## Невзаимные оптические эффекты в движущихся периодических решетках поглощения и усиления

## О.Е.Наний, Д.Д.Щербаткин

Теоретически исследованы фазовые и амплитудные невзаимные эффекты, возникающие при прохождении встречных световых волн через участки движущихся периодических решеток поглощения или усиления. Получены аналитические выражения для амплитудной и фазовой невзаимности. Показано, что максимальная фазовая невзаимность соответствует падению световых волн на движущуюся решетку под углом Брэгга.

Ключевые слова: решетки поглощения и усиления, амплитудная невзаимность, фазовая невзаимность.

Продолжающиеся на протяжении последних лет активные исследования невзаимных оптических эффектов обусловлены возможностью их практического использования для управления параметрами кольцевых лазеров, а также необходимостью установления их природы с целью выявления и устранения возможных источников погрешностей в лазерных гироскопах [1]. В работах [2-7] наряду с нашедшими практическое применение невзаимными устройствами на основе эффекта Фарадея исследовались предсказанные в [8] невзаимные эффекты, связанные с движущимися решетками показателя преломления, сопровождающими бегущие акустические волны, - невзаимные акустооптические эффекты. Результаты, полученные в этих работах, позволяют предположить наличие невзаимных эффектов в движущихся периодических решетках любой природы.

В настоящей работе впервые исследуются невзаимные эффекты в движущихся периодических решетках поглощения или усиления. Рассмотрим дифракцию световых волн на движущейся периодической решетке амплитудных неоднородностей с волновым вектором, направленным вдоль оси *z*. Коэффициент поглощения в такой решетке описывается выражением

$$\gamma(z) = a + \frac{b}{2}\sin(\Omega t - Kz), \tag{1}$$

где a – средний коэффициент поглощения (отрицательные коэффициенты поглощения соответствуют усилению); b – глубина модуляции периодической решетки; K – постоянная распространения;  $\Omega = KV; V$  – скорость распространения решетки.

В приближении плоских (неограниченных вдоль оси z) световых волн изменение амплитуд падающей и дифрагировавшей световых волн описывается уравнениями связанных волн. Уравнения связанных волн в случае дифракции на периодических решетках поглощения или



Поступила в редакцию 21 января 2000 г., после доработки – 12 февраля 2001 г.



Рис.1. Схема взаимодействия световых волн при их дифракции на движущейся периодической решетке.

усиления для геометрии взаимодействия, показанной на рис.1, имеют вид [9]

$$\frac{dA_1^+}{dx} = \zeta_{12}A_2^+ \exp(i\Delta\alpha^+ x) - aA_1^+,$$
(2)

$$\frac{dA_2^+}{dx} = \zeta_{21}A_1^+ \exp(-i\Delta\alpha^+ x) - aA_2^+,$$
(3)

где  $A_{1,2}^+$  – амплитуды соответственно падающей и дифрагировавшей световых волн, распространяющихся в положительном направлении, в качестве которого нами выбрано направление слева направо;  $\Delta \alpha^+ = \alpha_1^{x+} - \alpha_2^{x+} -$ расстройка между проекциями волновых векторов падающей и дифрагировавшей волн;  $\alpha_1^{x+}$  и  $\alpha_2^{x+}$  – проекции на ось *x* констант распространения  $\alpha_1^+$ ,  $\alpha_2^+$  падающей и дифрагировавшей волн. Коэффициенты связи  $\zeta_{12}$  и  $\zeta_{21}$  определяют эффективность дифракции и при взаимодействии с решетками поглощения или усиления в общем случае являются комплексно-сопряженными ( $\zeta_{12} = \zeta_{21}^*$ ).

Введем действительный коэффициент, характеризующий эффективность дифракции,  $\zeta = (\zeta_{12}\zeta_{21}^*)^{1/2} = |\zeta_{12}|$ . Выбором начальных фаз и положения оси *х* можно добиться выполнения равенства  $\zeta_{12} = \zeta_{21} \equiv \zeta$ . В этом случае решение системы (2), (3) при граничном условии  $A_2^+(0) = 0$  и длине среды *L* (см. рис.1) имеет вид

$$\frac{A_1^+(x)}{A_1^+(0)} = \exp\left[\left(i\frac{\Delta\alpha^+}{2} - a\right)x\right] \left\{\cosh\left[\zeta^2 L^2 - \left(\frac{\Delta\alpha^+ x}{2}\right)^2\right]^{1/2} - \frac{\Delta\alpha^+ x}{2}\right]^2\right]^{1/2}$$

$$-i\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2} \left[\zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2}\right)^{2}\right]^{-1/2}$$

$$\times \sinh\left[\zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2}\right)^{2}\right]^{1/2}\right\},$$

$$\frac{A_{2}^{+}(x)}{A_{1}^{+}(0)} = \exp\left(-i\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2} - ax\right)\zeta\sinh\left[\zeta^{2}L^{2}\right]^{-1/2}$$

$$- \left(\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2}\right)^{2}^{-1/2} \left[\zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta\alpha^{+}x}{2}\right)^{2}\right]^{-1/2}$$

для  $\Delta \alpha^+ x/2 \leqslant \zeta L$  и

$$\begin{aligned} \frac{A_1^+(x)}{A_1^+(0)} &= \exp\left[\left(\mathrm{i}\frac{\Delta\alpha^+}{2} - a\right)x\right] \left\{\cos\left[\left(\frac{\Delta\alpha^+x}{2}\right)^2 - \zeta^2 L^2\right]^{1/2} \right. \\ &\left. -\mathrm{i}\frac{\Delta\alpha^+x}{2} \left[\left(\frac{\Delta\alpha^+x}{2}\right)^2 - \zeta^2 L^2\right]^{-1/2} \right. \\ &\left. \times \sin\left[\left(\frac{\Delta\alpha^+x}{2}\right)^2 - \zeta^2 L^2\right]^{1/2} \right\}, \\ &\left. \frac{A_2^+(x)}{A_1^+(0)} &= \exp\left(-\mathrm{i}\frac{\Delta\alpha^+x}{2} - ax\right)\zeta \right. \\ &\left. \times \sin\left[\left(\frac{\Delta\alpha^+x}{2}\right)^2 - \zeta^2 L^2\right]^{1/2} \left[\left(\frac{\Delta\alpha^+x}{2}\right)^2 - \zeta^2 L^2\right]^{-1/2} \end{aligned}$$

для  $\Delta \alpha^+ x/2 \ge \zeta L$ .

Выражение для комплексной амплитуды прошедшей волны имеет вид

$$A_1^+(L) = \exp[i\Phi^+(L)]|A_1^+(L)|,$$

где

$$\frac{|A_{1}^{+}(L)|}{|A_{1}^{+}(0)|} = \exp(-aL) \left\{ \cosh^{2} \left[ \zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} \right]^{1/2} + \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} \left[ \zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} \right]^{-1/2} \times \sinh^{2} \left[ \zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \qquad (4)$$

$$\Phi^{+}(x) = \frac{\Delta \alpha^{+}L}{2} - \arctan\left\{\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2} \left[\zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2}\right]^{-1/2}\right\}$$
$$\times \tanh\left[\zeta^{2}L^{2} - \left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2}\right]^{1/2}$$
(5)

для  $\Delta lpha^+ L/2 \leqslant \zeta L$  и

$$\frac{|A_{1}^{+}(L)|}{A_{1}^{+}(0)} = \exp(-aL) \left\{ 1 - \zeta^{2}L^{2} \left[ \left( \frac{\Delta \alpha^{+}L}{2} \right)^{2} - \zeta^{2}L^{2} \right]^{-1/2} \times \sin^{2} \left[ \left( \frac{\Delta \alpha^{+}L}{2} \right)^{2} - \zeta^{2}L^{2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \tag{6}$$

$$\Phi^{+}(x) = \frac{\Delta \alpha^{+}L}{2} - \arctan\left\{\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\left[\left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} - \zeta^{2}L^{2}\right]^{-1/2}\right\}$$
$$\times \tan\left[\left(\frac{\Delta \alpha^{+}L}{2}\right)^{2} - \zeta^{2}L^{2}\right]^{1/2}$$
(7)

для  $\Delta \alpha^+ L/2 \ge \zeta L$ .

Зависимости отношения модуля амплитуды прошедшей волны к амплитуде падающей волны  $|A_1^+(L)|/A_1^+(0)$  и набега фазы прошедшей волны  $\Phi^+(L)$  от нормированной расстройки  $\Delta \alpha^+ L/2$ , построенные по формулам (4)–(7), приведены на рис.2.

Прохождение световой волны во встречном направлении (справа налево) через область взаимодействия с периодической решеткой описывается уравнениями для амплитуд  $A_{1,2}^-$ , совпадающими по виду с уравнениями (2), (3) при изменении направления оси х на противоположное и переносе начала координат на правую границу области взаимодействия. При этом расстройки между проекциями волновых векторов падающих и дифрагировавших световых волн встречных направлений на соответствующие им оси х в общем случае различны:  $\Delta \alpha^+ \neq \Delta \alpha^-$ . Действительно, хотя  $\alpha_1^- = \alpha_1^+$ , волновые веторы дифрагировавших волн не равны друг другу ( $\alpha_2^- \neq \alpha_2^+$ ), т.к. не совпадают частоты волн, дифрагировавших во встречных направлениях. Именно неравенство рассогласований проекций волновых векторов падающих и дифрагировавших во встречных направлениях волн и является причиной возникновения невзаимных эффектов при взаимодействии света с движущимися периодическими решетками произвольного вида.



Рис.2. Зависимости отношения модуля амплитуды прошедшей волны к амплитуде падающей волны  $|A_1^+(L)|/A_1^+(0)$  (*a*) и набега фазы прошедшей волны  $\Phi^+(L)$  (*b*) от нормированной расстройки  $\Delta \alpha^+ L/2$  при  $\alpha = 0$  и разных  $\zeta L$ .



Рис.3. Зависимости нормированных амплитудной  $(|A_1^+(L)/A_1^+(0) - |A_1^-(L)|/A_1^-(0))$  (*a*) и фазовой ( $\Phi^+(L) - \Phi^-(L)$ ) (*б*) невзаимностей от нормированной расстройки  $\Delta \alpha^+ L/2$  при  $\alpha = 0$  и разных  $\zeta L$ .

Разность рассогласований волновых векторов для встречных волн пропорциональна скорости движения решетки:

$$|\Delta \alpha^+ - \Delta \alpha^-| \simeq \frac{2\Omega n_2}{c} = \frac{4\pi (Vn_2)}{\Lambda c} = 2Kn_2 \frac{V}{c},$$

где  $\Lambda$  – период решетки;  $n_2$  – показатель преломления среды [7]. Зависимости нормированных амплитудной ( $|A_1^+(L)|/A_1^+(0) - |A_1^-(L)|/A_1^-(0)$ ) и фазовой ( $\Phi^+(L) - \Phi^-(L)$ ) невзаимностей от нормированной расстройки приведены на рис.3 для разных скоростей движения дифракционной решетки. Как видно из рис.3, $\delta$ , максимальная фазовая невзаимность соответствует нулевой расстройке (волновой синхронизм) между проекциями волновых векторов падающей и дифрагировавшей волн, которая имеет место при падении световой волны под углом Брэгга.

Принципиальная схема возможной экспериментальной реализации предложенного способа создания амплитудно-частотной невзаимности показана на рис.4. Два



Рис.4. Принципиальная схема возможной экспериментальной реализации предложенного способа создания амплитудно-частотной невзаимности.

световых пучка с несколько различающимися частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1 + \omega_2$ ) падают на усиливающую (поглощающую) среду кольцевого лазера под углами  $\pm \theta$  к оптической оси. В отсутствие этих волн собственная частота генерации кольцевого лазера равна  $\omega_0$ . Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  лежат в полосе усиления (поглощения) соответствующего элемента кольцевого лазера. Интерференция этих световых пучков создает периодическую решетку интенсивности, которая движется вдоль оптической оси в направлении, совпадающем с проекцией направления распространения светового пучка большей частоты. Движущаяся периодическая решетка интенсивности создает в активной среде движущуюся периодическую решетку усиления.

Таким образом, движущиеся решетки поглощения или усиления могут быть использованы для создания фазовых или амплитудных невзаимных элементов. Перспективность этого метода связана с возможностью создания подобных решеток при интерференции встречных волн слегка различающихся частот в резонансно поглощающих или усиливающих средах.

Работа частично финансировалась Министерством науки и технологий Российской Федерации по направлению «Лазерная физика» (проект № 1.58).

- 1. Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н. Квантовая электроника, 27, 98 (1999).
- Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Шелаев А.Н. Квантовая электроника, 8, 1347 (1981).
- Голяев Ю.Д., Задерновский А.А., Ливинцев А.Л. Квантовая электроника, 14, 917 (1987).
- 4. Roy R., Schulz P.A., Walther A. Optics Letts, 12, 672 (1987).
- Веселовская Т.В., Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г., Парфенов С.В., Шелаев А.Н. Квантовая электроника, 17, 823 (1990).
- 6. Clarkson W.A., Hanna D.C. Optics Comms, 81, 375 (1991).
- 7. Наний О.Е. Квантовая электроника, 23, 172 (1996).
- Зильберман Г.Е., Купченко Л.Ф. Радиотехника и электроника, 20, 2347 (1975).
- 9. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах (М., Мир, 1987).