

Конверсия электромагнитных волн на ионизационном фронте

М.В.Чеготов

Показано, что при попутном взаимодействии движущегося ионизационного фронта со слабым электромагнитным импульсом происходит конверсия последнего в общем случае в три электромагнитных импульса с повышением и понижением частот, а также с изменением направления распространения. Найдены коэффициенты конверсии в эти импульсы (для интенсивностей) как функции частоты. Показано, что электромагнитная энергия при такой конверсии убывает за счет потерь на остаточную энергию электронов.

Ключевые слова: ионизационный фронт, коэффициенты конверсии, остаточная энергия.

1. Введение

Взаимодействию электромагнитного излучения с плазмой, пространственно-временной профиль плотности которой движется со скоростью, близкой к скорости света, посвящена обширная литература (см., напр., [1–12]). Такой интерес обусловлен как возможностями повышения частоты лазерного излучения, так и, например, использованием изменения частоты ультракоротких лазерных импульсов при взаимодействии с движущимися профилями плотности плазмы для диагностики лазерно-плазменного взаимодействия (см., напр., [13]). Заметим, что постановки задачи о повышении частоты электромагнитного излучения в [1–4] и в [5–12] существенно различаются: в работах [1–4] увеличение частоты электромагнитных волн возникает при их отражении от движущейся навстречу электромагнитному излучению границы плазмы, тогда как взаимодействие электромагнитного излучения и движущегося профиля плотности плазмы в работах [5–12] является попутным.

В настоящей работе исследуется именно попутное взаимодействие. В подавляющем большинстве работ аналитическое рассмотрение этого взаимодействия основано на приближении медленно меняющихся амплитуд (с учетом нелинейного характера взаимодействия лазерного излучения с ионизационным фронтом такое приближение было названо в [6] квазигармоническим). В рамках этого приближения частота, приписываемая лазерному излучению, оказывается функцией положения на движущемся временном профиле лазерного импульса. Основные изменения такой частоты локализованы в окрестностях наибольших градиентов профиля электронной плотности плазмы, перемещающегося в том же направлении, что и лазерный импульс, и могут быть весьма значительными при достаточно длительном попутном взаимодействии лазерного импульса и перемещающегося градиента плотности.

Однако в рамках указанного локального подхода к определению частоты лазерного излучения остается совершенно неопределенным ответ на вопрос, каков же будет частотный спектр лазерного импульса после его выхода из области взаимодействия (из плазмы). Кроме того, на недостаточность такого квазигармонического описания взаимодействия лазерного излучения с ионизационным фронтом указывают, в частности, расчеты по методу частиц [12]. Действительно, из результатов одномерного расчета [12] следует, что после прохождения лазерного импульса через газ его спектр оказывается расщепленным: одна часть спектра смещена в синюю область по отношению к первоначальной основной спектральной компоненте лазерного импульса на входе в газ, а другая – в красную. При этом интенсивность красного сателлита может быть как больше, так и меньше интенсивности синего в зависимости от глубины проникновения импульса в газ. В рамках квазигармонического приближения одновременное сосуществование этих двух частотных компонент не учитывается.

Далее будем рассматривать взаимодействие лазерного импульса небольшой интенсивности (слабый импульс) с попутно движущимся ионизационным фронтом в одномерной геометрии в линейном по полю слабого импульса приближении. Происхождение ионизационного фронта не важно, однако здесь мы будем полагать, что он возникает за счет ионизации газа интенсивным лазерным импульсом; при этом считается, что профиль ионизационного фронта стационарен и скорость его движения равна групповой скорости распространения интенсивного импульса в создаваемой им плазме.

При взаимодействии ионизационного фронта со слабым импульсом последний расщепляется в общем случае на три импульса: 1) прошедший через ионизационный фронт импульс, частоты которого ω_t при небольшой плотности газа существенно выше характерных частот ω начального слабого импульса; 2) замедленный импульс, частоты которого ω_r^b не превышают характерных частот ионизирующего импульса, распространяющийся в том же направлении, что и ионизационный фронт, но с меньшей скоростью; 3) отраженный импульс (с частотами ω_r^b), направление распространения которого противоположно направлению движения фронта.

Институт теплофизики экстремальных состояний Объединенного института высоких температур РАН, Россия, 127412 Москва, Ижорская ул., 13/19; e-mail: chegotov@hedric.msk.su

Поступила в редакцию 20 апреля 2001 г.

Из соотношений между спектральными плотностями интенсивностей этих трех импульсов ($I_1(\omega_1), I_r^s(\omega_r^s), I_r^b(\omega_r^b)$) и спектральной плотностью интенсивности начального импульса $I(\omega)$, в частности, следует, что коэффициенты конверсии (для спектральных плотностей интенсивностей) слабого импульса в частотные компоненты прошедшего (ω_1), замедленного (ω_r^s) и отраженного (ω_r^b) импульсов существенно зависят от формы ионизационного фронта. А именно, при достаточно протяженном и гладком фронте максимальный (как функция частоты ω_1) коэффициент конверсии в прошедший импульс существенно превышает единицу, а коэффициент конверсии в замедленный импульс не превышает единицы и падает с уменьшением частоты (см. ниже, напр., рис.3).

Таким образом, при прохождении какой-либо частотной компоненты ω через ионизационный фронт увеличивается не только ее частота (от ω до ω_1), но и спектральная плотность интенсивности $I_1(\omega_1)$ по сравнению с $I(\omega)$. При этом, несмотря на такое увеличение, суммарная энергия дочерних импульсов оказывается меньше энергии начального импульса. Это уменьшение обусловлено энергетическими потерями начального импульса на остаточную энергию.

2. Основные уравнения

Рассмотрим слой нейтрального газа, плотность которого n_{at} однородна в направлениях осей x, y и неоднородна в направлении оси z . Будем считать, что плотность $n_{at}(z)$ остается постоянной на длине L_g и уменьшается до нуля в обе стороны от однородного слоя на масштабах, существенно превышающих характерные длины электромагнитных волн в данной задаче. Интенсивный ионизирующий электромагнитный импульс падает из области $z = -\infty$. Слабый импульс также падает из области $z = -\infty$ и имеет начальную (вне газа) спектральную плотность интенсивности $I(\omega)$. При этом будем полагать, что, во-первых, в области $z = -\infty$ ионизирующий импульс опережает слабый импульс таким образом, что последний достигает ионизационного фронта уже в области изначально однородного газа, и, во-вторых, на длине L_g наиболее интенсивная часть слабого импульса успевает провзаимодействовать с ионизационным фронтом. Последнее, в частности, означает, что длина L_g должна быть достаточно большой: $L_g > L_p V / (V_{ph} - V)$, где L_p – характерная длина слабого импульса; V_{ph} – его фазовая скорость; V – скорость ионизационного фронта. В предположении стационарности ионизационного фронта получим, что профиль плотности электронов n_e представляет собой лишь функцию сопутствующей ионизационному фронту координаты $\zeta = z - Vt$.

Для электрического поля слабого импульса $E(\zeta, \tau)$ ($\tau = t$), поляризованного вдоль оси x ($E = e_x E$), в координатах лабораторной системы z и t имеет место волновое уравнение (j_x – проекция плотности тока свободных электронов на ось x)

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_x}{\partial t} = 0,$$

которое в сопутствующих координатах $\zeta = z - Vt$ и $\tau = t$ имеет вид

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} - \frac{2V}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial \zeta \partial \tau} - \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} + k_p^2(\zeta) E = 0, \quad (1)$$

где $k_p^2(\zeta) = \omega_p^2(\zeta)/c^2 = 4\pi e^2 n_e(\zeta)/(mc^2)$; m и e – масса и заряд электрона; c – скорость света. Уравнение (1) является следствием уравнения для плотности тока \mathbf{j} свободных электронов, родившихся в результате ионизации вещества интенсивным лазерным импульсом и осциллирующих под действием электрического поля слабого импульса E :

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 n_e}{m} E. \quad (2)$$

Уравнение (1) для фурье-образа E_Ω поля E ($E_\Omega(\zeta) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\zeta, \tau) \exp(i\Omega\tau) d\tau$) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E_\Omega}{\partial \zeta^2} - \frac{2iV\Omega}{c^2 - V^2} \frac{\partial E_\Omega}{\partial \zeta} + \frac{\Omega^2}{c^2 - V^2} E_\Omega = \frac{\omega_p^2(\zeta)}{c^2 - V^2} E_\Omega.$$

С помощью последнего уравнения получим уравнение для функции $\tilde{E}_\Omega(\zeta) = E_\Omega(\zeta) \exp[i\Omega V\zeta/(c^2 - V^2)]$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_\Omega}{\partial \zeta^2} + \frac{c^2 \Omega^2}{(c^2 - V^2)^2} \left[1 - \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \frac{\omega_p^2(\zeta)}{\Omega^2}\right] \tilde{E}_\Omega = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) должно быть дополнено граничными условиями. Они вытекают из пространственно-временной эволюции плотности электронов n_e , которая является постоянной величиной вне ионизационного фронта:

$$n_e(\zeta) = \begin{cases} n_{e \max}, & \zeta \rightarrow -\infty, \\ 0, & \zeta \rightarrow +\infty. \end{cases}$$

В нашей постановке задачи слабый импульс падает на ионизационный фронт из области ионизованного газа ($\zeta \rightarrow -\infty$), поэтому

$$E_\Omega(\zeta) = \begin{cases} E_{0\Omega} \exp[iK(\Omega)\zeta] + E_{r\Omega} \exp[-iK(\Omega)\zeta], & \zeta \rightarrow -\infty, \\ E_{i\Omega} \exp[ic\Omega\zeta/(c^2 - V^2)], & \zeta \rightarrow +\infty, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$K(\Omega) = \left[\frac{\Omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-2} - k_{p \max}^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1} \right]^{1/2};$$

$k_{p \max}^2 = \omega_{p \max}^2/c^2 = 4\pi e^2 n_{e \max}/(mc^2)$; $\tilde{E}_{0\Omega}$ – амплитуда падающей волны; $\tilde{E}_{r\Omega}$ – амплитуда отраженной от ионизационного фронта волны; $\tilde{E}_{i\Omega}$ – амплитуда прошедшей через ионизационный фронт волны. Заметим, что Ω – частота, а $\tilde{E}_{0\Omega}$, $\tilde{E}_{r\Omega}$ и $\tilde{E}_{i\Omega}$ – амплитуды волн в сопутствующей системе отсчета. Для перехода в лабораторную систему отсчета, где ионизационный фронт движется со скоростью V , запишем поле в области полностью ионизованной плазмы в виде

$$E^L(z, t) = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} \int_0^{+\infty} E_{0\omega}^L e^{-i\omega\{t - [z - (z/c)]^{1/2}\}} d\omega + \int_0^{+\infty} E_{r\omega}^L e^{-i\omega t + ik_{rz}(\omega)z} d\omega_r + \text{компл. сопр.}, & \zeta \rightarrow -\infty, \\ \int_0^{+\infty} E_{i\omega}^L e^{-i\omega_1(t - z/c)} d\omega_1 + \text{компл. сопр.}, & \zeta \rightarrow +\infty \end{cases} \quad (5)$$

где $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_{p\max}^2/\omega^2$ – диэлектрическая проницаемость электронной компоненты плазмы; $k_{rz}(\omega_r)$ – проекция волнового вектора отраженной волны на ось z , причем $k_{rz}^2(\omega_r) = \omega_r^2\varepsilon(\omega_r)/c^2$. Сравнивая выражения для E в лабораторной и сопутствующей системах координат ((5) и (4) соответственно), найдем соотношения между частотами падающих (ω), «отраженных» (ω_r) и прошедших (ω_t) волн в этих системах координат, а также выражение для проекция волнового вектора «отраженной волны»:

$$\Omega = \omega \left\{ 1 - \frac{V}{c} [\varepsilon(\omega)]^{1/2} \right\}, \tag{6}$$

$$\omega_t = \omega \left\{ 1 - \frac{V}{c} [\varepsilon(\omega)]^{1/2} \right\} \left(1 - \frac{V}{c} \right)^{-1}. \tag{7}$$

$$\omega_r = \omega \left\{ 1 - 2 \frac{V}{c} [\varepsilon(\omega)]^{1/2} + \frac{V^2}{c^2} \right\} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-1}, \tag{8}$$

$$k_{rz} = \frac{\omega}{c} \left\{ 2 \frac{V}{c} - \left(1 + \frac{V^2}{c^2} \right) [\varepsilon(\omega)]^{1/2} \right\} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-1}.$$

Из условия падения заданного импульса на ионизационный фронт слева (т.е. из области $\zeta = -\infty$), что соответствует $K \geq 0$, найдем, что рождение отраженной и прошедшей волн необходимо рассматривать при выполнении неравенства

$$c[\varepsilon(\omega)]^{1/2} > V. \tag{9}$$

Поскольку $c[\varepsilon(\omega)]^{1/2} = V_g(\omega)$ – групповая скорость распространения волны с частотой ω , ясно, что соотношение (9) выражает естественное для осуществления взаимодействия этой волны с ионизационным фронтом условие: ее групповая скорость должна быть больше скорости распространения ионизационного фронта.

В качестве скорости распространения ионизационного фронта V выберем групповую скорость распространения наиболее интенсивной частотной компоненты ω_0 ионизирующего импульса:

$$V = c[\varepsilon(\omega_0)]^{1/2} = c(1 - \omega_{p\max}^2/\omega_0^2)^{1/2} = c(1 - n_{e\max}/n_c)^{1/2}, \tag{10}$$

где $n_c = 4\pi e^2/(m\omega_0^2)$ – критическая плотность электронов для частоты ω_0 . Условие (9) и равенство (10) определяют частоты тех волн, которые взаимодействуют с ионизационным фронтом:

$$\omega > \omega_0. \tag{11}$$

Из соотношения (7) следует, что частоты прошедших через ионизационный фронт волн удовлетворяют неравенству

$$\omega_t > \omega_{t\min} \equiv \omega_0 \left(1 + \frac{V}{c} \right) = \omega_0 \left\{ 1 + c[\varepsilon(\omega_0)]^{1/2} \right\}. \tag{12}$$

Зависимость $\omega_t(\omega)$ показана на рис.1.

Групповая скорость распространения отраженных волн определяется стандартным для плазмы соотноше-

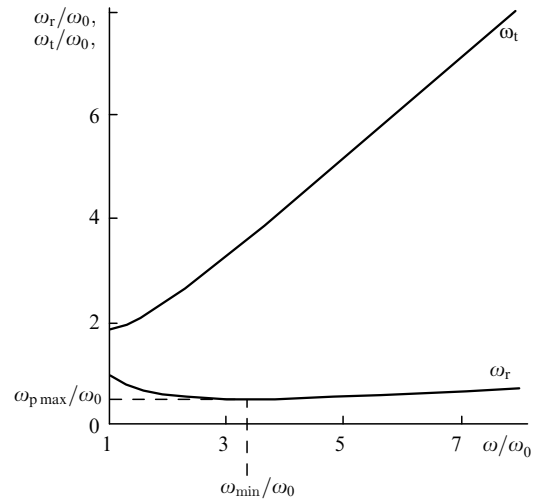


Рис.1. Зависимости $\omega_t(\omega)$ и $\omega_r(\omega)$ при $n_{e\max}/n_c = 0.25$, что соответствует $\omega_{p\max}/\omega_0 = 0.5$ и $\omega_{\min}/\omega_0 = 3.5$.

нием $V_{gr} = c^2 k_{rz}/\omega_r$, которое может быть получено из (8) прямым дифференцированием по ω :

$$V_{gr} = \frac{d\omega_r}{dk_{rz}} = \frac{d\omega_r}{d\omega} \left(\frac{dk_{rz}}{d\omega} \right)^{-1}.$$

Проекция волнового вектора отраженной волны (8) оказывается величиной знакопеременной. Действительно, при $\omega = \omega_0$ из (8) и (10) следует, что $k_{rz} = \omega_0[\varepsilon(\omega_0)]^{1/2}/c > 0$. При $\omega \rightarrow +\infty$ имеем $k_{rz} = -(\omega/c)(c - V)/(c + V) < 0$. В условиях выполнения неравенства (11) смена знака k_{rz} происходит при

$$\omega = \omega_{\min} = \omega_0 \frac{\omega_0}{\omega_{p\max}} \left(2 - \frac{\omega_{p\max}^2}{\omega_0^2} \right), \tag{13}$$

причем в точке $\omega = \omega_{\min}$ оказывается, что

$$\omega_{r\min} = \omega_{p\max}. \tag{14}$$

Следовательно, высокочастотные компоненты ($\omega > \omega_{\min}$) отражаются от ионизационного фронта таким образом, что их направление распространения в лабораторной системе отсчета противоположно направлению распространения ионизирующего импульса. При этом спектр отраженных компонент лежит выше плазменной частоты: $\omega_r > \omega_{p\max}$ (см. рис.1). Частотные компоненты, лежащие в интервале $(\omega_0, \omega_{\min})$, отражаются от ионизационного фронта без изменения направления распространения в лабораторной системе отсчета; частоты отраженных волн лежат в интервале $(\omega_{p\max}, \omega_0)$. В этом случае групповая скорость $V_{gr} = c[\varepsilon(\omega_r)]^{1/2} < V = c[\varepsilon(\omega_0)]^{1/2}$, поэтому после отражения частотных компонент, лежащих в интервале $(\omega_0, \omega_{\min})$, от ионизационного фронта происходит их замедление.

Уравнение (3) совместно с граничными условиями (4) позволят определить связь между амплитудами падающих, отраженных и прошедших волн в сопутствующей системе координат. Для установления связи между этими величинами в лабораторной системе координат необходимо прежде всего уточнить выражение для отраженной компоненты. Согласно изложенному выше, отраженные в сопутствующей системе координат волны подразделяются в лабораторной системе на собственно отраженные с направлением распространения, противо-

ложным направлению оси z (амплитуда $E_{\omega_r}^{\text{Lb}}$, ветвь частоты (8) ω_r^{b} лежит в интервале $(\omega_{\text{pmax}}, +\infty)$ и отвечает $\omega > \omega_{\text{min}}$ (см. рис.1)), и на замедленные (амплитуда $E_{\omega_r}^{\text{Ls}}$, ветвь частоты (8) ω_r^{s} лежит в интервале $(\omega_{\text{pmax}}, \omega_0)$ и отвечает $\omega_0 < \omega < \omega_{\text{min}}$ (см. рис.1)), распространяющиеся в направлении оси z :

$$\int_0^{+\infty} E_{\omega_r}^{\text{L}} e^{-i\omega_r t + ik_{rz}(\omega_r)z} d\omega_r = \int_{\omega_{\text{pmax}}}^{+\infty} E_{\omega_r}^{\text{Lb}} e^{-i\omega_r \{t + [\varepsilon(\omega_r)]^{1/2} z/c\}} d\omega_r + \int_{\omega_{\text{pmax}}}^{\omega_0} E_{\omega_r}^{\text{Ls}} e^{-i\omega_r \{t - [\varepsilon(\omega_r)]^{1/2} z/c\}} d\omega_r. \quad (15)$$

Для того чтобы воспользоваться результатами решения уравнения (3) совместно с граничными условиями (4) в лабораторной системе координат, используем следующие связи:

$$\tilde{E}_{0\Omega} = E_{0\omega}^{\text{L}} (d\Omega/d\omega)^{-1}, \quad (16)$$

$$\tilde{E}_{t\Omega} = E_{\omega_r}^{\text{L}} (d\omega_r/d\omega) (d\Omega/d\omega)^{-1},$$

$$\tilde{E}_{r\Omega} = \begin{cases} E_{\omega_r}^{\text{Ls}} (d\omega_r^{\text{s}}/d\omega) (d\Omega/d\omega)^{-1}, & \omega_{\text{pmax}}^2 \omega_0^{-1} \leq \Omega \leq \omega_{\text{pmax}}, \\ E_{\omega_r}^{\text{Lb}} (d\omega_r^{\text{b}}/d\omega) (d\Omega/d\omega)^{-1}, & \Omega \geq \omega_{\text{pmax}}. \end{cases} \quad (17)$$

3. Закон сохранения энергии

Из уравнений Максвелла для электрического ($\mathbf{E} = e_x E$) и магнитного ($\mathbf{H} = e_y H$) полей слабого импульса нетрудно получить с учетом уравнения (2) соотношение

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c}{4\pi} E H dt = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n_e}{\partial t} \frac{m V_E^2(z, t)}{2} dt, \quad (18)$$

где

$$V_E(z, t) \equiv \frac{e}{m} \int_{-\infty}^t E(z, t') dt'$$

– нерелятивистская скорость движения электрона в электрическом поле слабого лазерного импульса. Правая часть выражения (18) представляет собой плотность остаточной энергии (ср., напр., с соответствующей формулой разд. «Основные уравнения» в работе [14]), получаемой электронами от слабого импульса в момент ионизации. Такая передача энергии обусловлена неадиабатичностью ионизации.

Проинтегрировав (18) по z от $-\infty$ до $+\infty$, приходим к соотношению

$$\int_0^{+\infty} I(\omega) d\omega = \int_{\omega_{\text{tmin}}}^{+\infty} I_t(\omega_t) d\omega_t + \int_{\omega_{\text{pmax}}}^{+\infty} I_r^{\text{b}}(\omega_r^{\text{b}}) d\omega_r^{\text{b}} + \int_{\omega_{\text{pmax}}}^{\omega_0} I_r^{\text{s}}(\omega_r^{\text{s}}) d\omega_r^{\text{s}} + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n_e}{\partial t} \frac{m V_E^2(z, t)}{2} dt dz, \quad (19)$$

которое и выражает закон сохранения энергии слабого импульса. Заметим, что $I_t(\omega_t)$, $I_r^{\text{s}}(\omega_r^{\text{s}})$, $I_r^{\text{b}}(\omega_r^{\text{b}})$ и $I(\omega)$ представляют собой спектральные плотности интенсивности вне газового слоя. Для того чтобы воспользоваться соотношениями (16), (17) и (19), необходимо связать поля в плазме $E_{0\omega}^{\text{L}}$, $E_{\omega_r}^{\text{Ls}}$, $E_{\omega_r}^{\text{Lb}}$ (поле $E_{\omega_r}^{\text{L}}$ – вне плазмы), входящие в соотношения (16) и (17), с падающим и отраженными

полями вне слоя газа. При достаточно плавных границах газового слоя эти связи можно найти в приближении геометрической оптики, в результате чего получим

$$I(\omega) = \frac{c}{8\pi} [\varepsilon(\omega)]^{1/2} |E_{0\omega}^{\text{L}}|^2, \quad I_r^{\text{s}}(\omega_r^{\text{s}}) = \frac{c}{8\pi} [\varepsilon(\omega_r^{\text{s}})]^{1/2} |E_{\omega_r}^{\text{Ls}}|^2, \quad (20)$$

$$I_r^{\text{b}}(\omega_r^{\text{b}}) = \frac{c}{8\pi} [\varepsilon(\omega_r^{\text{b}})]^{1/2} |E_{\omega_r}^{\text{Lb}}|^2.$$

Вместе с соотношениями (16) и (17) формулы (20) дают возможность определить конверсию слабого импульса на ионизационном фронте при условии, что задача (3), (4) решена.

4. Ионизационный фронт при разных поляризациях интенсивного импульса

4.1. Циркулярно поляризованный импульс

Обсудим теперь модель ионизационного фронта. На рис.2 представлен профиль плотности электронов, рождающихся в результате туннельной ионизации водорода циркулярно поляризованным гауссовым лазерным импульсом с длиной волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм, максимальной интенсивностью $I_{\text{max}} = 8.5 \cdot 10^{16}$ Вт/см² и длительностью по полувысоте интенсивности 52 фс. Расчет производился с учетом туннельной ионизации атомов полем лазерного импульса (см., напр., [14]). Для упрощения аналитического анализа аппроксимируем профиль электронной плотности следующим образом:

$$n_e(\zeta) = \begin{cases} n_{e \text{ max}}, & \zeta < 0, \\ n_{e \text{ max}} / \cosh^2(\zeta/a), & \zeta \geq 0 \end{cases}. \quad (21)$$

Результат аппроксимации представлен на рис.2.

Решение уравнения (3) с профилем плотности элект-

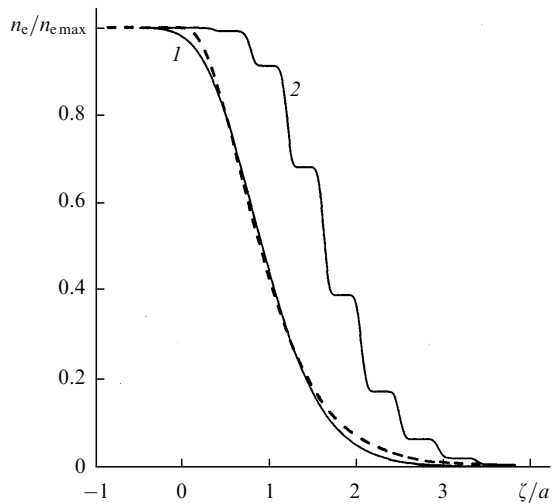


Рис.2. Профиль плотности электронов, рождающихся в результате туннельной ионизации водорода циркулярно поляризованным (1) и линейно поляризованным (2) гауссовым лазерным импульсом с длиной волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм, максимальной интенсивностью $I_{\text{max}} = 8.5 \cdot 10^{16}$ Вт/см², длительностью по полувысоте интенсивности 52 фс, и аппроксимация этого профиля в случае циркулярно поляризованного импульса зависимостью (21) (штриховая кривая) при $a \approx 0.9$ мкм. Точка $\zeta = 0$ отвечает интенсивности лазерного импульса $\sim 3.2 \cdot 10^{14}$ Вт/см².

ронов (21) и граничными условиями (4) имеет вид (при $\zeta \geq 0$)

$$\tilde{E}_\Omega(\zeta) = \tilde{E}_{t\Omega} [4u(1-u)]^{-ia\Omega c[2(c^2-V^2)]^{-1}} F(\alpha, \beta, \gamma; u), \quad (22)$$

где $u = [1 + \exp(2\zeta/a)]^{-1}$; $F(\alpha, \beta, \gamma; u)$ – гипергеометрическая функция [15]; $\alpha(\Omega) = 0.5 - ip(\Omega)a + (0.25 - a^2G)^{1/2}$; $\beta(\Omega) = 0.5 - ip(\Omega)a - (0.25 - a^2G)^{1/2}$; $\gamma(\Omega) = 1 - ip(\Omega)a$; $p(\Omega) = (\Omega/c)(1 - V^2/c^2)^{-1}$; $G = k_{p\max}^2(1 - V^2/c^2)^{-1} = \omega_0^2/c^2$. Произведя шивку решения (22) с граничным условием (4) при $\zeta \leq 0$, получим

$$\tilde{E}_{t\Omega} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 2^{-ia\Omega c/(c^2-V^2)} \times \frac{\Gamma^{-1}[(\alpha + \beta + 1)/2] \Gamma[(\alpha + 1)/2] \Gamma[(\beta + 1)/2]}{1 + \frac{2i}{K(\Omega)a} \frac{\Gamma[(\alpha + 1)/2] \Gamma[(\beta + 1)/2]}{\Gamma(\alpha/2) \Gamma(\beta/2)}} \tilde{E}_{0\Omega}, \quad (23)$$

$$\tilde{E}_{r\Omega} = \frac{1 - \frac{2i}{K(\Omega)a} \frac{\Gamma[(\alpha + 1)/2] \Gamma[(\beta + 1)/2]}{\Gamma(\alpha/2) \Gamma(\beta/2)}}{1 + \frac{2i}{K(\Omega)a} \frac{\Gamma[(\alpha + 1)/2] \Gamma[(\beta + 1)/2]}{\Gamma(\alpha/2) \Gamma(\beta/2)}} \tilde{E}_{0\Omega}, \quad (24)$$

где Γ – гамма-функция Эйлера. Заметим, что при $a \rightarrow 0$, что соответствует одноступенчатому профилю электронной плотности, соотношения (23) и (24) принимают вид

$$\tilde{E}_{t\Omega} = \frac{2K(\Omega)}{K(\Omega) + p(\Omega)} \tilde{E}_{0\Omega}, \quad \tilde{E}_{r\Omega} = \frac{K(\Omega) - p(\Omega)}{K(\Omega) + p(\Omega)} \tilde{E}_{0\Omega}. \quad (25)$$

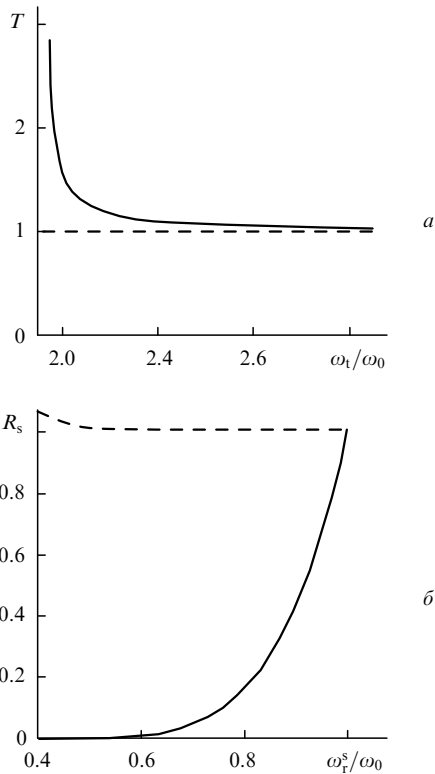


Рис.3. Зависимости коэффициентов конверсии $T(\omega_t)$ (а) и $R_s(\omega_r^s)$ (б), полученные из (23), (24) для профиля плотности (21) (сплошные кривые) и из (25) для одной ступеньки (штриховые кривые), при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм и $a = 0.9$ мкм ($\omega_{t\min} = \omega_t(\omega = \omega_0) \approx 1.95\omega_0$, $T(\omega_{t\min}) \approx 2.86$).

На рис.3 представлены зависимости коэффициентов конверсии частотной компоненты ω падающего импульса в замедленный импульс ($R_s(\omega_r^s) = I_r^s[\omega_r^s(\omega)]/I(\omega)$) и в прошедший через ионизационный фронт импульс ($T(\omega_t) = I_t[\omega_t(\omega)]/I(\omega)$), полученные из (23)–(25) при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм и $a = 0.9$ мкм. Здесь и далее мы будем рассматривать случай сравнительно разреженного газа, такого, что $n_{e\max}/n_c \lesssim 0.1$. Тогда коэффициент конверсии в отраженный назад импульс $R_b(\omega_r^b) = I_r^b[\omega_r^b(\omega)]/I(\omega)$ оказывается малым везде, за исключением малой окрестности точки $\omega = \omega_{\min}$. Спектральные компоненты слабого импульса вблизи $\omega = \omega_{\min}$ отражаются от движущегося ионизационного фронта с частотами, близкими к частоте $\omega_{p\max}$. Наибольший коэффициент конверсии в отраженную назад компоненту достигается тогда, когда ионизационный фронт представляет собой ступеньку. В окрестности $\omega_r^b = \omega_{p\max}$ имеем

$$R_b(\omega_r^b) \approx \frac{V}{c} \left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right) \left(1 + \frac{V}{c}\right)^{-4} \left(\frac{2\omega_{p\max}}{\omega_r^b - \omega_{p\max}}\right)^{1/2}.$$

Такое же поведение имеет и коэффициент конверсии в замедленный импульс $R_s(\omega_r^s)$ в окрестности $\omega_r^s = \omega_{p\max}$, что видно на рис.3 при малых ω_r^s ($\omega_{p\max} \approx 0.316\omega_0$).

Из рис.3 видно также, что поведение коэффициентов конверсии в замедленный и прошедший через ионизационный фронт импульсы как функций соответствующих частот ω_r^s и ω_t существенно зависит от формы ионизационного фронта; при этом наибольший коэффициент конверсии (в прошедший импульс) с увеличением частоты достигается на более плавном ионизационном фронте. Для того чтобы понять причину такого различия, рассмотрим другие возможные формы ионизационного фронта.

4.2. Линейно поляризованный импульс

В условиях линейно поляризованного ионизирующего лазерного импульса профиль электронной плотности имеет вид ступенек с длиной $\pi V/\omega_0$ (см. рис.2, а также, напр., [16]). Такой, в общем случае многоступенчатый, профиль аппроксимируем следующим выражением:

$$n_e(\zeta) = n_{e\max} \theta(-\zeta) + \sum_{l=1}^N n_{el} \theta(l\pi V/\omega_0 - \zeta) \theta[\zeta - (l-1)\pi V/\omega_0], \quad (26)$$

где n_{el} (меньшие $n_{e\max}$) – убывающие с ростом l плотности электронов на ступеньках; $\theta(u)$ – ступенчатая функция Хевисайда. При $N = 1$ (двухступенчатый профиль) решения (3), (4) для $\tilde{E}_{t\Omega}$ и $\tilde{E}_{r\Omega}$ имеют вид

$$\tilde{E}_{t\Omega} = \frac{2K(\Omega)K_1(\Omega) \exp[-ip(\Omega)V/\omega_0]}{K_1(\Omega)[K(\Omega) + p(\Omega)] \cos \varphi - i[K_1^2(\Omega) + p(\Omega)K(\Omega)] \sin \varphi} \tilde{E}_{0\Omega}, \quad (27)$$

$$\tilde{E}_{r\Omega} = \frac{K_1(\Omega)[K(\Omega) - p(\Omega)] \cos \varphi + i[K_1^2(\Omega) - p(\Omega)K(\Omega)] \sin \varphi}{K_1(\Omega)[K(\Omega) + p(\Omega)] \cos \varphi - i[K_1^2(\Omega) + p(\Omega)K(\Omega)] \sin \varphi} \tilde{E}_{0\Omega}, \quad (28)$$

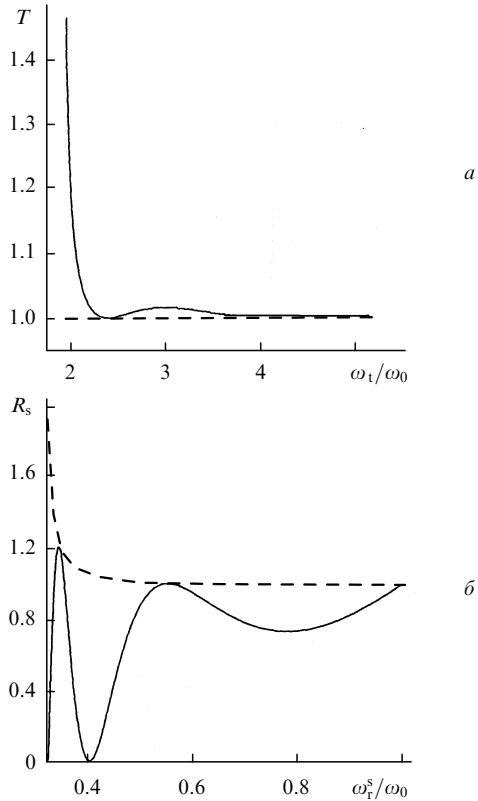


Рис.4. Зависимости коэффициентов конверсии $T(\omega_t)$ (а) и $R_s(\omega_r^s)$ (б), полученные из (27), (28) для двухступенчатого профиля (26) (сплошные кривые) и из (25) для одной ступеньки (штриховые кривые), при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, $n_{e1} = n_{e\max}/2$.

где

$$K_1(\Omega) = \left[\frac{\Omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-2} - k_{p1}^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-1} \right]^{1/2};$$

$$k_{p1}^2 = 4\pi e^2 n_{e1} / (mc^2); \quad \varphi = \pi K_1(\Omega) V / \omega_0.$$

На рис.4 представлены зависимости коэффициентов конверсии частотной компоненты ω падающего импульса в замедленный импульс ($R_s(\omega_r^s)$) и в прошедший через ионизационный фронт импульс ($T(\omega_t)$), полученные из (27), (28) при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, $n_{e1} = n_{e\max}/2$. Видно, что поведение коэффициентов конверсии в присутствии «промежуточной» ступеньки с плотностью n_{e1} существенно меняется по сравнению с их поведением в случае резкого, одноступенчатого профиля электронной плотности. В спектре замедленного импульса R_s появляются максимумы, связанные с переотражением электромагнитных волн между двумя ступеньками.

При таком переотражении длительность взаимодействия слабого импульса с ионизационным фронтом увеличивается – происходит как бы захват электромагнитного излучения. При этом замедленные на передней ступеньке (с плотностью n_{e1}) электромагнитные волны отражаются вперед (в направлении движения фронта) задней ступенькой (с плотностью $n_{e\max}$). Это переотражение приводит к уменьшению коэффициента конверсии в замедленный импульс и увеличению коэффициента конверсии $T(\omega_t)$ в импульс с увеличением частоты (см. рис.4). Такая тенденция в изменениях коэффициентов конверсии сохраняется и с увеличением числа ступенек (рис.5). Заметим, что увеличение числа ступенек с одно-

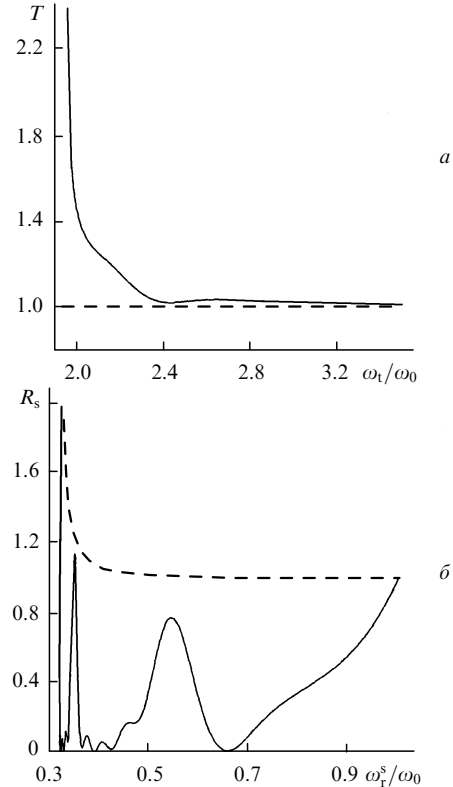


Рис.5. Зависимости коэффициентов конверсии $T(\omega_t)$ (а) и $R_s(\omega_r^s)$ (б), полученные из (27), (28) для пятиступенчатого профиля (26) (сплошные кривые) и из (25) для одной ступеньки (штриховые кривые), при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, $n_{el} = (5-l)n_{e\max}/5$ ($l = 1, \dots, 5$).

временным уменьшением их высоты приближает профиль плотности к гладкому, при котором конверсия в замедленный импульс подавлена по сравнению с конверсией в прошедший импульс (см. рис.3).

5. Закон сохранения энергии для спектральных плотностей интенсивностей

Коэффициент конверсии в импульс с большими частотами (в прошедший импульс) оказывается больше единицы (см. рис.3–5). Этот результат требует уточнения с точки зрения выполнения закона сохранения энергии. Чтобы показать, что полная энергия электромагнитного излучения оказывается меньше полной энергии слабого импульса, обратим внимание на соотношение (19) и перепишем его в дифференциальной форме:

$$I(\omega)\delta\omega = I_t(\omega_t)\delta\omega_t + I_r^b(\omega_r^b)\delta\omega_r^b + I_r^s(\omega_r^s)\delta\omega_r^s + \delta R(\omega),$$

где $\delta R(\omega)$ – слагаемое, связанное с остаточной энергией электронов. Отсюда получим

$$1 - T_t(\omega_t) \frac{\delta\omega_t}{\delta\omega} - R_r^b(\omega_r^b) \frac{\delta\omega_r^b}{\delta\omega} - R_r^s(\omega_r^s) \frac{\delta\omega_r^s}{\delta\omega} \equiv \Lambda(\omega) = \frac{\delta R(\omega)}{\delta\omega}. \quad (29)$$

Это соотношение и представляет собой закон сохранения энергии для коэффициентов конверсии. На рис.6 показан пример зависимости $\Lambda(\omega)$, определенной формулой (29), для пятиступенчатого профиля плотности элек-

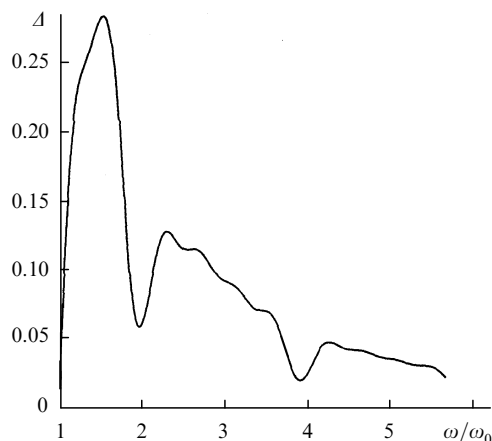


Рис.6. Зависимость $\Delta(\omega)$ (29), полученная для пятиступенчатого профиля (26) при $\omega_{p\max}^2/\omega_0^2 = 0.1$, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, $n_{el} = (5-l)n_{e\max}/5$ ($l = 1, \dots, 5$).

тронов (26) и тех же параметров, что и на рис.5. Положительность величины Δ как раз и доказывает наличие потерь энергии электромагнитного импульса при его взаимодействии с движущимся ионизационным фронтом.

6. Заключение

Таким образом, при попутном взаимодействии с ионизационным фронтом, движущимся со скоростью $V = c[\varepsilon(\omega_0)]^{1/2}$, слабый электромагнитный импульс расщепляется в общем случае на три импульса: 1) импульс, прошедший через фронт с увеличением частоты каждой своей компоненты; 2) замедленный импульс, который распространяется в ионизованном газе в том же направлении, что и ионизационный фронт, отстает от него и имеет частоты ниже ω_0 ; 3) отраженный импульс, распространяющийся в противоположном ионизационному фронту направлении.

В области протяженного ионизационного фронта происходит захват электромагнитного излучения, в результате чего коэффициент конверсии (для интенсивности) в замедленный импульс (с уменьшением частоты) оказывается подавленным по сравнению с коэффициентом конверсии в прошедший через фронт импульс (с увеличением частоты) (см., напр., рис.3). В процессе

конверсии часть электромагнитной энергии переходит в остаточную энергию электронов, что описывается законом сохранения энергии (29), сформулированным для интенсивностей.

Согласно изложенному выше, условия распространения замедленного (с частотой, меньшей ω_0) и прошедшего (с частотой, большей ω_0) импульсов существенно различаются: низкочастотный импульс распространяется по ионизованному газу, тогда как высокочастотный – по нейтральному. Вследствие этого для определения спектра прошедшего через ионизуемый газ лазерного излучения необходим учет трехмерной динамики распространения электромагнитного импульса, поскольку низкочастотный импульс оказывается в большей степени подверженным воздействию ионизационной рефракции. Именно последнее может быть причиной того, что в экспериментах [12] имел место лишь голубой сдвиг спектра прошедшего через ионизуемый газ лазерного излучения, тогда как в одномерных расчетах [12] наблюдался и красный спутник.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 01-02-16723).

1. Семенова В.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **10**, 1077 (1967).
2. Семенова В.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **15**, 647 (1972).
3. Семенова В.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **15**, 1793 (1972).
4. Lampe M., Ott E., Walker J.H. *Phys.Fluids*, **21**, 42 (1978).
5. Wilks S.C., Dawson J.M., Mori W.B., Katsouleas T., Jones M.E. *Phys.Rev.Letts*, **62**, 2600 (1989).
6. Гильденбург В.Б., Ким А.В., Сергеев А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **51**, 91 (1990).
7. Esarey E., Ting A., Sprangle P. *Phys.Rev.A*, **42**, 3526 (1990).
8. Mironov V.A., Sergeev A.M., Vanin E.V., Brodin G. *Phys.Rev.A*, **42**, 4862 (1990).
9. Wood W.M., Siders C.W., Downer M.C. *Phys.Rev.Letts*, **67**, 3523 (1991).
10. Gil'denburg V.B., Pozdnyakova V.T., Shereshevskii I.A. *Phys.Letts A*, **203**, 214 (1995).
11. Oliveira e Silva L., Mendonca J.T. *IEEE Trans.Plasma Sci.*, **24**, 316 (1996).
12. Koga J.T., Naumova N., Kando M., Tsintsadze L.N. et al. *Phys. Plasmas*, **7**, 5223 (2000).
13. Siders C.W., Le Blanc S.P., Babine A., Stepanov A. et al. *IEEE Trans.Plasma Sci.*, **24**, 301 (1996).
14. Чеготов М.В. *Физика плазмы*, **26**, 940 (2000).
15. *Справочник по специальным функциям*. Под ред. М.Абрамовица, И.Стигана (М., Наука, 1979).
16. Andreev N.E., Chegotov M.V., Veisman M.E. *IEEE Trans.Plasma Sci.*, **28**, 1098 (2000).