

О скорости распространения волнового пакета в усиливающей среде

Н.С.Бухман

Показано, что при распространении слабого сигнала в усиливающей среде на крыльях спектральной линии усиления время задержки сигнала может оказаться меньше времени распространения сигнала с вакуумной скоростью света. Установлено, что в этом случае в точке приема происходит точное «восстановление» временной зависимости сигнала и некоторое время прием сигнала продолжается даже при внезапном его прекращении в точке передачи. Показано также, что использование комплексного времени групповой задержки сигнала позволяет повысить точность результатов первого порядка теории дисперсии без выхода за его пределы.

Ключевые слова: скорость света, скорость сигнала, комплексная групповая скорость.

Хорошо известно (см., напр., [1], § 83, 84; [2], § 2.6; [3], п. 16.5; [4], гл. 8; [5], § 8), что распространение волнового пакета с достаточно плавно изменяющейся огибающей (т. е. с достаточно узким частотным спектром) в диспергирующей среде без поглощения происходит с так называемой групповой скоростью

$$v_{gr} = \left(\frac{dk}{d\omega} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где ω – частота волны; $k(\omega)$ – ее волновое число.

В области прозрачности термодинамически-равновесной среды групповая скорость электромагнитной волны всегда меньше скорости света и совпадает со скоростью распространения энергии волны [1] и скоростью перемещения комплексной огибающей узкополосного сигнала как целого в первом порядке классической теории дисперсии (как по пространственной, так и по временной координате).

В случае термодинамически-неравновесных сред или сред с поглощением обычно считается (см., напр., [1, 3, 5]), что понятие групповой скорости ввести невозможно. Основанием для этой точки зрения служит то обстоятельство, что групповая скорость, определенная с помощью обычного соотношения (1), в неконсервативных средах уже не является скоростью переноса энергии волны; кроме того, она оказывается комплексной и часто – сверхсветовой, что порождает определенные сомнения в реальности результатов, получаемых с помощью выражения (1).

Цель данной работы – изучение особенностей распространения сигнала (волнового пакета) именно в ситуации, когда групповая скорость волны, определенная соотношением (1), оказывается комплексной и сверхсветовой.

Сразу отметим, что ни первое, ни второе обстоятельство не могут рассматриваться как свидетельство неприменимости понятия групповой скорости как скорости

перемещения комплексной огибающей сигнала. Действительно, в нелинейно усиливающей среде перемещение максимума волнового пакета со сверхсветовой скоростью исследовано не только теоретически, но и экспериментально в целой серии работ (см. [6, 7] и цитированную там литературу). При этом сверхсветовая скорость перемещения максимума волнового пакета наблюдалась в нелинейной среде с насыщением усиления как результат преимущественного усиления передней части сигнала по сравнению с его задней частью.

Очевидно, что перемещение максимума волнового пакета со сверхсветовой скоростью не противоречит постулату специальной теории относительности о предельном характере скорости света в вакууме для распространения сигнала, поскольку этот постулат относится отнюдь не к скорости распространения произвольной «детерминированной» волны, по любому фрагменту которой можно полностью восстановить ее временную зависимость, а лишь к скорости распространения сигнала, способного переносить информацию, т. е. к скорости перемещения разрывов сигнала или его огибающей (или соответствующих производных любого порядка)¹. Скорость же перемещения этих разрывов определяется показателем преломления среды при бесконечной частоте волны (см., напр., [1]) и равна скорости света в вакууме. Строго говоря, это значит, что в любой среде передача информации с помощью электромагнитных волн происходит в точности со скоростью света в вакууме и не имеет отношения к групповой скорости волны (независимо от того, больше или меньше скорости света в вакууме окажется групповая скорость).

Отметим, что использование комплексной групповой скорости сигнала (и комплексного времени его задержки) для сигналов, огибающая которых является аналитической функцией² (и допускает аналитическое продолжение на комплексную плоскость), вполне естественно и не

¹ Такие разрывы в [6, 7] именуется «метками, нанесенными на импульс».

² Только для таких сигналов вообще можно пользоваться понятием групповой скорости, поскольку перемещение разрывов всегда происходит со скоростью света в вакууме (см., напр., [3]), а не с групповой скоростью.

приводит ни к каким (даже кажущимся) противоречиям с известными фактами. Использование комплексной групповой скорости для описания распространения импульсов в усиливающей среде обсуждается в работах [8, 9]. Аналогичный подход в пространственной задаче реализован, например, в [10].

Для иллюстрации высказанных соображений рассмотрим распространение сигнала $E(z, t)$ с несущей частотой ω_1 и комплексной огибающей $A(z, t)$ [1–5] в однородной изотропной среде вдоль оси z . Пусть частота сигнала ω_1 близка к частоте одной из спектральных линий среды ω_0 . Предполагая, что сигнал является узкополосным (ширина спектра сигнала мала по сравнению с несущей частотой ω_1), имеем следующие очевидные соотношения:

$$E(z, t) = A(z, t) \exp(-i\omega_1 t) + A^*(z, t) \exp(i\omega_1 t), \quad (2)$$

$$A(z, \Delta\Omega) = E(z, \omega),$$

где

$$\omega = \omega_1 + \Delta\Omega, \quad \omega_1 = \omega_0 + \Omega_0;$$

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega,$$

$$E(z, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, t) \exp(i\omega t) dt$$

– высокочастотный сигнал и его спектр;

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \Delta\Omega) \exp(-i\Delta\Omega t) d\Delta\Omega,$$

$$A(z, \Delta\Omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t) \exp(i\Delta\Omega t) dt$$

– низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр; Ω_0 – сдвиг несущей частоты сигнала относительно центра спектральной линии.

Будем для определенности говорить о распространении света в среде с показателем преломления $n(\omega) = n_0 + \Delta n(\omega)$, где n_0 – фоновый (нерезонансный) показатель преломления среды, слабо зависящий от частоты света вблизи ω_0 ; $\Delta n(\omega)$ – комплексная добавка к n_0 , обусловленная спектральной линией усиления с центральной частотой ω_0 . Тогда для комплексной передаточной функции слоя вещества толщиной z имеем

$$F(z, \omega) = \exp[ikn(\omega)z], \quad (3)$$

где $k = \omega/c$.

Вводя в рассмотрение коэффициент усиления света по амплитуде в центре спектральной линии с частотой ω_0

$$\alpha_0 \equiv ik_0 \Delta n(\omega_0), \quad k_0 \equiv \frac{\omega_0}{c} \quad (4)$$

и нормированный на единицу в центре спектральной линии с частотой ω_0 комплексный форм-фактор линии

$$g(\Omega) \equiv ik\alpha_0^{-1} \Delta n(\omega_0 + \Omega) \quad (5)$$

($\Omega \equiv \omega - \omega_0$ – отстройка частоты волны от центральной

частоты спектральной линии), нетрудно представить передаточную функцию слоя в виде

$$F(z, \omega) = \exp(ikn_0 z) \exp[\xi g(\Omega)], \quad (6)$$

где $\xi \equiv \alpha_0 z$ – оптическая толщина слоя. Мы не рассматриваем здесь отражение сигнала от границ слоя, предполагая, что слой вещества является достаточно толстым и граничными эффектами можно пренебречь. Можно также предположить, что инверсия неоднородна в пространстве, т. е. происходит плавное изменение коэффициента усиления $\alpha_0(z)$ вдоль оси z . В этом случае отражение экспоненциально мало (см., напр., [11], § 52 и [4], п. 12.3) и в нашем рассмотрении достаточно заменить $\xi = \alpha_0 z$ на $\xi = \int_0^z \alpha_0(z) dz$ без изменения прочих формул.

В сечении z для комплексной огибающей сигнала имеем соотношение

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^{(0)}(\Delta\Omega) F(z, \omega) \exp(-i\Delta\Omega t) d\Delta\Omega, \quad (7)$$

где $A^{(0)}(t) \equiv A(0, t)$ – комплексная огибающая сигнала в начальной точке $z = 0$. Предполагая, что спектр сигнала сосредоточен вблизи несущей частоты ω_1 и ограничиваясь линейными членами разложения выражения под второй экспонентой в (6) в ряд Тейлора (т. е. ограничиваясь первым порядком классической теории дисперсии [5]), вместо (7) нетрудно получить выражение

$$A(z, t) = \exp[ik_1 z + \xi g(\Omega_0)] A^{(0)}[t - \tau(z)], \quad (8)$$

где $k_1 \equiv k_0 n(\omega_1)$, а комплексное время задержки τ определяется соотношениями

$$\tau(z) \equiv \tau_0 + \tau_r + i\tau_i, \quad \tau_0 \equiv \frac{z}{v_{ph}}, \quad v_{ph} \equiv \frac{c}{n_0}, \quad (9)$$

$$\tau_r \equiv \xi \frac{\partial \text{Im} g(\Omega_0)}{\partial \Omega_0}, \quad \tau_i \equiv -\xi \frac{\partial \text{Re} g(\Omega_0)}{\partial \Omega_0}.$$

От результатов обычно используемого варианта первого порядка теории дисперсии [5] полученный результат отличается только учетом мнимой части времени задержки волнового пакета. Задержка сигнала (как и должно быть в линейной теории) не зависит ни от его мощности, ни от временной зависимости его амплитуды, зато существенно зависит от сдвига несущей частоты сигнала относительно центра спектральной линии (в отличие от рассмотренной в [6, 7] нелинейной ситуации).

В случае произвольного сигнала с гладкой огибающей учет мнимой части времени задержки приводит к искажению временной зависимости интенсивности сигнала уже в первом порядке теории дисперсии. При этом возникает любопытная ситуация: комплексная огибающая сигнала не искажается в том смысле, что она остается той же самой аналитической функцией (с дополнительным комплексным сдвигом), но временная зависимость интенсивности сигнала может сильно измениться, поскольку операция комплексного сопряжения и, соответственно, операция отыскания модуля комплексной функции не являются аналитическими.

Отметим, что с использованием понятия комплексной групповой скорости (1) формула (9) может быть переписана в виде

$$\tau(z) = \frac{z}{v_{gr}}, \quad \frac{1}{v_{gr}} \equiv \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} = \frac{1}{v_{gr}^{Re}} + \frac{i}{v_{gr}^{Im}},$$

$$\frac{1}{v_{gr}^{Re}} \equiv \operatorname{Re} \frac{1}{v_{gr}} = \frac{1}{v_{ph}} + \alpha_0 \frac{\partial \operatorname{Im} g(\Omega_0)}{\partial \Omega_0}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{v_{gr}^{Im}} \equiv \operatorname{Im} \frac{1}{v_{gr}} = -\alpha_0 \frac{\partial \operatorname{Re} g(\Omega_0)}{\partial \Omega_0}.$$

В данной работе мы будем именовать величину v_{gr} комплексной групповой скоростью. Хотя эта скорость и не является групповой в обычном понимании [1–5], но в консервативной среде она совпадает с обычной групповой скоростью (во-первых) и в любой среде является скоростью перемещения в пространстве комплексной огибающей временной зависимости сигнала (во-вторых). В связи с этим комплексную групповую скорость естественно считать обобщением понятия групповой скорости [1–5] на случай поглощающих или усиливающих сред. Величины v_{gr}^{Re} и v_{gr}^{Im} естественно назвать вещественной и мнимой групповыми скоростями сигнала³. Мнимая групповая скорость (как и мнимая часть времени задержки сигнала, с которой она непосредственно связана) характеризует не перемещение сигнала в обычном смысле этого слова, а изменение формы его комплексной огибающей в первом порядке классической теории дисперсии. Вещественная групповая скорость (и вещественная часть времени задержки сигнала, с которой она непосредственно связана) характеризует скорость движения сигнала в пространстве. Именно с этой скоростью перемещается в пространстве «центр симметрии» сигнала (если он у сигнала есть).

В настоящей работе нас интересует не искажение временной формы сигнала в первом порядке теории дисперсии, а скорость его распространения, поэтому далее мы ограничимся конкретным случаем гауссова волнового пакета⁴

$$A^{(0)}(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{T^2}\right)$$

с длительностью T и лоренцевского профиля спектральной линии [12]

$$g(\Omega) = \left(1 - i \frac{2\Omega}{\Delta\Omega_{1/2}}\right)^{-1} \quad (11)$$

с шириной $\Delta\Omega_{1/2}$ и временем когерентности $\tau_c \equiv 2/\Delta\Omega_{1/2}$. Подчеркнем, что для диэлектрической проницаемости среды выполнены соотношения Крамерса–Кронига и поэтому сверхсветовая скорость передачи информации (равно как и опережающий отклик среды на воздействие) в принципе невозможны. Тем не менее скорость распространения огибающей волнового пакета, как будет видно из дальнейшего, становится сверхсветовой.

Для временной зависимости интенсивности поля $I(z, t) \equiv |A(z, t)|^2$ при различных продольных координатах z с использованием (8) имеем соотношения

$$I(z, t) = I_0(z)I_G(z) \exp\left[-\frac{2(t - \Delta t)^2}{T^2}\right],$$

$$I_0(z) \equiv \exp\left(\frac{2\xi}{1 + x_0^2}\right),$$

$$I_G(z) \equiv \exp\left[8\left(\frac{\tau_c}{T}\right)^2 \xi^2 x_0^2 (1 + x_0^2)^{-4}\right], \quad (12)$$

$$\Delta t = \operatorname{Re} \tau(z) = \tau_0 + \tau_r = \frac{z}{v_{gr}^{Re}} = \frac{z}{v_{ph}} + \xi \tau_c (1 - x_0^2)(1 + x_0^2)^{-2},$$

$$x_0 \equiv \tau_c \Omega_0,$$

где $I_0(z)$ – обычный фактор экспоненциального возрастания интенсивности монохроматической волны с частотой $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_0$ в усиливающей среде; $I_G(z)$ – дополнительный (по отношению к монохроматической волне) фактор возрастания интенсивности гауссова пакета (к появлению этого фактора приводит учет мнимой части времени задержки гауссова сигнала); Δt – вещественное время задержки пакета; x_0 – нормированная отстройка несущей пакета от центра линии.

Видно, что в случае $x_0^2 > 1$ (т. е. на крыльях спектральной линии, при $|\Omega_0| > \Delta\Omega_{1/2}$) волновой пакет в усиливающей среде ($\alpha_0 z > 0$) распространяется со сверхсветовой скоростью (т. е. время задержки сигнала меньше времени его распространения на расстояние z с фазовой скоростью света⁵, $\Delta t < z/v_{ph}$, и вещественная групповая скорость превышает фазовую, $v_{gr}^{Re} > v_{ph}$).

Для проверки полученных аналитических результатов были проведены численные расчеты распространения волнового пакета с исходной длительностью $T = 10\tau_c$ и нормированным сдвигом несущей относительно центра спектральной линии $x_0 = 5$. Результаты этих расчетов при $\xi = 0, 300$ и 600 приведены на рис. 1. Нетрудно заметить, что вывод о сверхсветовой скорости распространения пакета подтверждается. Видно также, что учет мнимой части времени задержки заметно повышает точность аналитических результатов. Разумеется, с ростом пройденного волновым пакетом расстояния точность первого порядка теории дисперсии уменьшается.

Необходимо выяснить, применимы ли полученные результаты к реальным (ограниченным во времени) сигналам. Для этого при тех же значениях параметров T и ξ были проведены численные расчеты распространения гауссова волнового пакета с «обрезанной» передней частью:

$$A^{(0)} = \exp\left(-\frac{t^2}{T^2}\right)\theta(t - T_1), \quad (13)$$

где T_1 – время возникновения сигнала в точке $z = 0$; $\theta(t)$ – функция Хевисайда.

Оказалось, что обрезание передней части сигнала при $T_1 = -25T$ не приводит к изменению кривых на рис. 1 (с графической точностью). Обрезание же переднего фрон-

³ Подчеркнем, что $v_{gr}^{Re} \neq \operatorname{Re} v_{gr}$ и $v_{gr}^{Im} \neq \operatorname{Im} v_{gr}$.

⁴ Как будет видно из дальнейшего, для гауссова пакета учет мнимой части времени задержки не приводит к искажению временной зависимости интенсивности при его распространении. Это – особенность гауссова пакета [8] (в соответствующей пространственной задаче – особенность гауссова пучка).

⁵ В данном случае мы считаем, что «фоновый» показатель преломления n_0 сохраняется и при бесконечной частоте (что, строго говоря, неверно, см. [1]). В связи с этим роль вакуумной скорости света в нашей модели переходит к фазовой скорости света в среде без дисперсии с показателем преломления n_0 $v_{ph} = c/n_0$. Для достаточной разреженной среды (газ) $v_{ph} \simeq c$.

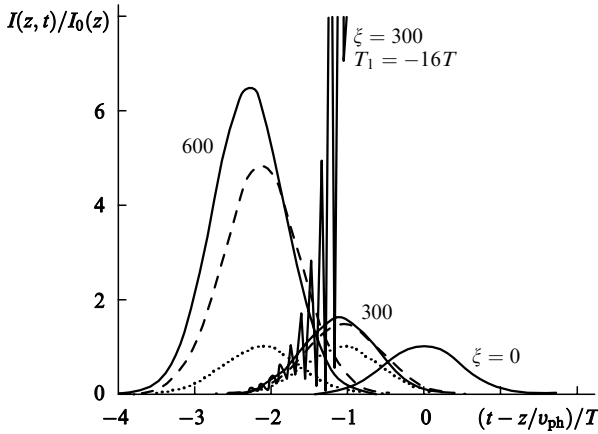


Рис.1. Временные зависимости интенсивности сигнала с параметрами $T = 10\tau_c$ и $x_0 = 5$ при разной оптической толщине слоя ξ , полученные в результате численного счета (сплошные кривые) и по формуле (12) с учетом (штриховые кривые) и без учета (пунктирные кривые) фактора $I_G(z)$ при T_1 от $-\infty$ до $-25T$ (все кривые, кроме быстроосциллирующей), а также при $\xi = 300$, $T_1 = -16T$ (быстроосциллирующая кривая).

та сигнала при меньшем (по модулю) параметре T_1 приводит к искажению сигнала. На том же рис.1 для примера приведены результаты расчета временной зависимости интенсивности сигнала при $\xi = 300$ и $T_1 = -16T$ (быстроосциллирующая кривая). Видно, что форма сигнала претерпела существенные изменения по сравнению со случаями $T_1 = -25T$ или $T_1 = -\infty$ («необрезанный» сигнал). Причина осцилляций становится очевидна, если учесть, что в данном случае имеет место интерференция двух примерно равных по энергии компонент сигнала с разными частотами (с периодом биений $\sim 2\pi/|\omega_0 - \omega_1|$).

Действительно, коэффициент усиления сигнала зависит от частоты, поэтому при достаточно большом параметре ξ (или достаточно малом параметре обрезания $|T_1|$) спектр прошедшего через слой среды сигнала оказывается сосредоточен уже не вблизи несущей частоты ω_1 , а вблизи центральной частоты спектральной линии усиления ω_0 ; в результате первый порядок теории дисперсии оказывается неприменим. В противном случае спектр сигнала сосредоточен вблизи его несущей частоты и применение первого порядка теории дисперсии позволяет получать количественные результаты. При этом переход от количественной применимости к полной неприменимости первого порядка теории дисперсии наступает очень быстро: в случае $\xi = 300$ при $T_1 = -17T$ результаты расчета с графической точностью совпадают с результатами для необрезанного пакета ($T_1 = -\infty$), а при $T_1 = -15T$ изобразить результаты счета для обрезанного и необрезанного пакетов в одинаковом масштабе на одном рисунке невозможно.

Из рис.1 видно также, что превышение скоростью распространения огибающей сигнала скорости света не обязательно является малым: так, например, при $\xi = 600$, время опережения сигналом света превышает характерную длительность сигнала примерно вдвое. При этом согласие численных данных с результатами применения первого порядка теории дисперсии вполне удовлетворительное. Это вполне естественно с учетом достаточной узости углового спектра сигнала в данном случае.

Результаты аналогичных расчетов для более короткого сигнала с исходной длительностью $T = 5\tau_c$ и нормированным сдвигом несущей относительно центра спек-

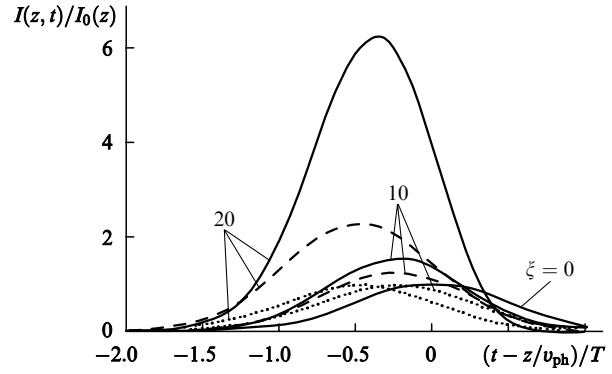


Рис.2. Временные зависимости интенсивности сигнала с параметрами $T = 5\tau_c$ и $x_0 = 2$ при разной оптической толщине слоя ξ , полученные в тех же условиях, что и на рис.1.

тральной линии $x_0 = 2$ при $\xi = 0, 10, 20$ приведены на рис.2–4. На рис.2 показаны результаты расчетов для распространения необрезанного волнового пакета. Сопоставив рис.1 и 2, нетрудно заметить, что с уменьшением длительности сигнала область применимости первого порядка классической теории дисперсии (как с учетом мнимой части времени задержки, так и без оногo) сокращается (что вполне естественно). Зато существенно уменьшается и оптическая толщина слоя ξ , при прохождении которого время опережения света сигналом становится сравнимо с его длительностью.

На рис.3 приведены результаты расчетов для того же волнового пакета с обрезанной передней частью при разных значениях параметра обрезания $x \equiv T_1/T$ и фикс-

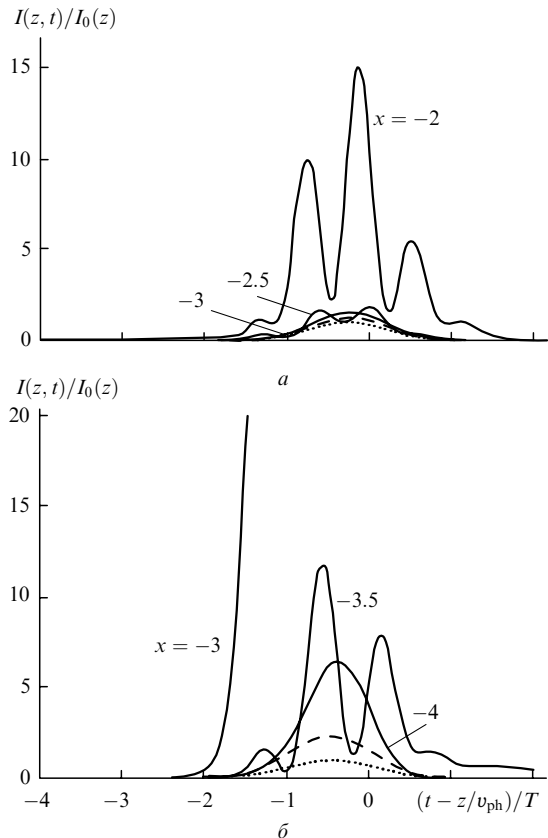


Рис.3. Искажение временной зависимости интенсивности сигнала в результате обрезания его передней части при оптической толщине слоя $\xi = 10$ (а) и 20 (б). Определение кривых дано а подписи к рис.1.

рованной оптической толщине слоя $\xi = 10$ и 20. Видно, сколь существенно обрезание передней части сигнала (даже на дальних подступах к главному максимуму) может исказить временную зависимость интенсивности сигнала. Это искажение в первую очередь проявляется как возникновение «биений» с характерным периодом $2\pi/|\omega_0 - \omega_1|$, а затем (см. рис.3,б) – как существенное возрастание амплитуды принятого сигнала, временная зависимость которой определяется уже не столько исходной формой сигнала, сколько параметрами спектральной линии и начального скачка амплитуды сигнала в момент его включения.

Итак, сверхсветовая групповая скорость сигнала может реализоваться только для сигналов с достаточно «затянутой» передней частью – максимум сигнала действительно может перемещаться быстрее света в вакууме без существенного искажения временной зависимости интенсивности сигнала, но только до тех пор, пока он не начнет «упираться» в истинное начало сигнала, т. е. в начальный скачок, который перемещается со скоростью света в вакууме (в нашей модели – со скоростью v_{ph}). При попытке сигнала «обогнать свое истинное начало» (реально – задолго до обгона) сигнал сильно искажается. Аналогичная ситуация отмечалась и в [6, 7] для мощного сигнала.

Более интересен вопрос об обрезании задней части сигнала. В этом случае именно предельный характер скорости света приводит к «предвосхищению» сигнала. Действительно, в случае сверхсветовой скорости распространения огибающей сигнала информация о его внезапном выключении распространяется медленнее сигнала (со скоростью света), и поэтому в точке приема можно принять заднюю часть сигнала, даже если она вовсе не передается в точке передачи.

На рис.4,а приведены результаты соответствующих расчетов распространения сигнала с длительностью $T = 5\tau_c$ и нормированным сдвигом несущей $x_0 = 2$ при $\xi = 0, 10, 20$. Расчеты проводились для сигнала, передача которого внезапно прекращалась в момент времени $t = 0$ (т. е. передавалась только передняя половина гауссова сигнала, после чего амплитуда передаваемого сигнала скачком падала до нуля). Сопоставив рис.4,а и 2 (на котором изображены результаты расчетов для необрезанного сигнала с теми же значениями параметров), нетрудно заметить, что часть задней половины гауссовой кривой успешно принимается вдали от точки передачи даже в случае ее отсутствия в точке передачи.

Прием несуществующего сигнала продолжается до тех пор, пока до точки приема не дойдет (со скоростью v_{ph}) информация о прекращении передачи сигнала⁶. Затем наблюдается резкий рост амплитуды сигнала, поскольку в результате обрезания его задней части спектр сигнала существенно расширяется (по сравнению с «ожидаемым») и его заметная часть попадает в центр спектральной линии усиления. Это хорошо видно на рис.4,б, на котором изображена временная зависимость интенсивности обрезанного при $t = 0$ сигнала при толщине

⁶ Именно поэтому на рис.4,а в качестве аналитических результатов приведены результаты расчета по формуле (12) (полученной для необрезанного сигнала). Действительно, скачок обрезанного сигнала перемещается со скоростью v_{ph} и потому (в выбранном масштабе) просто «стоит на месте», отставая от самого сигнала (результатом чего и является «прогнозирование» сигнала в точке приема).

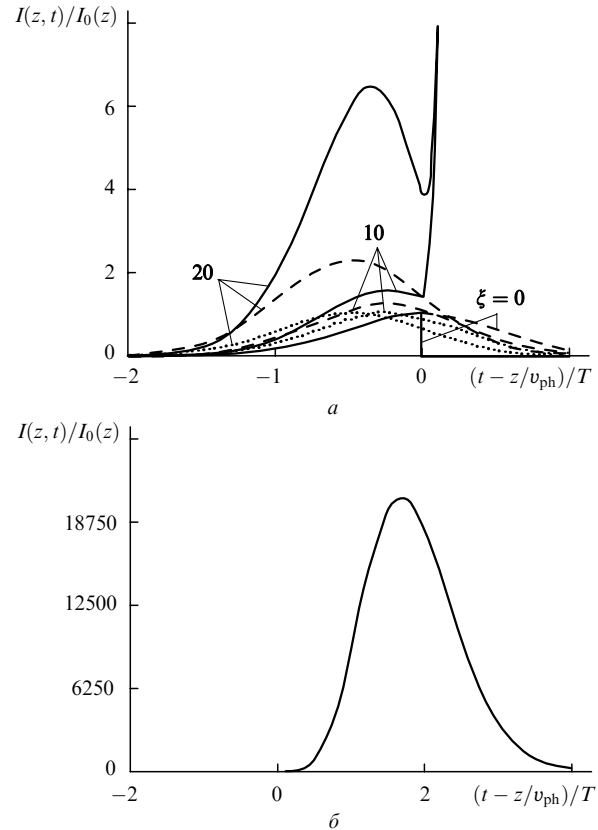


Рис.4. Временные зависимости интенсивности сигнала с параметрами $T = 5\tau_c$ и $x_0 = 2$, передача которого внезапно прекращена в момент времени $t = 0$, при разной оптической толщине слоя ξ (а) и при $\xi = 10$ (б). Определение кривых дано а подписи к рис.1.

слоя $\xi = 10$ и который отличается от рис.4,а только масштабом. Нетрудно заметить, что при внезапном прекращении передачи сигнала расширение его спектра приводит к тому, что основная часть сигнала распространяется с групповой скоростью, меньшей, чем скорость света в вакууме, и имеет приблизительно гауссову форму. Тем не менее более слабая «лидирующая» часть сигнала не теряется на ее фоне именно потому, что распространяется со сверхсветовой скоростью и отделена во времени от основной части сигнала.

Следует также отметить, что при достаточно большом коэффициенте усиления сигнала α_0 возможно не только распространение огибающей сигнала со сверхсветовой скоростью (т. е. распространение сигнала в среде быстрее света, $\Delta t < z/v_{ph}$, $v_{gr}^{Re} > v_{ph}$), но и возникновение отрицательной задержки сигнала, когда она становится отрицательной даже с учетом фазовой задержки сигнала ($\Delta t < 0$, $v_{gr}^{Re} < 0$). В этом случае вдали от точки передачи максимум сигнала появляется раньше, чем в точке передачи, т. е. сигнал принимается не «раньше, чем можно было бы ожидать», а «раньше, чем передается».

Разумеется, это обстоятельство не следует рассматривать как нарушение принципа причинности (точно так же, как сверхсветовую групповую скорость распространения пакета не следует рассматривать как нарушение факта предельности скорости света). Речь в данном случае идет просто о происходящем естественным образом (без вмешательства человека) предсказании отсутствующей части сигнала по уже принятой его части. Это обстоятельство хорошо иллюстрируют приведенные выше данные о распространении сигнала с обрезанной задней

частью – ее «восстановление» в точке приема происходит именно потому, что информация о задней части сигнала содержится в уже принятой передней части сигнала, в отличие от информации о внезапном прекращении передачи сигнала, которая способна оказать влияние на принимаемый сигнал только по истечении времени задержки $\tau_0 = z/v_{ph}$.

Другими словами, распространение сигнала со сверхсветовой скоростью можно рассматривать как распространение информации о сигнале со световой скоростью v_{ph} (при этом время задержки положительно и не зависит от коэффициента усиления) с последующим прогнозированием⁷ временной зависимости комплексной амплитуды сигнала (при этом время задержки отрицательно и зависит от усиления сигнала). Результат этой задержки с последующим прогнозированием может быть как положительным (при достаточно слабом усилении), так и отрицательным (при достаточно сильном усилении), и принципиальной разницы между двумя этими вариантами нет.

В заключение обсудим возможности экспериментального наблюдения рассмотренных выше явлений. Ясно, что основной интерес представляет ситуация, при которой групповая скорость сигнала в среде заметно превышает его фазовую скорость. Из (10), (11) для вещественной групповой скорости⁸ v_{gr}^{Re} имеем выражение

$$v_{gr}^{Re} = v_{ph} [1 - \alpha_2 f(x_0)]^{-1}, \quad v_{ph} \equiv \frac{c}{n_0}, \quad (14)$$

$$\alpha_2 \equiv \alpha_0 v_{ph} \tau_c, \quad f(x_0) \equiv (x_0^2 - 1)(x_0^2 + 1)^{-2}.$$

Функция $f(x_0)$ ограничена при $x_0 \sim 1$ и достигает максимального значения, равного $1/8$, при $x_0 = \sqrt{3}$, поэтому суть эффекта описывается безразмерным параметром α_2 : при $\alpha_2 \ll 1$ групповая скорость практически совпадает с фазовой, при $\alpha_2 \sim 1$ или $\alpha_2 \gg 1$ групповая скорость заметно отличается от фазовой (в большую или меньшую сторону в зависимости от величины расстройки x_0)⁹; при $\alpha_2 > 8$ групповая скорость может становиться отрицательной (в некотором интервале расстроек x_0)¹⁰.

В большинстве широко распространенных лазерных систем параметр α_2 невелик, но имеются и исключения:

– CO₂-лазер низкого давления (при $\lambda = 10.6$ мкм, $2\alpha_0 = 4$ дБ/м и $\Delta v_D = 50$ МГц имеем $\alpha_2 = 0.88$; в случае $x_0 = \sqrt{3}$ имеем $v_{gr}^{Re}/v_{ph} = 1.12$)¹¹;

– He-Ne-лазер при генерации на длине волны 3.39 мкм (при $\lambda = 3.39$ мкм, $2\alpha_0 = 20$ дБ/м и $\Delta v_D = 280$ МГц имеем $\alpha_2 = 0.79$; в случае $x_0 = \sqrt{3}$ имеем $v_{gr}^{Re}/v_{ph} = 1.11$);

⁷ Речь идет именно о прогнозе, поскольку при этом возможны и ошибки (например, прием непереданного сигнала).

⁸ Во избежание недоразумений еще раз подчеркнем, что в данном случае мы называем групповой скоростью скорость перемещения временной огибающей сигнала. Эта скорость (в неконсервативной среде) не является скоростью переноса энергии и даже скоростью перемещения пространственного распределения интенсивности поля (которое отличается от временной зависимости интенсивности сигнала из-за экспоненциального изменения поля в пространстве). В консервативной же среде все три типа групповой скорости совпадают (см., напр., [1]).

⁹ Этого достаточно, например, для решения задачи «восстановления» непереданной части сигнала.

¹⁰ Этого достаточно для «опережающего» приема передаваемого сигнала.

¹¹ В настоящей работе α_0 – коэффициент усиления по амплитуде, а $2\alpha_0$ – коэффициент усиления по интенсивности.

– лазер на YAG (при $\lambda = 1.06$ мкм, $\alpha_0 = 20$ см⁻¹, $\Delta v = 6$ см⁻¹ и $n_0 = 1.82$ имеем $\alpha_2 = 0.58$; в случае $x_0 = \sqrt{3}$ имеем $v_{gr}^{Re}/v_{ph} = 1.08$).

Из приведенных оценок видно, что задача «восстановления» в принципе может быть решена с помощью стандартных систем, а для решения задачи «предсказания» необходимо добиться сужения линии или повышения коэффициента усиления примерно на порядок по сравнению со стандартными системами. Кроме того, для практического проявления рассмотренных эффектов необходимо, чтобы опережение сигналом света Δt было хотя бы сравнимо с длительностью сигнала T . При этом длительность сигнала ограничена снизу условием $T \gg \tau_c$ (при невыполнении которого нельзя применять первый порядок теории дисперсии и говорить о скорости распространения сигнала как целого). Сопоставив это условие с (12), нетрудно сделать вывод о том, что опережение света сигналом может быть сравнимо с его длительностью только при большой оптической толщине слоя вещества ($\xi \gg 1$).

Это обстоятельство порождает новую трудность – при большой оптической толщине слоя коэффициент усиления сигнала оказывается экспоненциально велик¹² и проведенное в данной работе (без учета насыщения нелинейности) рассмотрение неприменимо. Впрочем, снизить коэффициент усиления до приемлемого значения нетрудно путем введения неселективного (или слабо селективного) по частоте поглощения (сосредоточенного или распределенного).

Еще одна трудность заключается в том, что в среде с усилением сверхсветовая групповая скорость реализуется на периферии спектральной линии усиления, где коэффициент усиления заметно меньше, чем в центре линии. Это приводит к экспоненциальному (с ростом оптической толщины слоя) уменьшению отношения сигнал/шум (если понимать под сигналом «регулярный» сигнал с несущей частотой, расположенной на периферии спектральной линии, а под шумом – «шумовой» сигнал с частотой вблизи центра спектральной линии).

Эта трудность, по нашему мнению, является в значительной степени кажущейся. Действительно, регулярный и шумовой (в указанном выше смысле) сигналы распространяются с разными групповыми скоростями, причем регулярный сигнал опережает шумовой. В результате регулярный и шумовой сигналы оказываются разделены во времени, и «зашумление» регулярного сигнала затруднено – практически в однопроходном лазере-усилителе шумовой сигнал будет просто снимать инверсию активной среды, оставшуюся после прохождения регулярного сигнала¹³.

Более того – отмеченная особенность поведения регулярного сигнала со сверхсветовой групповой скоростью позволяет в значительной степени смягчить и предыдущую трудность. Действительно, для применимости линейной теории к распространению регулярного сигнала со сверхсветовой скоростью достаточно не допустить насыщения усиления лишь по отношению к регу-

¹² Это видно и из приведенных в работе расчетов. Так, например, при $x_0 = 2$ (рис.2–4,а) оптической толщине слоя $\xi = 10$ соответствуют усиление сигнала по интенсивности около 17 дБ (на несущей частоте) и усиление шума около 87 дБ (в центре линии).

¹³ В итоге возникнет картина типа изображенной на рис.4: регулярный сигнал может быть значительно слабее шума, но это обстоятельство не мешает его наблюдать.

лярному сигналу, коэффициент усиления которого заметно меньше коэффициента усиления в центре спектральной линии. Насыщение же усиления по отношению к следующему за регулярным шумовому сигналу только улучшит характеристики системы (поскольку ограничит шумы).

Автор благодарен А.А.Рухадзе и В.П.Макарову за доброжелательную критику и полезные советы.

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1982).
2. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. *Основы электродинамики плазмы* (М., Высшая школа, 1988).
3. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. *Электромагнетизм и электромагнитные волны* (М., Высшая школа, 1985).
4. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. *Введение в теорию колебаний и волн* (М., Наука, 1984).
5. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М., Наука, 1979).
6. Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зуев В.С., Крюков П.Г., Летохов В.С. *ДАН СССР*, **165**, 58 (1965).
7. Крюков П.Г., Летохов В.С. *УФН*, **99**, 169 (1969).
8. Вайнштейн Л.А. *УФН*, **118**, 339 (1976).
9. Винокуров Г.Н., Жулин В.И. *Квантовая электроника*, **9**, 553 (1982).
10. Бухман Н.С. *ЖТФ*, **62**, 119 (1992).
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М., Наука, 1974).
12. Клышко Д.Н. *Физические основы квантовой электроники* (М., Наука, 1986).