и т. д.

**2.1. Дифракционные потери на наружной апертуре зеркал открытого резонатора**

Рассмотрим TEM<sub>00</sub>-моду симметричного открытого резонатора с весьма большими сферическими зеркалами. Как известно, эта мода имеет гауссово распределение интенсивности по радиусу [6]

$$I = I_0 \exp \left[ - (r/a)^2 \right], \quad a = (\lambda l / 2\pi)^{1/2} (1 - g^2)^{-1/4},$$

где  $l$  – длина резонатора;  $g = 1 - l/R$ ;  $R$  – радиус кривизны зеркал. «Геометрические» потери для круглых зеркал с конечным радиусом  $r_m$  имеют вид

$$c_g = \exp \left[ -2\pi N_m (1 - g^2)^{1/2} \right], \quad (3)$$

где  $N_m = r_m^2 / \lambda l$  – число Френеля зеркал резонатора. Отношение характерной ширины «кольца» поля за апертуру зеркала  $\Delta r$  к характерному диаметру TEM<sub>00</sub>-моды

$$\frac{\Delta r}{2a} = \left[ \pi (\ln 2) N_m (1 - g^2)^{1/2} \right]^{1/2} \times \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\ln 2}{2\pi N_m (1 - g^2)^{1/2}} \right]^{1/2} \right\}, \quad (4)$$

где  $\Delta r$  определяется равенством  $I(r_m + \Delta r) = e^{-1} I(r_m)$ . Требование малости потерь  $2c_g < 0.1$  согласно выражению (3) приводит к неравенству  $N_m (1 - g^2)^{1/2} > 0.5$ . Подставив это неравенство в (4), получим  $\Delta r / 2a < 0.1$ , т. е. ширина «кольца» будет много меньше характерного размера моды.

Применяя к рассматриваемому кольцевому возмущению принцип Бабине, получаем, что для малых потерь реализуется ситуация, когда рассеянное на краю зеркал излучение практически «не захватывается» рабочей TEM<sub>00</sub>-модой и теряется. Суммарные потери на этом возмущении  $c_a$  можно рассчитать по формуле (2), в которую следует подставить «геометрические» потери из (3).

На рис. 1 сравниваются потери, вычисленные по формулам (2), (3), с данными из «классической» работы [7], в которой эти потери рассчитаны численным методом решения интегрального уравнения. Видно хорошее совпадение потерь для всех кривых, за исключением кривых для конфокального ( $g = 0$ ) и плоскопараллельного ( $g = 1$ ) резонаторов.

Резонаторы двух последних типов находятся на границе устойчивости известной  $g_1, g_2$ -диаграммы. Для них рассматриваемое возмущение не может считаться малым (для плоскопараллельного резонатора – по определению). Однако эти резонаторы сравнительно редко применяются в лазерах из-за их известных недостатков. Гораздо более распространены на практике резонаторы с параметром  $g = 0.5 - 0.9$ . Для них среднее отличие вдоль кривых, рассчитанных по формулам (2), (3), от точных потерь не превышает 15% (рис. 1).

На рис. 1 приведены также результаты расчета тех же потерь по известной аналитической формуле из работы [8] (формула (32)), которая выведена путем весьма слож-

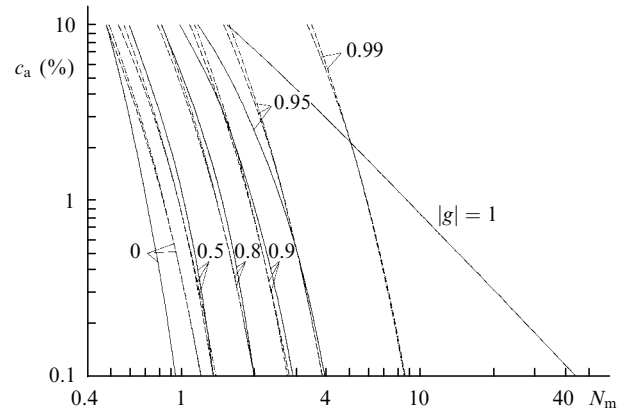


Рис. 1. Зависимости апертурных потерь TEM<sub>00</sub>-моды за один проход симметричного резонатора с круглыми зеркалами от апертурного числа Френеля для различных значений параметра  $g$ : данные работы [7] (сплошные линии), расчет по формулам (2), (3) (штриховые линии) и данные работы [8] (штрих-пунктир).

ных и громоздких преобразований интегрального уравнения и нахождения его приближенного решения. Потери, рассчитанные по формулам (2), (3), практически совпадают с данными работы [8] для всех значений параметров  $g$  и  $N_m$ . Интересно, что для конфокального резонатора ( $g = 0$ ) и при приближении к плоскопараллельному резонатору ( $g = 0.99$ ) оба метода дают одинаковые отклонения от точного решения из работы [7]. Это говорит о том, что указанные методы, несмотря на кардинальное различие в подходах, описывают практически одинаковые приближенные модели рассматриваемой задачи.

**2.2. Дифракционные потери на отверстиях связи**

Дифракционные потери для частного случая конфокального резонатора с круглыми отверстиями связи в центрах его круглых зеркал вычислены достаточно сложным методом решения интегрального уравнения в работе [9]. На рис. 2 показаны взятые из этой работы суммарные дифракционные потери  $c_s$  как функции числа Френеля его зеркал  $N_m = r_m^2 / \lambda l$  для различных чисел Френеля отверстия  $N_0 = r_0^2 / \lambda l$  ( $r_0$  – радиус отверстия) и TEM<sub>00</sub>-, TEM<sub>01</sub>-, TEM<sub>10</sub>-мод. Дифракционные потери, связанные

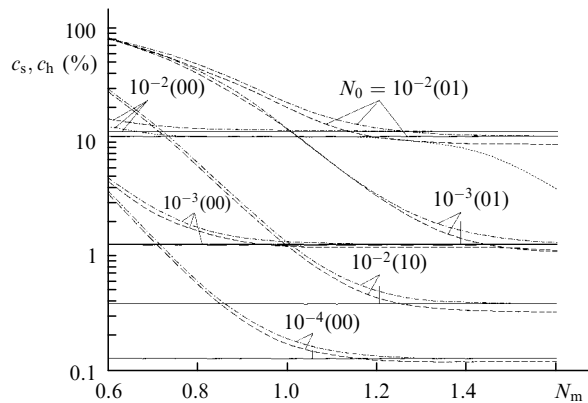


Рис. 2. Зависимости суммарных дифракционных потерь за один проход резонатора  $c_s$ , взятых из работы [9] (штриховые линии), потерь на отверстии  $c_h$ , рассчитанных по формулам (2), (5)–(7) (сплошные линии), и суммарных потерь  $c_s = 1 - (1 - c_a)(1 - c_h)$ , где  $c_a$  – апертурные потери из работы [9] (штрих-пунктир), от апертурного числа Френеля для разных чисел Френеля отверстия  $N_0$  и различных TEM<sub>*ij*</sub>-мод (числа в скобках – индексы мод).

с отверстием, на рис.2 соответствуют областям, где зависимости выходят на плато, т. к. здесь эти потери заметно превышают потери на наружной апертуре зеркал  $c_a$ . На рис.2 показаны также потери на отверстиях  $c_h = 1 - (1 - c_g)^2$ , рассчитанные по простейшим формулам для «геометрических» потерь  $c_g^{ij}$  для ТЕМ<sub>ij</sub>-мод:

$$c_g^{00} = 2\pi N_0, \quad (5)$$

$$c_g^{01} = 1 - [1 + (2\pi N_0)^2] \exp(-2\pi N_0), \quad (6)$$

$$c_g^{10} = 1 - (1 + 2\pi N_0) \exp(-2\pi N_0). \quad (7)$$

В обозначении мод используется порядок индексов такой же, как и в работе [9], т. е. на первом месте стоит азимутальный индекс, на втором – радиальный.

Видно хорошее соответствие расчетов по описываемому методу с данными работы [9], за исключением области избыточно больших  $N_m$  (см. рис.2) при большом  $N_0$  для ТЕМ<sub>00</sub>-моды. Это расхождение является некоторой особенностью только лишь конфокального резонатора, связанной с его граничной «неустойчивостью» (см. п. 2.1). Для резонаторов, находящихся в стороне от границы устойчивости ( $g = 0.4 - 0.95$ ), такого расхождения не должно быть. Хорошее соответствие потерь, рассчитанных по описываемому методу, с данными работы [9] наблюдается также при других совокупностях параметров (тип моды,  $N_0$ ), не приведенных на рис.2. Так, при  $N_0 = 10^{-3}$  из (2), (7) получаем  $c_h^{10} = 0.0039\%$ , что близко к  $c_h^{10} = 0.0036\%$  из [9]. Для  $N_0 = 10^{-4}$  из выражений (2), (6) имеем  $c_h^{01} = 0.126\%$ , что близко к  $c_h^{01} = 0.107\%$  из [9]. В целом отличие результатов расчетов по формулам (2), (5)–(7) от данных работы [9] составляет для ТЕМ<sub>00</sub>-моды 6–10%, для ТЕМ<sub>10</sub>-моды 10–15% и для ТЕМ<sub>01</sub>-моды 12–15%. Как и следовало ожидать, это отличие слегка возрастает с уменьшением характерного градиентного размера моды.

Штрих-пунктиром на рис.2 показаны суммарные дифракционные потери  $c_s = 1 - (1 - c_a)(1 - c_h) \approx c_a + c_h$ , учитывающие дифракционные потери на наружной апертуре зеркал при отсутствии отверстий  $c_a$ , взятые из работы [9] (рассматриваемый метод неприменим для расчета апертурных потерь в конфокальном резонаторе; см. п. 2.1), и дифракционные потери на отверстиях  $c_h$ , рассчитанные по формулам (2), (5)–(7). Близость этих кривых к кривым из работы [9] показывает, что потери на малом возмущении, как и следовало ожидать, обладают свойством аддитивности.

Заметим, что аналитическую формулу для вычисления потерь ТЕМ<sub>00</sub>-моды на круглых отверстиях связи в центре круглых зеркал конфокального резонатора, совпадающую с (2), (5), можно получить после элементарных преобразований формулы (26b) из работы [9].

## Заключение

Описанный выше метод элементарного вычисления малых (до 10% за проход; п. 2.1, 2.2) дифракционных потерь в устойчивых лазерных резонаторах основывается на общих принципах. Это, во-первых, позволяет кардинально упростить вычисления. Во-вторых, метод легко применим к различным, еще нерешенным дифракционным задачам. Автор многократно использовал этот метод для расчета потерь на различных возмущениях наружной области пучка и потерь на отверстиях связи в зеркалах газовых волноводных лазеров [4, 5].

Метод использовался также при расчете резонаторов мощного субмиллиметрового лазера на свободных электронах и компактного лазера на свободных электронах с планарным волноводом [10, 11]. Во всех случаях расчет проводился по общим формулам (1) и (2). Метод также легко применим к различным несимметричным задачам, решение которых методами, развитыми в работах [8, 9], практически невозможно.

1. Кубарев В.В. *Препринт ИЯФ № 99-72* (Новосибирск, 1999).
2. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М., Наука, 1973).
3. Hodges D.T. *Infrared Physics*, **18**, 375 (1978).
4. Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **23**, 311 (1996).
5. Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **22**, 1179 (1995).
6. Kogelnik H., Li T. *Appl. Optics*, **5**, 1550 (1966).
7. Li T. *Bell.Syst.Techn.J.*, **44**, 917 (1965).
8. Любимов В.В., Орлова И.Б. *Оптика и спектроскопия*, **29**, 581 (1970).
9. McCumber D.E. *Bell.Syst.Techn. J.*, **44**, 333 (1965).
10. Кубарев В.В. *Доклад на XII Нац.конф. по использованию синхротронного излучения* (Новосибирск, Россия, 1998).
11. Kubarev V.V. *IV Asian Symposium on Free Electron Lasers* (Taejon, Korea, 1999).

## V.V.Kubarev. Babinet principle and diffraction losses in laser resonators.

A simple analytical technique, based on the Babinet principle, for calculating low diffraction losses of different kinds in stable resonators is described. The technique was verified by comparison with the known numerical and analytical calculations of the losses in specific diffraction problems.