НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.65.Tg; 42.70.Nq

Формирование и взаимодействие недифрагирующих пучков в фоторефрактивной среде с диффузионной нелинейностью

В.А.Алешкевич, В.А.Выслоух, Я.В.Карташов

Численно получены профили (1 + 1)-мерных недифрагирующих солитоноподобных пучков в фоторефрактивной среде с диффузионной нелинейностью. Рассмотрены особенности распространения недифрагирующих пучков и показано, что их взаимодействие в среде с диффузионной нелинейностью сопровождается энергообменом, приводящим к слиянию.

Ключевые слова*: недифрагирующие пучки, фоторефракция, солитоны.*

1. Введение

В последнее время большой интерес вызывают исследования пространственных солитонов в фоторефрактивных кристаллах (ФРК), демонстрирующих высокие нелинейные свойства уже при интенсивностях оптического излучения порядка нескольких микроватт на квадратный сантиметр, благодаря чему ФРК рассматриваются как перспективные среды для создания нелинейно-оптических устройств обработки информации. При этом с практической точки зрения наиболее интересно взаимодействие солитонных пучков, носящее, как правило, неупругий характер [1]. При наличии сильного внешнего статического поля в ФРК может быть реализован режим значительной дрейфовой нелинейности, при котором возможны солитоны трех типов: квазистационарные солитоны, формирующиеся в процессе медленной экранизации внешнего статического поля [2, 3], стационарные солитоны, наблюдающиеся при неоднородно заэкранированном внешнем поле [4–7], и фотовольтаические солитоны, возможные в ФРК со значительными фотовольтаическими токами [8, 9].

Особенности взаимодействия когерентных [10–13] и некогерентных [14, 15] квазистационарных и стационарных солитонов в ФРК с дрейфовой нелинейностью хорошо изучены. Для ФРК характерна, однако, нелокальность нелинейного отклика из-за наличия его естественной диффузионной компоненты [16–18]. Диффузионная компонента нелинейности в присутствии значительной дрейфовой компоненты приводит к самоискривлению пучка в процессе распространения [19–26], а также проявляется в возникновении дополнительного энергообмена между взаимодействующими пучками [24]. В работе [20] было впервые указано на возможность экспериментальной реализации солитонов в ФРК с диффузионной нелинейностью.

В настоящей работе на основе численного моделирования мы впервые детально исследуем пространственные солитоны в ФРК с диффузионной нелинейностью. Особое внимание уделено исследованию взаимодействия недифрагирующих солитонных пучков в таких ФРК.

2. Теоретическая модель

Материальный отклик фоторефрактивной среды с диффузионной нелинейностью в одномерном случае описывается системой уравнений для внутреннего электрического поля $E_{\rm sc}(x,z,t)$, созданного фотоиндуцированным распределением пространственного заряда [27]:

$$\frac{\partial n_{\rm e}}{\partial t}=\frac{\partial n_{\rm d}^{+}}{\partial t}-\frac{1}{e}\frac{\partial j}{\partial x},$$

$$\frac{\partial n_{\rm d}^{+}}{\partial t}=\sigma(I+I_{\rm dark})\left(n_{\rm d}-n_{\rm d}^{+}\right)-\gamma_{\rm r}n_{\rm e}n_{\rm d}^{+}, \quad (1)$$

$$j=e\varsigma n_{\rm e}E_{\rm sc}-\varsigma k_{\rm B}T\frac{\partial n_{\rm e}}{\partial x},$$

$$\frac{\partial E_{\rm sc}}{\partial x}=\frac{4\pi e}{\varepsilon}\left(n_{\rm e}+n_{\rm a}-n_{\rm d}^{+}\right).$$

Здесь $n_{\rm e}, n_{\rm d}, n_{\rm d}^{+}$ и $n_{\rm a}$ – концентрации свободных носителей, доноров, ионизированных доноров и акцепторов соответственно; j – плотность тока; σ – сечение процесса фотоионизации; I - интенсивность падающего излучения; $I_{\rm dark}$ – эффективная «темновая» интенсивность; $\gamma_{\rm r}$ – константа парной рекомбинации; e и ς – заряд и подвижность свободных носителей с учетом их знака (отрицательные для электронов и положительные для дырок); ε – статическая диэлектрическая проницаемость ФРК; $k_{\rm B}$ – постоянная Больцмана; T – температура среды. Оптическое излучение распространяется вдоль оси z.

Система материальных уравнений (1) решается совместно со стандартным укороченным волновым уравнением для комплексной амплитуды поля $A(x,z,t)$

$$\mathrm{i}\frac{\partial A}{\partial z}=-\frac{1}{2k_0}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}-\frac{k_0}{n}\delta nA, \quad (2)$$

записанным в параксиальном приближении. В уравнении (2) $k_0=\omega n/c$ – волновое число; $\delta n=(1/2)r_{\rm eff}n^3\,E_{\rm sc}(x,z,t)$

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 25 декабря 2000 г., после доработки – 3 апреля 2001 г.

– нелинейная добавка к невозмущенному показателю преломления ФРК n, возникающая под действием поля $E_{\mathrm{sc}}(x, z, t)$ за счет линейного электрооптического эффекта; r_{eff} – эффективный электрооптический коэффициент. Уравнения (1) и (2) составляют замкнутую самосогласованную систему, позволяющую адекватно описывать взаимосвязь пространственного распределения интенсивности в падающем пучке с внутренним электрическим полем E_{sc} фоторефрактивной среды.

Мы рассматриваем систему (1) в стационарном состоянии, когда $\partial/\partial t \to 0$. Учитывая, что у типичного ФРК $n_{\mathrm{a}} \gg n_{\mathrm{e}}$, систему (1) удается разрешить относительно внутреннего поля $E_{\mathrm{sc}} = (k_{\mathrm{B}}T/e)(\partial I/\partial x)(I + I_{\mathrm{dark}})^{-1}$, при подстановке которого в (2) получается укороченное волновое уравнение для нормированной комплексной амплитуды светового поля $q(\eta, \xi)$

$$\mathrm{i}\frac{\partial q}{\partial \xi} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} - \frac{q}{1 + S|q|^2}\frac{\partial |q|^2}{\partial \eta}. \tag{3}$$

Здесь $q(\eta, \xi) = (L_{\mathrm{dif}}/L_{\mathrm{ref}})^{1/2}A(\eta, \xi)I_{\mathrm{dark}}^{-1/2}$ – безразмерная амплитуда светового поля; $\eta = x/x_0$ – нормированная поперечная координата; x_0 – характерный поперечный масштаб (например, радиус входного пучка); $\xi = z/L_{\mathrm{dif}}$ – нормированная продольная координата; $L_{\mathrm{dif}} = k_0 x_0^2$ – дифракционная длина, соответствующая x_0; $L_{\mathrm{ref}} = 2ex_0/(k_0 n^2 r_{\mathrm{eff}} k_{\mathrm{B}} T)$ – длина нелинейной рефракции; $S = L_{\mathrm{ref}}/L_{\mathrm{dif}}$ – параметр, определяющий относительную роль диффузионных эффектов. Типичные для эксперимента значения параметра S в кристалле SnBaNb для пучков He – Ne-лазера с интенсивностью несколько микроватт на квадратный сантиметр на длине волны $\lambda = 633$ нм при радиусе исходного лазерного пучка $x_0 \sim 50$ мкм, эффективном электрооптическом коэффициенте $r_{\mathrm{eff}} = 10^{-9}$ м/В, невозмущенном показателе преломления $n = 2.3$ составляют $\sim 1.0 - 2.0$.

3. Профили недифрагирующих солитоноподобных пучков

Прежде всего отметим, что, используя известное решение $q(\eta, \xi, S)$ уравнения (3) и преобразование $q_{\mathrm{new}}(\eta, \xi, S_{\mathrm{new}}) = u^{1/2}q(u\eta, u^2\xi, S)$, где u – произвольный масштабный коэффициент, можно найти решение для нового параметра $S_{\mathrm{new}} = S/u$. Используя известную технику перехода в искривленную систему координат в произвольном укороченном волновом уравнении [28], мы будем искать стационарные решения уравнения (3) в виде пучка с неизменным вдоль параболической траектории $\eta = -a\xi^2/2$ профилем

$$q(\eta, \xi) = \rho\left(\eta + \frac{a\xi^2}{2}\right)\exp\left(\mathrm{i}b\xi - \mathrm{i}a\eta\xi - \frac{\mathrm{i}a^2\xi^3}{3}\right), \tag{4}$$

где a – кривизна параболической траектории; b – постоянная распространения; $\rho(\eta + a\xi^2/2)$ – действительная огибающая. Подставляя поле в таком виде в уравнение (3) и вводя параболическую координату $\zeta = \eta + a\xi^2/2$, получаем, что огибающая пучка как функция переменной ζ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{\mathrm{d}^2\rho}{\mathrm{d}\zeta^2} = 2(b - a\zeta)\rho - \frac{4\rho^2}{1 + S\rho^2}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\zeta}. \tag{5}$$

Отметим, что постоянная распространения b может быть исключена из уравнения (5) с помощью линейного сдвига вдоль оси ζ.

Аналитическое решение уравнения (5) удается получить в двух предельных случаях: малых амплитуд ($\rho \ll 1$), когда нелинейными членами в правой части (5) можно пренебречь по сравнению с линейными, и больших амплитуд ($\rho \gg 1$), когда последний член в правой части уравнения (5) может быть линеаризован. В этих предельных случаях решения (5) имеют вид

$$\rho(\zeta) = m\mathrm{Ai}[(2a)^{-2/3}2(b - a\zeta)] \quad (m \ll 1),$$

$$\rho(\zeta) = m\mathrm{Ai}\{(2a)^{-2/3}[2(b - a\zeta) + 4S^{-2}]\} \tag{6}$$

$$\times \exp[2(aS)^{-1}(b - a\zeta)] \quad (m \gg 1),$$

где m – произвольная константа. Первое из решений (6) описывает профиль недифрагирующего в линейной среде пучка [29], обладающего, вообще говоря, бесконечной энергией

$$w = \int_{-\infty}^{\infty}\rho^2(\zeta)\mathrm{d}\zeta, \tag{7}$$

поскольку функция Эйри не является квадратично интегрируемой из-за наличия медленно затухающего осциллирующего хвоста. Влияние диффузионной нелинейности в пределе высоких амплитуд приводит к компенсации осциллирующего хвоста недифрагирующего пучка и к его локализации (второе из решений (6)). С уменьшением S (т. е. с увеличением роли нелинейных эффектов) степень локализации пучков растет.

Поскольку в общем случае аналитические решения уравнения (5) получить не удается, необходимо численное интегрирование. Пространственно-ограниченные солитоноподобные решения (5) искались с помощью метода стрельбы, позволяющего свести двухточечную краевую задачу к задаче Коши. Начальные условия выбирались из тех соображений, что при $\zeta \to -\infty$, когда амплитуда ρ достаточно мала, нелинейными членами в (5) можно пренебречь. При этом начальные условия задаются асимптотиками функции Эйри и имеют вид

$$\rho|_{\zeta\to-\infty} = m\mathrm{Ai}\big[2(2a)^{-2/3}(b - a\zeta)\big],$$

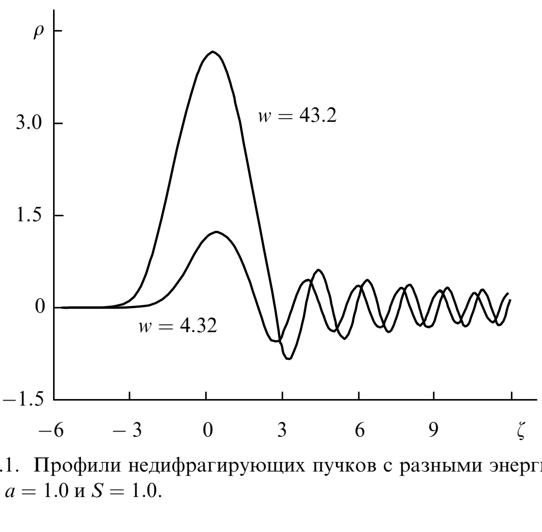

Рис.1. Профили недифрагирующих пучков с разными энергиями w при $a = 1.0$ и $S = 1.0$.

$$\left.\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\zeta}\right|_{\zeta\to-\infty} = m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\zeta}\mathrm{Ai}\left[2(2a)^{-2/3}(b-a\zeta)\right]. \quad (8)$$

На рис.1 приведены типичные профили недифрагирующих пучков с разными энергиями w. В соответствии с линейными асимптотиками (7) при $\zeta \to -\infty$ приближенное выражение для профиля пучка имеет вид $(1/2)m \times\pi^{-1/2}x^{-1/4}\exp[-(2/3)x^{3/2}]$, где $x = 2(2a)^{-2/3}(b - a\zeta)$.

При $\zeta \to +\infty$, однако, нелинейным членом в уравнении (5) уже нельзя пренебречь, поскольку с одновременным уменьшением амплитуды ρ происходит нарастание производной $\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}\eta$, связанное с ростом частоты осцилляций на правом крыле пучка. Влияние диффузионной нелинейности ФРК, в конечном счете, проявляется в том, что амплитуда светового поля убывает при $\zeta \to +\infty$ быстрее, чем $\zeta^{-1/2}$ (в отличие от функции Эйри), и, следовательно, солитоноподобные пучки с произвольной амплитудой обладают конечной энергией w и являются пространственно-локализованными. Таким образом, диффузионный механизм перераспределения пространственного заряда в ФРК, так же, как и дрейфовый механизм, может приводить к формированию специфических солитонных структур.

4. Формирование, устойчивость и взаимодействие недифрагирующих пучков

Практический интерес представляет проблема генерации недифрагирующих солитонных пучков пучками с произвольным поперечным распределением интенсивности светового поля в результате фотоиндуцированного рассеяния. Известно, что в среде с чисто керровской или локальной насыщающейся нелинейностью эволюция пучка с произвольным входным распределением светового поля ведет (за исключением ряда специальных случаев, способствующих формированию связанных состояний) к формированию одного или нескольких расходящихся солитонных пучков. Среда с диффузионной нелинейностью в этом отношении обладает существенно новыми свойствами.

На рис.2 приведена типичная эволюция супергауссова пучка в среде с диффузионной нелинейностью. Распространение пучка сопровождается его постепенным расплыванием с одновременным рассеянием энергии в область отрицательных η под определенными углами. Интенсивность рассеяния, а также число максимумов в рассеянном излучении существенно возрастают с увеличением ширины (энергии) исходного супергауссова пучка (ср. рис.2,*а* и *б*). Отметим, что рассеяние происходит в область отрицательных η, в то время как недифрагирующий пучок имеет осциллирующий хвост при $\eta \to +\infty$. Отсюда следует, что недифрагирующие пучки не эволюционируют из пучков с произвольным пространственным распределением светового поля, и для экспериментов с ними необходимо голографическими методами сформировать начальные условия, аналогичные изображенным на рис.1.

Исследование устойчивости полученных солитоноподобных решений вызывает определенные затруднения в связи с отсутствием аналитического выражения для пространственного распределения поля. Критерий устойчивости солитонов $\partial w/\partial b > 0$ в средах с локальным нелинейным откликом неприменим для среды с диффузионной нелинейностью. В связи с этим динамика распространения солитонов с возмущенным входным профилем исследовалась на основе численного моделирования с помощью метода расщепления по физическим факторам. Результаты численного моделирования показали устойчивость недифрагирующих пучков как к малым (до 10 % по интенсивности) гармоническим, так и к шумовым возмущениям входного профиля. В процессе распространения малое возмущение испытывают затухающие осцилляции с постепенно возрастающим вдоль оси ξ периодом, а излишки энергии, вызванные наличием возмущения, постепенно рассеиваются в область отрицательных значений η.

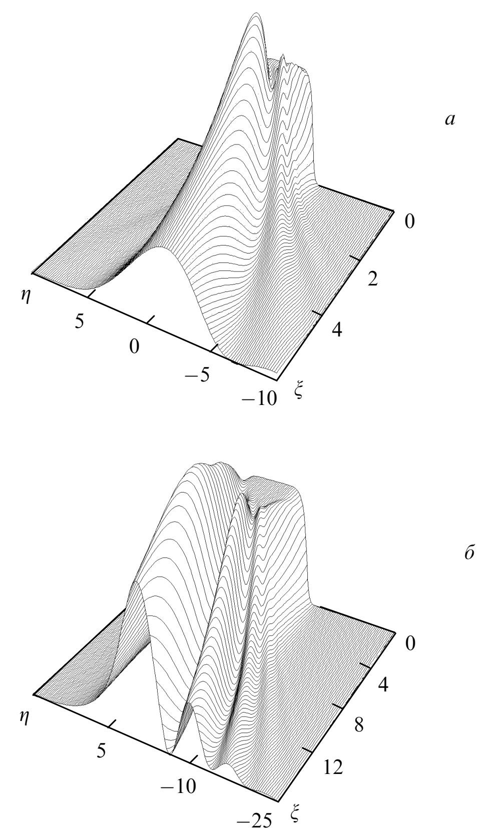

Рис.2. Динамика распространения супергауссова пучка с исходным функциональным профилем $\rho(\eta) = (1/2)\exp[-(\eta/\eta_0)^8]$ и шириной $\eta_0 = 3.0$ (*а*) и 8.0 (*б*) в ФРК с диффузионной нелинейностью при $S = 1.0$.

Недифрагирующие пучки в среде с диффузионной нелинейностью демонстрируют весьма необычное поведение при столкновениях. При исследовании столкновений начальное условие на входе в нелинейную среду задавалось в виде

$$q(\eta,\xi=0) = \rho(\eta+\eta_{\mathrm{c}})\exp(-\mathrm{i}v\eta+\mathrm{i}\psi)$$
$$+\rho(\eta-\eta_{\mathrm{c}})\exp(\mathrm{i}v\eta), \quad (9)$$

где $\rho(\eta)$ – профиль пучка; $2\eta_{\mathrm{c}}$ – расстояние между центрами пучков на входе в среду; v – угол пересечения пучков; ψ – начальная разность фаз. На рис.3,*а* изображено свободное распространение недифрагирующего пучка. Динамика столкновения двух недифрагирующих пучков приведена на рис.3,*б* и *в*. Специфика взаимодействия заключается в том, что независимо от разности фаз и углов столкновения всегда формируется лишь один устойчиво распространяющийся *недифрагирующий* пучок. Доля энергии, рассеиваемой в результате столкновения, при любых углах пренебрежимо мала по сравнению с

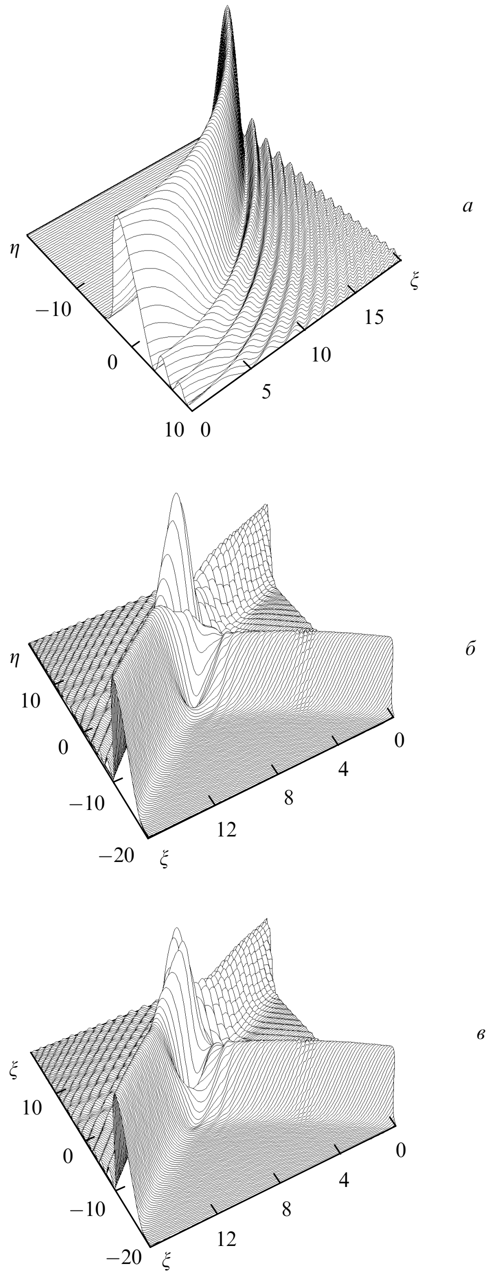

Рис.3. Динамика распространения одиночного недифрагирующего пучка в ФРК с диффузионной нелинейностью (*а*), а также динамика столкновения синфазных (*б*) и противофазных (*в*) недифрагирующих пучков при энергии пучков $w = 3.88$, угле столкновения $v = 1.5$, $S = 1.0$ и параболическом параметре профилей пучков $a = 0.1$.

суммарной энергией взаимодействующих пучков. Кривизна траектории сформировавшегося пучка в среде с данным S определяется его энергией (фактически равной сумме энергий сталкивающихся пучков). Разность фаз пучков определяет лишь динамику в области непосредственного перекрытия полей (ср. рис.3,*б* и *в*). Отметим, что взаимодействие двух локализованных пучков (например, гауссовых) в ФРК с диффузионной нелинейностью при достаточно больших углах пересечения также приводит к уничтожению одного из пучков.

5. Заключение

Таким образом, диффузионный механизм нелинейности ФРК может приводить к формированию специфических солитоноподобных пучков, обладающих конечной энергией и устойчиво распространяющихся в ФРК вдоль параболической траектории. Подобные пучки не эволюционируют из пучков с произвольным распределением интенсивности светового поля. Независимо от угла столкновения и исходной разности фаз взаимодействие двух недифрагирующих пучков приводит к уничтожению одного из них и формированию одного пучка с энергией, практически равной сумме энергий взаимодействующих пучков. Подобное поведение недифрагирующих пучков при взаимодействии весьма интересно с практической точки зрения и может быть использовано при конструировании оптических переключателей.

1. Snyder A., Kivshar Y. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **14**, 3025 (1997).
2. Crosignani B., Segev M., Engin D., Di Porto P., Yariv A., Salamo G. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **10**, 446 (1993).
3. Duree G., Morin M., Salamo G., Segev M., Crosignani B., Di Porto P., Sharp E., Yariv A. *Phys.Rev.Letts*, **74**, 1978 (1995).
4. Iturbe-Castillo M., Marques-Aquilar P., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S., Vysloukh V. *Appl.Phys.Letts,* **64**, 408 (1994).
5. Christodoulides D., Carvalho M. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **12**, 1628 (1995).
6. Segev M., Shih M., Valley G. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **13**, 706 (1996).
7. Chen Z., Segev M., Singh S., Coskun T., Christodoulides D. *J.Opt. Soc.Amer.B*, **14**, 1407 (1997).
8. Bian S., Frejlich J., Ringhofer K. *Phys.Rev.Letts*, **78**, 4035 (1997).
9. Jinsong L., Keqing L. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **16**, 550 (1999).
10. Garcia-Quirino G., Iturbe-Castillo M., Vysloukh V., Stepanov S. *Optics Letts*, **22**, 154 (1997).
11. Krolikowski W., Luther-Davies B., Denz C., Tshudi T. *Optics Letts*, **23**, 97 (1998).
12. Krolikowski W., Holmstrom S. *Optics Letts*, **22**, 369 (1997).
13. Mamaev A., Saffman M., Zozulya A. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **15**, 2079 (1998).
14. Shih M., Segev M. *Optics Letts,* **21**, 1538 (1996).
15. Krolikowski W., Saffman M., Denz C. *Phys.Rev.Letts*, **79**, 3240 (1998).
16. Выслоух В., Кутузов В., Петникова В., Шувалов В. *ЖЭТФ*, **111**, 705 (1997).
17. Garcia-Quirino G., Iturbe-Castillo M., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S., Vysloukh V. *Optics Comms*, **123**, 597 (1996).
18. Gomes-Sarabia C., Marquez-Aquilar P., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S., Vysloukh V. *J.Opt.Soc.Amer.B,* **12**, 2767 (1996).
19. Christodoulides D., Carvalho M. *Optics Letts*, **19**, 1714 (1994).
20. Christodoulides D., Coskun T. *Optics Letts,* **21**, 1220 (1996).
21. Christodoulides D., Coskun T. *Optics Letts*, **21**, 1460 (1996).
22. Krolikowski W., Luther-Davies B., McCarthy G., Bledowski A. *Phys.Rev.E*, **61**, 2010 (2000).
23. Krolikowski W., Akhmediev N., Luther-Davies B., Cronin-Golomb M. *Phys.Rev.E*, **54**, 5761 (1996).
24. Алешкевич В., Выслоух В., Карташов Я. *Квантовая электроника*, **28**, 64 (1999).
25. Алешкевич В., Выслоух В., Карташов Я. *Квантовая электроника*, **30**, 905 (2000).
26. Aleshkevich V., Vysloukh V., Kartashov Y. *Optics Comms*, **173**, 277 (2000).
27. Kukhtarev N., Markov V., Odulov S., Soskin M., Vinetskii V. *Ferroelectrics*, **22**, 949 (1979).
28. Gagnon L., Belanger P. *Optics Letts*, **15**, 466 (1990).
29. Berry M., Balazs N. *Amer.J.Phys.*, **48**, 264 (1979).