

Спонтанное излучение атома в присутствии нанотел

В.В.Климов*, М.Дюклуа**, В.С.Летохов***

Рассмотрено влияние нанотел, т. е. тел, размеры которых малы по сравнению с длиной волны излучения, на спонтанное излучение атома, расположенного вблизи них. Результаты расчетов в рамках квантовой и классической электродинамики представлены как в аналитической, так и графической форме и могут быть легко использованы при планировании экспериментов и анализе экспериментальных данных. Показано, что нанотела можно использовать для эффективного управления скоростью спонтанных переходов. Так, возбужденный атом вблизи наноцилиндра или полюса наносфероида с нормальной к поверхности ориентацией дипольного момента перехода может распасться со скоростью, в десятки и сотни раз большей скорости распада в свободном пространстве. При некоторых (отрицательных) диэлектрических проницаемостях возможно увеличение скорости распада в $10^5 - 10^6$ и более раз. С другой стороны, распад возбужденного атома с тангенциальной к поверхности нанотела ориентацией дипольного момента существенно замедляется. Показано, что в присутствии нанотел, обладающих потерями, существенно возрастает эффективность нерадикационного распада возбужденного состояния.

Ключевые слова: атомы, спонтанное излучение, нанотела.

Содержание

1. Введение	569
2. Элементы теории спонтанного излучения атома в присутствии материальных тел	571
2.1. Классический подход: реакция излучения на осциллятор	571
2.2. Классический подход: поток энергии на бесконечность	572
2.3. Квантовый подход	572
2.4. Поглощающие и диспергирующие среды	573
2.5. Экспериментальная проверка теории.	573
3. Спонтанное излучение атома вблизи диэлектрической наносферы	574
4. Спонтанное излучение атома вблизи бесконечного кругового цилиндра	577
5. Спонтанное излучение атома вблизи диэлектрического вытянутого сфероида вращения	579
6. Спонтанное излучение атома вблизи идеально проводящей конической поверхности	583
7. Заключение	584
Литература	585

1. Введение

Поскольку, если судить по названию, наш обзор кажется более близким к атомной физике, чем к квантовой электронике, то целесообразно предпослать ему расширенное введение в терминах, принятых в квантовой электронике.

Возбужденная квантовая система способна излучать спонтанным и стимулированным образом, как это предсказано теорией равновесного излучения Эйнштейна [1] и строго показано в квантовой теории излучения Дирака [2]. Согласно теории Дирака, вероятность излучения фотона в данную моду (осциллятор поля и т. д.) пропорциональна выражению $1 + N$, где первый член соответствует

спонтанному, а второй – стимулированному излучению (N – число квантов излучения в рассматриваемом типе колебаний). Полная вероятность спонтанного распада возбужденного состояния 2 квантовой системы в нижнее состояние 1 определяется золотым правилом Ферми [3]

$$\gamma_{21} \sim |d_{21}|^2 \rho_{21}(\omega), \quad (1)$$

где d_{21} – матричный элемент, связывающий состояния 2 и 1; $\rho_{21}(\omega)$ – плотность мод электромагнитных колебаний на частоте перехода ω . В свободном пространстве $\rho(\omega)$ описывается известной формулой Рэлея – Джинса, т. е. зависит только от частоты ω и объема квантования.

Резонаторная система выделяет ограниченное число более добротных типов колебаний, в которых спонтанные кванты мультиплицируются за счет стимулированных переходов в *усиливающей среде* внутри резонатора. В этом, как известно, состоит фундаментальный принцип мазера и лазера [4, 5]. В мазере этот эффект достигается с помощью *закрытого* (объемного) резонатора объемом $V \sim \lambda^3$ (λ – длина волны излучения), который *одновременно* ограничивает число типов колебаний как для спон-

*Физический институт им П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: klimov@rim.phys.msu.su

**Laboratoire de Physique des Lasers, UMR CNRS 7538 University Paris-Nord, Institut Galilee, Avenue J-B. Clement – F93430, Villetaneuse, France

***Институт спектроскопии РАН, Россия, 142092 Троицк Моск. обл.

танного, так и для стимулированного излучения. В лазере этот эффект достигается за счет *открытого* резонатора объемом $V \gg \lambda^3$ [6, 7], который выделяет ограниченное число высокодобротных типов колебаний для стимулированного излучения, начинающегося с очень небольшой доли спонтанного излучения в эти выделенные типы колебаний. В то же время все остальное громадное число мод доступно для спонтанного излучения практически без ограничения.

Для хорошего лазера, работающего гораздо выше порога, полная вероятность стимулированного испускания атома в небольшое число высокодобротных типов колебаний намного превышает полную вероятность спонтанного излучения атома в очень большое число остальных типов колебаний. В связи с этим относительно более слабое спонтанное излучение в большинстве случаев не сильно влияет на фундаментальные характеристики лазерного излучения, тогда как очень слабое спонтанное испускание в высокодобротные типы колебаний лазера играет существенную роль во флуктуациях фазы когерентного поля лазера, т. е. в установлении предельной ширины спектральной линии лазерного излучения [7]. Квантовая электроника успешно развивалась именно по пути применения контролируемых стимулированных квантовых процессов для совершенствования всех характеристик лазерного излучения, оставляя до последнего времени в тени вопрос об управлении элементарным процессом спонтанного испускания.

Однако с общей точки зрения проблема управления квантовым процессом спонтанного излучения не менее важна, чем управление стимулированным излучением. Достаточно сказать, что для искусственного освещения мы пользуемся в основном преобразованием электричества в спонтанный свет, а управление этим процессом весьма далеко от совершенства. Только недавно, благодаря разработке светодиодов на гетероструктурах [8], мы приблизились к созданию высокоэффективных электрических источников яркого спонтанного излучения на нужной длине волны, что с точки зрения практики будет иметь громадное значение в будущем. Но для нас сейчас важен вопрос о контроле элементарного акта спонтанного испускания света.

Впервые этот вопрос был поставлен Парселлом [9], рассмотревшим повышение (enhancement) вероятности спонтанного испускания атома в резонаторе, частота единственного типа колебаний которого настроена на частоту перехода атома. Скорость спонтанного испускания в резонаторе A_c может достигать $\sim AQ$, где A – скорость спонтанного испускания атома в свободном пространстве; Q – добротность резонатора. В работе [10] развита теория спонтанного испускания атома в резонаторе, справедливая для произвольной расстройки частоты типа колебаний резонатора относительно частоты квантового перехода атома. В рамках этих представлений ясно, что при расстройке частот резонатора и квантового перехода скорость спонтанного распада атома уменьшается, и если основная частота квантового перехода меньше частоты основной (нижней) моды резонатора, то спонтанное излучение может быть существенно подавлено [11].

Первое успешное наблюдение увеличения скорости спонтанного испускания было проведено на переходах между высоковозбужденными (ридберговскими) состояниями атома в субмиллиметровом диапазоне при про-

лете атома через миниатюрный высокодобротный резонатор [12]. Затем последовали наблюдения подавления (inhibition) спонтанного испускания: в работе [13] опять-таки на ридберговских переходах наблюдалось 20-кратное подавление, в [14] этот эффект наблюдался для циклотронного излучения одного электрона в ловушке Пеннинга, служившей также резонатором. Опуская перечисление последовавших теоретических и экспериментальных работ, отметим, что весь этот круг вопросов описывается так называемой квантовой электродинамикой резонаторов (cavity quantum electrodynamic, CQED) [15, 16].

После первых экспериментов в СВЧ области было осуществлено наблюдение подавления спонтанного излучения в оптическом диапазоне [17], и сегодня представляется, что именно данная область квантовой электродинамики резонаторов будет развиваться в дальнейшем. Это связано как с прогрессом лазерной техники, так и с созданием новых микро- и наноструктурированных оптических материалов. Здесь можно выделить три направления работ.

1. Разработка микролазеров с объемом резонатора V , сравнимым с λ^3 . При этом число типов колебаний даже в пределах широкой линии усиления становится малым, т. е. возникает ситуация, подобная лазерному пределу. В этом случае уменьшается число типов колебаний как для спонтанных, так и для стимулированных переходов. Соответственно, управляя плотностью и положением резонансов, можно управлять как спонтанным, так и стимулированным излучением. К этому кругу вопросов относятся эксперименты с микросферами, обладающими высокими добротностями в оптическом диапазоне [18–20] (на их основе уже созданы микролазеры со сверхнизким порогом генерации [21, 22]), микрокаплями усиливающей среды [23, 24], планарными микрорезонаторами (vertical cavity surface emitting lasers, VCSEL [25, 26]), фотонными квантовыми проволочками (photonic quantum wire [27]), фотонными квантовыми точками (photonic quantum dot [28]) и т. д.

2. Создание трехмерных периодических диэлектрических структур с размерами $L \gg \lambda$, но с периодом изменения, например, показателя преломления порядка λ . В таких структурах, называемых сейчас фотонными кристаллами, спонтанное излучение может быть существенно подавлено [29–33]. Однако область применения фотонных кристаллов [34, 35] не ограничивается только управлением спонтанным излучением атомов внутри них, поскольку они существенно изменяют характеристики распространения света. Достаточно вспомнить простейшую одномерную квазипериодическую структуру – интерференционный светофильтр.

3. Изменение граничных условий, также влияющее на характеристики спонтанного излучения. Это следует из первого наблюдения уменьшения скорости флуоресценции сложной молекулы красителя вблизи металлической или диэлектрической поверхности [36, 37]. Данный эффект имеет нерезонансную природу, т. к. обусловлен взаимодействием диполя с его зеркальным изображением. Граничные условия искажают спектральную структуру мод, в которые атом может спонтанно излучать, и это, естественно, влияет на скорость спонтанного излучения. Особенно существенным такое влияние может быть вблизи наноструктур, искажающих распределения поля на расстояниях, меньших длины волны излучения или сравнимых с ней. Именно это направление – спонтанное

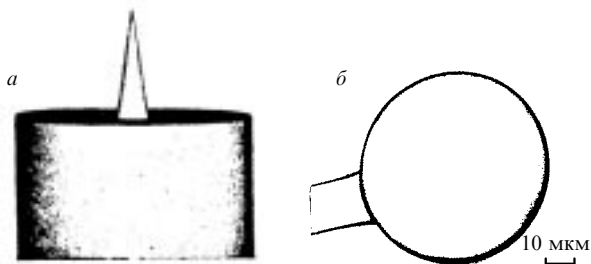


Рис.1. Примеры нанотел – игла сканирующего микроскопа (радиус кривизны острия ~ 1 нм), сфотографированная с помощью туннельного электронного микроскопа (см. [38], с.131–139) (а), и микросфера, сфотографированная с помощью туннельного электронного микроскопа [20] (б).

излучение атома вблизи нанотел различной формы – и является темой данного обзора.

В настоящее время развитие технологии позволяет создавать различные объекты и структуры с характерными размерами в сотни и даже десятки нанометров. К такого рода структурам следует в первую очередь отнести иглы апертурных и безапертурных сканирующих микроскопов [38–47]. На рис.1,а показано типичное нанотело – игла сканирующего микроскопа. Здесь толстый цилиндр является обычным оптоволоком диаметром около 1.6 мкм, на котором вытравлена игла с характерным размером вблизи конца примерно 1 нм. Такого рода иглы используются в различных сканирующих микроскопах.

Наиболее перспективными считаются сейчас так называемые безапертурные сканирующие микроскопы [42–45], в которых образец подсвечивается широким пучком света, а регистрируется свет, рассеянный исследуемым объектом при приближении к нему иглы. Безапертурный микроскоп другого типа предложен в [46]. В таком микроскопе субмикронная активная среда заменяет апертуру и действует как локализованный источник света. Более того, предложены схемы [46, 47], в которых активной средой (источником света) является единственная молекула. Такого рода схемы могут быть эффективно использованы для создания образов поверхности с высоким пространственным (менее 1 нм) и спектральным разрешениями. Кроме того, в присутствии иглы существенно усиливаются процессы комбинационного (рамановского) рассеяния [48, 49], что позволяет определять химический состав исследуемого образца.

Еще одним интересным случаем существенного влияния нанобъектов на излучение являются коллоидные растворы наночастиц различной формы. В частности, в работе [50] было показано, что раствор золотых микросфер диаметром 35 нм не дает флуоресценции, в то время как раствор золотых наностержней того же объема приводит к усилению флуоресценции на 6–7 порядков.

Другим активно исследуемым микрообъектом являются диэлектрические микро- и наносферы (рис.1,б), обладающие высокими добротностями в оптическом диапазоне [18–20]. На основе такого рода микросфер уже разрабатываются микролазеры со сверхнизким порогом генерации [21, 22]. В [51] описаны технологии создания слоистых наносфер с широким диапазоном резонансных свойств.

Следует отметить принципиальное различие между микросферами и наносферами. Наносферы имеют размер меньше длины волны и их влияние обусловлено, в

основном, большими градиентами поля вблизи них. В микросферах же возможно возбуждение оптических резонансов (мод шепчущей галереи), в результате чего может возникнуть сильное резонансное взаимодействие с атомными переходами. Случай микросфер весьма интересен, но выходит за рамки настоящего обзора.

Весьма важна в применениях нанотехнологий и цилиндрическая геометрия. Так, в работах [52, 53] проведены измерения флуоресценции отдельных молекул в субмикронных капиллярах. С другой стороны, влияние проводников субмикронных размеров на спонтанное излучение может оказаться важным при удержании атомов посредством заряженных проводников [54, 55].

Важным свойством нанотел является их способность существенно изменять скорости запрещенных переходов. В работах [56, 57] было продемонстрировано существенное увеличение скоростей электрических квадрупольных переходов вблизи сферы и цилиндра малых размеров. В работе [58] предлагается использовать диэлектрическое волокно для экспериментального исследования запрещенных переходов в атомах, пролетающих вблизи этого волокна.

Таким образом, во многих практически важных случаях необходимо знать, как нанобъекты влияют на атомы. В частности, значительный интерес представляет проблема флуоресценции атомов вблизи нанобъектов, т.е. проблема влияния нанотел на скорости спонтанных распадов атомов. В настоящем обзоре, базирующемся, в основном, на работах его авторов, кратко рассматриваются особенности спонтанного излучения вблизи нанотел различной формы. При этом мы предполагаем, что нанобъекты состоят из немагнитных материалов без дисперсии.

Отметим, что рассматриваемые проблемы относятся к новому направлению – нанооптике, являющейся, в свою очередь, частью нанотехнологии – одной из ключевых технологий 21 века.

2. Элементы теории спонтанного излучения атома в присутствии материальных тел

2.1. Классический подход: реакция излучения на осциллятор

В рамках классического подхода [16, 59] атом можно моделировать классическим осциллятором, состоящим из покоящегося заряда $-e$, расположенного в точке \mathbf{r}' , и осциллирующего вокруг него заряда e с координатой $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \delta\mathbf{r}$. В свободном пространстве уравнение движения подвижного заряда имеет вид

$$m\delta\ddot{\mathbf{r}} + m\gamma_0\delta\dot{\mathbf{r}} + m\omega_0^2\delta\mathbf{r} = 0. \quad (2.1)$$

Здесь $\delta\mathbf{r}$ – смещение движущегося заряда от положения равновесия;

$$\gamma_0 = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{\omega_0^2}{m} \quad (2.2)$$

– скорость спонтанных распадов в вакууме; m – масса движущегося заряда; ω_0 – частота осцилляций в вакууме.

На осциллятор, расположенный в точке \mathbf{r}' вблизи какого-либо тела, воздействует дополнительное (по сравнению с осциллятором в однородном пространстве) поле

$E^{(1)}(\mathbf{r}')$, в результате чего уравнение движения принимает вид

$$m\ddot{\mathbf{d}} + m\gamma_0\dot{\mathbf{d}} + m\omega_0^2\mathbf{d} = e^2\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}' + \delta\mathbf{r}, t) \approx e^2\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}', t), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{d} = e\delta\mathbf{r}$ – электрический дипольный момент осциллятора. Для нахождения отраженного поля $E^{(1)}(\mathbf{r}')$ необходимо решить полную систему уравнений Максвелла, в которой источником заряда и тока является дипольный момент осциллятора

$$\rho = -(\mathbf{d}_0\nabla)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{j} = -i\omega\mathbf{d}_0\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')e^{-i\omega t}. \quad (2.4)$$

Полагая, что все величины пропорциональны $\exp(-i\omega t)$, из (2.3) можно получить дисперсионное уравнение для определения характеристик атомного осциллятора в присутствии произвольного тела:

$$\omega^2 + i\omega\gamma_0 - \omega_0^2 + \frac{e^2}{md_0^2}\mathbf{d}_0\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}', \omega) = 0, \quad (2.5)$$

где \mathbf{d}_0 – амплитуда колебаний диполя.

В приближении малости поправок решение (2.5) можно записать в виде

$$\omega = \omega_0 - \frac{i}{2}\gamma_0 - \frac{e^2}{2m\omega_0} \frac{\mathbf{d}_0\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}', \omega_0)}{d_0^2}. \quad (2.6)$$

Разделяя действительные и мнимые части (2.6) и используя выражение (2.2) для скорости переходов в вакууме, получим в этом приближении формулу для изменения скорости спонтанных распадов [59]

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 + \frac{3}{2}\text{Im} \frac{\mathbf{d}_0\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}', \omega_0)}{d_0^2k_0^3}, \quad (2.7)$$

где $k_0 = \omega_0/c$, $k = \omega/c$ – волновые числа свободного пространства. Заметим, что выражение (2.7) применимо и в случае комплексной диэлектрической проницаемости, т. е. в случае вещества с потерями.

2.2. Классический подход: поток энергии на бесконечность

Скорость спонтанных распадов в отсутствие потерь в веществе можно найти и непосредственно, вычислив интенсивность излучения системы атом + тело на бесконечности и относя этот поток энергии к потоку энергии от осциллятора в свободном пространстве:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\int |[(\mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{E}^{(1)})(\mathbf{H}^{(0)} + \mathbf{H}^{(1)})]_{r \rightarrow \infty}|^2 d\Omega}{\int |[\mathbf{E}^{(0)}\mathbf{H}^{(0)}]_{r \rightarrow \infty}|^2 d\Omega}. \quad (2.8)$$

В (2.8) интегрирование производится по телесному углу $d\Omega$. В интересующем нас случае нанобъектов излучение является дипольным, а выражение (2.8) сводится к отношению квадратов дипольных моментов:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{|\mathbf{d}_{\text{tot}}|^2}{|\mathbf{d}_0|^2}, \quad (2.9)$$

где \mathbf{d}_{tot} – полный дипольный момент системы атом + нанотело.

Таким образом, для нахождения изменения скорости спонтанных распадов в присутствии любого нанобъек-

та, все размеры которого малы по сравнению с длиной волны излучения, достаточно решить квазистатическую задачу о диполе вблизи этого нанобъекта. При этом суммарный дипольный момент в соответствии с (2.9) позволит найти изменение скорости спонтанных распадов.

В принципе для нахождения изменения скорости спонтанных распадов вблизи нанобъектов можно воспользоваться и выражением (2.7). Однако при этом необходимо решать или полную электродинамическую задачу (что часто невозможно сделать в аналитическом виде), или несколько статических задач для построения теории возмущений по волновому вектору \mathbf{k} [60]. Отметим, что выражения (2.8) и (2.9) основаны на вычислении потока излучения на бесконечности и, следовательно, не могут описывать случай вещества с потерями, в которых имеется поток энергии внутрь тела.

2.3. Квантовый подход

В целом процедура квантования электромагнитного поля в присутствии диэлектриков без потерь известна [61]. Однако в каждом конкретном случае необходим особый подход. В задаче о спонтанном распаде в качестве базиса удобно рассматривать стоячие волны, для чего систему атом + нанотело нужно поместить в объем квантования большого размера ($L \rightarrow \infty$). Геометрия объема квантования определяется геометрией задачи, а его размеры не входят в наблюдаемые результаты. Разложение квантованного электромагнитного поля и его векторного потенциала по полной системе собственных функций классической задачи (по стоячим волнам) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}} &= \sum_s \frac{a_s \mathbf{e}(s, \mathbf{r}) - a_s^+ \mathbf{e}^*(s, \mathbf{r})}{i\sqrt{2}}, \\ \hat{\mathbf{B}} &= \sum_s \frac{a_s \mathbf{b}(s, \mathbf{r}) + a_s^+ \mathbf{b}^*(s, \mathbf{r})}{\sqrt{2}}, \\ \hat{\mathbf{A}} &= - \sum_s \frac{c}{\omega_s} \frac{a_s \mathbf{e}(s, \mathbf{r}) + a_s^+ \mathbf{e}^*(s, \mathbf{r})}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь a_s, a_s^+ – коэффициенты уничтожения и рождения фотонов в соответствующих модах с обычными соотношениями коммутации; ω_s – частоты этих мод. Индекс s – составной (векторный) и включает в себя тип моды (ТЕ или ТМ) и квантовые числа, аналогичные квантовым числам одноэлектронного атома.

Уравнения Максвелла, определяющие моды, имеют вид

$$\nabla \times \mathbf{e}(s, \mathbf{r}) = \frac{\omega_s}{c} \mathbf{b}(s, \mathbf{r}), \quad \nabla \times \mathbf{b}(s, \mathbf{r}) = -\frac{\omega_s}{c} \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{e}(s, \mathbf{r}), \quad (2.11)$$

где $\varepsilon(\mathbf{r})$ – функция, описывающая распределение диэлектрической проницаемости в пространстве. Мы также предположим, что волновые функции фотонов нормированы на один фотон в объеме квантования:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int d^3\mathbf{r} \mathbf{e}^*(s, \mathbf{r}) \mathbf{e}(s', \mathbf{r}) &= \delta_{ss'} \hbar \omega_s, \\ \frac{1}{4\pi} \int d^3\mathbf{r} \mathbf{b}^*(s, \mathbf{r}) \mathbf{b}(s', \mathbf{r}) &= \delta_{ss'} \hbar \omega_s. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Гамильтониан взаимодействия квантованного поля с атомом может быть сконструирован обычным путем [16]. В случае дипольных переходов достаточно удерживать только первый член из полного гамильтониана:

$$H_{\text{int}} = -\frac{e}{mc} \hat{A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} + \dots \quad (2.13)$$

Здесь $\hat{A}(\mathbf{r})$ – оператор векторного потенциала в месте расположения электрона; $\hat{\mathbf{p}}$ – оператор импульса электрона; m – масса электрона.

Теперь в соответствии с золотым правилом Ферми можно написать выражение для скорости спонтанного распада [3]:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \text{ini} | H_{\text{int}} | \text{fin} \rangle|^2 \rho(\omega), \quad (2.14)$$

где $\rho(\omega)$ – плотность конечных состояний, которая легко находится, если известны решения уравнений Максвелла, т. е. спектр задачи.

В случае электрических дипольных переходов типа E_1 для скорости спонтанных распадов получим выражение

$$\gamma = \frac{\pi}{\hbar} |\mathbf{d} e_{\text{fin}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}_0)|^2 \rho(\omega), \quad (2.15)$$

где $e_{\text{fin}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}_0)$ – волновая функция фотона в конечном состоянии; \mathbf{d} – матричный элемент дипольного момента.

Можно показать [62], что в отсутствие потерь как классические, так и квантовые подходы дают одинаковые выражения для относительных скоростей переходов, т. е. для скоростей переходов, нормированных на скорости переходов в свободном пространстве. В силу этого для вычисления скорости спонтанных распадов можно воспользоваться любым выражением. В случае нанотел без внутренних потерь, как правило, квантово-механический подход быстрее приводит к цели. Это связано с тем, что при обоих классических подходах необходимо сначала вычислить точную функцию Грина дипольного источника в присутствии тела и затем найти ее асимптотику либо в окрестности диполя ($\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'$), либо на бесконечности ($\mathbf{r} \rightarrow \infty$). В случае квантово-механического подхода результат сразу выражается в виде относительно простого разложения по решениям однородных уравнений Максвелла (2.15).

2.4. Поглощающие и диспергирующие среды

Выражение (2.7) для скоростей распада классического осциллятора справедливо при любой (в том числе и комплексной) диэлектрической проницаемости вещества нанотела. Однако, строго говоря, квантовое выражение (2.15) может быть выведено только в предположении эрмитовости гамильтониана, т. е. в отсутствие потерь в веществе.

В этом же случае применимо и доказательство эквивалентности классических и квантовых результатов. Однако в последнее время появились работы [63–65], в которых процедура квантования электромагнитных полей обобщается на случай диспергирующих и поглощающих сред. В рамках этой обобщенной теории эквивалентность квантовых и классических результатов для скоростей спонтанных переходов в первом порядке теории возмущений также имеет место.

2.5. Экспериментальная проверка теории

Несмотря на то что изложенные выше теоретические подходы базируются на основных принципах квантовой и классической электродинамики, экспериментальная проверка конкретных теоретических результатов является желательной, т. к. использование концепции диэлектрической проницаемости рано или поздно становится неприменимым.

Эксперименты с отдельными атомами вблизи макроскопических тел весьма сложны, и в настоящее время надежно измерены только времена жизни атомов и ионов вблизи частично отражающей плоской поверхности [36, 66]. Геометрия такого рода экспериментов показана на рис.2. В этих экспериментах флуоресценция исследовалась в образцах с разной шириной диэлектрического слоя, отделяющего атом или ион от зеркала.

С теоретической точки зрения излучение атома в такой геометрии хорошо изучено в рамках как классических [59, 66], так и квантовых подходов [67]. В частности, для атома с перпендикулярной ориентацией дипольного момента, расположенного на расстоянии z от поверхности полупространства с диэлектрической проницаемостью ε , для изменения скорости спонтанных распадов имеем выражение [67]

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 + 3 \left\{ \int_0^1 dt T(t) \cos(2z\omega t) + \int_0^1 dt A(t) \exp \left[-2z\omega t(\varepsilon - 1)^{1/2} \right] \right\}, \quad (2.16)$$

$$T(t) = \frac{1}{2} (1 - t^2) \frac{\varepsilon t - (\varepsilon - 1 + t^2)^{1/2}}{\varepsilon t + (\varepsilon - 1 + t^2)^{1/2}},$$

$$A(t) = \varepsilon(\varepsilon - 1)^{1/2} \frac{(\varepsilon - 1)t^2 + 1}{(\varepsilon^2 - 1)t^2 + 1} t(1 - t^2).$$

Для многослойной среды, более адекватно описывающей геометрию эксперимента, имеют место аналогичные, но более громоздкие выражения [59].

Из приведенных на рис.3 результатов измерения времени жизни иона Eu^{3+} вблизи оптически толстого серебряного зеркала и соответствующей теоретической кривой [36] видно хорошее согласие между теорией и экспериментом вплоть до расстояний в несколько нанометров. Это совпадение говорит о корректности теоретических подходов и позволяет теоретически (а затем и экс-

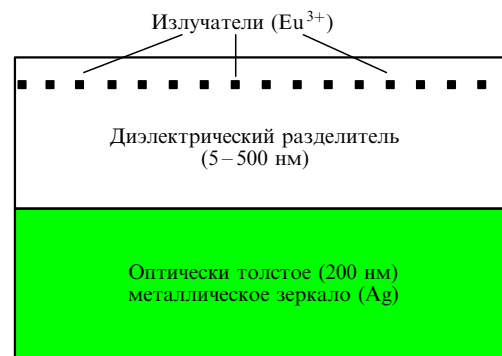


Рис.2. Геометрия экспериментальной установки по измерению флуоресценции атома вблизи частично отражающей границы.

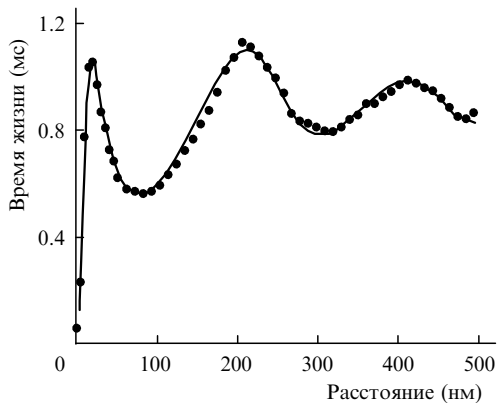


Рис.3. Экспериментальное (точки) и расчетное (сплошная кривая) время жизни возбужденного иона Eu^{3+} вблизи зеркала из Ag как функция расстояния до зеркала [36].

периментально) исследовать спонтанное излучение атома вблизи таких тел, как сфера, цилиндр, сфероид и конус.

Совсем недавно появилась работа об экспериментальном измерении влияния отверстия диаметром 80 нм в проводящей апертуре сканирующего микроскопа на спонтанное излучение отдельной молекулы [68]. В этой работе для перпендикулярной апертуре ориентации дипольного момента молекулы было получено хорошее совпадение экспериментальных данных с предсказаниями простой двумерной модели. Для других ориентаций согласия не было, что говорит о необходимости разработки более точной трехмерной теории.

3. Спонтанное излучение атома вблизи диэлектрической микросферы

Сферическая геометрия является наиболее исследованной [69–90], причем, как правило, рассматривалась классическая постановка задачи. Нам представляется, что в сферическом случае удобнее пользоваться квантовой формулировкой задачи, геометрия которой показана на рис.4. Квантование электромагнитного поля в такой геометрии также хорошо известно [83–85].

В случае электрических дипольных переходов могут возбуждаться как поперечные магнитные (ТМ), так и поперечные электрические (ТЕ) моды, причем при ради-

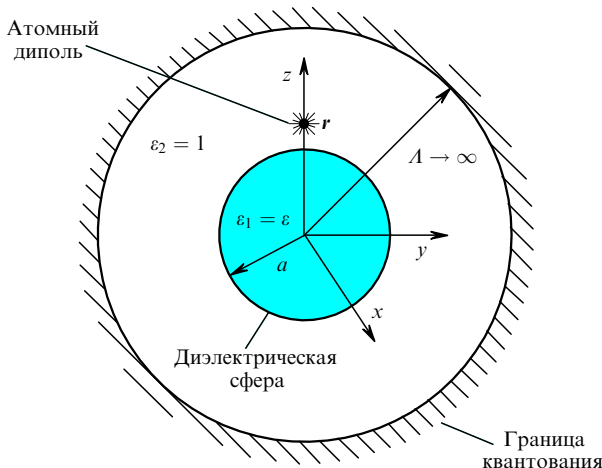


Рис.4. Геометрия сферического случая.

альной ориентации дипольного момента перехода могут возбуждаться только ТМ-моды. Выражения для напряженности электрического поля s -й моды $e(s, r)$ легко получить через сферические гармоники (Y_{nm}) и сферические функции Ханкеля и Бесселя (h_n и ниже j_n) [86–88]:

$$e_{TM}(n, m, \kappa) = -\frac{1}{k_0 \epsilon_2} \nabla \times \{ [\alpha_{TMn}^{(1)} h_n^{(1)}(k_2 r) + \alpha_{TMn}^{(2)} h_n^{(2)}(k_2 r)] \hat{L} Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \}, \quad r > a \quad (3.1)$$

в случае поперечных магнитных мод и

$$e_{TE}(n, m, \kappa) = [\alpha_{TE n}^{(1)} h_n^{(1)}(k_2 r) + \alpha_{TE n}^{(2)} h_n^{(2)}(k_2 r)] \hat{L} Y_{nm}(\vartheta, \varphi), \quad r > a \quad (3.2)$$

в случае поперечных электрических мод. Здесь m, n, κ – азимутальное, орбитальное и радиальное квантовые числа; $k_{1,2} = \epsilon_{1,2}^{1/2} k = \epsilon_{1,2}^{1/2} \omega(n, \kappa)/c$ – волновые числа внутри сферы и вне ее; $k = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве; $\hat{L} = -i\mathbf{r} \times \nabla$ – оператор углового момента; a – радиус микросферы. Совокупность квантовых чисел n, m, κ формирует использованный выше векторный индекс $s = \{n, m, \kappa\}$. Аналогичные выражения имеют место для электрического поля внутри сферы и для магнитных полей.

Коэффициенты $\alpha_{TMn, TE n}^{(1,2)}$ находятся обычным образом из условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границе сферы и нормировки волновых функций в сфере радиусом A на один фотон в квантованной моде:

$$\frac{\alpha_{TMn}^{(1)}}{\alpha_{TMn}^{(2)}} = 1 - 2q_n, \quad (3.3)$$

$$q_n = \left\{ \epsilon_1 \frac{d}{dz_2} [z_2 j_n(z_2)] j_n(z_1) - \epsilon_2 \frac{d}{dz_1} [z_1 j_n(z_1)] j_n(z_2) \right\} \times \left\{ \epsilon_1 \frac{d}{dz_2} [z_2 h_n^{(1)}(z_2)] j_n(z_1) - \epsilon_2 \frac{d}{dz_1} [z_1 j_n(z_1)] h_n^{(1)}(z_2) \right\}^{-1},$$

$$\frac{\alpha_{TE n}^{(1)}}{\alpha_{TE n}^{(2)}} = 1 - 2p_n, \quad (3.4)$$

$$p_n = \left\{ \frac{d}{dz_2} [z_2 j_n(z_2)] j_n(z_1) - \frac{d}{dz_1} [z_1 j_n(z_1)] j_n(z_2) \right\} \times \left\{ \frac{d}{dz_2} [z_2 h_n^{(1)}(z_2)] j_n(z_1) - \frac{d}{dz_1} [z_1 j_n(z_1)] h_n^{(1)}(z_2) \right\}^{-1},$$

$$|\alpha_{TMn}^{(1)}|^2 = |\alpha_{TMn}^{(2)}|^2 = |\alpha_{TE n}^{(1)}|^2 = |\alpha_{TE n}^{(2)}|^2 = \frac{2\pi \hbar c}{A} \frac{k_0^3}{n(n+1)}. \quad (3.5)$$

Здесь q_n и p_n – коэффициенты отражения Ми [89]; $z_1 = \sqrt{\epsilon}ka$; $z_2 = ka$; $\epsilon_1 \equiv \epsilon$ – диэлектрическая проницаемость микросферы; $\epsilon_2 = 1$. Обратим внимание на то, что при нормировке волновых функций вклад от области внутри диэлектрической микросферы пренебрежимо мал по сравнению с вкладом от области с $r \sim A$.

Для исследования взаимодействия атомного осциллятора с континуумом электромагнитных мод, модифи-

цированных присутствием диэлектрической микросферы, необходимо также знать плотность конечных состояний, т. е. число состояний электромагнитного поля в единичном интервале энергий. Требование исчезновения тангенциальных компонент электрического поля ТМ-мод на внутренней поверхности сферы квантования приводит к трансцендентному уравнению

$$\frac{d}{dr}(rZ)\Big|_{r=A} = 0, \quad (3.6)$$

$$Z = \alpha_{\text{TM}n}^{(1)} h_n^{(1)}\left(\frac{\omega_s}{c} r\right) + \alpha_{\text{TM}n}^{(2)} h_n^{(2)}\left(\frac{\omega_s}{c} r\right),$$

которое имеет асимптотические решения

$$\omega_s = \left(\kappa + \frac{n+1}{2}\right) \frac{\pi c}{\lambda} + \dots \quad (3.7)$$

Отсюда следует, что плотность конечных состояний будет описываться простым выражением

$$\rho_{\text{TM}}(\omega) = \frac{d\kappa}{d(\hbar\omega_s)} = \frac{A}{\pi\hbar c}, \quad (3.8)$$

совпадающим с плотностью конечных состояний в отсутствие микросферы. В случае ТЕ-мод имеем такую же плотность состояний.

Независимость плотности конечных состояний большого резонатора (с радиусом $A \rightarrow \infty$) от присутствия в нем микросферы является следствием общей теоремы об асимптотическом распределении собственных значений [91], и поэтому изменение спектроскопических характеристик атома вблизи мезо- и наноструктур (конечного объема) определяется лишь свойствами матричного элемента перехода и волновыми функциями фотонов.

После того как волновые функции и плотности конечных состояний стали известны, можно в соответствии с (2.15) сразу выписать скорости спонтанных распадов. Подставив (3.1), (3.2) и (3.8) в (2.15) и отнеся результат к скорости переходов в свободном пространстве

$$\gamma_0 = \frac{4}{3} \frac{d^2 k^3}{\hbar}, \quad (3.9)$$

получим выражения для скорости электрических E_1 -переходов с радиальной ориентацией электрического дипольного момента ($r > a$) [73, 81]:

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}} = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(2n+1) \times \left(\frac{|j_n(k_2 r) - q_n h_n^{(1)}(k_2 r)|}{k_2 r}\right)^2. \quad (3.10)$$

Для тангенциальной ориентации соответственно имеем

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{tan}} = \frac{3}{2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) \left[|j_n(z') - p_n h_n^{(1)}(z')|^2\right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) \left| \frac{1}{z'} \frac{d}{dz'} [j_n(z') - q_n h_n^{(1)}(z')] \right|^2 \right]_{z'=k_2 r}. \quad (3.11)$$

В случае сферы малого по сравнению с длиной волны радиуса, $ka \rightarrow 0$ (наносферы), в (3.10), (3.11) существен только первый член:

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}} \xrightarrow{ka \rightarrow 0} \left| \frac{3\varepsilon}{\varepsilon + 2} \right|^2, \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{tan}} \xrightarrow{ka \rightarrow 0} \left| \frac{3}{\varepsilon + 2} \right|^2. \quad (3.13)$$

На рис.5 показаны зависимости скорости распада от радиуса сферы. В области малых радиусов сферы поведение кривых определяется асимптотиками (3.12), (3.13). При увеличении радиуса в сфере могут возбуждаться резонансы (моды шепчущей галереи [18–20]). Эти моды весьма интересны, но их анализ выходит за рамки настоящей работы, посвященной нанообъектам, где таких резонансов нет.

Случай идеально проводящей (металлической) поверхности получается, если в (3.10), (3.11) устремить диэлектрическую проницаемость ε к бесконечности. В результате выражения для коэффициентов Ми упрощаются:

$$q_{n \text{ met}} = \frac{d}{dz_2} [z_2 j_n(z_2)] / \frac{d}{dz_2} [z_2 h_n^{(1)}(z_2)] \Big|_{z_2=ka}, \quad (3.14)$$

$$p_{n \text{ met}} = \frac{j_n(ka)}{h_n^{(1)}(ka)}, \quad (3.15)$$

а выражения для скоростей описываются формулами (3.10), (3.11) с заменой $q_n \rightarrow q_{n \text{ met}}$, $p_n \rightarrow p_{n \text{ met}}$. На поверхности металлической сферы выражения для скоростей принимают совсем простой вид [90]:

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}} = \frac{3}{2(ka)^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)(2n+1)}{|h_n^{(1)}(ka)|^2}, \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{tan}} = 0. \quad (3.17)$$

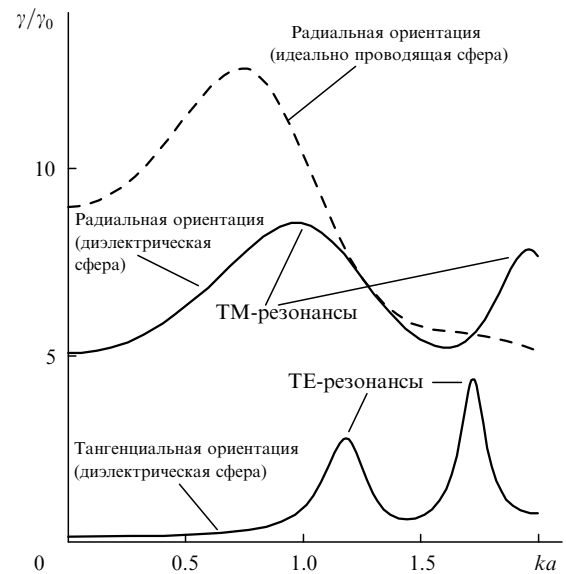


Рис.5. Зависимости от ka скоростей дипольных E_1 -переходов разной ориентации в атоме, расположенном вблизи диэлектрической сферы ($\varepsilon = 6$), а также вблизи идеально проводящей сферы.

В случае бесконечно малой проводящей сферы вместо (3.16), (3.17) соответственно имеем

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}} = 9, \tag{3.18}$$

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{tan}} = 0. \tag{3.19}$$

Эти выражения, естественно, согласуются с выражениями (3.12), (3.13).

До сих пор мы рассматривали диэлектрическую сферу без потерь. Однако существует аналитическое решение полной электродинамической задачи и можно рассмотреть случай с потерями. Для этого наиболее целесообразно использовать классический подход (формулу (2.7)). Тогда скорость спонтанных распадов для перехода с радиальной ориентацией будет иметь вид [73, 81]

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}} = 1 - \frac{3}{2} \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(2n+1)q_n \left(\frac{h_n^{(1)}(kr)}{kr} \right)^2 \right]. \tag{3.20}$$

В случае действительных ϵ выражение (3.20) совпадает с (3.10), а для сферы с внутренними потерями такое совпадение отсутствует. Выражение (3.10) описывает только радиационные потери, в то время как (3.20) учитывает также джоулевы потери в веществе сферы. Для малых сфер ($ka \rightarrow 0$), т.е. наносфер, это различие становится весьма существенным. Действительно, в этом случае для относительной скорости радиационных потерь из (3.10) можно получить следующее выражение:

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}}^{\text{radiative}} \xrightarrow{ka \rightarrow 0} \left| 1 + \frac{2(\epsilon - 1)}{\epsilon + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \right|^2, \tag{3.21}$$

в то время как для полной скорости из (3.20) имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}}^{\text{total}} \xrightarrow{ka \rightarrow 0} & \text{Re} \left\{ \left[1 + \frac{2(\epsilon - 1)}{\epsilon + 2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \right] \right\} \\ & + \frac{3}{2(ka)^3} \left(\frac{a}{r}\right)^4 \text{Im} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^{2n} \\ & \times \left[\frac{(\epsilon - 1)(n+1)}{\epsilon n + n + 1} + O(ka^2) \right]. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Сравнение (3.21) и (3.22) показывает, что полная скорость потерь содержит слагаемое, которое неограниченно (как $1/(ka)^3$) увеличивается при уменьшении радиуса сферы. Более того, из (3.20) и (3.22) видно, что для атома вблизи поверхности ($r \rightarrow a$) сферы с потерями скорость нерадиационных процессов стремится к бесконечности. На рис.6 показаны зависимости скоростей радиационных и полных потерь для золотой, серебряной и алмазной наносфер с $ka = 0.2$. Хорошо видно увеличение скорости потерь с приближением к поверхности, а также то, что вблизи проводящей наносферы скорость радиационных потерь по сравнению со скоростью нерадиационных (джоулевых) потерь в веществе увеличивается незначительно.

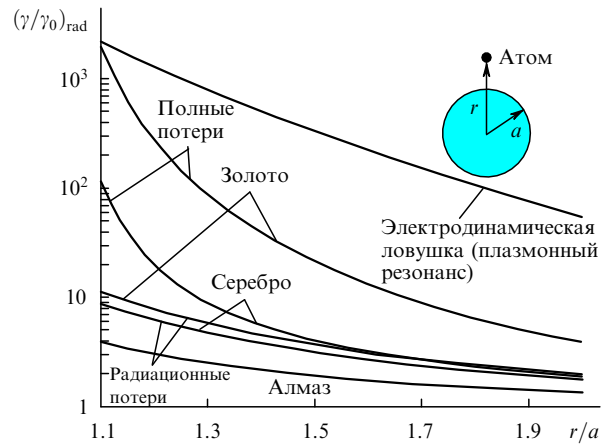


Рис.6. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов от расстояния от атома до поверхности наносферы из алмаза ($\epsilon = 6$), золота ($\epsilon = -8.37 + i1.16$, $\lambda = 600$ нм [92]) и серебра ($\epsilon = -15.37 + i0.231$, $\lambda = 632.8$ нм [93]).

Выражения (3.21) и (3.22) справедливы в большинстве практически важных случаев. Однако существует область параметров, где эти выражения неприменимы. Речь идет об особом случае – случае электродинамической ловушки (плазмонного резонанса), когда выполняется условие [94] $|\epsilon + 2| \ll (ka)^2 \ll 1$. В частности, для сферы из калия при длине волны 578 нм $\epsilon = -2.46 + i0.295$, $|\epsilon + 2| \approx 0.5$, и при $ka = 0.8$ упомянутое выше условие приближенно выполняется. По-видимому, существуют ситуации, когда это условие выполняется еще лучше и $|\epsilon + 2| \approx 0$. В этом случае джоулевы потери будут малы, в то время как радиационные потери и скорость распада станут очень большими (верхняя кривая на рис.6). При $\epsilon \approx -2$ для наносфер вместо выражений (3.21) и (3.22) имеем

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_{\text{rad}}^{\text{radiative}} \xrightarrow{\epsilon = -2, ka \rightarrow 0} \frac{25}{4(ka)^4} \left(\frac{a}{r}\right)^6 + \dots \tag{3.23}$$

Подчеркнем, что эти соотношения справедливы только в условиях плазмонного резонанса и что нам неизвестны материалы, которые обеспечивают хорошее выполнение условий этого резонанса для сфер. Случай сферических наночастиц более благоприятен для осуществления резонанса (см. ниже разд.5).

В целом сфера малого по сравнению с длиной волны размера (наносфера) оказывает существенное влияние на процесс распада возбужденного состояния атома. В случае диэлектрической наносферы (малые внутренние потери, $\epsilon'' \ll \epsilon'$) энергия возбуждения испускается в виде фотонов, причем скорость такого радиационного распада увеличивается или уменьшается в несколько раз в зависимости от ориентации дипольного момента перехода. В случае металлической наносферы (большие внутренние потери, $\epsilon'' \gg \epsilon'$) энергия возбуждения атома в основном диссипирует в наносфере; скорость такого нерадиационного процесса существенно увеличивается как при уменьшении радиуса сферы, так и с приближением атома к ее поверхности. В особом случае (случай плазмонного резонанса, $\epsilon \approx -2$) распад остается радиационным (энергия в виде фотонов уходит на бесконечность), но его скорость обратно пропорциональна четвертой степени радиуса сферы.

4. Спонтанное излучение атома вблизи бесконечного кругового цилиндра

Цилиндрический случай является более сложным и ему посвящено гораздо меньше работ. Классическая задача об излучении токов с произвольным распределением вблизи проводящего цилиндра была рассмотрена в [95]. Метод решения классической задачи о диполе, расположенном на оси диэлектрического цилиндра, предложен в [96]. Попытки более детального исследования были предприняты в [97–99], где основное внимание уделялось численным расчетам. Случай дипольных и квадрупольных переходов в атоме вблизи идеально проводящего цилиндра был детально исследован как аналитически, так и численно в [57].

В цилиндрическом случае также удобнее пользоваться квантовой формулировкой задачи, в которой цилиндр и атом окружены коаксиальной идеально проводящей поверхностью радиусом A и длиной L . Фактически полная система является ограниченным по длине коаксиальным резонатором. Геометрия задачи показана на рис.7. В этом случае выражения для напряженности электрического поля $e(s, r)$ s -й ТМ-моды в терминах функций Бесселя имеют вид [100]

$$e_z = C_{\text{TM}} v^2 [J_m(v\rho) - Y_m(v\rho) q_{\text{TM}}(m, va)] e^{im\phi} \cos(hz), \quad (4.1)$$

$$e_\rho = -C_{\text{TM}} v h [J'_m(v\rho) - Y'_m(v\rho) q_{\text{TM}}(m, va)] e^{im\phi} \sin(hz),$$

$$e_\phi = \frac{-i C_{\text{TM}} h m}{\rho} [J_m(v\rho) - Y_m(v\rho) q_{\text{TM}}(m, va)] e^{im\phi} \sin(hz),$$

где штрих обозначает производную по аргументу; h – продольное волновое число; v – радиальное волновое число;

$$q_{\text{TM}}(m, va) = \frac{J_m(va)}{Y_m(va)}; \quad (4.2)$$

$$C_{\text{TM}} = \left\{ \frac{4\pi\hbar\omega_s}{LAv[1 + q_{\text{TM}}^2(m, va)]k^2} \right\}^{1/2}.$$

Выражение (4.1) обеспечивает выполнение граничных условий для ТМ-мод на поверхности цилиндра ($r = a$)

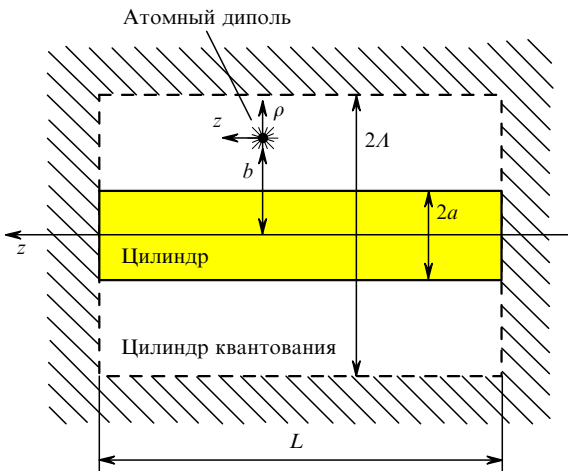


Рис.7. Геометрия цилиндрического случая.

при любых h и v . Чтобы обеспечить выполнение граничных условий на поверхности цилиндра квантования ($z = 0, L; r = A$), необходимо наложить следующие условия на h и v :

$$h = \frac{\pi n_z}{L}, \quad n_z = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.3)$$

$$J_m(vA) - Y_m(vA) q_{\text{TM}}(m, va) = 0.$$

В пределе $L \rightarrow \infty$ второе уравнение (4.3) имеет асимптотическое решение

$$v = \frac{\pi}{A} \left(n_\rho + \frac{m}{2} + \frac{1}{4} \right) + \dots, \quad n_\rho = 0, 1, 2, \dots \quad (4.4)$$

Набор квантовых чисел m, n_z, n_ρ образует векторный индекс $s = \{m, n_z, n_\rho\}$ для ТМ-мод, который использовался выше.

Поперечные электрические моды квантуются в полной аналогии со случаем ТМ-мод.

В рассматриваемом нами ограниченном коаксиальном резонаторе (образованном рассматриваемым цилиндром и объемом квантования) помимо вышеупомянутых существуют так называемые основные моды [100]. В нашем случае, однако, основные моды в пределе $L \rightarrow \infty$ не дают вклада в скорости спонтанных распадов.

В случае цилиндрической геометрии частоты основных колебаний задаются хорошо известным соотношением

$$\omega_s = c(v^2 + h^2)^{1/2}, \quad (4.5)$$

где h, v определяются условиями квантования (4.3), (4.4).

Для нахождения скоростей спонтанных распадов в соответствии с правилом Ферми необходимо также знать плотность конечных состояний. Из (4.5) очевидно, что плотность конечных состояний определяется следующим простым выражением:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{TM}}(\omega) &= \delta[\omega - \omega_s(n_z, n_\rho)] \frac{dn_z dn_\rho}{\hbar} \\ &= \delta[\omega - c(h^2 + v^2)^{1/2}] \frac{L A d h d v}{\pi^2 \hbar} = \frac{L A}{\pi^2 \hbar c} \frac{k}{v} d h. \end{aligned} \quad (4.6)$$

При выводе (4.6) мы обычным образом перешли от дискретных переменных n_z, n_ρ к непрерывным волновым числам h, v . В результате только продольное волновое число является независимой переменной, характеризующей конечное состояние, и по нему необходимо провести интегрирование. Радиальное волновое число определяется соотношением $v = (k^2 - h^2)^{1/2}$. В случае ТЕ-мод имеем такую же плотность конечных состояний.

Подставив найденную плотность конечных состояний в (2.15), получим выражение для скорости спонтанных переходов атома, расположенного в точке $\mathbf{r}_0 = (b, 0, 0)$:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{dip}} &= \frac{L A}{\pi \hbar^2 c} \left[\sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \int_0^k |e_{\text{TM}}(m, \mathbf{r}_0) \mathbf{d}|^2 \frac{k}{v} d h \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \int_0^k |e_{\text{TE}}(m, \mathbf{r}_0) \mathbf{d}|^2 \frac{k}{v} d h \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Подставив сюда конкретные выражения для фотонных

волновых функций (4.1) и их аналоги для ТЕ-мод, можно получить выражения для скоростей спонтанных распадов при произвольных ориентациях дипольного момента [57]:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_\rho}{\gamma_0} &= \frac{3}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{h^2}{k^3} \left| \frac{d}{dz} J_n(z) \right|_{z=zb} \\ &- \frac{J_n(va)}{H_n^{(1)}(va)} \frac{d}{dz} H_n^{(1)}(z) \Big|_{z=zb} \Big|^2 + \frac{3}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{n^2}{k(va)^2} \\ &\times \left| J_n(vb) - \left[\frac{d}{dz} J_n(z) \Big|_{z=va} / \frac{d}{dz} H_n^{(1)}(z) \Big|_{z=va} \right] H_n^{(1)}(vb) \right|^2, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_\varphi}{\gamma_0} &= \frac{3}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{h^2 n^2}{k(kb)^2 v^2} \left| J_n(vb) \right. \\ &- \frac{J_n(va)}{H_n^{(1)}(va)} H_n^{(1)}(vb) \Big|^2 + \frac{3}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \left| \frac{d}{dz} J_n(z) \right|_{z=zb} \\ &- \left[\frac{d}{dz} J_n(z) \Big|_{z=va} / \frac{d}{dz} H_n^{(1)}(z) \Big|_{z=va} \right] \frac{d}{dz} H_n^{(1)}(z) \Big|_{z=zb} \Big|^2, \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\frac{\gamma_z}{\gamma_0} = \frac{3}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{v^2}{k^3} \left| J_n(vb) - \frac{J_n(va)}{H_n^{(1)}(va)} H_n^{(1)}(vb) \right|^2. \quad (4.10)$$

На рис.8 показаны зависимости скоростей спонтанных распадов при различных ориентациях дипольного момента атома от расстояния до цилиндра. Видно, что наиболее сильные изменения имеют место для атома, расположенного в непосредственной близости к поверхности цилиндра ($b \rightarrow a$). В этом случае из (4.9), (4.10) следует, что скорости спонтанных распадов с тангенциальными ориентациями дипольных моментов равны нулю при любых радиусах цилиндра (это также хорошо видно на рис.8). С другой стороны, для атома на поверхности цилиндра ($a = b$) с радиально ориентированным дипольным моментом скорость переходов существенно увеличивается по сравнению со случаем свободного пространства и может быть представлена в виде [57]

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_\rho}{\gamma_0} &= \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{h^2}{k^3 (va)^2} \frac{1}{|H_n^{(1)}(va)|^2} \\ &+ \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^k dh \frac{n^2}{k(va)^4} \left| \frac{d}{dz} H_n^{(1)}(z) \Big|_{z=va} \right|^{-2}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Более того, когда радиус цилиндра стремится к нулю, скорость спонтанного распада атома с радиальной ориентацией дипольного момента стремится к бесконечности. В пределе $ka = kb \rightarrow 0$ основной вклад в (4.11) обусловлен ТМ-модой с $n = 0$ [57]:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_\rho}{\gamma_0} &\xrightarrow{kb=ka \rightarrow 0} \frac{3}{2(ka)^2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan L^* \right. \\ &\left. + \frac{4(\ln 2 - 1)}{\pi^2(1 + L^{*2})} + \dots \right] + 4 + \dots, \\ L^* &= \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{ka}{2} + \gamma \right), \quad \gamma = 0.5772. \end{aligned} \quad (4.12)$$

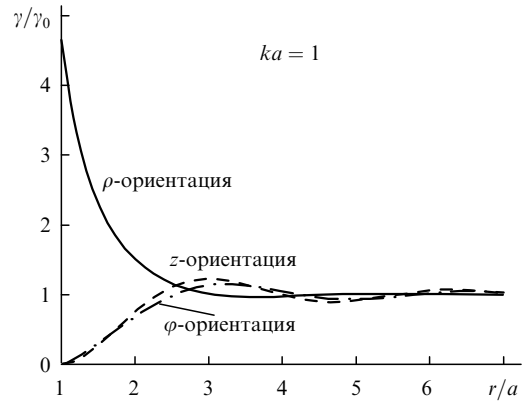


Рис.8. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов в атоме, расположенном вблизи поверхности идеально проводящего цилиндра, от положения атома при различных ориентациях дипольного момента.

Такое поведение не имеет аналога в случае идеально проводящей сферы малого радиуса, когда скорость распада остается конечной. С физической точки зрения этот эффект обусловлен тем, что радиальный диполь возбуждает в цилиндре слабо спадающую с расстоянием волну тока, которая и является источником мощного излучения. На рис.9 показаны зависимости скорости спонтанных распадов атома от расстояния до поверхности цилиндра, сферы и плоскости. Видно, что наибольшее ускорение скорости распада испытывает вблизи цилиндрической поверхности, а наименьшее – вблизи идеально проводящей плоскости.

Задача о диэлектрическом цилиндре может быть решена по аналогии со случаем идеально проводящего цилиндра, который был рассмотрен выше. Полное решение весьма громоздко, но в случае цилиндра малого по сравнению с длиной волны радиуса (наноцилиндра) получаются простые асимптотики (атом на поверхности, радиальная ориентация) [101]:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_\rho}{\gamma_0} &= \left(\frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1} \right)^2 \\ &+ \frac{\varepsilon^2(\varepsilon - 1) \{ 15\varepsilon^2 + 60\varepsilon + 2201 - 1680[\gamma + \ln(ka)] \} (ka)^2}{300(\varepsilon + 1)^3} \\ &+ \frac{12}{(ka)^4} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \exp \left[-\frac{2}{(ka)^2} \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} + \frac{\varepsilon + 1}{4} - 2\gamma \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

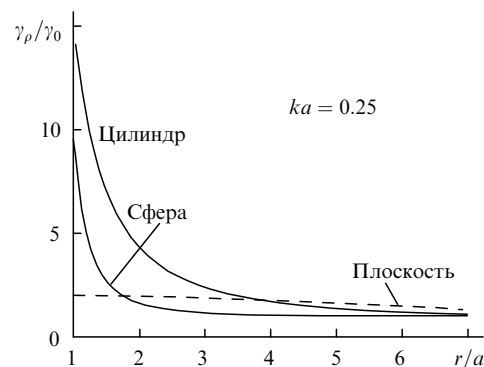


Рис.9. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов в атоме, расположенном вблизи различных поверхностей, от положения атома при радиальной ориентации дипольного момента.

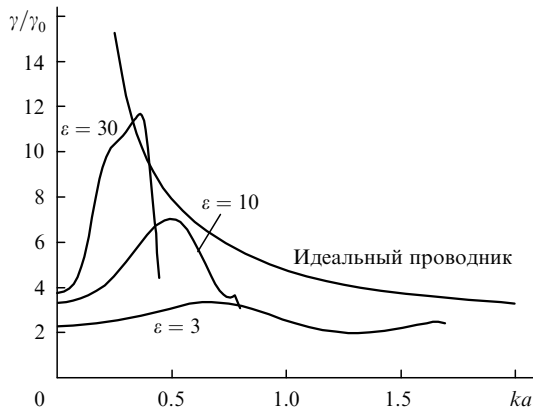


Рис.10. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов в атоме, расположенном вблизи поверхности диэлектрического цилиндра, от его радиуса при разных диэлектрических проницаемостях и радиальной ориентации дипольного момента.

В этом выражении экспоненциально малый член обусловлен присутствием основной моды в диэлектрическом цилиндре сколь угодно малой толщины [102]. Зависимости скоростей распада от радиуса цилиндра при разных диэлектрических проницаемостях ϵ показаны на рис.10.

В целом наночилиндр оказывает существенное влияние на процесс распада возбужденного состояния атома. В случае идеально проводящего цилиндра распад является чисто радиационным, а его скорость может неограниченно увеличиваться при уменьшении радиуса (радиальная ориентация дипольного момента перехода). В случае диэлектрического цилиндра процесс распада является более сложным: часть энергии излучается в виде фотонов на бесконечность, а оставшаяся часть преобразуется в энергию незатухающих волноводных мод цилиндра и, следовательно, не излучается. В случае диэлектрического цилиндра малого радиуса интенсивности нерадационных процессов экспоненциально малы.

Общий случай цилиндра с потерями детально не исследован. Однако и в этом случае, аналогично случаю сферы, мнимая часть диэлектрической проницаемости приведет к существенному увеличению как скорости нерадационных процессов, так и полной скорости распада. Спонтанное излучение атома в случае плазмонного резонанса в цилиндре (диэлектрическая проницаемость $\epsilon \approx -1$) также не исследовано, тем не менее ясно, что и здесь скорости радиационных процессов будут значительно больше.

5. Спонтанное излучение атома вблизи диэлектрического вытянутого сфероида вращения

Случай диэлектрического сфероида вызывает особый интерес т. к. рассмотренные выше диэлектрическая микросфера и цилиндр являются частными случаями вытянутого сфероида вращения. В литературе имеются работы, посвященные классической задаче рассеяния плоских волн на диэлектрических сфероидах [103, 104]. Частная задача осесимметричного излучения вблизи идеально проводящего вытянутого сфероида была рассмотрена в [105]. Однако, насколько нам известно, задача о спонтанном излучении атома вблизи диэлектрических сфероидальных наночастиц не решена.

В связи с этим рассмотрим случай малого по сравнению с длиной волны вытянутого сфероида, причем также будем считать, что атом расположен вблизи сфероида. Геометрия задачи показана на рис.11. В этом случае, согласно формуле (2.9), скорость спонтанных распадов определяется полным дипольным моментом системы. Полный дипольный момент можно найти, решая классическую квазистатическую задачу

$$\text{rot}\mathbf{E} = 0, \text{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho, \tag{5.1}$$

где плотность заряда диполя определяется обычным выражением

$$\rho = -(\mathbf{d}_0)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')e^{-i\omega t}. \tag{5.2}$$

В дальнейшем зависимость полей от времени мы указывать не будем.

Вводя с помощью выражения

$$\mathbf{E} = -\nabla(\mathbf{d}_0\nabla')\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \tag{5.3}$$

потенциал $\tilde{\varphi}$, получим вместо (5.1)

$$-\nabla^2\tilde{\varphi} = 4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \text{ вне сфероида,} \tag{5.4}$$

$$-\nabla^2\tilde{\varphi} = 0 \quad \text{внутри сфероида.}$$

На границе раздела должны быть выполнены условия непрерывности нормальных компонент \mathbf{D} и тангенциальных компонент \mathbf{E} .

Решение задачи (5.4) удобно представить в виде

$$\tilde{\varphi} = \varphi_0 + \varphi_2 \text{ вне сфероида,} \tag{5.5}$$

$$\tilde{\varphi} = \varphi_1 \text{ внутри сфероида,}$$

где

$$\varphi_0 = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \tag{5.6}$$

– потенциал в свободном пространстве.

Электростатическую задачу (5.4) – (5.6) для вытянутого сфероида естественно решать в вытянутых сфероид-

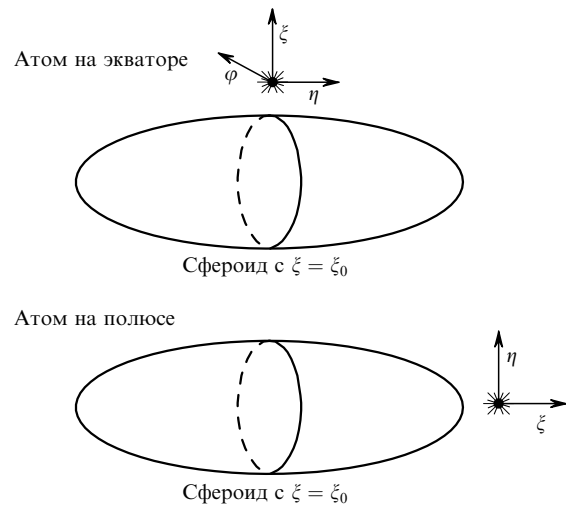


Рис.11. Геометрия задачи о спонтанном излучении атома вблизи вытянутого сфероида.

дальних координатах, в которых ось z совпадает с осью системы. Связь сферидальных координат с декартовыми имеет следующий вид [106]:

$$\begin{aligned} x &= f[(1 - \eta^2)(\xi^2 - 1)]^{1/2} \cos \varphi, \\ y &= f[(1 - \eta^2)(\xi^2 - 1)]^{1/2} \sin \varphi, \\ z &= f \xi \eta. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Параметр ξ является аналогом радиуса в сферической системе координат и определяет отношение малой полуоси сфероиды b к большой полуоси a :

$$\frac{b}{a} = \frac{(\xi^2 - 1)^{1/2}}{\xi}. \tag{5.8}$$

Параметры Ламе в этой системе координат имеют вид

$$g_\xi = f \left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1} \right)^{1/2}, \quad g_\eta = f \left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2} \right)^{1/2}, \tag{5.9}$$

$$g_\varphi = f[(1 - \eta^2)(\xi^2 - 1)]^{1/2}.$$

Функция Грина (5.6) в свободном пространстве может быть представлена в следующем виде [106]:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{f} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) (-1)^m (2n + 1) \left[\frac{(n - m)!}{(n + m)!} \right]^2 \\ &\times P_n^m(\eta) P_n^m(\eta') \cos m(\varphi - \varphi') \begin{cases} P_n^m(\xi) Q_n^m(\xi'), & \xi < \xi', \\ P_n^m(\xi') Q_n^m(\xi), & \xi > \xi' \end{cases} \end{aligned} \tag{5.10}$$

В (5.10) и далее P и Q – присоединенные полиномы Лежандра первого и второго рода соответственно [107]. При этом присоединенные полиномы с аргументом η определены на разрезе $-1 < \eta < 1$, в то время как присоединенные полиномы с аргументом $\xi > 1$ имеют разрез от $-\infty$ до 1.

Разложение (5.10) удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \varphi_0^< &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) P_n^m(\xi) \\ &\times (\alpha_{nm}^{0<} \cos m\varphi + \beta_{nm}^{0<} \sin m\varphi), \quad \xi < \xi', \\ \varphi_0^> &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) Q_n^m(\xi) \\ &\times (\alpha_{nm}^{0>} \cos m\varphi + \beta_{nm}^{0>} \sin m\varphi), \quad \xi > \xi', \end{aligned} \tag{5.11}$$

где коэффициенты $\alpha_{nm}^{0\lessgtr}, \beta_{nm}^{0\lessgtr}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} \alpha_{nm}^{0<} \\ \beta_{nm}^{0<} \end{matrix} \right\} &= (2 - \delta_{m0}) (-1)^m (2n + 1) \left[\frac{(n - m)!}{(n + m)!} \right]^2 \\ &\times P_n^m(\eta') Q_n^m(\xi') \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases}, \\ \left\{ \begin{matrix} \alpha_{nm}^{0>} \\ \beta_{nm}^{0>} \end{matrix} \right\} &= (2 - \delta_{m0}) (-1)^m (2n + 1) \left[\frac{(n - m)!}{(n + m)!} \right]^2 \end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\times P_n^m(\eta) P_n^m(\xi') \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases}. \tag{5.13}$$

Решение задачи (5.4)–(5.6) в области $\xi_0 < \xi < \xi'$ (между сфероидом и диполем) будем искать в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) P_n^m(\xi) (\alpha_{nm}^{0<} \cos m\varphi + \beta_{nm}^{0<} \sin m\varphi) \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) Q_n^m(\xi) (\alpha_{nm}^{(2)} \cos m\varphi + \beta_{nm}^{(2)} \sin m\varphi), \end{aligned} \tag{5.14}$$

а в области $1 < \xi < \xi_0$ (внутри сфероиды) – в виде

$$\tilde{\varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) P_n^m(\xi) (\alpha_{nm}^{(1)} \cos m\varphi + \beta_{nm}^{(1)} \sin m\varphi). \tag{5.15}$$

Условие непрерывности тангенциальных компонент поля и нормальных компонент индукции позволяет найти коэффициенты, определяющие поля вне сфероиды:

$$\begin{aligned} \alpha_{nm}^{(2)} &= (\varepsilon - 1) P_n^m(\xi_0) P_n^{m'}(\xi_0) [Q_n^{m'}(\xi_0) P_n^m(\xi_0) \\ &- \varepsilon P_n^{m'}(\xi_0) Q_n^m(\xi_0)]^{-1} \alpha_{nm}^{0<} = G_{nm} \alpha_{nm}^{0<}, \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\beta_{nm}^{(2)} = G_{nm} \beta_{nm}^{0<}.$$

Заметим, что при некоторых действительных значениях диэлектрической проницаемости выражения (5.16) не существуют (обращаются в бесконечность) и, следовательно, не существует решения нашей квазистатической проблемы. В этом случае, как и в случае диэлектрической сферы, возникает электродинамическая ловушка (плазмонный резонанс), которая может быть описана только в рамках полной электродинамической теории. Очевидно, что при этом происходит существенное увеличение скорости распадов. Анализ этого случая будет приведен далее.

С учетом (5.11) и (5.14) полный потенциал на больших расстояниях от диполя принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}^> &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\eta) Q_n^m(\xi) [(\alpha_{nm}^{0>} + G_{nm} \alpha_{nm}^{0<}) \cos m\varphi \\ &+ (\beta_{nm}^{0>} + G_{nm} \beta_{nm}^{0<}) \sin m\varphi], \quad \xi > \xi'. \end{aligned} \tag{5.17}$$

Для нахождения скорости спонтанных распадов в соответствии с (2.9) надо определить полный дипольный момент системы, для чего найдем асимптотику (5.17) на больших расстояниях от сфероиды и диполя, т.е. при $\xi \rightarrow \infty$. Легко видеть, что в этой области основной вклад обусловлен членами с $n = 1$ (дипольное излучение):

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}^> &\approx \frac{1}{\xi f} + \frac{1}{\xi^2 f} \left[P_1(\eta') P_1(\xi') \left(1 + G_{10} \frac{Q_1(\xi')}{P_1(\xi')} \right) \cos \theta \right. \\ &\left. + P_1^1(\eta') P_1^1(\xi') \left(1 + G_{11} \frac{Q_1^1(\xi')}{P_1^1(\xi')} \right) \sin \theta \cos(\varphi - \varphi') \right]. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Для потенциала диполя соответственно имеем

$$\varphi^> = (\mathbf{d}_0 \nabla') \tilde{\varphi}^>. \tag{5.19}$$

Сравнивая после дифференцирования полученное выражение с выражением для потенциала диполя

$$\varphi_{\text{dip}} = \frac{\mathbf{d}_{\text{tot}} \mathbf{R}}{R^3}, \quad (5.20)$$

можно найти полный дипольный момент системы и с учетом (2.9) – изменение скорости спонтанных распадов. При ориентации дипольного момента по осям ξ, η, φ соответственно имеем [108]

$$\frac{\gamma_{\xi}}{\gamma_0} = \frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 - \eta^2} \left\{ \eta^2 [1 + G_{10} Q_1'(\xi)]^2 + (1 - \eta^2) \left[\frac{\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} + G_{11} Q_1''(\xi) \right]^2 \right\}, \quad (5.21)$$

$$\frac{\gamma_{\eta}}{\gamma_0} = \left[\eta^2 (\xi^2 - 1) \left(1 + G_{11} \frac{Q_1'(\xi)}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \right)^2 + (1 - \eta^2) \xi^2 \left(1 + G_{10} \frac{Q_1(\xi)}{\xi} \right)^2 \right] (\xi^2 - \eta^2)^{-1}, \quad (5.22)$$

$$\frac{\gamma_{\varphi}}{\gamma_0} = \left(1 + G_{11} \frac{Q_1'(\xi)}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} \right)^2. \quad (5.23)$$

В выражениях (5.21)–(5.23) и далее мы опускаем штрих у переменных, описывающих положение атома.

Коэффициенты G_{10} и G_{11} определяются выражением (5.16) и при частных значениях индексов принимают вид

$$G_{10} = \frac{(\varepsilon - 1)\xi_0}{Q_1'(\xi_0)\xi_0 - \varepsilon Q_1(\xi_0)}, \quad (5.24)$$

$$G_{11} = \frac{(\varepsilon - 1)\xi_0}{Q_1'(\xi_0)(\xi_0^2 - 1)^{1/2} - \varepsilon \xi_0 Q_1'(\xi_0)}.$$

С физической точки зрения интересными являются следующие частные случаи: атом на полюсе сфероида ($\eta = 1$), атом на экваторе ($\eta = 0$), предельный случай сферы ($\xi_0 = \infty$), предельный случай иглы ($\xi_0 = 0$) и, наконец, предельный случай идеально проводящей поверхности.

В случае атома на полюсе ($\eta = 1$) выражения (5.21)–(5.23) упрощаются:

$$\frac{\gamma_{\xi, \eta=1}}{\gamma_0} = \left[1 + G_{10} \frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right]^2, \quad (5.25)$$

$$\frac{\gamma_{\eta, \eta=1}}{\gamma_0} = \frac{\gamma_{\varphi, \eta=1}}{\gamma_0} = \left[1 + G_{11} \frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right]^2. \quad (5.26)$$

В случае атома на экваторе ($\eta = 0$) соответственно имеем

$$\frac{\gamma_{\xi, \eta=0}}{\gamma_0} = \left[1 + G_{11} \frac{d}{d\xi} Q_1'(\xi) \frac{(\xi^2 - 1)^{1/2}}{\xi} \right]^2 \quad (5.27)$$

$$\frac{\gamma_{\eta, \eta=0}}{\gamma_0} = \left[1 + G_{10} \frac{Q_1(\xi)}{\xi} \right]^2, \quad (5.28)$$

$$\frac{\gamma_{\varphi, \eta=0}}{\gamma_0} = \left[1 + G_{11} \frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right]^2. \quad (5.29)$$

Наиболее интересной особенностью скорости спонтанных распадов при φ -ориентации диполя является независимость этой скорости от положения вдоль любого сфероида (от координаты η). Это, впрочем, следует и из общего выражения (5.23). Зависимости (5.25)–(5.29) для наносфероида с $\xi_0 = 1.1$ показаны на рис.12. Видно, что, как и в случае сферы, радиальная ориентация дипольного момента приводит к более существенному увеличению скоростей распада.

Дальнейшее упрощение результатов получается, если считать, что атом расположен в непосредственной близости от границы сфероида ($\xi \rightarrow \xi_0$). В этом случае вместо (5.25)–(5.29) для атома на полюсе ($\eta = 1$) получим

$$\frac{\gamma_{\xi, \eta=1}}{\gamma_0} = \left\{ 2\varepsilon \left[\xi_0(\varepsilon - 1)(\xi_0^2 - 1) \ln \frac{\xi_0 + 1}{\xi_0 - 1} + 2(\varepsilon + \xi_0^2 - \xi_0^2 \varepsilon) \right]^{-1} \right\}^2, \quad (5.30)$$

$$\frac{\gamma_{\eta, \eta=1}}{\gamma_0} = \frac{\gamma_{\varphi, \eta=1}}{\gamma_0} = \left\{ 4 \left[\xi_0(\varepsilon - 1)(\xi_0^2 - 1) \ln \frac{\xi_0 + 1}{\xi_0 - 1} + 2(\xi_0^2 - \xi_0^2 \varepsilon - 2) \right]^{-1} \right\}^2. \quad (5.31)$$

В случае атома на экваторе ($\eta = 0$) имеем

$$\frac{\gamma_{\xi, \eta=0}}{\gamma_0} = \left\{ 4\varepsilon \left[\xi_0(\varepsilon - 1)(\xi_0^2 - 1) \ln \frac{\xi_0 + 1}{\xi_0 - 1} + 2(\xi_0^2 - \xi_0^2 \varepsilon - 2) \right]^{-1} \right\}^2, \quad (5.32)$$

$$\frac{\gamma_{\eta, \eta=0}}{\gamma_0} = \left\{ 2 \left[\xi_0(\varepsilon - 1)(\xi_0^2 - 1) \ln \frac{\xi_0 + 1}{\xi_0 - 1} + 2(\varepsilon + \xi_0^2 - \xi_0^2 \varepsilon) \right]^{-1} \right\}^2. \quad (5.33)$$

$$\frac{\gamma_{\varphi, \eta=0}}{\gamma_0} = \frac{\gamma_{\varphi, \eta=1}}{\gamma_0}. \quad (5.34)$$

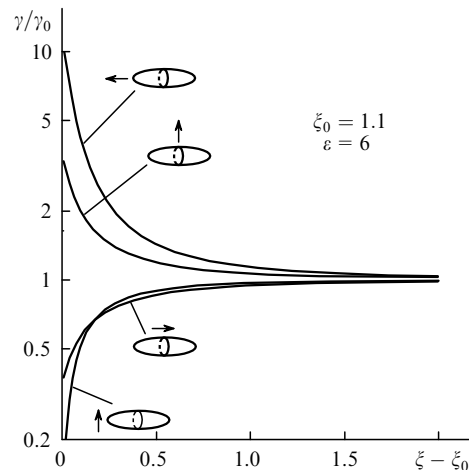


Рис.12. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов в атоме, расположенном вблизи поверхности наносфероида, от положения диполя при различных ориентациях дипольного момента.

В этих выражениях заметна закономерность: при любых формах сфероида скорости распадов (5.30) в ε^2 раз превышают скорости распадов (5.33). Аналогичное соотношение имеет место также для (5.32) и (5.31), (5.34).

Приведенные выше формулы справедливы при любых формах сфероида. Из (5.30)–(5.34) легко найти скорости распада при различных положениях и ориентациях для сферы ($\xi_0 \rightarrow \infty$) и для тонкой иглы ($\xi_0 \rightarrow 1$). Для наглядности различные результаты в сведены в табл. 1, из которой видно, что скорости распадов при сферической геометрии полностью совпадают с результатами, полученными при точном решении задачи об излучении диполя в присутствии диэлектрической сферы [81].

Более интересно сравнение с результатами, полученными при исследовании излучения диполя в присутствии бесконечного кругового цилиндра [57, 101]. В случае диэлектрического цилиндра малого радиуса относительные скорости распадов полностью совпадают со скоростями вблизи (на экваторе) сильно вытянутого сфероида (за исключением членов, стремящихся к нулю при уменьшении радиуса цилиндра).

Что касается идеально проводящего цилиндра, то при радиальной ориентации (ξ -ориентации) результаты для цилиндра и иглы не совпадают. В случае идеально проводящего цилиндра бесконечно малого радиуса скорость распада в соответствии с (4.12) неограниченно увеличивается, в то время как для идеально проводящей иглы малого радиуса мы имеем

$$\frac{\gamma_\xi}{\gamma_0} \rightarrow 4. \tag{5.35}$$

Это различие связано с тем, что в случае бесконечного цилиндра волна тока возбуждается в области, размеры которой намного превышают длину волны излучения [57], а в наносфероиде такой волны не существует.

Особый интерес представляет излучение ξ -ориентированного диполя, расположенного на полюсе сфероида (атом вблизи иглы наноскопа). Как видно из табл. 1, при увеличении диэлектрической проницаемости происходит квадратичное увеличение относительной скорости распада. В случае идеальной проводимости видно, что не-

ограниченное увеличение скорости распада происходит по мере приближения сфероида к бесконечно тонкой игле. С физической точки зрения это вполне понятно: на острие всегда возникают большие поля.

Во всех остальных случаях переход к идеальной проводимости достигается путем устремления диэлектрической проницаемости к бесконечности. При этом скорости распадов для тангенциальных ориентаций дипольного момента всегда оказываются равными нулю.

Обобщение полученных результатов на случай сфероида с внутренними потерями приводит нас к значительно более сложной задаче, чем в сферическом случае. Поскольку в сфероидальном случае не существует общего аналитического решения задачи об излучении диполя, можно использовать теорию возмущений по волновому вектору k [60]. Если ограничиться главными членами, то скорость радиационных потерь атома на полюсе будет описываться выражением

$$\frac{\gamma_{\xi, \eta=1}^{\text{radiative}}}{\gamma_0} = \left| 1 + G_{10} \frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right|^2 + O(k^2 f^2), \tag{5.36}$$

в то время как потери в веществе сфероида будут описываться выражением

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\xi, \eta=1}^{\text{losses}}}{\gamma_0} &= \frac{\gamma_{\xi, \eta=1}^{\text{total}}}{\gamma_0} - \frac{\gamma_{\xi, \eta=1}^{\text{radiative}}}{\gamma_0} = -2 \left(\text{Im} G_{10} \frac{d}{d\xi} Q_1(\xi) \right)^2 \\ &- \frac{3}{2(k_0 f)^3} \text{Im} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[G_{n0} \left(\frac{d}{d\xi} Q_n(\xi) \right)^2 + O(k^2 f^2) \right]. \end{aligned} \tag{5.37}$$

Выражения (5.36), (5.37) в пределе $\xi, \xi_0 \rightarrow \infty$ согласуются с выражениями (3.21), (3.22), найденными для сферической частицы. Потери внутри сфероидальной частицы обращаются в нуль при чисто действительной диэлектрической проницаемости. Если же $\varepsilon'' \neq 0$, то потери внутри сфероидальной частицы (5.37) могут стать более существенными, чем радиационные потери (5.36).

Как и для диэлектрической микросферы, для сфероидов можно найти условия, при которых решения статической задачи не существует и поле внутри сфероида может

Табл. 1. Относительные скорости радиационных потерь атомного осциллятора, расположенного на поверхности сфероида, при различных ориентациях, положениях, материале и формах сфероида.

Геометрия		Атом на полюсе		Атом на экваторе	
Ориентация диполя	Форма	Диэлектрик	Металл ($\varepsilon \rightarrow \infty$)	Диэлектрик	Металл ($\varepsilon \rightarrow \infty$)
ξ	сфера	$\left \frac{3\varepsilon}{2+\varepsilon} \right ^2$	9	$\left \frac{3\varepsilon}{2+\varepsilon} \right ^2$	9
	игла	$ \varepsilon ^2$	$\left[\left(\ln \frac{2}{\xi_0 - 1} - 2 \right) (\xi_0 - 1) \right]^{-2}$	$\left \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right ^2$	4
η	сфера	$\left \frac{3}{2+\varepsilon} \right ^2$	0	$\left \frac{3}{2+\varepsilon} \right ^2$	0
	игла	$\left \frac{2}{1+\varepsilon} \right ^2$	0	1	0
φ	сфера	$\left \frac{3}{2+\varepsilon} \right ^2$	0	$\left \frac{3}{2+\varepsilon} \right ^2$	0

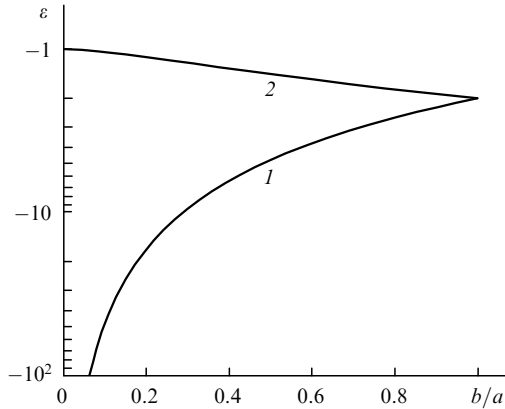


Рис.13. Зависимости критической диэлектрической проницаемости, при которой возникает электродинамическая ловушка (плазмонный резонанс), от отношения b/a осей сфероида для диполя, параллельного оси сфероида (1), и при остальных ориентациях (2).

сильно увеличиваться (электродинамическая ловушка, плазмонный резонанс). Однако в сфероидах, в отличие от сферы, диэлектрическая проницаемость, при которой возникает электродинамическая ловушка, зависит как от ориентации диполя, так и от формы сфероида. Зависимость критической диэлектрической проницаемости, при которой возникает ловушка, от отношения осей эллипсоида легко находится из выражений (5.30)–(5.34) и показана на рис.13. Видно, что при ориентации диполя параллельно оси сфероида критическая диэлектрическая проницаемость изменяется от $-\infty$ до -2 , в то время как для остальных ориентаций она изменяется от -2 до -1 .

На рис.14 для диполей, ориентированных параллельно оси сфероида из золота ($\epsilon = -8.37 + i1.16$, $\lambda = 600$ нм) и серебра ($\epsilon = -15.37 + i0.231$, $\lambda = 632.8$ нм), показана зависимость скоростей распада от отношения длин малой и большой осей эллипсоида. Видно существенное (в $10^4 - 10^6$ раз) увеличение скоростей спонтанных распадов для сфероида с $b/a \approx 0.2$ из Ag и с $b/a \approx 0.35$ из Au. Эти результаты согласуются, по крайней мере качественно, с экспериментальными результатами работы [50].

В целом влияние сфероида на спонтанное излучение атома является промежуточным между влиянием сферы и цилиндра и позволяет эффективно управлять скоростью как радиационных, так и нерадационных процес-

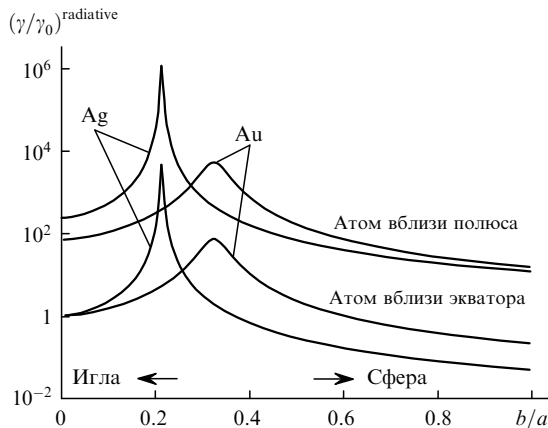


Рис.14. Зависимости скоростей спонтанных переходов вблизи сфероидов из золота ($\epsilon = -8.37 + i1.16$, $\lambda = 600$ нм [92]) и серебра ($\epsilon = -15.37 + i0.231$, $\lambda = 632.8$ нм [93]) от отношения b/a осей сфероида при ориентации диполя параллельно оси сфероида.

сов распада возбужденного состояния атома. Важная особенность сфероида заключается в том, что в зависимости от его формы, т. е. от отношения полуосей, сфероид можно «настроить» на плазмонные резонансы того или иного вещества. С одной стороны, это позволяет управлять процессами спонтанного распада, а с другой – определять частоты плазмонных колебаний вещества сфероида.

6. Спонтанное излучение атома вблизи идеально проводящей конической поверхности

Проблема моделирования спонтанного излучения атома вблизи острия (иглы сканирующего микроскопа, см. рис.1) является, возможно, самой важной и самой сложной из рассмотренных в настоящем обзоре. Для ее решения разработаны специальные численные методы, с помощью которых удалось рассчитать скорости спонтанных распадов вблизи диэлектрического пирамидального острия [109]. К сожалению, сложность этих численных методов не позволяет сделать какие-либо заключения о физике происходящих процессов. В связи с этим большую важность приобретают исследования модельных задач и, в частности, задачи об излучении атома вблизи идеально проводящей конической поверхности.

Геометрия этой задачи показана на рис.15. В классической постановке решение осесимметричной задачи об излучении диполя вблизи конуса было найдено в [102, 110]:

$$E_r = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + k^2 U, \quad E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \theta}, \quad E_\phi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \phi}, \quad (6.1)$$

$$U = 2id_0 k \frac{r}{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} P_{v_n}(\cos \theta) \frac{j_{v_n}(kr_0) h_{v_n}^{(1)}(kr)}{N_n}.$$

Здесь d_0 – амплитуда колебаний дипольного момента; P_{v_n} , j_{v_n} , $h_{v_n}^{(1)}$ – функции Лежандра и сферические функции Бесселя и Ханкеля [107]; v_n – множество решений уравнения $P_{v_n}(\cos \theta_0) = 0$, обеспечивающих соблюдение граничных условий на поверхности конуса;

$$N_n = \int_0^{\theta_0} \sin \theta d\theta P_{v_n}^2(\cos \theta) =$$

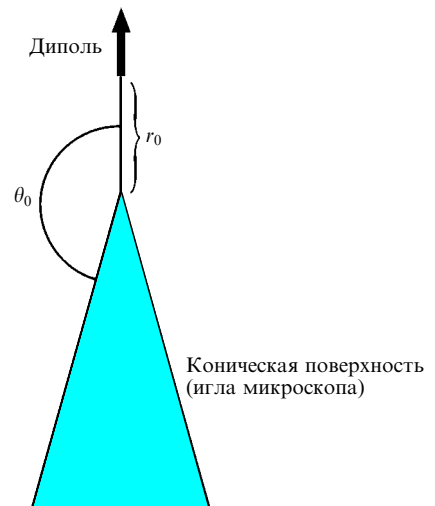


Рис.15. Геометрия конического случая.

$$= -\frac{v_n}{2v_n+1} P_{v_n-1}(\cos \theta_0) \frac{\partial P_{v_n}(\cos \theta_0)}{\partial v_n} \quad (6.2)$$

– норма.

Для не слишком малых углов при вершине ($\pi/6 < \theta_0 < 5\pi/6$) корни и нормы можно оценить, используя приближенные формулы

$$v_n = \frac{\pi}{\theta_0} \left(n - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta_0}{8\pi n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (6.3)$$

$$N_n = \frac{1}{2v_n+1} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\pi} \right) \left[\frac{\Gamma(v_n+1)}{\Gamma(v_n+3/2)} \right]^2,$$

где Γ – гамма-функция. Для вычисления скорости спонтанных распадов вычислим поток излучаемой энергии в волновой зоне и отнесем его к потоку от осциллятора в свободном пространстве. В результате для относительной скорости переходов получим [111]

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{3}{(kr_0)^2} \sum_n \frac{v_n(v_n+1)}{N_n} j_{v_n}^2(kr_0). \quad (6.4)$$

При $\theta_0 = \pi/2$ коническая поверхность становится плоской и выражение для скорости переходов приобретает более простой вид

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 - \frac{3 \cos(2kr_0)}{(2kr_0)^2} + \frac{3 \sin(2kr_0)}{(2kr_0)^3}, \quad (6.5)$$

совпадая, естественно, с выражением для скорости переходов в присутствии проводящей плоскости [16].

В области малых расстояний от вершины конуса $kr_0 \ll 1$ в выражении (6.4) основную роль играет лишь первый член

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \approx \frac{3\pi}{16} \frac{v_1(v_1+1)}{N_1 \Gamma^2(v_1+3/2)} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{2v_1-2}, \quad (6.6)$$

который при использовании приближенной формулы для нормы (6.3) принимает вид

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} \approx \frac{3\pi^2}{8(3\pi+2)} \frac{v_1(v_1+1)(2v_1+1)}{\Gamma^2(v_1+1)} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{2(v_1-1)}, \quad (6.7)$$

$$v_1 = \frac{3\pi}{4\theta_0} - \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta_0}{8\pi}.$$

В том случае, когда расстояние атома от острия нельзя считать малым, необходимо проводить численное суммирование в (6.4). Результаты вычислений представлены на рис.16. Его анализ показывает, что коническое острие ($\theta_0 > \pi/2$) сильно влияет на скорость переходов (ускоряя их) лишь с приближением атома к вершине острия. При уменьшении угла раствора ($\theta_0 \rightarrow \pi$) влияние острия обнаруживается только при все меньших и меньших расстояниях от его вершины. Это означает, что бесконечно острая игла фактически не влияет на спонтанное излучение атома, расположенного на сколько угодно малом (но конечном) расстоянии от ее конца.

Более интересная картина имеет место при нахождении атома внутри конического острия (внутри иглы микроскопа ($\theta_0 < \pi/2$)). В этом случае возникают интерференционные явления и скорость переходов становится

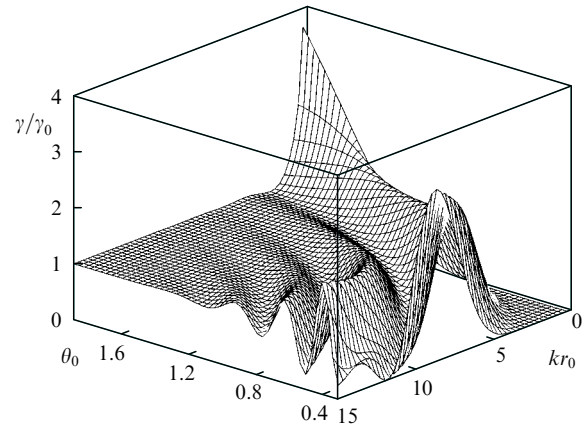


Рис.16. Зависимости скоростей дипольных E_1 -переходов в атоме, расположенном вблизи идеально проводящей конической поверхности, от угла раскрытия θ_0 и расстояния от атома до вершины при радиальной ориентации дипольного момента.

существенно зависящей от параметров задачи. В некоторых точках она существенно увеличивается, а в некоторых – существенно уменьшается. С приближением к вершине скорость переходов стремится к нулю, т. к. из такой области излучение не может выйти вообще.

Рассмотренный случай идеально проводящей конической поверхности является лишь первым шагом в исследовании влияния острия на спонтанное излучение атома. В дальнейшем необходимо учесть конкретные свойства вещества, образующего острие или полость. Возможно, это приведет к результатам, существенно отличающимся от представленных здесь, как это имело место при переходе от идеально проводящего цилиндра к диэлектрическому.

7. Заключение

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены исследования спонтанного излучения атома вблизи тел различной формы. Описаны различные квантовые и классические методики вычисления скоростей спонтанных переходов в присутствии нанотел. Показано, что результаты теоретических методик хорошо согласуются с экспериментальными данными в случае излучения атома вблизи плоской границы раздела [36, 37].

Значительная часть обзора посвящена конкретным расчетам излучения атома вблизи тел сферической, цилиндрической, сфероидальной и конической форм. Особое внимание уделено нанотелам, т. е. телам, в которых по крайней мере один из характерных размеров мал по сравнению с длиной волны излучения. Кроме того, мы особо интересовались случаем, когда атом расположен близко к поверхности тела. Во всех случаях представлены простые аналитические выражения для скоростей распада при характерных значениях параметров. Представлены асимптотические выражения для скоростей переходов в случае применимости теории возмущений по волновому вектору [60]. Показано, что в присутствии нанотел скорости дипольных переходов (радиационные и нерадиационные) могут увеличиваться на несколько порядков, что качественно согласуется с экспериментальными данными.

Приведенные результаты могут быть полезны в различных областях нанопластики, особенно для описания ра-

боты безапелляционных сканирующих микроскопов. Кроме того, нанотела могут быть использованы для изучения свойств слабых дипольных и квадрупольных переходов, испытывающих существенное ускорение вблизи нанотел [56, 57].

В настоящем обзоре представлены результаты, касающиеся спонтанного излучения атома в присутствии нанотел с диэлектрической проницаемостью, характерной для обычных диэлектриков и металлов. Однако сейчас создан целый ряд сред с нетрадиционной диэлектрической проницаемостью. В связи с этим можно было бы рассмотреть спонтанное излучение атома вблизи активных сред [112], вблизи диэлектрических фотонных кристаллов [29–35, 113] и, наконец, вблизи сред с отрицательными показателями преломления ($\epsilon < 0$, $\mu < 0$) [114–117], где можно ожидать много новых эффектов. Нанотела, сделанные из вещества с отрицательным показателем преломления, особо интересны, т. к. в них (в отличие от обычных нанотел) могут существовать поверхностные резонансные моды, весьма влияющие на спонтанное излучение [118].

Авторы выражают благодарность РФФИ (В.В.К., В.С.Л.), ФЦП «Интеграция» (В.В.К., М.Д.) и Национальному центру научных исследований Франции (В.В.К., М.Д.) за финансовую поддержку настоящей работы.

- Einstein A. *Mitt.Phys.Ges. (Zurich)*, **18**, 47 (1916); Эйнштейн А. *Собрание научных трудов* (М., Наука, 1966, т. 3, с. 393–406).
- Dirac P.A.M. *The principles of quantum mechanics* (Oxford, 1958); Дирак П.А.М. *Принципы квантовой механики* (М., Физматгиз, 1960).
- Fermi E. *Rev.Mod.Phys.*, **4**, 87 (1932).
- Басов Н.Г., Прохоров А.М. *ДАН СССР*, **101**, 47 (1955); *ЖЭТФ*, **27**, 432 (1954).
- Gordon J.P., Zeiger H.J., Townes C.H. *Phys.Rev.*, **95**, 282 (1954).
- Прохоров А.М. *ЖЭТФ*, **34**, 1658 (1958).
- Schawlow A.L., Townes C.H. *Phys.Rev.*, **112**, 1940 (1958).
- Алферов Ж.И. *Нобелевская лекция* (2000).
- Purcell E.M. *Phys.Rev.*, **69**, 681 (1946).
- Бункин Ф.В., Ораевский А.Н. *Изв.вузов.Сер.Радиофизика*, **2**, № 2, 181 (1959).
- Kleppner D. *Phys.Rev.Letts*, **47**, 233 (1981).
- Goy P., Raymond J.M., Gross M., Haroche S. *Phys.Rev.Letts*, **50**, 1903 (1983).
- Hulet R.G., Hilfer E.S., Kleppner D. *Phys.Rev.Letts*, **55**, 2137 (1985).
- Gabrielse G., Dehmelt H. *Phys.Rev.Letts*, **55**, 67 (1985).
- Berman P. (Ed.). *Cavity quantum electrodynamics* (N.Y., Academic, 1994).
- Haroche S. In *Fundamental System in Quantum Optics*. J.Dalibard, J.M.Raimond, J.Zinn-Justin (Eds) (Les Houches, 1990; Elsevier Science Publishers B.V., 1992).
- Jhe W., Anderson A., Hinds E.A., Meshede D., Moi L., Haroche S. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 666 (1987).
- Брагинский В.Б., Ильченко В.С. *ДАН СССР*, **293**, 1358 (1987).
- Braginsky V.B., Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S. *Phys.Letts A*, **137**, 393 (1989).
- Collot L., Lefevre-Seguine V., Brune M., Raimond J.M., Haroche S. *Europhys.Letts*, **23**, 327 (1993).
- Sandoghdar V., Treussart F., Hare J., Lefevre-Seguine V., Raimond J.-M., Haroche S. *Phys.Rev.A*, **54**, R1777 (1996).
- Ораевский А.Н., Скалли М., Величанский В.Л. *Квантовая электроника*, **25**, 211 (1998).
- Lin H.-B., Eversole J.D., Merritt C.D., Campillo A.J. *Phys.Rev.A*, **45**, 6756 (1992).
- Yokoyama H., Ujihara K. (eds). *Spontaneous emission and laser oscillations in microcavities* (Boca Raton, CRC Press, 1995).
- Choquette K., Hon H. *Proc. IEEE*, **85**, 1730 (2000).
- Tessler N., Denton G., Friend R. *Nature*, **382**, 695 (1996).
- Zhang J., Chu D., Wu S., Ho S., Bi W., Tu C., Tiberio R. *Phys.Rev.Letts*, **75**, 2678 (1995).
- Slusher R.E., Weisbuch C. *Solid State Comms*, **92**, 149 (1994).
- Быков В.П. *ЖЭТФ*, **62**, 505 (1972).
- Быков В.П. *Квантовая электроника*, **1**, 1557 (1974).
- Yablonovich E. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 2059 (1987).
- John S. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 2486 (1987).
- Быков В.П. *Излучение атомов вблизи материальных тел* (М., Наука, 1986).
- Kurizkii G., Hans J. *J. Mod.Optics*, **71**, 171 (1994).
- Joannopoulos J., Mead R., Winn J. *Photonic crystals* (Princeton, Princeton Univ. Press, 1995).
- Amos R., Barnes W.L. *Phys.Rev.B*, **55**, 7249 (1997).
- Drexhage K.H. In: *Progress in optics XII* (Amsterdam, North-Holland, 1974, v.12, p.165).
- Pohl D.W., Courjon D. (eds). *Near field optics* (Dordrecht, Kluwer Acad.Publ., 1992).
- Ohtsu M. (ed). *Near field nanoatom optics and technology* (Berlin, Springer, 1998).
- Girard C., Joachim C., Gauthier S. *Rep.Prog.Phys.*, **65**, 893 (2000).
- Zenhausen F., O'Boyle M., Wickramasinghe H. *Appl.Phys.Letts*, **65**, 1623 (1994).
- Zenhausen F., Martin Y., Wickramasinghe H. *Science*, **269**, 1083 (1995).
- Bachelot R., Gleyzes P., Boccara A. *Appl.Optics*, **36**, 2160 (1997).
- Hamann H.F., Gallagher A., Nesbitt D.J. *Appl.Phys.Letts*, **76**, 1953 (2000).
- Lewis A., Liberman K. *Nature*, **214**, 214 (1991).
- Sekatskii S., Letokhov V. S. *Appl.Phys.B*, **63**, 525 (1996).
- Henkel C., Sandoghdar V. *Optics Comms*, **158**, 250 (1998).
- Stöckle R.M., Suh Y.D., Deckert V., Zenobi R. *Chem.Phys.Letts*, **318**, 131 (2000).
- Anderson M.S. *Appl.Phys.Letts*, **76**, 3130 (2000).
- Mohamed M.B., Volkov V., Link S., El-Sayed M.A. *Chem.Phys.Letts*, **317**, 517 (2000).
- Oldenburg S.J., Averitt R.D., Westcott S.L., Halas N.J. *Chem.Phys.Letts*, **288**, 243 (1998).
- Lyon W.A., Nie S.M. *Anal.Chem.*, **69**, 3400 (1997).
- Zander C., Drexhage K.H., Han K.T., Wolfrum J., Sauer M. *Chem.Phys.Letts*, **286**, 457 (1998).
- Denschlag J., Umshaus G., Schmiedmayer J. *Phys.Rev.Letts*, **81**, 737 (1998).
- Denschlag J., Cassetari D., Chenet A., Schneider S., Schmiedmayer J. *Appl.Phys.B*, **69**, 291 (1999).
- Klimov V.V., Letokhov V.S. *Phys.Rev.A*, **54**, 4408 (1996).
- Klimov V.V., Ducloy M. *Phys.Rev.A*, **6204**, 3818 (2000).
- Ducloy M. In 'Nanoscale Science and Technologie' (Kluwer, the Netherlands, 1998, p.235); Boustimi M., de Lesegno B.V., Baundon J., Rjbert J., Ducloy M. *Phys.Rev.Letts*, **86**, 2766 (2001).
- Chance R.R., Prock A., Sylbey R. *Adv.Chem.Phys.*, **37**, 1 (1978).
- Stevenson A.F. *J.Appl.Phys.*, **24**, 1134 (1953).
- Glauber R.J., Lewenstein M. *Phys.Rev.A*, **43**, 467 (1991).
- Wylie J.M., Sipe J.E. *Phys.Rev.A*, **30**, 1185 (1984); **32**, 2030 (1985).
- Dung H.T., Knoll L., Welsch D.-G. *Phys.Rev.A*, **6205**, 3804 (2000).
- Knoll L., Scheel S., Welsch D.-G. *Quant-ph/000621-27* June, 2000.
- Yeung M.S., Gustafson T.K. *Phys.Rev.A*, **54**, 5227 (1996).
- Sullivan K.G., Hall D.G. *J.Opt. Soc.Amer.A*, **14**, 1150 (1970).
- Wu B.S.T., Eberlein C. *Proc.R.Soc.Lond.A*, **455**, 2487 (1999).
- Gersen H., Garcia-Parajo M. F., Novotny L., Veerman J. A., Kuipers L., van Hulst N.F. *Phys.Rev.Letts*, **85**, 5312 (2000).
- Марков Г.Т. *ЖТФ*, **23**, 838 (1953).
- Barut A.O., Dowling J.P. *Phys.Rev.A*, **36**, 649 (1987).
- Ruppin R. *J.Chem.Phys.*, **76**, 1681 (1982).
- Chew H., McNulty P.J., Kerker M. *Phys.Rev.A*, **13**, 396 (1976).
- Chew H. *J.Chem.Phys.*, **87**, 1355 (1987).
- Chew H. *Phys.Rev.A*, **38**, 3410 (1988).
- Jhe W., Kim J.W. *Phys.Rev.A*, **51**, 1150 (1995).
- Jhe W., Kim J.W. *Phys.Letts A*, **197**, 192 (1995).
- Jhe W., Jang K. *Phys.Rev.A*, **53**, 1126 (1995).
- Dutta G. S., Agarwal G. S. *Optics Comms*, **115**, 597 (1995).
- Agarwal G. S. *J.Mod.Optics*, **45**, 449 (1998).
- Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *J.Mod.Optics*, **43**, 549 (1996).
- Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *J.Mod.Optics*, **43**, 2251 (1996).

82. Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *Phys.Rev.A*, **59**, 2996 (1999).
83. Давыдов А.С. *Квантовая механика* (М., Наука, 1973).
84. Ching S.C., Lai H.M., Young K.J. *Opt. Soc.Amer.B*, **4**, 1995 (1987).
85. Ching S.C., Lai H.M., Young K.J. *Opt.Soc.Amer.B*, **4**, 2004 (1987).
86. Jackson J.D. *Classical electrodynamics* (N.Y., Wiley, 1975).
87. Стрэттон Дж.А. *Теория электромагнетизма* (М., ГИТТЛ, 1948).
88. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М., Наука, 1973).
89. Mie G. *Ann.Physik IV*, **25**, 377 (1908).
90. Белкина М.Г., Вайнштейн Л.А. В сб. «Диффракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения» (М., Сов.радио, 1957, с.57).
91. Courant R., Hilbert D. *Methods of mathematical physics* (N.Y., Wiley-InterScience, 1962, v.1).
92. Hass G., Hadley L. In: *American Institute of Physics Handbook* (N.Y., McGraw-Hill, 1963, p.6).
93. Shu Q.Q., Hansma P.K. *Thin Solid Films* (to be published).
94. Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. *Основы теории дифракции* (М., Наука, 1982).
95. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. *Возбуждение электромагнитных волн* (М., Радио и связь, 1983).
96. Каценеленбаум Б.З. *ЖТФ*, **19**, 1182 (1949).
97. Nha H., Jhe W. *Phys.Rev.A*, **56**, 2213 (1997).
98. Enderlein J. *Chem.Phys.Letts*, **301**, 430 (1999).
99. Zakowicz W., Janowicz M. *Phys.Rev.A*, **6201**, 3820 (2000).
100. DeBroglie L. *Problemes de propagation guidees des ondes electromagnetiques* (Paris, 1941).
101. Klimov V.V., Ducloy M. *Optics Comms* (to be published).
102. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М., Радио и связь, 1988).
103. Фарафонов В.Г. *Дифф.уравн.*, **19**, 1765 (1983).
104. Asano S., Yamamoto G. *Appl.Optics*, **14**, 29 (1975).
105. Белкина М.Г. В сб: «Диффракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения» (М., Сов.радио, 1957, с.126).
106. Смайт В. *Электростатика и электродинамика* (М., ИЛ, 1954).
107. Abramowitz M., Stegun I.A. (eds). *Handbook of mathematical functions* (Washington, NBS, 1964); Абрамовиц М., Стиган И. (ред.). *Справочник по специальным функциям* (М., Наука, 1979).
108. Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *European Phys.J.* (to be published).
109. Girard C., Dereux A. *Rep.Prog.Phys.*, **59**, 657 (1996).
110. Macdonald H.M. *Electric waves* (Cambridge, Cambridge University Press, 1902).
111. Климов В.В. *Письма в ЖЭТФ*, **68**, 610 (1998).
112. Kocharovsky V.V., Kocharovsky V.I., Belyanin A.A. *Phys.Rev.Letts*, **76**, 3285 (1996).
113. Kamli A., Babiker M. *Phys.Rev.A*, **6204**, 3804 (2000).
114. Веселаро В.Г. *УФН*, **10**, 509 (1968).
115. Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S. *Phys.Rev.Letts*, **84**, 4184 (2000).
116. Smith D.R., Kroll N. *Phys.Rev.Letts*, **85**, 2933 (2000).
117. Fitzgerald R. *Physics Today*, № 5, 17 (2000).
118. Klimov V.V. Quant-ph/0102081-10 March 2001.