ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

PACS 42.50.Ct; 42.25.Hz

Интерференционные свойства когерентных фотонов, селективно отраженных от резонансных сред

Б.А.Векленко

Показано, что согласно квантовой теории света пространственный период интерференционной картины, образованной падающим на среду и резонансно отраженным ею излучением, определяется как длиной волны света, так и числом когерентных фотонов в рассеиваемой моде. Рассеиваемый сигнал предполагается сколь угодно слабым.

Ключевые слова: *квантованное поле, резонансное излучение, интерференция.*

Селективное отражение резонансного излучения от границы раздела сред принесло немало сюрпризов и находится постоянно в поле зрения исследователей. В 1909 году Р.Вудом экспериментально обнаружена смена диффузного рассеяния при отражении резонансного излучения от паров ртути на зеркальное отражение по мере увеличения давления паров рассеивателя [1]. Это открытие послужило темой исследований в последующие полстолетия [2 – 4]. В 1966 году Коестер экспериментально обнаружил возможность усиления резонансного излучения при его отражении от инверсно заселенной среды [5]. Исследование этого явления продолжается по сей день [6, 7].

В настоящей работе теоретически исследуются интерференционные эффекты при селективном отражении резонансного излучения от невозбужденной среды. Стандартная квантовая электродинамика предсказывает закономерности в интерференционной картине, не описываемые полуклассической теорией отражения, оперирующей с неквантованным электромагнитным полем. Речь идет о различии интерференционных картин, возникающих в традиционно линейной области взаимодействия света с веществом при облучении среды. Мы обращаем внимание на тот факт, что взаимно независимые в рассеиваемом потоке кванты и кванты, взаимно коррелированные в этом потоке, формируют после отражения разные интерференционные картины. Такое различие тесно связано с интерференционными процессами четвертого порядка [8 – 10], регистрируемыми по совпадениям показаний двух фотоприемников, расположенных в разных точках пространства. В нашем случае тестирование интерференционной картины производится стандартно: одним фотоприемником путем перемещения его из одной точки пространства в другую. Мы акцентируем внимание не на квантовых свойствах света в вакууме, а на механизме формирования интерференционной картины, образуемой при отражении двухфотонного поля от резонансно рассеивающей среды. Если в работах [8 – 10] исследовались интерференционные свойства двухфотонных полей, то нас интересуют их дифракционные свойства.

Пусть рассеянный свет находится в фоковском состоянии, а функции φ_i образуют полную систему волновых функций среды, занимающей объем Ω. Предположим также, что до взаимодействия с излучением среда находилась в состоянии φ_0. После включения взаимодействия полная функция системы среда + электромагнитное поле может быть разложена в ряд

$$\Psi = f_0\varphi_0 + \sum_{i\neq 0} f_i\varphi_i,$$

где коэффициенты разложения f_i зависят от аргументов электромагнитного поля.

Пусть фотоприемник, регистрирующий интенсивность электромагнитного поля, находится в точке $\boldsymbol{r}$. Сигнал фотоприемника при однофотонном облучении пропорционален вероятности возбуждения в нем одного атома, и поэтому характеризуется оператором, пропорциональным оператору плотности фотонов электромагнитного поля $\hat{n}^{\nu\nu'}$:

$$J\hat{n}^{\nu\nu'}(\boldsymbol{r}) = J\sum_{\boldsymbol{k}_1,\lambda_1,\boldsymbol{k}_2,\lambda_2} e^{\lambda_1}_{\boldsymbol{k}_1\nu}\frac{\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_1\lambda_1}}{(2k_1)^{1/2}}\exp(-\mathrm{i}\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{r}) \times e^{\lambda_2}_{\boldsymbol{k}_2\nu'}\frac{\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}_2\lambda_2}}{(2k_2)^{1/2}}\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{r}). \tag{1}$$

Здесь J – коэффициент, характеризующий чувствительность фотоприемника; $\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}\lambda}(\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}\lambda})$ – операторы уничтожения (рождения) фотона в состоянии $(\boldsymbol{k},\lambda)$; $\boldsymbol{k}$ – волновой вектор фотона; λ – индекс его линейной поляризации. Электромагнитное поле считаем поперечным ($\lambda = 1,2$). Единичные векторы $\boldsymbol{e}^{\lambda}_{\boldsymbol{k}}$ таковы, что $k_\nu e^{\lambda}_{\boldsymbol{k}\nu} = 0$ при $\lambda = 1,2$ и $k_\nu e^{\lambda}_{\boldsymbol{k}\nu} = k$ при $\lambda = 3$, причем по ν подразумевается суммирование. Перемещая фотоприемник из одной точки в другую, можно изучать распределение интерференционной картины в пространстве. Среднее значение оператора (1) в состоянии Ψ с учетом взаимной ортогональности функций φ_i можно представить в виде

$$\langle\hat{n}^{\nu\nu'}(\boldsymbol{r})\rangle = \mathrm{Sp}\rho_{\mathrm{c}}\hat{n}^{\nu\nu'}(\boldsymbol{r}) + \mathrm{Sp}\rho_{\mathrm{n}}\hat{n}^{\nu\nu'}(\boldsymbol{r}), \tag{2}$$

Московский энергетический институт (технический университет), Россия, 111250 Москва, Красноказарменная ул., 14;
e-mail: VeclenkoBA@mpei.ru

Поступила в редакцию 23 мая 2001 г., после доработки – 23 августа 2001 г.

где суммирование в правой части этого равенства осуществляется по всем аргументам электромагнитного поля и

$$\rho_{\rm c}=f_0f_0^*, \quad \rho_{\rm n}=\sum_{i\neq 0}f_if_i^*.$$

Матрица плотности $\rho_{\rm c}$ описывает процессы упругого рассеяния квантов, при которых атомы рассеивающей среды остаются в первоначальном квантовом состоянии φ_0. Такой канал рассеяния будем называть когерентным. При когерентном рассеянии энергия кванта не изменяется, изменение импульса уносит граница раздела сред. Следует помнить, что атомы не свободны, а локализованы в объеме Ω, что отражается на их волновых функциях [11]. Матрица $\rho_{\rm n}$ описывает процессы рассеяния, при которых атомы среды изменяют свое первоначальное состояние. Этот канал рассеяния будем называть некогерентным. Он формирует, в частности, диффузное рассеяние света. В нем же учтены процессы упругого рассеяния одного из квантов при условии поглощения средой другого кванта.

Формула (2) примечательна в двух отношениях. Во-первых, средняя плотность фотонов некоторой поляризации ($v=v'$) в точке $\boldsymbol{r}$ может быть представлена в виде двух слагаемых, каждое из которых положительно определено. Будем говорить о плотности фотонов, определяемой когерентным ($\langle\hat{n}^{vv}\rangle_{\rm c}$) и некогерентным ($\langle\hat{n}^{vv}\rangle_{\rm n}$) каналами рассеяния. Во-вторых, полная плотность фотонов равна сумме $\langle\hat{n}^{vv}\rangle_{\rm c}$ и $\langle\hat{n}^{vv}\rangle_{\rm n}$. Это означает, что интерференционные процессы между когерентным и некогерентным каналами отсутствуют. Необходимо отметить, что исчезновение таких явлений интерференции вызвано в первую очередь не свойствами света, как в полуклассической теории, а ортогональностью волновых функций атомов среды в начальном (φ_0) и конечном (φ_i) состояниях [12].

Теперь ясно, что если фотоприемник состоит не из одного, а из многих атомов, то сигнал фотоприемника вновь складывается из положительных вкладов когерентного и некогерентного каналов рассеяния.

Перейдем к расчету интенсивности интерференционной картины, образованной падающим излучением и излучением, отраженным от среды. Согласно проведенному анализу интерференционная картина формируется лишь (и это принципиально) когерентным каналом рассеяния, в котором волновая функция среды φ_0 не меняется при рассеянии.

Будем считать, что газ, состоящий из нерелятивистских атомов, которые обладают одним валентным электроном и частотой резонансного перехода $\omega_{m\mu}$, занимает полупространство $z>0$. В направлении границы раздела сред под некоторым углом падает квазирезонансное ($|k_0-\omega_{m\mu}|\ll k_0$) рассеиваемое излучение с волновым вектором $\boldsymbol{k}_0$ и индексом поляризации λ_0. Излучение считаем поперечным ($\lambda=1,2$) и линейно поляризованным. Уравнение Шредингера, описывающее систему атомы + электромагнитное поле, имеет вид ($\hbar=c=1$)

$$\mathrm{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi, \tag{3}$$

где

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_{\rm int};\ \hat{H}_0=\hat{H}_{\rm a}+\hat{H}_{\rm ph};\ \hat{H}_{\rm a}=\sum_{i,\boldsymbol{p}}\varepsilon_i(p)\hat{b}^+_{i\boldsymbol{p}}\hat{b}_{i\boldsymbol{p}};$$

$$\hat{H}_{\rm ph}=\sum_{\boldsymbol{k},\lambda}k\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}\lambda}\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}\lambda};\ \hat{H}_{\rm int}=-\frac{e}{m}\int\hat{\psi}^+(\boldsymbol{r},\boldsymbol{R})\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r})\hat{\psi}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{R})\mathrm{d}\boldsymbol{r}\mathrm{d}\boldsymbol{R};$$

$$\hat{\psi}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{R})=\sum_{i,\boldsymbol{p}}\psi_i(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R})\Phi_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{R})\hat{b}_{i,\boldsymbol{p}};\ \hat{\boldsymbol{p}}=-\mathrm{i}\nabla;$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r})=\sum_{\boldsymbol{k},\lambda}\frac{\boldsymbol{e}^\lambda_{\boldsymbol{k}}}{(2kV)^{1/2}}\left(\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}\lambda}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{kr}}+\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}\lambda}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{kr}}\right);$$

$V=L_xL_yL_z$ – нормировочный объем; ψ_i – волновые функции, описывающие внутреннее состояние атомов среды с энергией ε_i. Волновые функции $\Phi_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{R})$, определяют трансляционное движение атомов, локализованных в объеме Ω, занимаемом газом. Вне этого объема $\Phi_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{R})=0$. Операторы $\hat{b}^+_{i,\boldsymbol{p}}$ ($\hat{b}_{i,\boldsymbol{p}}$) описывают рождение (уничтожение) атомов в состоянии $(i,\boldsymbol{p})$. В отсутствие температурного вырождения газа их можно считать операторами Бозе–Эйнштейна.

Рассчитаем интерференционную картину в области $z<0$. Для этого уравнение (3) перепишем в интегральной форме:

$$\Psi=\Psi_0+\mathrm{i}\frac{e}{m}\int_{t_0}^{t}\exp[-\mathrm{i}\hat{H}_0(t-t')]\hat{\psi}^+\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{A}}\hat{\psi}\mathrm{d}\boldsymbol{r}\mathrm{d}\boldsymbol{R}\Psi(t')\mathrm{d}t', \tag{4}$$

где Ψ_0 описывает начальное состояние системы до включения взаимодействия между электромагнитным полем и атомами среды, а $t_0\to-\infty$.

Ищем решение уравнения (4) в виде итерационного ряда, опуская слагаемые, пропорциональные нечетным степеням заряда e и ответственные за некогерентный канал рассеяния. Сумма оставшегося ряда эквивалентна решению следующего интегрального уравнения:

$$\Psi=\Psi_0-\left(\frac{e}{m}\right)^2\int_{-\infty}^{t}\mathrm{d}t'\int\exp[-\mathrm{i}\hat{H}_0(t-t')]\hat{\psi}^+\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{A}}\hat{\psi}\mathrm{d}\boldsymbol{r}'\mathrm{d}\boldsymbol{R}'$$

$$\times\int_{-\infty}^{t'}\exp[-\mathrm{i}\hat{H}_0(t'-t'')]\hat{\psi}^+\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{A}}\hat{\psi}\mathrm{d}\boldsymbol{r}''\mathrm{d}\boldsymbol{R}''\Psi(t'')\mathrm{d}t''. \tag{5}$$

Поскольку в результате когерентного рассеяния атомы среды остаются в исходном состоянии, то из всей совокупности произведений операторов $\hat{\psi}$ и $\hat{\psi}^+$ отличаются от нуля лишь следующие:

$$\hat{\psi}^+\hat{\psi}\hat{\psi}^+\hat{\psi}\sim\hat{b}^+_{\mu\boldsymbol{p}}\hat{b}_{m\boldsymbol{p}'}\hat{b}^+_{m\boldsymbol{p}'}\hat{b}_{\mu\boldsymbol{p}}.$$

Индексы m и μ относятся к зеемановским подуровням возбужденного и основного состояний атома. В уравнении (5) переменные разделяются, т. е.

$$\Psi=\chi\varphi_0,$$

если учесть, что до включения взаимодействия они заведомо были разделены:

$$\Psi_0=\chi_0\varphi_0\equiv\rangle_0,\ \varphi_0=\prod_{\mu,\boldsymbol{p}}c_{\mu\boldsymbol{p}}\hat{b}^+_{\mu\boldsymbol{p}}|0\rangle\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varepsilon_\mu(p)t}.$$

Коэффициенты $c_{\mu\boldsymbol{p}}$ характеризуют распределение атомов по состояниям $(\mu,\boldsymbol{p})$, $\varepsilon_\mu(p)$ – энергии этих состояний. Волновая функция χ зависит от аргументов электромагнитного поля. Если в исходной моде $(\boldsymbol{k}_0,\lambda_0)$ фоковского состояния присутствует N_0 фотонов, то

$$\chi_0(t) = \frac{\left(\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0}\right)^{N_0}}{\sqrt{N_0!}}|0\rangle e^{-ik_0N_0t}.$$

Из уравнения (5) получаем следующее уравнение для функции χ:

$$\chi = \chi_0 + \int \Delta^0_{\rm r}(t-t')\hat{\mathscr{P}}_{\rm r}(t'-t'')\chi(t'')dt''dt', \tag{6}$$

где

$$\Delta^0_{\rm r}(t) = -i\vartheta(t)\exp(-i\hat{H}_0t);\ \hat{\mathscr{P}}_{\rm r}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iEt}\hat{\mathscr{P}}_{\rm r}(E)\frac{dE}{2\pi};$$

$$\hat{\mathscr{P}}_{\rm r}(E) = \sum_{\boldsymbol{k}_1,\lambda_1,\boldsymbol{k}_2,\lambda_2} \hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_1\lambda_1}C_{\rm r}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_1\boldsymbol{k}_2\lambda_2)}(E-\hat{H}_{\rm ph})\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}_2\lambda_2};$$

$$C_{\rm r}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_1\boldsymbol{k}_2\lambda_2)}(E) = \sum_{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2}\frac{P^{\lambda_1*}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_1)P^{\lambda_2}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_2)}{2V(k_1k_2)^{1/2}}N_\mu(\boldsymbol{p}_1)\times$$

$$\int\frac{\Phi^*_{\boldsymbol{p}_1}(\boldsymbol{R}_1)\Phi_{\boldsymbol{p}_2}(\boldsymbol{R}_1)\Phi^*_{\boldsymbol{p}_2}(\boldsymbol{R}_2)\Phi_{\boldsymbol{p}_1}(\boldsymbol{R}_2)\exp[-i(\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{R}_2)]}{E-\varepsilon_m(p_2)+\varepsilon_\mu(p_1)+i0}d\boldsymbol{R}_1d\boldsymbol{R}_2; \tag{7}$$

$\vartheta(t)$ – ступенчатая функция Хевисайда;

$$N_\mu(\boldsymbol{p}) = \langle\hat{b}^+_{\mu\boldsymbol{p}}\hat{b}_{\mu\boldsymbol{p}}\rangle_0;$$

$$P^\lambda_{m\mu}(\boldsymbol{k}) = \sum_\nu e^\lambda_{\boldsymbol{k}\nu}P^\nu_{m\mu}(\boldsymbol{k});\quad P^\nu_{m\mu}(\boldsymbol{k}) = \frac{e}{m}\int\psi^*_m\hat{p}_\nu e^{i\boldsymbol{kr}}\psi_\mu d\boldsymbol{r}.$$

В двухуровневом приближении учитываются лишь те слагаемые, вклад которых существен при квазирезонансном взаимодействии фотонов с атомами газа. Появление в знаменателе формулы (7) слагаемого i0 связано с принципом причинности. До сих пор мы считали энергетические уровни атомов вещественными, что соответствует принятой модели. Реально же атомы газа взаимодействуют как друг с другом, так и с посторонними частицами в газе (резервуаром). Все это приводит к возникновению столкновительных ширин γ энергетических уровней атомов.

Будем считать столкновительную ширину больше радиационной ширины γ_r. Учет столкновительных ширин приводит к замене в формуле (7) члена i0 на $i\gamma/2$. Важно отметить, что знаки перед i0 и $i\gamma/2$ обязаны совпадать, поскольку в противном случае будет нарушен принцип причинности. Далее всегда член $i\gamma/2$ мы будем учитывать явным образом. Выражения (6) и (7) с учетом члена $i\gamma/2$ строго могут быть получены в более развитой, но вместе с тем и более громоздкой теории [13].

Конкретизируем интегралы по $\boldsymbol{R}_1$ и $\boldsymbol{R}_2$. Формула (7) описывает переизлучение фотонов в виде последовательности двух виртуальных процессов: вначале атом в точке $\boldsymbol{R}_2$ поглощает рассеиваемый квант в состоянии $(\boldsymbol{k}_2,\lambda_2)$, а затем тот же атом в точке $\boldsymbol{R}_1$ излучает новый квант в состояние $(\boldsymbol{k}_1,\lambda_1)$. Можно считать, что центр тяжести атома в момент рассеяния находится в точке $(\boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{R}_2)/2$. Поскольку этот центр тяжести не может быть вне объема локализации газа Ω, то структурный коэффициент $C_{\rm r}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_1\boldsymbol{k}_2\lambda_2)}(E)$ не изменится, если в формуле (7) в подынтегральное выражение ввести функцию

$$\vartheta\left(\frac{\boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{R}_2}{2}\right) = \sum_{\boldsymbol{q}}\vartheta(\boldsymbol{q})\exp\left(i\boldsymbol{q}\frac{\boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{R}_2}{2}\right), \tag{8}$$

где

$$\vartheta(\boldsymbol{q}) = \int_\Omega e^{-i\boldsymbol{qR}}\vartheta(\boldsymbol{R})\frac{d\boldsymbol{R}}{V};$$

$$\vartheta(\boldsymbol{R}) = \begin{cases}1, & \boldsymbol{R}\in\Omega,\\ 0, & \boldsymbol{R}\notin\Omega.\end{cases} \tag{9}$$

Функции $\Phi_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{R})$ можно аппроксимировать экспонентами $1/\sqrt{V}\exp(i\boldsymbol{pR})$, описывающими свободное трансляционное движение атомов. Такая аппроксимация (вигнеровское приближение) предполагает, что атомы локализованы в объеме Ω, внутри которого они квазисвободны. Теперь $\boldsymbol{p}$ приобретает смысл импульса центра тяжести атома. Интегралы по $\boldsymbol{R}_1$ и $\boldsymbol{R}_2$ вычисляются явно и выражаются через символы Кронекера:

$$\int\Phi^*_{\boldsymbol{p}_1}(\boldsymbol{R}_1)\Phi_{\boldsymbol{p}_2}(\boldsymbol{R}_1)\exp\left[-i\left(\boldsymbol{k}_1+\frac{\boldsymbol{q}}{2}\right)\boldsymbol{R}_1\right]d\boldsymbol{R}_1$$

$$= \delta\left(\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{k}_1+\frac{\boldsymbol{q}}{2},\boldsymbol{p}_1\right),$$

$$\int\Phi^*_{\boldsymbol{p}_2}(\boldsymbol{R}_2)\Phi_{\boldsymbol{p}_1}(\boldsymbol{R}_2)\exp\left[i\left(\boldsymbol{k}_2+\frac{\boldsymbol{q}}{2}\right)\boldsymbol{R}_2\right]d\boldsymbol{R}_2$$

$$= \delta\left(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{k}_2+\frac{\boldsymbol{q}}{2},\boldsymbol{p}_2\right).$$

Если атомы занимают плоскопараллельный слой толщиной l, расположенный в плоскости xy, то согласно (8) и (9)

$$\vartheta(\boldsymbol{q}) = \delta(q_x)\delta(q_y)\vartheta_l(q_z),\ \vartheta_l(q_z) = \int_0^l\exp(-iq_zz)\frac{dz}{L_z}.$$

С учетом сказанного структурный коэффициент можно записать в виде

$$C_{\rm r}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_1\boldsymbol{k}_2\lambda_2)}(E) = \sum_{m,\mu,\boldsymbol{p}}\frac{P^{\lambda_1*}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_1)P^{\lambda_2}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_2)}{2V(k_1k_2)^{1/2}}N_\mu(\boldsymbol{p})$$

$$\times\frac{\delta(k_{1x},k_{2x})\delta(k_{1y},k_{2y})\vartheta_l(k_{1z}-k_{2z})}{E-\omega_{m\mu}-\boldsymbol{p}(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2)/2+i\gamma/2}.$$

Здесь использовано нерелятивистское приближение, причем $\varepsilon_i(p) = \varepsilon_i + p^2/2M$, где M – масса атома. Если слой газа заполняет полупространство, то $l\to\infty$.

Если атомы газа распределены по зеемановским подуровням основного состояния равномерно, то удается выполнить суммирование по числам m и μ. В дипольном приближении найдем [14]

$$\sum_{m,\mu}P^{\lambda_1*}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_1)P^{\lambda_2}_{m\mu}(\boldsymbol{k}_2) = \frac{\pi(2j_m+1)}{\omega_{m\mu}}\gamma_{\rm r}\boldsymbol{e}^{\lambda_1}_{\boldsymbol{k}_1}\boldsymbol{e}^{\lambda_2}_{\boldsymbol{k}_2},$$

где j_m – квантовое число возбужденного состояния атома. Для простоты будем считать доплеровское уширение несущественным, тогда

$$C_{\mathrm{r}}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_1\boldsymbol{k}_2\lambda_2)}(E)=\frac{\pi(2j_m+1)}{2\omega_{m\mu}^2}\gamma_{\mathrm{r}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{k}_1}^{\lambda_1}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{k}_2}^{\lambda_2}n_\mu$$

$$\times\frac{\delta(k_{1x},k_{2x})\delta(k_{1y},k_{2y})\vartheta_l(k_{1z}-k_{2z})}{E-\omega_{m\mu}+\mathrm{i}\gamma/2}, \quad (10)$$

где $n_\mu=N_\mu/V$. Пусть рассеиваемое излучение содержит один фотон:

$$\chi_0(E)=\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0}|0\rangle 2\pi\delta(E-k_0).$$

В низшем порядке теории возмущений волновая функция, описывающая падающий и отраженный свет, согласно (6) имеет вид

$$\chi=(1+\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}})\chi_0.$$

Это означает, что образуемая падающим и отраженным светом интерференционная картина в любой момент времени описывается выражением

$$\langle J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0}(\boldsymbol{r})\rangle=\langle J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0}(\boldsymbol{r})\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}}\rangle_0+\text{компл. сопр.}$$

$$=J\sum_{\boldsymbol{k}_z}\frac{\exp[-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_0-\boldsymbol{k}_1)\boldsymbol{r}]}{2(k_0k_1)^{1/2}}\int\frac{\delta(E-k_0)}{E-k_1+\mathrm{i}0}$$

$$\times C_{\mathrm{r}}^{(\boldsymbol{k}_1\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0)}(E)\mathrm{d}E+\text{компл. сопр.}$$

При вычислении суммы по $\boldsymbol{k}_1$ можно воспользоваться следующим асимптотическим равенством:

$$\sum_{k_z}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_zz}}{k_0-k+\mathrm{i}0}f(k_z)\underset{L_z\to\infty}{\longrightarrow}\frac{L_z}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_zz}f(k_z)\mathrm{d}k_z}{k-(k_z^2+k_{0x}^2+k_{0y}^2)^{1/2}+\mathrm{i}0}$$

$$\underset{z\to-\infty}{\longrightarrow}-\mathrm{i}\frac{L_zk_0}{k_{0z}}f(-k_{0z})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{0z}z}.$$

Здесь $f(k_z)$ – некоторая функция, не обладающая особенностью в точке $k=-k_{0z}$.

Окончательно для интенсивности интерференционной картины получим выражение

$$\langle J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0}(\boldsymbol{r})\rangle=-\mathrm{i}\frac{JL_z}{2k_{0z}}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}k_{0z}z}C_{\mathrm{r}}^{(\boldsymbol{K}\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0)}(k_0)+\text{компл. сопр.},$$

$$\boldsymbol{K}=\{k_{0x},k_{0y},-k_{0z}\}. \quad (11)$$

Выражение (11) может быть переписано с использованием стандартного показателя преломления среды

$$\varkappa^{\lambda_0}(\boldsymbol{k}_0)=1+\frac{L_z}{k_0}C_{\mathrm{r}}^{(\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0)}(k_0). \quad (12)$$

Из (11) и (12) следует соотношение

$$\langle J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0}(\boldsymbol{r})\rangle\big|_{z\to-\infty}=-\frac{Jk_0}{4k_{0z}}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}k_{0z}z}$$

$$\times[\varkappa^{\lambda_0}(\boldsymbol{k}_0)-1]+\text{компл. сопр.} \quad (13)$$

Формула (13) может быть получена из полуклассической теории излучения. Мы подробно привели ее квантовоэлектродинамический вывод, поскольку таким же путем ниже будут получены другие формулы.

Зависимость интенсивности интерференционной картины от координат согласно (13) описывается функцией $\cos(2k_{0z}z)$ при $|k_0-\omega_{m\mu}|\gg\gamma$ и функцией $\sin(2k_{0z}z)$ при $|k_0-\omega_{m\mu}|\ll\gamma$. Из (10)–(13) следует, что в точке $k_0=\omega_{m\mu}$ интерференционная картина определяется безразмерным параметром

$$B=n_\mu\varLambda^3\frac{\gamma_{\mathrm{r}}}{\gamma}<1, \quad (14)$$

где $\varLambda=2\pi/k$. Неравенство (14) представляет собой условие применимости теории возмущений и формулы (13). Параметр B впервые встречается в работе [15], где он был получен на основе феноменологических соображений.

Пусть теперь рассеиваемая мода содержит два фотона в состоянии $(\boldsymbol{k}_0,\lambda_0)$, т. е.

$$\chi_0(E)=\frac{(\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0})^2}{\sqrt{2!}}|0\rangle 2\pi\delta(E-2k_0).$$

Возможны две ситуации. Среда отражает один фотон, чему отвечает первая итерация уравнения (6). Другой фотон при этом продолжает распространяться в прежнем направлении. Но может случиться так, что отражаются оба фотона. В таком случае уравнение (6) необходимо итерировать дважды.

Рассмотрим второй случай, когда волновая функция электромагнитного поля

$$\varPsi=(1+\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}}\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}})\varPsi_0. \quad (15)$$

Слагаемое, отвечающее первому порядку теории возмущений, пока опускаем. Интерференционная картина, образованная падающим и отраженным светом, не может теперь быть описана посредством усреднения оператора (1) по состоянию (15): такое среднее обращается в нуль. Теперь интерференционная картина может быть зарегистрирована лишь при одновременном возбуждении двух атомов фотоприемника, что описывается оператором $(J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0})^2$. По аналогии с (13) получаем

$$\langle[J\hat{n}^{\lambda_0\lambda_0}(\boldsymbol{r})]^2\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}}\varDelta_{\mathrm{r}}^0\hat{\mathscr{P}}_{\mathrm{r}}\rangle_0+\text{компл. сопр.}$$

$$=2\left\{\frac{Jk_0}{4k_{0z}^2}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}k_{0z}z}[\varkappa^{\lambda_0}(\boldsymbol{k}_0)-1]\right\}^2+\text{компл. сопр.} \quad (16)$$

Согласно формуле (16) интерференционная картина для резонансного излучения определяется квадратом параметра B (14), т. е. интенсивность ее меньше интенсивности интерференционной картины, формируемой однофотонным рассеянием. Заметим, что пространственный период этой интерференционной картины в два раза меньше, чем в случае однофотонного рассеяния. Другими словами, в двух предельных случаях при $|k_0-\omega_{m\mu}|\gg\gamma$ и $|k_0-\omega_{m\mu}|\ll\gamma$ рассматриваемая интерференционная картина описывается функцией $\cos(4k_{0z}z)$. Полуклассическая теория отражения такой результат дать не может.

Важно отметить, что если рассеиваемая мода содержит два фотона, то в когерентном канале однофотонное рассеяние отсутствует [16]. Такое рассеяние относится к некогерентному каналу, и поэтому на формирование интерференционной картины, как показано выше, влияния не оказывает.

Отсутствие в когерентном канале однофотонного отражения двухфотонного падающего излучения требует пояснения. Дело в том, что формальное использование теории возмущений применительно к уравнению (6) такое однофотонное отражение, казалось бы, допускает. При этом его интенсивность должна быть больше интенсивности двухфотонного рассеяния в B^{-1} раз. В действительности этого не происходит. Дело в том, что при однофотонном отражении двухфотонного поля один из фотонов будет без рассеяния продолжать распространяться в глубь поглощающей полубесконечной среды. Но такой процесс существовать не может. Распространяющийся в среде фотон с вероятностью 100 % либо многократно рассеется и затем отразится средой, пополнив отраженное поле в высших порядках теории возмущений, либо поглотится средой, пополнив собой некогерентный канал рассеяния. В любом случае однофотонное отражение падающего двухфотонного поля в когерентном канале отсутствует [16, 17]. Из сказанного следует, что в когерентном канале сохранятся лишь такие диаграммы Фейнмана, которые описывают фотоны, отраженные в вакуум, но не фотоны, рассеянные в среду.

Результаты, полученные выше, допускают очевидное обобщение. Пусть в падающей моде содержится N_0 фотонов, находящихся в фоковском состоянии. В этом случае интерференционная картина на больших $(z \to -\infty)$ расстояниях от границы раздела двух сред формируется только тем состоянием поля фотонов, в котором все N_0 фотонов когерентно отражены средой. Здесь интерференционная картина описывается функцией $\cos(2N_0k_{0z}z)$ или $\sin(2N_0k_{0z}z)$ в зависимости от четности числа N_0.

Всюду выше интерференционная картина исследовалась на асимптотических расстояниях $z \to -\infty$. При описании ближней зоны рассеяния теоремы погашения [17] нарушаются и интерференционная картина будет выглядеть иначе.

Отметим, что различный характер интерференционных картин, формируемых однофотонным и двухфотонным потоками, допускает экспериментальную проверку. Ее можно осуществить, изучая селективное отражение света, генерируемого источником излучения, спектр которого соответствует черному телу. Ограничиваясь модой $(\boldsymbol{k}, \lambda)$, матрицу плотности такого излучения можно представить в виде

$$\rho = |N_{\boldsymbol{k}\lambda}\rangle\langle N_{\boldsymbol{k}\lambda}| \left(1 - \mathrm{e}^{-k/\Theta}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{kN_{\boldsymbol{k}\lambda}}{\Theta}\right),$$

где Θ – статистическая температура; $N_{\boldsymbol{k}\lambda}$ – числа заполнения моды $(\boldsymbol{k}, \lambda)$. Если $k > \Theta$, то наиболее вероятное число фотонов в заполненной моде равно единице и в эксперименте будет наблюдаться интерференционная картина, описываемая формулой (13). Если же $k < \Theta$, то вероятность двухфотонного заполнения моды будет значительной и на фоне прежней интерференционной картины появится интерференционная картина, описываемая формулой (16). Интенсивность других интерференционных картин, отвечающих $N_{\boldsymbol{k}\lambda} > 2$, экспоненциально убывает с ростом $N_{\boldsymbol{k}\lambda}$.

Для резонансной линии ртути неравенство (14) выполняется вплоть до концентраций $n_\mu \sim 10^{17}$ см$^{-3}$. При $n_\mu \sim 10^{18}$ см$^{-3}$ коэффициент отражения в когерентном канале оказывается порядка единицы [1]. Обсуждаемые выше интерференционные картины легко определяются фотоприемником, различающим механизмы однофотонного, двухфотонного и многофотонных возбуждений. Это означает, что изучение интерференционных картин посредством статистики фотоотсчетов открывает богатые возможности исследования как рассеивающих сред, так и статистических свойств самого рассеиваемого излучения.

Работа доложена на семинаре, руководимом А.А.Рухадзе. Участникам семинара приношу глубокую благодарность.

1. Wood R.W. *Phys.Zs.*, **10**, 4250 (1909).
2. Ферми Э. *Научные труды* (М.: Наука, 1971, т.1, с.150).
3. Степанов Б.И., Апанасевич П.А. *Оптика и спектроскопия,* **7**, 437 (1959).
4. Векленко Б.А., Ткачук Г.Б. *Оптика и спектроскопия,* **14**, 671 (1976).
5. Koester Ch.I. *Proc. IEEE*, **2**, 580 (1966).
6. Бойко Б.Б., Петров Н.С. *Отражение света от усиливающих и нелинейных сред* (Минск: Наука и техника, 1980).
7. Колоколов А.А. *УФН*, **169**, 1025 (1999).
8. Ghosh R., Mandel L. *Phys. Rev. Lett.,* **59**, 1903 (1987).
9. Rarity J., Tapster P.R., Jakeman E., Larchuk T., Campos R.A., Teich M.C., Saley B.E.A. *Phys. Rev. Lett*., **65**, 1348 (1990).
10. Brendel J., Mohler E., Martiensen W. *Phys. Rev. Lett*., **66**, 1142 (1991).
11. Ткачук Г.Б. *Труды Моск. энергетич. ин-та,* № 241, 22 (1976).
12. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1969).
13. Векленко Б.А. *ЖЭТФ*, **96**, 457 (1989).
14. Векленко Б.А., Гусаров Р.Б., Шеркунов Ю.Б. *ЖЭТФ*, **113**, 521 (1998).
15. Biberman L.M. *Pure and Appl. Chem.,* **13**, 393 (1966).
16. Векленко Б.А., Шеркунов Ю.Б. *ЖЭТФ,* **116**, 821 (1999).
17. Векленко Б.А., Гусаров Р.Б., Шеркунов Ю.Б. *Вестник МЭИ*, № 5, 69 (1999).