

## Кооперативное взаимодействие «одетых» атомов с квантовой модой электромагнитного поля

М.З.Смирнов

*Исследована нелинейная динамика открытой квантовой системы, включающей в себя произвольное число двухуровневых атомов, взаимодействующих с классическим многочастотным электромагнитным полем и квантовой модой электромагнитного поля. Рассмотрены два частных случая: «упругое» и «неупругое» взаимодействие. В первом случае частота квантовой моды совпадает с частотой перехода между уровнями квазиэнергии, отвечающими одному и тому же квазиэнергетическому состоянию, во втором – разным состояниям. Для «упругого» взаимодействия, которое может возникать только в открытых квантовых системах, получено аналитическое решение уравнений Гейзенберга. Численно проанализировано изменение во времени населенностей квазиэнергетических состояний, числа фотонов в квантовой моде и статистики фотонов в случае «неупругого» взаимодействия, а также в точке пересечения квазиуровней, когда оба типа взаимодействия присутствуют одновременно.*

**Ключевые слова:** кооперативное взаимодействие, «одетые» атомы, квазиэнергетические состояния, статистика фотонов.

В последние годы быстро растет число публикаций, посвященных фундаментальным физическим моделям квантовой оптики: одноатомной модели Джейнса – Каммингса [1] и модели Тэвиса – Каммингса, описывающей кооперативное взаимодействие многоатомной системы с электромагнитным излучением [2]. Предложены различные модификации данных моделей, включающие в себя несколько мод электромагнитного поля, многоуровневые атомы и многофотонные переходы (см., например, работы [3–7] и содержащиеся в них ссылки).

Интерес к физическим моделям данного типа обусловлен быстрым прогрессом экспериментальной квантовой оптики, в частности экспериментальной реализацией одноатомных мазера [8, 9] и лазера [10] с использованием пучков охлажденных атомов и высокодобротных сверхпроводящих резонаторов. В экспериментах с одноатомным мазером впервые наблюдался один из наиболее интересных эффектов, предсказанных для модели Джейнса – Каммингса, – коллапсы и возрождения осцилляций инверсии населенностей атомов [9]. Были получены и исследованы различные состояния квантовой моды электромагнитного поля, включая сжатые состояния. Подробный обзор теоретических и экспериментальных исследований в данной области содержится в книге [11].

В работах [12, 13] предложена «открытая» модификация модели Джейнса – Каммингса, включающая в себя «одетый» атом и квантовую моду электромагнитного поля. Под «одетым» атомом здесь понимается двухуровневый атом, взаимодействующий с классическим электромагнитным полем с эквидистантным спектром. Спектры поглощения и люминесценции такого атома опреде-

ляются расположением уровней квазиэнергии. Характерным свойством «открытой» модели является возможность управлять положением уровней квазиэнергии, меняя параметры классического поля. В частности, в области пересечения или антипересечения этих уровней динамика модели имеет ряд особенностей [14]. Другим отличительным свойством этой модели является возможность «упругого» взаимодействия «одетого» атома с квантовой модой, при котором населенности уровней квазиэнергии не меняются [12, 14].

Обе отмеченные особенности присущи и открытой многоатомной модели, которая рассматривается в настоящей статье.

В работах [13, 15] было показано, что спектроскопические свойства «одетого» атома, т. е. атома, находящегося в многочастотном классическом электромагнитном поле с эквидистантным спектром, могут быть охарактеризованы структурой квазиэнергетических состояний (КЭС) и спектром уровней квазиэнергии. Каждому КЭС соответствует бесконечная последовательность равноотстоящих уровней квазиэнергии, разделенных энергетическим интервалом  $\hbar\omega'$ , где  $\omega'$  – разность частот смежных спектральных компонент классического поля. При изменении параметров классического поля уровни квазиэнергии смещаются и может происходить их пересечение.

В отсутствие внешнего воздействия на «одетый» атом операторы перехода между КЭС являются интегралами движения в представлении Гейзенберга. Взаимодействие «одетого» атома с квантовой модой электромагнитного поля приводит к изменению этих операторов во времени. При этом изменение во времени населенностей КЭС и числа фотонов в квантовой моде имеет принципиально различный характер при совмещении частоты квантовой моды с разными частотами перехода между уровнями квазиэнергии. Если уровни квазиэнергии, частоты переходов между которыми близки к частоте квантовой моды, соответствуют различным КЭС, то динамика взаи-

Лазерный центр Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Саблинская ул., 14

модействования качественно имеет тот же характер, что и в отсутствие классического поля. Излучение и поглощение фотонов сопровождается соответствующим изменением населенностей КЭС. В таком случае можно использовать термин «неупругое» взаимодействие.

Если же все эти уровни соответствуют одному и тому же КЭС, то при поглощении и излучении фотонов населенности КЭС меняться не будут. Такой тип взаимодействия, который можно назвать «упругим», возможен лишь для открытых квантовых систем, таких как «одетый» атом. В области пересечения (сближения) уровней квазиэнергии происходит интерференция двух упомянутых типов взаимодействия, что может приводить к ряду интересных явлений, например к генерации сжатых квантовых состояний [13].

В отличие от предшествующих публикаций, в настоящей работе рассматривается система многих «одетых» атомов, взаимодействующих с квантовой модой электромагнитного поля. Атомы считаются двухуровневыми. Предполагается, что они расположены в области, размеры которой малы по сравнению с длиной волны [16]. Рассматривается общий случай, когда в эффективном гамильтониане могут присутствовать слагаемые, описывающие как «неупругое», так и «упругое» взаимодействие.

Выражение для эффективного гамильтониана можно получить, суммируя соответствующее выражение для одноатомного гамильтониана из работы [13] по атомам рассматриваемой системы. Это выражение удобно записать через кооперативные атомные операторы

$$\hat{J}_+ = \sum_{k=1}^N \hat{c}_k^+, \quad \hat{J}_- = \sum_{k=1}^N \hat{c}_k, \quad \hat{J}_3 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\hat{c}_k^+ \hat{c}_k - \hat{c}_k \hat{c}_k^+) \quad (1)$$

в виде

$$\hat{H}_{\text{ef}} = i[\alpha \hat{a} \hat{J}_+ - \alpha^* \hat{a}^+ \hat{J}_- + \gamma \hat{a}^+ \hat{J}_+ - \gamma^* \hat{a} \hat{J}_- - (\beta^* \hat{a}^+ - \beta \hat{a}) \hat{J}_3]. \quad (2)$$

Здесь  $k$  – номер атома;  $N$  – число атомов;  $\hat{a}$  и  $\hat{a}^+$  – операторы уничтожения и рождения фотонов в квантовой моде;  $\hat{c}_k$ ,  $\hat{c}_k^+$  – операторы перехода  $k$ -го атома из квазиэнергетического состояния  $|\theta_1\rangle_k$  в состояние  $|\theta_0\rangle_k$  и обратно (знак «плюс» означает эрмитово сопряжение);  $\alpha$  и  $\gamma$  – константы «упругого», а  $\beta$  – «неупругого» взаимодействия. Все обозначения соответствуют работе [13]. Константы взаимодействия различных атомов с квантовой модой считаются равными между собой.

Введя оператор временной эволюции

$$\hat{u}(\tau) = \exp(-i\hat{H}_{\text{ef}}\tau), \quad (3)$$

рассмотрим изменение во времени следующих средних величин, характеризующих связанную систему «одетых» атомов и квантовой моды: среднее число фотонов в квантовой моде

$$\bar{n}(\tau) = \langle \hat{a}^+(\tau) \hat{a}(\tau) \rangle = \langle \hat{u}^+(\tau) \hat{a}^+ \hat{u}(\tau) \rangle, \quad (4)$$

средний квадрат числа фотонов

$$\begin{aligned} \overline{n^2}(\tau) &= \langle \hat{a}^+(\tau) \hat{a}(\tau) \hat{a}^+(\tau) \hat{a}(\tau) \rangle \\ &= \langle \hat{u}^+(\tau) \hat{a}^+ \hat{a}^+ \hat{a} \hat{a}(\tau) \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

фактор Фано

$$F(\tau) = \frac{\overline{n^2}(\tau) - [\bar{n}(\tau)]^2}{\bar{n}(\tau)} = \frac{\Delta n^2(\tau)}{\bar{n}(\tau)}, \quad (6)$$

населенности квазиэнергетических состояний  $|\theta_0\rangle$  и  $|\theta_1\rangle$

$$\begin{aligned} N_0(\tau) &= \left\langle \sum_{k=1}^N \hat{c}_k(\tau) \hat{c}_k^+(\tau) \right\rangle \\ &= \frac{N}{2} - \langle \hat{J}_3(\tau) \rangle = \frac{N}{2} - \langle \hat{u}^+(\tau) \hat{J}_3 \hat{u}(\tau) \rangle, \\ N_1(\tau) &= \left\langle \sum_{k=1}^N \hat{c}_k^+(\tau) \hat{c}_k(\tau) \right\rangle \\ &= \frac{N}{2} + \langle \hat{J}_3(\tau) \rangle = \frac{N}{2} + \langle \hat{u}^+(\tau) \hat{J}_3 \hat{u}(\tau) \rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

В соотношениях (3)–(7) угловые скобки означают квантомеханическое усреднение по начальному квантовому состоянию связанной системы «одетых» атомов и квантовой моды;  $\tau = \kappa_c \omega' t$  – безразмерное время;  $\kappa_c$  – константа взаимодействия атома и квантовой моды (см. [13]).

В дальнейшем рассматриваются только те квантовые состояния «одетых» атомов, которые симметричны по перестановкам атомов. Эти симметричные состояния можно представить в виде (ср. с [16, 17])

$$\begin{aligned} |m\rangle_s &\equiv \left[ \frac{(N/2+m)!(N/2-m)!}{n!} \right]^{1/2} \\ &\times \sum_{\sigma} |\theta_1\rangle_{\sigma_1} \dots |\theta_1\rangle_{\sigma_{N/2+m}} |\theta_0\rangle_{\sigma_{N/2+m+1}} \dots |\theta_0\rangle_{\sigma_N}, \end{aligned} \quad (8)$$

где индекс  $m$  пробегает все значения от  $-N/2$  до  $+N/2$  через единицу. Суммирование в соотношении (8) ведется по всем перестановкам  $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$  чисел  $1, 2, \dots, N$ . В гильбертовом пространстве «одетых» атомов и квантовой моды можно выбрать базис состояний:

$$|m\rangle_s |n\rangle, \quad m = -N/2, -N/2+1, \dots, N/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где  $|n\rangle$  – фокковские состояния квантовой моды с числом фотонов  $n$ .

Правые части выражений (4)–(7) можно вычислить аналитически в случае чисто «упругого» взаимодействия, когда в выражении (2) для эффективного гамильтониана имеем  $\alpha = \gamma = 0$ ,  $\beta \neq 0$ . Пусть в начальный момент времени квантовая мода возбуждена в когерентное состояние  $|v\rangle$  (так, что  $\hat{a}|v\rangle = v|v\rangle$ ), а система «одетых» атомов – в симметричное состояние  $|m\rangle_s$ , так что волновая функция всей системы имеет вид  $|m\rangle_s |v\rangle$ .

Операторы, стоящие под знаком квантомеханического усреднения в выражениях (4), (5) и (7), можно переписать в нормально-упорядоченной форме, используя известные методы операторной алгебры [18]. В результате получаем следующие соотношения:

$$\bar{n}(\tau) = |v - 2m\beta^* \tau|^2, \quad (10)$$

$$\overline{\Delta n^2}(\tau) = \bar{n}(\tau), \quad F(\tau) = 1, \quad (11)$$

$$N_0(\tau) = \frac{N}{2} - m, \quad N_1(\tau) = \frac{N}{2} + m. \quad (12)$$

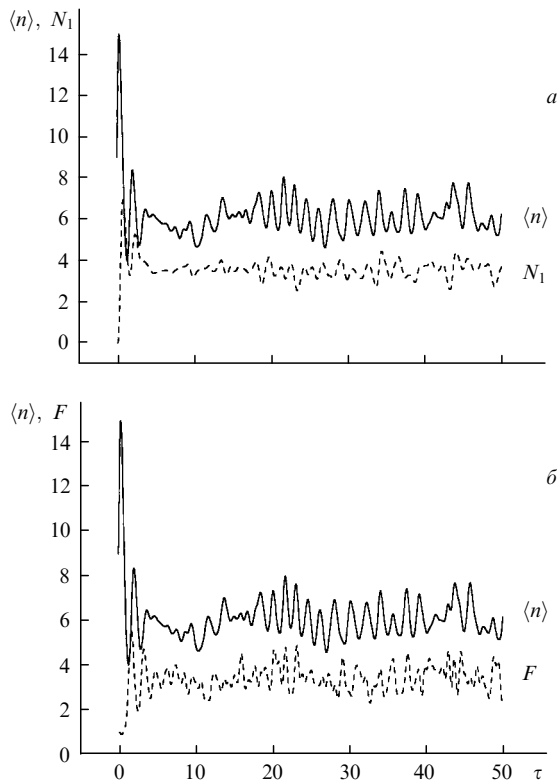


Рис. 1.

Из полученного решения видно, что статистика фотонов в квантовой моде всегда остается пуассоновской, а населенности КЭС не меняются во времени.

В общем случае динамику многоатомной модели можно исследовать численными методами, используя матричное представление эффективного гамильтониана в базисе состояний (9). В качестве примера на рис. 1 показано изменение во времени числа фотонов в квантовой моде  $\langle n \rangle$  (сплошные кривые), населенности  $N_1$  квазиэнергетических состояний  $|\theta_1\rangle$  и фактора Фано  $F$  (штриховые кривые) для системы семи «одетых» атомов, возбужденных первоначально в состоянии  $|\theta_1\rangle$ , и квантовой моды, возбужденной в начальный момент времени в когерентное состояние  $|\nu\rangle$ .

Из рис. 1 видно, что по завершении нескольких первых осцилляций зависимость от начальных условий фактически исчезает и система переходит в состояние, которое можно трактовать как равновесное. В этом последнем состоянии относительные флуктуации числа фотонов и населенностей уровней квазиэнергии невелики и имеют нерегулярный характер.

Использование «одетых» атомов, положение уровней квазиэнергии которых управляется внешним классическим полем, представляется естественным развитием современной техники мазеров и лазеров на пучках атомов. Меняя амплитуду классического поля, можно осуществлять лазерную генерацию на различных квантовых переходах между уровнями квазиэнергии, а также наблю-

дать резонансы, обусловленные пересечением и антипересечением этих уровней. Если верхний и нижний уровни квазиэнергии отвечают одному и тому же квазиэнергетическому состоянию, то взаимодействие квантовой моды с «одетым» атомом будет иметь «упругий» характер. В этом случае, как видно из соотношений (10)–(12), происходит эффективная перекачка энергии из классического поля в квантовую моду при неизменных населенностях квазиэнергетических состояний. В зависимости от степени разреженности атомного пучка с квантовой модой может взаимодействовать один атом или несколько атомов одновременно. В последнем случае эффективность передачи энергии может существенно возрасти.

Для адекватного описания различных экспериментов с мазерами и лазерами на пучках атомов необходимо дальнейшее развитие теории открытой многоатомной модели, в частности учет релаксации как атомов, так и квантовой моды, анализ флуктуаций возбуждения, зависящих от статистики атомов в пучке, исследование сжатия квадратурных компонент квантованного поля и т. д.

1. Jaynes E.T., Cummings F.W. *Proc.IEEE*, **51**, 89 (1963).
2. Tavis M., Cummings F.W. *Phys.Rev.*, **170**, 379 (1968).
3. Yoo H.-I., Eberly J.H. *Phys.Rep.*, **118**, 241 (1985).
4. Додонов В.В., Манько В.И., Чумаков С.М. *Труды ФИАН*, **176**, 57 (1986).
5. Vogel K., Akulin V.M., Schleich W.P. *Phys.Rev.Letts*, **71**, 1816 (1993).
6. Zeng Shi-Biao, Guo Guang-Can. *Phys.Letts A*, **244**, 512 (1998).
7. Kazakov A.Ya. *Phys.Letts A*, **206**, 229 (1995).
8. Meschede D., Walther H., Muller G. *Phys.Rev.Letts*, **54**, 551 (1985).
9. Rempe G., Walther H., Klein N. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 353 (1987).
10. Meyer G.M., Löffler M., Walther H. *Phys.Rev.A*, **56**, R1099 (1997).
11. Meystre P., Sargent III M. *Elements of quantum optics* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., 1998).
12. Смирнов М.З. *ЖЭТФ*, **112**, 818 (1997).
13. Smirnov M.Z. *J.Europ.Opt.Soc.*, **10**, 765 (1998).
14. Смирнов М.З. *ЖЭТФ*, **114**, 474 (1998).
15. Смирнов М.З. *Квантовая электроника*, **22**, 903 (1995).
16. Аллен Л., Эберли Дж. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М., Мир, 1978, гл. 8).
17. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. *Кооперативные явления в оптике* (М., Наука, 1988, гл. 1).
18. Люиселл У. *Излучение и шумы в квантовой электронике* (М., Наука, 1972, гл. 3).

#### M.Z.Smirnov. Cooperative interaction of 'dressed' atoms with a quantum mode of the electromagnetic field.

The nonlinear dynamics of an open quantum system that contains an arbitrary number of two-level atoms interacting with a classical multifrequency electromagnetic field and its quantum mode is studied. Two particular cases of the 'elastic' and 'inelastic' interactions are considered. In the first case, the quantum mode frequency coincides with that of the transition between the quasi-energy levels corresponding to the same quasi-energy state, and in the second case – to different states. In the case of the 'elastic' interaction, which can appear only in open quantum systems, an analytic solution of the Heisenberg equations is obtained. The time dependences of the population of quasi-energy states, the number of photons in the quantum mode, and photon statistics are numerically analysed in the case of 'inelastic' interaction and at the intersection point of quasi-levels, when both types of the interaction are simultaneously present.