

# Возбуждение звуковых волн при распространении лазерных импульсов в волоконных световодах

А.С.Бирюков, М.Е.Сухарев, Е.М.Дианов

*Представлена наиболее детальная по сравнению с известными модель процесса возбуждения и распространения звуковых колебаний, обусловленных явлением электрострикции в волоконных световодах при прохождении импульсов лазерного излучения. Получено аналитическое выражение для акустической функции отклика показателя преломления в стандартном одномодовом двухслойном световоде. Рассчитаны функции отклика в стандартном и в перспективном для волоконно-оптических линий связи одномодовом трехслойном световоде с увеличенной по сравнению со стандартным световодом эффективной площадью поперечного сечения поля моды. Показано, что интенсивность возбуждаемых звуковых волн в трехслойных световодах, как правило, в несколько раз выше, чем в стандартных, и она решающим образом определяется разной для рассмотренных световодов формой радиального распределения электромагнитного поля импульса.*

**Ключевые слова:** одномодовый световод, электрострикция, звуковые волны, акустическая ветвь.

## 1. Введение

В начале 90-х годов было показано [1–4], что одним из физических явлений, ограничивающих скорость передачи информации в волоконно-оптических линиях связи, является электрострикция. Как известно (см., напр., [5]), данное явление состоит в деформации диэлектриков в электрическом поле. Если поле при этом изменяется во времени, то меняющаяся деформация проявляется в виде акустических колебаний, возбуждаемых в диэлектрике.

Волоконные световоды из кварцевого стекла являются типичными диэлектриками. Распространяющееся по ним электромагнитное излучение сосредоточено, в основном, в сравнительно узкой сердцевине, поэтому пространственная неоднородность поля велика. Меняющаяся во времени интенсивность излучения, в частности при импульсном режиме распространения, определяет переменные упругие напряжения в световоде. Возбуждаемые в результате электрострикции звуковые волны ведут к пространственно-временному изменению показателя преломления стекла. Даже малые величины этих изменений в определенных условиях должны влиять на процесс распространения оптических сигналов по световоду

Первое серьезное исследование явления электрострикции в волоконных световодах было выполнено сравнительно недавно [1]. В этой работе предложена модель, описывающая явление в рамках пространственно-временного изменения плотности среды при прохождении через одномодовый световод коротких импульсов излучения и позволившая, в частности, объяснить механизм обнаруженного ранее эффекта взаимодействия солитонов в их высокочастотной последовательности на больших длинах распространения [6]. В работах [2–4] модель

[1] была усовершенствована и дополнена. Дальнейшие исследования акустических эффектов, вызванных электрострикцией в световодах, выполненные разными авторскими коллективами, подтвердили основные положения модельного подхода [1]. Эти положения, в основном, сводятся к тому, что явление электрострикции в волоконных световодах может стать наиболее существенным ограничением при высокоскоростной передаче больших объемов информации в протяженных волоконно-оптических линиях связи.

Наиболее последовательное описание явления электрострикции в световодах, основанное на уравнениях динамической теории упругости, было предпринято в [7, 8]. В дополнение к результатам уже упомянутых работ, в [7, 8] показано, что влияние электрострикции на изменение показателя преломления в значительной мере определяется состоянием поляризации электромагнитного поля и флуктуациями геометрических размеров световодящей структуры световода.

До настоящего времени все исследования электрострикции касались одномодовых световодов со стандартной световодящей структурой, поле моды в которых с хорошей точностью описывается гауссовой зависимостью от радиальной координаты. В последние несколько лет в ряде лабораторий мира ведется интенсивное изучение особенностей одномодовых световодов с иной световодящей структурой, обладающих увеличенной по сравнению со стандартными световодами эффективной площадью поперечного сечения радиального распределения поля моды  $A_{\text{eff}}$ . Отличное от гауссова распределение поля в этих световодах должно отразиться и на их электрострикционном акустическом отклике на импульсы излучения.

Одну из возможных практических реализаций такой световодящей структуры представляет собой трехслойный световод, состоящий из центрального сплошного цилиндра из кварцевого стекла с радиусом сечения  $a$  и показателем преломления  $n_1$ , осесимметричного цилин-

дрического слоя толщиной  $b - a$  с показателем преломления  $n_2$  и еще одного коаксиального стеклянного слоя толщиной  $c - b$  с показателем преломления  $n_3$ . При этом наиболее оптически-плотным является средний слой:  $n_2 > n_1, n_3$ . Снаружи вся световедущая структура защищена, как правило, полимерным покрытием.

Целью нашей работы является детальный анализ процессов возбуждения звуковых волн при распространении лазерных импульсов излучения как в одномодовом двухслойном стандартном волоконном световоде, так и в только что описанном трехслойном. Анализ проводится на базе модельного подхода [7, 8] к описанию электрострикции в твердых диэлектриках. При этом сама модель существенно доработана.

## 2. Теоретическая модель

Важным этапом решения поставленной задачи является выбор модели. На сегодняшний день электрострикция в световодах анализируется с использованием двух разновидностей модели, описывающих явление с разными уровнями приближения. В большинстве работ для этой цели служит предложенная в [1] модель, которую можно назвать гидродинамическим приближением, поскольку в ее основе лежит уравнение, описывающее малые изменения плотности  $\rho'$  сжимаемой среды вблизи равновесного значения  $\rho_0$ . С точностью до диссипативного слагаемого в левой части – это типичное уравнение гидроакустики (см., напр., [9])

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - C^2 \Delta \rho' = -\nabla F_1, \quad (1)$$

где  $C$  – скорость звука;  $F_1$  – плотность объемных сил, вызывающих в среде звуковые колебания малой амплитуды. В формуле (1) используется стрикционная сила в виде

$$F_1 = \frac{\rho_0}{8\pi} \left( \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \rho} \right) \nabla E^2, \quad (2)$$

определенная в [5] для жидких диэлектриков. В (2)  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость;  $E$  – модуль вектора напряженности электрической составляющей электромагнитного поля.

Иными словами, в данном приближении движение частиц в световоде из кварцевого стекла представляется как движение некоторой идеальной сжимаемой жидкости.

Еще одна разновидность модели для анализа электрострикции основана на использовании в качестве характеристики напряженно-деформированного состояния упругого твердого тела вектора смещений его частиц  $U(r, t)$ . В этом случае акустические колебания тела определяются в результате решения известного волнового уравнения линейной динамической теории упругости [10]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2\Gamma \frac{\partial U}{\partial t} - C_t^2 \Delta U - (C_l^2 - C_t^2) \text{graddiv} U = f, \quad (3)$$

где  $C_l$  – скорость звуковой волны, направление колебательного движения частиц в которой коллинеарно с направлением распространения самой волны (продольная скорость звука; для кварцевого стекла  $C_l = 5.996$  км/с);

$C_t$  – скорость волны с нормальным к ее волновому вектору направлением колебаний частиц (поперечная скорость звука; для кварцевого стекла  $C_t = 3.74$  км/с);  $\Gamma$  – параметр, характеризующий диссипацию звука;  $f = F(r, t)/\rho_0$ ;  $F$  – вектор плотности объемных сил (как и  $F_1$  в (1)), имеющий для твердого тела отличное от  $F_1$  выражение.

С целью выяснения физической сути приближений, отличающих (1) от более строгого уравнения (3), преобразуем (1) с помощью уравнения неразрывности. При этом нетрудно показать, что (1) переходит в уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - C^2 \text{graddiv} U = f_1 = \frac{F_1}{\rho_0}, \quad (4)$$

где  $C$  – единственная в случае жидкости скорость звука  $C_l$ .

Итак, помимо разных выражений для  $F_1$  и  $F$  в правых частях и пока несущественного диссипативного члена, уравнение (1) (и его эквивалент (4)) и уравнение (3) различаются отсутствием в (1) слагаемого

$$C_t^2 (\text{graddiv} U - \Delta U) = C_t^2 \text{rotrot} U, \quad (5)$$

физический смысл которого состоит в следующем.

Как известно, звуковое поле (поле скоростей  $v$  элементов среды) в идеальной жидкости является потенциальным. Однако далеко не всякое векторное поле можно достаточно полно описать одной скалярной потенциальной функцией. Для этого необходимо, чтобы поле было безвихревым, т. е. должно выполняться условие  $\text{rot} v = 0$  (или  $\text{rot} U = 0$ ). В идеальной жидкости равнодействующая сил, приложенных к элементу жидкости, проходит через его центр масс и не создает вращательного момента.

В твердом теле на границах элемента появляются напряжения сдвига. В результате на каждый элемент действуют крутящие моменты, и он кроме поступательных перемещений совершает еще и вращательные движения. Таким образом, в твердом теле  $\text{rot} v \neq 0$ , и ввести одну скалярную функцию, описывающую все движение, не представляется возможным.

Иными словами, приближенный характер уравнения (1) по сравнению с (3) состоит в предположении о безвихревом характере движения в твердом теле и соответственно в пренебрежении рядом упругих свойств, связанных с существованием в твердом теле деформаций сдвига. Гидродинамический характер приближения (1) обусловлен также правой частью уравнения, которая описывает жидкий диэлектрик. Наличие же двух разных скоростей распространения возмущений в твердых телах ведет к новым, отсутствующим в гидродинамическом приближении, эффектам.

В свете вышесказанного наиболее последовательным описанием электрострикции в световодах является модельный подход, основанный на теории упругости. Однако в работах [7, 8], где такая модель развивалась, содержится ряд неточностей, влияющих на количественную сторону результатов.

Прежде чем искать решение уравнения (3), представляющего собой типичное уравнение вынужденных колебаний, определим вынуждающую силу  $f$ .

Плотность объемной электрострикционной силы  $F$  находится из соотношения [5]

$$F_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{ik}$  – тензор напряжений, определяющий изменение суммарного импульса среды и поля.

Если под  $\mathbf{F}$  понимать силу, действующую лишь на среду, то из (6) следует вычесть изменение импульса единицы объема поля.

Тензор  $\sigma_{ik}$  для изотропного диэлектрика можно представить в виде

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(0)} + \sigma_{ik}^{(M)} + \sigma_{ik}^{(str)},$$

где  $\sigma_{ik}^{(0)}$  – тензор упругих напряжений в отсутствие поля;

$$\sigma_{ik}^{(M)} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi} \left( E_i E_k - \delta_{ik} \frac{\mathbf{E}^2}{2} \right) + \frac{\mu_0}{4\pi} \left( H_i H_k - \delta_{ik} \frac{\mathbf{H}^2}{2} \right) \quad (7)$$

– так называемый максвеллов тензор напряжений [5];  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – электрическая и магнитная составляющие поля;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость (для кварцевого стекла с высокой точностью  $\mu_0 = 1$ );  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера;

$$\sigma_{ik}^{(str)} = -\frac{1}{8\pi} (a_1 E_i E_k + a_2 \delta_{ik} \mathbf{E}^2) \quad (8)$$

– стрикционная составляющая тензора напряжений.

Величины  $a_1$  и  $a_2$  в (8) – коэффициенты, определяющие разложение тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ik}$  по компонентам тензора деформаций  $S_{ik}$ . Дело в том, что деформация изотропного твердого тела ведет к тому, что его изначально скалярная диэлектрическая проницаемость становится, вообще говоря, тензором второго ранга. В пренебрежении квадратичными и более высокими по степеням  $S_{ik}$  слагаемыми упомянутое разложение имеет вид [5]

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_0 \delta_{ik} + a_1 S_{ik} + a_2 \delta_{ik} \text{Sp} \hat{S}. \quad (9)$$

Для изотропного диэлектрика из [11] следуют соотношения, связывающие коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  в (8) и (9) с известными для кварцевого стекла [12] упругооптическими постоянными  $P_{11} = 0.121$ ,  $P_{12} = 0.27$ :

$$a_1 = -\varepsilon_0^2 (P_{11} - P_{12}), \quad a_2 = -\varepsilon_0^2 P_{12}. \quad (10)$$

Заметим, что выражение для стрикционного тензора в [7, 8] отличается от (8) иной зависимостью  $a_1$  в (10) от упругооптических постоянных и противоположным знаком коэффициента  $a_2$ .

Возмущения показателя преломления в световоде при прохождении импульса света возникают на фоне уже имеющихся упругих напряжений  $\sigma_{ik}^{(0)}$ . Эти упругие напряжения не зависят от поля и при вычислении  $\mathbf{F}$  учитываться не будут.

В соответствии с (6) найдем вначале вклад в объемную плотность силы, отвечающий максвелловскому тензору напряжений (7). Используя уравнения Максвелла в предположении отсутствия свободных зарядов и токов, получаем

$$\mathbf{F}^{(M)} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{E}\mathbf{H}] - \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} \nabla \varepsilon_0, \quad (11)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

2 Квантовая электроника, т.32, № 9

Определив далее с помощью (8) и (6) силу, обусловленную стрикционной составляющей тензора напряжений, для полной плотности объемных сил найдем

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = & -\frac{1}{8\pi} \left[ a_1 (\mathbf{E}\nabla)\mathbf{E} + a_2 \nabla \mathbf{E}^2 + \frac{a_1}{\varepsilon_0} \mathbf{E} (\mathbf{E}\nabla) \varepsilon_0 \right. \\ & \left. + \left( 1 + \frac{2a_2}{\varepsilon_0} \right) \mathbf{E}^2 \nabla \varepsilon_0 \right] + \frac{\varepsilon_0 - 1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{E}\mathbf{H}]. \end{aligned} \quad (12)$$

В реальных световодах радиальное распределение диэлектрической проницаемости таково, что различие между слоями световедущей структуры в величине  $\varepsilon_0$  не превышает одного-трех процентов. Расчеты показывают, что даже при больших градиентах диэлектрической проницаемости между слоями ее малые абсолютные изменения определяют пренебрежимо малый вклад слагаемых в (12), содержащих множитель  $\nabla \varepsilon_0$ . Формально пренебрежение этими слагаемыми в (12) соответствует тому, что радиальный профиль показателя преломления в световоде считается ступенчатым, а диэлектрическая проницаемость в каждом слое световедущей структуры полагается однородной.

При распространении в однородной среде поперечной волны ее электрическая и магнитная составляющие связаны соотношением [5]

$$\mathbf{H} = \varepsilon_0^{-1/2} [\mathbf{k}\mathbf{E}], \quad (13)$$

где  $\mathbf{k}$  – единичный вектор направления распространения волны. Тогда для силы Абрагама (последнее слагаемое в (12)), являющейся аналогом эффекта отдачи в механике, получаем следующее выражение:

$$\mathbf{F}_A = \frac{\varepsilon_0^{-1/2} (\varepsilon_0 - 1)}{4\pi c} \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{E}^2}{\partial t}, \quad (14)$$

т. е. эта сила имеет составляющую вдоль оси световода.

С учетом принятых приближений в цилиндрической системе координат из (12) следуют выражения для компонент массовой вынуждающей силы  $\mathbf{f}$  в уравнении (3):

$$\begin{aligned} f_r = & -\frac{1}{8\pi\rho_0} \left[ a_1 \left( E_r \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{E_\varphi}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} + E_z \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{E_\varphi^2}{r} \right) \right. \\ & \left. + 2a_2 \left( E_r \frac{\partial E_r}{\partial r} + E_\varphi \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \right], \\ f_\varphi = & -\frac{1}{8\pi\rho_0} \left[ a_1 \left( E_r \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + \frac{E_\varphi}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + E_z \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + \frac{E_r E_\varphi}{r} \right) \right. \\ & \left. + \frac{2a_2}{r} \left( E_r \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} + E_\varphi \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right) \right], \\ f_z = & -\frac{1}{4\pi\rho_0} \left[ \frac{a_1}{2} \left( E_r \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{E_\varphi}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. + a_2 \left( E_r \frac{\partial E_r}{\partial z} + E_\varphi \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} + E_z \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - \frac{\varepsilon_0^{-1/2} (\varepsilon_0 - 1)}{c} \frac{\partial \mathbf{E}^2}{\partial t} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где  $E_r$ ,  $E_z$  и  $E_\varphi$  – радиальная, продольная и азимутальная компоненты напряженности электрической составляющей поля соответственно.

В каждый момент времени электромагнитное поле одноимодового световода линейно поляризовано вдоль некоторой оси  $x$  плоской декартовой системы координат  $(x, y)$ , связанной с произвольным поперечным сечением световода. При этом  $E_x = E_0(t, z)V(r)$ ,  $E_y = E_z = 0$ , так что

$$\begin{aligned} E_r &= E_0(t, z)V(r) \cos \varphi, & E_\varphi &= -E_0(t, z)V(r) \sin \varphi, \\ E &= E_0(t, z)V(r). \end{aligned} \quad (16)$$

Ограничимся далее рассмотрением импульсов излучения с пологими фронтами, таких, что продольная производная от интенсивности поля много меньше поперечной. Как правило, это имеет место, когда протяженность сравнительно гладкого импульса вдоль оси  $z$  существенно превышает толщину сердцевины световода (в этом случае, очевидно,  $E_0(t, z) = E_0(t)$ ). В данном приближении можно с достаточной точностью пренебречь продольной компонентой вынуждающей силы  $f_z$  в сравнении с поперечными компонентами и рассматривать пространственно-плоскую задачу в произвольном фиксированном сечении световода.

При сделанных предположениях, подставляя (16) в (15), для компонент силы находим

$$f_r = -\frac{E_0^2(t)V(r)}{16\pi\rho_0} \frac{\partial V(r)}{\partial r} (a_1 + 4a_2 + a_1 \cos 2\varphi), \quad (17)$$

$$f_\varphi = \frac{E_0^2(t)V(r)}{16\pi\rho_0} \frac{\partial V(r)}{\partial r} a_1 \sin 2\varphi.$$

Заметим, что в выражениях для  $f_r$  и  $f_\varphi$  в [7, 8], помимо упомянутой ранее неверной зависимости компонент силы от упругооптических постоянных, упущен множитель  $V(r)/\rho_0$ .

Связав вынуждающую силу  $f$  с характеристиками импульса ( $E_0(t)$ ,  $V(r)$ ) и световода ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\varepsilon_0(r)$ ), перейдем к решению уравнения (3). При этом световод представим цилиндром бесконечной длины с круговым поперечным сечением, в котором упругие свойства слоев световедущей структуры с высокой точностью одинаковы. Для полимерного же покрытия скорости  $C_1$  и  $C_t$  существенно отличаются от значений для кварцевого стекла, так что для звука световод, вообще говоря, представляет собой коаксиальный двухслойный цилиндр. Полимерное покрытие, как, в частности, показано в [13], играет важную роль в процессе распространения звуковых волн в световоде, поскольку в результате ряда последовательных отражений от границы стекло-полимер эти волны испытывают существенное затухание.

Решение неоднородного уравнения (3) ищем, как обычно, в виде разложения по полному базису собственных функций соответствующего однородного уравнения.

Задаче о собственных функциях и собственных значениях сплошного упругого цилиндра бесконечной длины, так же как и аналогичной задаче для цилиндра с упругой оболочкой из другого материала, посвящено большое число работ. Весьма подробный обзор и анализ решений этих задач содержится, например, в [14]. Из этих решений, в частности, следует, что собственные функции группируются в бесконечные наборы (ветви), различающиеся функциональными зависимостями от координат. В каждом конкретном случае вынуждающей силы возбуждаются лишь конкретные ветви акустических колебаний.

Так, при сделанных выше предположениях не должны возбуждаться движения, распространяющиеся в осевом направлении ( $f_z = 0$ ). Иными словами, возбуждаются колебания, собственные функции которых зависят лишь от радиальной и азимутальной координат. Временная зависимость каждой собственной функции соответствует гармоническому колебанию с собственной частотой  $\omega_m$  ( $\omega$  – круговая частота,  $m$  – номер собственной функции), так что решение (3) представляется в виде

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_m A_m(t) \mathbf{u}_m(\mathbf{r}) \exp(-i\omega_m t - \Gamma t), \quad (18)$$

где  $\mathbf{u}_m(\mathbf{r})$  – координатная зависимость собственных функций соответствующего (3) однородного уравнения;  $A_m(t)$  – подлежащие определению коэффициенты разложения.

Считая  $\mathbf{u}_m(\mathbf{r})$  известными, подставим (18) в (3) и, воспользовавшись свойством ортогональности собственных функций, для нахождения  $A_m(t)$  получим уравнения

$$\frac{d^2 A_m(t)}{dt^2} - 2i\omega_m \frac{dA_m(t)}{dt} = \frac{\Phi_m}{B_m} E_0^2(t) \exp[(i\omega_m + \Gamma)t], \quad (19)$$

где

$$\Phi_m = \int [\mathbf{g}(\mathbf{r}), \mathbf{u}_m(\mathbf{r})] dS, \quad B_m = \int [\mathbf{u}_m(\mathbf{r})]^2 dS. \quad (20)$$

Здесь функция  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  – координатная зависимость вектора вынуждающей силы  $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$  (см. (17)). Интегрирование в (20) ведется по площади поперечного сечения световода.

Общее решение (19) для произвольной зависимости  $E_0(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} A_m(t) &= \left[ C_{1m} \cos \omega_m t + C_{2m} \sin \omega_m t + \frac{\Phi_m}{\omega_m B_m} \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^t E_0^2(x) \exp(\Gamma x) \sin \omega_m(t-x) dx \right] \exp(i\omega_m t), \quad (21) \end{aligned}$$

где  $C_{1m}$ ,  $C_{2m}$  – постоянные интегрирования.

Видно, что в моменты времени  $t \leq 0$ , когда электромагнитное поле в рассматриваемом сечении световода еще не действует, сумма первых двух слагаемых в (21) в общем случае отлична от нуля. Физически это соответствует наличию некоторого исходного уровня звуковых колебаний, обусловленных флуктуациями плотности световода при его фактической температуре. В дальнейшем будем интересоваться только вкладом в акустическое поле, вносимым электрострикцией, оставив в (21) только зависящее от поля последнее слагаемое.

Для простоты предположим также, что электромагнитное поле представляет собой импульс такой длительности  $\tau$ , что приближенно его можно считать  $\delta$ -функцией Дирака  $E_0(t) = E_0 \delta(t/\tau)$ . Последнее предположение справедливо в отношении лазерных импульсов, которые короче наименьшего из характерных времен акустического отклика системы  $\tau_{\min}$ . В рассматриваемой задаче наименьшим геометрическим размером является радиус поперечного сечения сердцевины световода  $a$ , так что  $\tau_{\min} \sim a/C_1 \approx 1$  нс. Поэтому импульсы с  $\tau < 100 - 200$  пс с хорошим приближением можно аппроксимировать  $\delta$ -функцией. В этом приближении интеграл в (21) легко вычисляется,

$$A_m(t) = \frac{E_0^2 \tau \Phi_m \exp(i\omega_m t)}{\omega_m B_m} \sin \omega_m t, \quad (22)$$

и решение (18) представляется в виде

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = E_0^2 \tau \exp(-\Gamma t) \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{u}_m(\mathbf{r}) \frac{\Phi_m}{\omega_m B_m} \sin \omega_m t, \quad (23)$$

где под  $\Gamma$  в дальнейшем будем понимать затухание, обусловленное потерями звуковой энергии при отражениях от границы раздела стекло – полимер. Отсутствие полимерного покрытия ведет к тому, что звуковые волны в световоде становятся долгоживущими [13] из-за близости коэффициента их отражения от границы стекло – воздух к единице.

Далее конкретизируем круг функций  $\mathbf{u}_m(\mathbf{r})$ , определяющих решение (23). Собственные функции сплошного однородного цилиндра кругового поперечного сечения и бесконечной длины в общем случае могут быть представлены в виде [14]

$$\begin{aligned} U_{0m}^{(n)}(\mathbf{r}, t) &= \left( W_m^{(n)}(r) \begin{Bmatrix} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{Bmatrix}, \Theta_m^{(n)}(r) \begin{Bmatrix} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{Bmatrix} \right), \\ Z_m^{(n)}(r) &\begin{Bmatrix} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{Bmatrix} \exp(i\gamma z - i\omega_m^{(n)} t - \Gamma t), \end{aligned} \quad (24)$$

где  $n \geq 0$ ,  $m \geq 1$  – целые числа, причем  $n$  определяет тип симметрии колебания, а индексом  $m$  пронумерованы корни характеристического уравнения, определяющего частоты  $\omega_m^{(n)}$ ;  $\gamma$  – постоянная распространения, которая в нашем конкретном случае (отсутствие распространяющихся вдоль оси  $z$  движений) равна нулю;  $W_m^{(n)}(r)$ ,  $\Theta_m^{(n)}(r)$ ,  $Z_m^{(n)}(r)$  – радиальные зависимости компонент векторов собственных функций; множители с тригонометрическими функциями в фигурных скобках означают, что для каждой пары чисел  $n$  и  $m$  (при  $n \geq 1$ ) имеются две равноправные собственные функции, различающиеся лишь зависимостью от азимутального угла.

Поскольку в рассматриваемом модельном подходе компоненты вынуждающей силы (17) содержат слагаемые как не зависящие от  $\varphi$ , так и зависящие от  $2\varphi$ , то из всех возможных собственных колебаний (24) возбуждаются лишь ветви колебательных мод, соответствующие  $n = 0$  и  $n = 2$ . В литературе по акустике известно, что в отсутствие продольной компоненты вектора смещений такими ветвями могут быть  $R_{0m}$ ,  $T_{0m}$  и  $TR_{2m}$ .

Аксиально-симметричные ветви  $R_{0m}$  и  $T_{0m}$ , отвечающие условию  $n = 0$  и отсутствию зависимости собственных функций от азимутального угла  $\varphi$ , различаются тем, что для первой ветви отличными от нуля в общем случае являются компоненты  $W_m^{(0)}(r)$  и  $Z_m^{(0)}(r)$  (в нашем случае  $Z_m^{(0)}(r) = 0$ ), а для второй – отлична от нуля компонента  $\Theta_m^{(0)}(r)$ . Однако из (17) видно, что составляющая вынуждающей силы  $f_\varphi$  не содержит слагаемых, не зависящих от  $\varphi$ . Поэтому ветвь  $T_{0m}$  не возбуждается, и из всей совокупности собственных колебаний (24) должны возбуждаться всего две ветви –  $R_{0m}$ , называемая семейством продольных нормальных колебаний, и ветвь  $TR_{2m}$  – семейство изгибных нормальных колебаний высокого (второго) кругового порядка. При этом для ветви  $TR_{2m}$  две компоненты вектора смещений (24) отличны от нуля:  $u_{r0m}^{(2)}(\mathbf{r}) = W_m^{(2)}(r) \cos 2\varphi$  и  $u_{\varphi 0m}^{(2)}(\mathbf{r}) = -\Theta_m^{(2)}(r) \sin 2\varphi$  (здесь и далее верхние индексы означают принадлежность функций к ветвям  $R_{0m}$  или  $TR_{2m}$ ).

Задача о собственных колебаниях упругого сплошного цилиндра является самосопряженной, и, следовательно, собственные функции ортогональны друг другу. Существует также ортогональность функций внутри каждой ветви (различающихся значениями  $n$ ) по числу  $m$ , так что собственные функции образуют полный базис.

Выражения для радиальных зависимостей  $W_m^{(0)}(r)$  и  $W_m^{(2)}(r)$ ,  $\Theta_m^{(2)}(r)$  собственных функций как для ветви  $R_{0m}$ , так и для дважды вырожденной ветви  $TR_{2m}$  можно найти, например, в [13]. Там же приведены и характеристические уравнения для определения  $\omega_m^{(n)}$  обеих ветвей.

Найдя описанным выше способом вектор смещений с учетом конкретного вида вынуждающей силы (17), представим компоненты этого вектора  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$  следующим образом:

$$U_r(r, \varphi, t) = U_r^{(0)}(r, t) + U_r^{(2)}(r, t) \cos 2\varphi, \quad (25)$$

$$U_\varphi(r, \varphi, t) = U_\varphi^{(2)}(r, t) \sin 2\varphi.$$

Конечным же результатом решения задачи должна быть функция отклика – пространственно-временное изменение показателя преломления. Поскольку показатель преломления однозначно определяется диэлектрической проницаемостью, найдем функцию отклика последней. С этой целью воспользуемся соотношением (9) и известной в теории упругости связью компонент вектора  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$  с компонентами тензора деформаций  $S_{ik}$  (см., напр., [13]):

$$S_{rr}(r, \varphi, t) = \frac{\partial U_r(r, \varphi, t)}{\partial r},$$

$$S_{\varphi\varphi}(r, \varphi, t) = \frac{U_r(r, \varphi, t)}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\varphi(r, \varphi, t)}{\partial \varphi}, \quad (26)$$

$$S_{r\varphi}(r, \varphi, t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial U_r(r, \varphi, t)}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varphi(r, \varphi, t)}{\partial r} - \frac{U_\varphi(r, \varphi, t)}{r} \right].$$

Из (9) компоненты симметричного тензора приращения диэлектрической проницаемости, обусловленного электрострикцией, определяются как  $\delta\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik} - \varepsilon_0 \delta_{ik}$ , или

$$\delta\varepsilon_{rr} = (a_1 + a_2)S_{rr} + a_2 S_{\varphi\varphi},$$

$$\delta\varepsilon_{\varphi\varphi} = (a_1 + a_2)S_{\varphi\varphi} + a_2 S_{rr}, \quad (27)$$

$$\delta\varepsilon_{r\varphi} = a_1 S_{r\varphi}.$$

Чтобы найти измеряемые на опыте максимальные изменения диэлектрической проницаемости, преобразуем тензор  $\delta\varepsilon_{ik}$  (27) к декартовым координатам, где этот тензор, усредненный по азимутальному углу, диагонален. Прделав необходимые математические операции с учетом (25), (26), получим

$$\delta\varepsilon_{xx} = \delta\varepsilon_{R_{0m}} + \delta\varepsilon_{TR_{2m}},$$

$$\delta\varepsilon_{yy} = \delta\varepsilon_{R_{0m}} - \delta\varepsilon_{TR_{2m}}, \quad (28)$$

$$\delta\varepsilon_{xy} = \delta\varepsilon_{yx} = 0,$$

где  $\delta\varepsilon_{R_{0m}}$  и  $\delta\varepsilon_{TR_{2m}}$  – индивидуальные вклады в  $\delta\varepsilon_{ik}$  обеих возбуждаемых акустических ветвей, причем

$$\delta\varepsilon_{R_{0m}} = \left( \frac{a_1}{2} + a_2 \right) \left( \frac{dU_r^{(0)}}{dr} + \frac{U_r^{(0)}}{r} \right), \quad (29)$$

$$\delta\varepsilon_{TR_{2m}} = \frac{a_1}{4} \left[ \frac{d(U_r^{(2)} - U_\varphi^{(2)})}{dr} + \frac{U_r^{(2)} - U_\varphi^{(2)}}{r} \right].$$

Для простоты записи в (28), (29) мы пренебрегли слабыми, которые содержат множители  $\cos 2\varphi$ ,  $\sin 2\varphi$ ,  $\cos 4\varphi$  и  $\sin 4\varphi$ , исчезающие при их усреднении по поперечному сечению световода. Окончательно тензорная функция отклика показателя преломления дается выражением

$$\delta n_{ik} = \frac{1}{2\varepsilon_0^{1/2}} \frac{\int \delta\varepsilon_{ik} V^2(r) r dr}{\int V^2(r) r dr}. \quad (30)$$

В наиболее распространенном на практике случае гауссова радиального распределения поля моды  $V(r) = \exp(-r^2/2a_f^2)$  величина  $\delta n_{ik}$  в (30) легко представляется в аналитическом виде ( $a_f = (A_{\text{eff}}/\pi)^{1/2}$  – эффективный радиус поперечного сечения моды). С хорошей точностью (полагая  $\omega_m \gg \Gamma$ ) в качестве собственных функций ветви  $R_{0m}$  можно взять  $W_m^{(0)}(r) = C_m J_1(\alpha_m r)$ , где  $\alpha_m = \omega_m/C_1$ ;  $C_m$  – произвольная постоянная;  $J_1$  – функция Бесселя первого порядка (см., напр., [12]). Интеграл перекрытия в (20) для гауссова распределения легко вычисляется:

$$\begin{aligned} \Phi_m &= 2\pi C_m \int_0^a r f_r(r, t) J_1(\alpha_m r) dr \\ &= \frac{C_m (a_1 + 4a_2) a_f^2 \alpha_m}{32\rho_0} \exp \left[ - \left( \frac{\alpha_m a_f}{2} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Величина  $B_m$  в (20) есть

$$\begin{aligned} B_m &= 2\pi C_m^2 \int_0^a r J_1^2(\alpha_m r) dr = \pi C_m^2 a^2 \\ &\times \left[ J_0^2(\alpha_m a) - \frac{2J_0(\alpha_m a)J_1(\alpha_m a)}{\alpha_m a} + J_1^2(\alpha_m a) \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Далее воспользуемся характеристическим уравнением, из которого находят собственные частоты ветви  $R_{0m}$  и которое имеет вид [13]

$$s^2 y J_0(y) - 2J_1(y) = 0, \quad (33)$$

где  $y = \alpha_m a = \omega_m a/C_1$ ;  $s = C_1/C_t$ .

Используя (33), выражение (32) можно преобразовать к виду

$$B_m = \pi C_m^2 a^2 J_0^2(\alpha_m a) \frac{4 + s^2(\omega_m^2 a^2/C_t^2 - 4)}{4}. \quad (34)$$

В приближении коротких ( $\delta$ -образных) импульсов для  $U(r, t)$  (точнее, для единственной отличной от нуля компоненты этого вектора  $U_r$ ) в соответствии с (23) находим:

$$\begin{aligned} U_r(r, t) &= \frac{E_0^2 \tau \exp(-\Gamma t) (a_1 + 4a_2) a_f^2}{8\pi\rho_0 a^2} \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha_m J_1(\alpha_m r) \exp \left[ - (\alpha_m a_f/2)^2 \right] \sin \omega_m t}{\omega_m J_0^2(\alpha_m a) \left[ 4 + s^2(\omega_m^2 a^2/C_t^2 - 4) \right]}, \end{aligned} \quad (35)$$

откуда на основании (29), (30) получаем

$$\begin{aligned} \delta n(t) &= \frac{P_0 \tau (a_1 + 4a_2) (a_1 + 2a_2) \exp(-\Gamma t)}{4\pi\varepsilon_0 c C_1 \rho_0 a^2} \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha_m \exp(-\alpha_m^2 a_f^2/2) \sin \omega_m t}{J_0^2(\alpha_m a) \left[ 4 + s^2(\omega_m^2 a^2/C_t^2 - 4) \right]}, \end{aligned} \quad (36)$$

где  $P_0$  – пиковая мощность импульса.

Совершенно аналогично может быть получено аналитическое выражение и для вклада в  $\delta n(t)$  ветви  $TR_{2m}$ , однако оно существенно более громоздко по сравнению с (36) и здесь не приводится.

В том случае, когда не требуется слишком высокая точность и можно пренебречь вкладом ветви  $TR_{2m}$ , а радиальное распределение поля моды, как это чаще всего бывает, описывается гауссовой функцией, простота формулы (36) делает ее очень удобной для нахождения  $\delta n(t)$ .

### 3. Результаты и их обсуждение

Предсказательная возможность модели определяется сопоставлением полученных с ее помощью результатов с экспериментом. На сегодня нам известны два исследования [15, 16], в которых проводилось измерение акустического отклика в стандартном двухслойном одномодовом световоде при прохождении по нему импульса лазерного излучения. Однако, прежде чем переходить к анализу результатов вычислений и к их сравнению с экспериментальными данными, обсудим качественно картину процесса распространения возмущений показателя преломления, рождаемых в световоде электрострикцией.

Во-первых, ветвь  $R_{0m}$  представляет собой совокупность звуковых колебаний с чисто радиальным направлением движения частиц, соответствующих волнам сжатия и разрежения. Возникнув в сердцевине и частично отразившись от границы стекло – полимер, возмущения через некоторое время возвращаются в сердцевину световода в виде эха. Иными словами, помимо исходного возмущения функция отклика должна состоять из ряда эквидистантных, ослабевающих со временем эхо-возмущений показателя преломления, происходящих в моменты времени  $t_1 \approx 21$  нс, 42 нс, 63 нс, ..., кратные времени прохождения звуком (со скоростью  $C_1$ ) расстояния от оси световода до поверхности раздела стекло – полимер и обратно. Никаких иных возмущений показателя преломления ветвь  $R_{0m}$  не вносит. Здесь и в дальнейшем считается, что диаметр световода  $d$  без полимерного покрытия равен 125 мкм.

Ветвь же  $TR_{2m}$  описывает иные движения среды. Эти движения являются сложными колебаниями частиц среды, происходящими в плоскости поперечного сечения световода и имеющими составляющие как вдоль радиального направления, так и нормально к нему. Радиальные составляющие (сжатия и разрежения) распространяются со скоростью  $C_1$  и вносят вклад в функцию отклика в моменты времени, отвечающие упомянутому выше ряду  $t_1$ . Нормальные же к радиальному направлению возмущения, также распространяющиеся в радиальном направлении, но с меньшей скоростью  $C_t$ , определяют чисто сдвиговое движение. Поскольку сдвиговые движения в среде не меняют ее плотность, может показаться, что эти составляющие не должны оказывать вли-

нения на изменение показателя преломления. Однако, как видно, например, из (27), компоненты тензора диэлектрической проницаемости зависят не только от деформаций сжатия-разрежения, но и от деформаций, возникающих при сдвиговых напряжениях (в частности, при кручении). Это следует также из выражения (29) для  $\delta\epsilon_{TR_{2m}}$ , содержащего сдвиговую компоненту  $U_\phi$  вектора смещений. Поэтому более медленные составляющие определяют еще ряд эквидистантных эхо-сигналов, последовательные центры тяжести которых располагаются при  $t_2 \approx 33$  нс, 67 нс, 100 нс, ... (период следования  $\sim 33$  нс).

Исходное акустическое возмущение должно иметь тонкую структуру, обусловленную процессами сжатия и разрежения в сердцевине. Сжатие осуществляется в течение времени, сравнимого с длительностью импульса излучения. При типичных радиусах сердцевины одномодовых световодов  $\sim 3-5$  мкм характерные ширины пиков тонкой структуры исходного возмущения (и последующих эхо) должны быть порядка 1–2 нс.

Отметим, что приводимые ниже временные зависимости функций отклика относятся (за исключением зависимостей рис.3) к сердцевине световода, а точнее – к точкам, лежащим на его оси ( $r = 0$ ).

Из упомянутых двух экспериментальных исследований, проведенных в [15,16], в работе [15] импульсы с длиной волны 1551 нм, длительностью 50 пс и энергией 230 пДж от полупроводникового лазера вводились с частотой следования 1 МГц в световод с диаметром сердцевины 8.8 мкм и стандартным внешним диаметром оболочки 125 мкм. При постоянной  $\Gamma = 2.1 \times 10^7$  с<sup>-1</sup> и в согласии с [13] время практически полного затухания звука в световоде в результате нескольких (порядка четырех) отражений от границы с полимером оказывается равным  $\sim 100$  нс, так что в отношении звуковых колебаний при указанной частоте следования каждый такой импульс с хорошим приближением может считаться одиночным, не взаимодействующим со звуковыми волнами, возбуждаемыми предыдущими импульсами.

Функция отклика измерялась с помощью пробного импульса от того же лазера, но с ортогональной по отношению к возбуждающему импульсу поляризацией и с гораздо меньшей интенсивностью, путем варьирования времени задержки между обоими импульсами. В интерферометре Саньяка пробный импульс, следующий за возбуждающим, приобретал некоторый сдвиг фаз по отношению к последнему в зависимости от времени задержки между импульсами на входе интерферометра. По этой измеряемой относительной фазе определялось суммарное возмущение показателя преломления, представляющее собой результат наложения возмущений, вносимых всеми модами возбуждаемых акустических колебаний.

На рис.1 приведена рассчитанная для перечисленных выше условий эксперимента [15] функция отклика  $\delta n_{xx}(t)$ . Радиальное распределение поля моды при этом полагалось гауссовым. В [15] представлены лишь возмущения показателя преломления, соответствующие акустической ветви  $R_{0m}$  (ряд  $t_1$ ). Ссылаясь на [7] и считая возмущения от ветви  $TR_{2m}$  малыми, авторы [15] никаких данных о других эхо-сигналах не приводят. Сравнение кривой на рис.1 с экспериментальной кривой в [15] свидетельствует о хорошем согласии по величине и структуре рассчитанных и измеренных эхо-сигналов из ряда  $t_1$ . Исключение составляет исходное возмущение, речь о котором пойдет

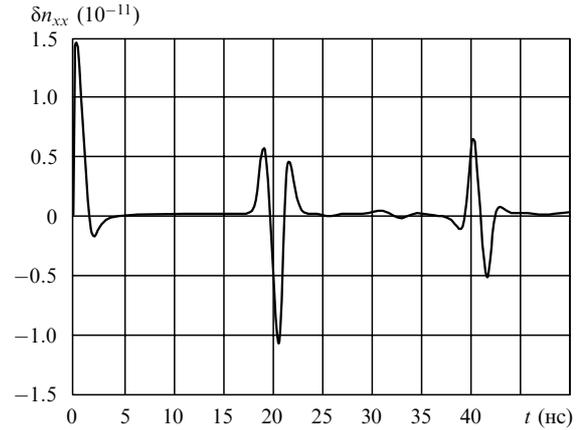


Рис.1. Рассчитанная для условий эксперимента [15] акустическая функция отклика  $\delta n_{xx}(t) = \delta n_{R_{0m}}(t) + \delta n_{TR_{2m}}(t)$ .

ниже. В то же время на рассчитанной кривой, помимо эха из последовательностей  $t_1$  и  $t_2$ , виден еще ряд не обсуждавшихся выше эхо-сигналов ( $t \approx 27$  нс, 48 нс, ...), о которых также речь пойдет ниже.

В отличие от [15], в работе [16] зондирование оптических свойств световода, возмущенного интенсивным возбуждающим импульсом излучения с длиной волны 1547 нм, осуществлялось с помощью маломощного непрерывного лазера, излучение которого с  $\lambda_p = 1540$  нм одновременно с возбуждающим импульсом вводилось в световод длиной  $L$ . На выходе из световода излучение пробного лазера отфильтровывалось, и с помощью интерферометра Маха–Цендера определялось отклонение  $\Delta\nu$  частоты излучения этого лазера от исходного значения. Таким образом, в [16] измерялась не функция отклика  $\delta n(t)$  (30), а величина

$$\Delta\nu = -\frac{L_{\text{eff}}}{\lambda_p} \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}, \quad (37)$$

где  $L_{\text{eff}} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$ ;  $\alpha$  – оптические потери в световоде.

Работы [16, 17] замечательны тем, что в них впервые приведены измеренные возмущения показателя преломления, обусловленные акустической ветвью  $TR_{2m}$ , и установлено [17], что вклад этой ветви в полное электрострикционное изменение показателя преломления составляет  $\sim 20\%$ .

Вычисленная нами зависимость  $\Delta\nu(t)$  для условий эксперимента [16] представлена на рис.2. Сравнение этой кривой с приведенной в [16] свидетельствует об их удов-

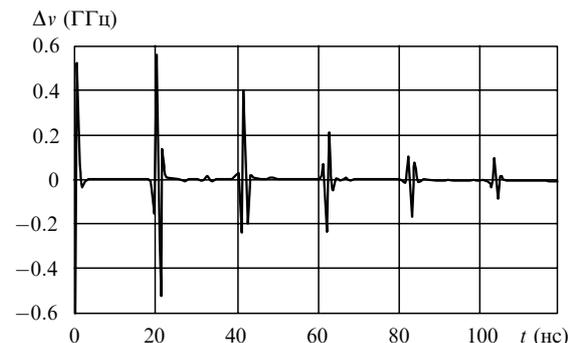


Рис.2. Рассчитанный для условий [16] электрострикционный сдвиг частоты  $\Delta\nu(t)$  излучения пробного лазера.

летворительном согласии (наши результаты в среднем вдвое ниже измеренных). При этом как на расчетной, так и на экспериментальной кривых кроме эха, составляющего последовательности  $t_1$  и  $t_2$ , видны (в частности, в работе [17]) и упомянутые выше возмущения при  $t \approx 27$  нс, 48 нс, ..., предсказываемые теорией (работами [7, 8] и настоящей работой). Наличие этих последних эхо-сигналов связано с физическими особенностями процессов распространения упругих волн в твердом теле. В неограниченной среде продольные и сдвиговые волны распространяются независимо, не взаимодействуя друг с другом. На свободной же границе или на границе раздела сред эти волны могут взаимодействовать. При падении на границу раздела чисто продольной или чисто поперечной волны результирующие поля (преломленной и отраженной волн), вообще говоря, содержат как продольные, так и поперечные волны. Очевидно, характер волны при отражении не меняется при нормальном падении или в случае падения под произвольным углом поперечной волны такой поляризации, когда вектор смещений параллелен границе раздела. Описанное поведение упругих волн на границе связано с необходимостью удовлетворить ряду граничных условий, которые, в свою очередь, отвечают определенным законам сохранения. В нашем случае граничными условиями к уравнению (3) являются равенства нулю всех компонент тензора напряжений.

Глубже вдаваться в этот раздел теории упругости в данной работе не представляется возможным. Отметим лишь тот факт, что падение волн возмущений от  $TR_{2m}$ -ветви на границу раздела стекло-полимер не является нормальным. Поэтому отражение какой-либо из ортогональных составляющих этой ветви должно сопровождаться частичной ее трансформацией в волну другого типа. Прямое вычисление радиальной и азимутальной компонент скорости частиц среды для случая  $TR_{2m}$ -ветви показывает, что обе они отличны от нуля на границе раздела, так что направление результирующей скорости составляет некоторый угол с нормалью к границе.

Динамика распространения возмущения в световоде и возникновения эхо-сигнала для  $TR_{2m}$ -ветви нагляднее всего прослеживаются с помощью рис.3. Здесь в координатах  $x, t$  ( $x$  соответствует радиальной координате и имеет разные знаки в диаметрально противоположных сторонах от оси симметрии) изображено рассчитанное нами пространственно-временное поведение функции

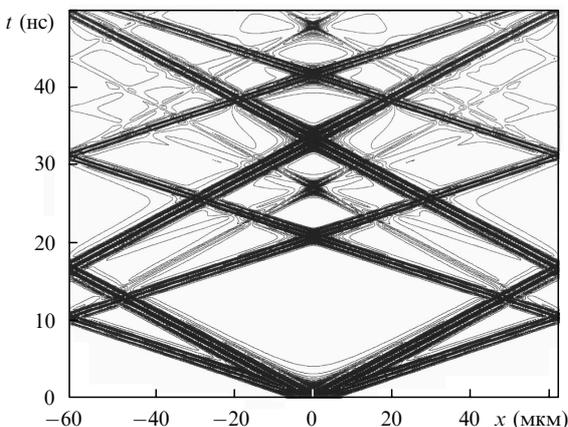


Рис.3. Компонента  $\delta n_{TR_{2m}}(t)$  функции отклика, вычисленная для приведенных в [3] параметров световода и импульса.

$\delta n_{TR_{2m}}(x, t) = \delta \varepsilon_{TR_{2m}}(x, t)/2\varepsilon_0^{1/2}$ , усредненной только по азимутальному углу  $\varphi$ , но не усредненной по радиусу. Видно, что каждое отражение от границы раздела стекло-полимер (при  $x = \pm 62.5$  мкм) как сдвиговой, так и продольной составляющих (на рис.3 они различаются разными наклонами траекторий к координатным осям) действительно сопровождается частичным рождением волны другого типа. Это ведет к тому, что помимо двух основных эквидистантных последовательностей эха ( $t_1$  и  $t_2$ ), для ветви  $TR_{2m}$  появляются еще две последовательности, соседние центры тяжести которых располагаются при  $t_3 \approx (2k - 1)d/(2C_1) + d/(2C_1) \approx 27$  нс, 48 нс, 69 нс ... (период, как и для  $t_1$ , равен  $\sim 21$  нс) и при  $t_4 \approx (2k + 1) \times d/(2C_1) + d/(2C_1) \approx 61$  нс, 94 нс, 107 нс ... (период, как и для  $t_2$ , равен  $\sim 33$  нс), где  $k = 1, 2, 3, \dots$  - целые числа.

В цитируемых работах [7, 8, 16, 17] никаких комментариев по поводу только что описанных возмущений показателя преломления не содержится.

Отметим, что отсутствие вихревой составляющей движения в гидродинамическом приближении в принципе не позволяет описать акустический отклик в виде ветви  $TR_{2m}$ . Отметим также, что, как следует из [7, 8], ветвь возбуждается наиболее эффективно при линейной поляризации электрического поля.

Теперь несколько слов о теоретических результатах других авторов. Сравнение проведенных нами расчетов с расчетами функции отклика, выполненными в гидродинамическом приближении [1-4], показало, что получаемые нами абсолютные значения функции отклика в среднем в  $\sim 2$  раза меньше, чем рассчитанные в [4] для тех же параметров световода и возбуждающего лазерного импульса. Аналогичного количественного сравнения с расчетами, выполненными в рамках модели [7, 8], провести не удастся, поскольку авторы этих работ не приводят энергетических параметров импульсов. Результатом [7, 8], с которым можно сравнить наши расчеты, служит относительный вклад акустической ветви  $TR_{2m}$  в суммарную функцию отклика  $\delta n$ . В [7, 8] этот вклад оценивается примерно в 7%, что, несмотря на наличие ряда неточностей в этих работах, близко к значениям, следующим из наших расчетов. Однако оба результата заметно меньше  $\sim 20\%$ , наблюдаемых в эксперименте [16, 17], и достаточно обоснованного объяснения этому пока не найдено.

В целом проведенные нами расчеты дают правильное описание наблюдаемых на опыте возмущений показателя преломления в моменты времени, соответствующие приходу эха в сердцевину световода. Об уровне количественного согласия измеренных и рассчитанных функций отклика говорить преждевременно, поскольку, с одной стороны, расчеты выполнены с целым рядом приближений, с другой - результаты работ [15-17] дают авторы без указания экспериментальных погрешностей.

К приближениям модели следует отнести, во-первых, пренебрежение влиянием фронтов импульса на процессы формирования и распространения акустического возмущения, что наиболее существенно может сказаться на распространении коротких импульсов (менее 10 пс). Второе приближение состоит в том, что для корректного сравнения расчетов с экспериментом в модели следовало бы учесть всегда существующие реально средние отклонения геометрии световедущей структуры от осевой симметрии. Предварительный анализ свидетельствует, например, что эллиптичность сердцевины в стандартных

двухслойных световодах ведет к тому, что в зависимости от степени отклонения формы сердцевинки от формы кругового цилиндра возбуждаются не только ветви собственных колебаний  $R_{0m}$  и  $TR_{2m}$ , но и другие ветви более высокого порядка  $TR_{qm}$  с четными значениями  $q$ . Очевидно, эти дополнительные ветви приведут к возмущениям показателя преломления, эхо-сигналы которых будут соответствовать именно описанным выше рядам  $t_2, t_3, t_4$ , что увеличит относительный вклад сдвиговых движений в функцию отклика, приблизив его к экспериментально наблюдаемому.

Что касается исходного возмущения показателя преломления, то оно представляет собой суммарный вклад ряда нелинейных процессов, определяемых восприимчивостью третьего порядка. Основным среди них, как отмечено, например, в работах [17–21], является квадратичный эффект Керра. Эти процессы напрямую не связаны с деформацией диэлектрика и возбуждением в нем звуковых колебаний, но на их фоне стрикционный вклад в исходное возмущение экспериментально выделить затруднительно. Так, по оценкам работ [18, 20, 21], вклад от эффекта Керра в нелинейный показатель преломления  $n_2$  в 3–4 раза больше вклада от электрострикции. Вспомним также, что в эксперименте [15] возбуждающий импульс имел пиковую мощность  $\sim 4.6$  Вт, а в [17] – более 5 Вт. В обоих случаях эти значения превышают порог возбуждения ВКР. При временах вплоть до  $\sim 1$  нс ВКР сильно искажало вид акустического отклика, измеряемого в экспериментах [16, 17]. По описанным причинам исходное возмущение, в частности, в [16] вовсе не приводится, поэтому сравнение измеренного в [15] начального возмущения с рассчитанным представляется некорректным.

Проанализируем результаты расчета функции отклика в одномодовом трехслойном световоде. Поскольку решение электродинамической задачи о нахождении распределения поля моды в таких световодах выходит за рамки нашей статьи, воспользуемся литературными данными. При этом предпочтение отдадим экспериментально измеренному распределению, найденному авторами [22]. Оно приведено на рис.4, где на отдельной врезке схематически изображен радиальный профиль показателя преломления в световоде. На рис.4 представлено измеренное распределение интенсивности поля  $\sim V^2(r)$ , а не его напряженности  $V(r)$ .

Рассчитанное нами  $A_{\text{eff}} \approx 42$  мкм<sup>2</sup> для этого распределения оказывается того же порядка, что и типичное

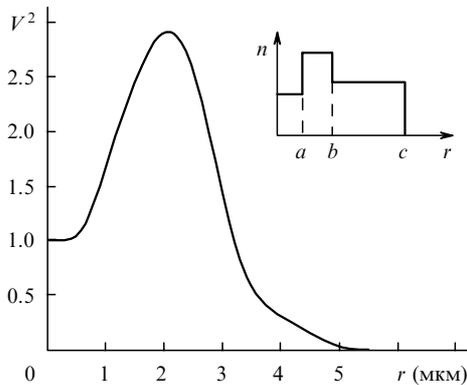


Рис.4. Нормированное распределение интенсивности электромагнитного поля основной моды для трехслойного световода с наиболее плотным средним слоем [22].

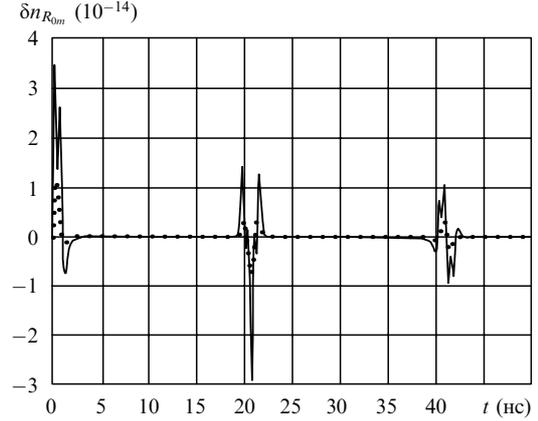


Рис.5. Вклад ветви  $R_{0m}$  в функцию отклика для световода с кольцевым профилем показателя преломления (сплошная линия) и стандартного двухслойного световода (пунктир) [23].

сечение моды в стандартном световоде, однако само распределение существенно отличается от гауссова. Это отличие в основном состоит в наличии у распределения на рис.4 участков с разными знаками производной  $V'(r)$ , а также в более крутой, по сравнению с гауссовым распределением, форме профиля со стороны оболочки. Быстрого спада поля в оболочке добиваются, как правило, с целью снижения микроизгибных потерь. Перечисленные особенности распределения поля в трехслойном световоде определяют иной вид акустических функций отклика по сравнению с уже рассмотренными стандартными световодами. Последнее иллюстрируют рис.5, 6 [23], где приведены вклады в функцию отклика ветвей  $R_{0m}$  и  $TR_{2m}$ , рассчитанные для конкретного распределения интенсивности поля (см. рис.4), и для сравнения показана функция отклика для стандартного световода с  $A_{\text{eff}} = 35$  мкм<sup>2</sup>. Вычисления проводились для импульса с длительностью  $\tau = 50$  пс и пиковой мощностью 0.6 мВт.

Видно, что качественно функция отклика для трехслойного световода сохраняет тот же вид, что и для двухслойного. Однако как эхо, так и исходное возмущение приобретают более сложную структуру. Более сложная тонкая структура возмущений обусловлена тем, что их источником в трехслойном световоде является цилиндрический слой, где поле максимально, а не узкий приосевой цилиндр, как в двухслойном. При этом, в отличие от стандартного световода, где длительность исходного возмущения определяется одним характерным време-

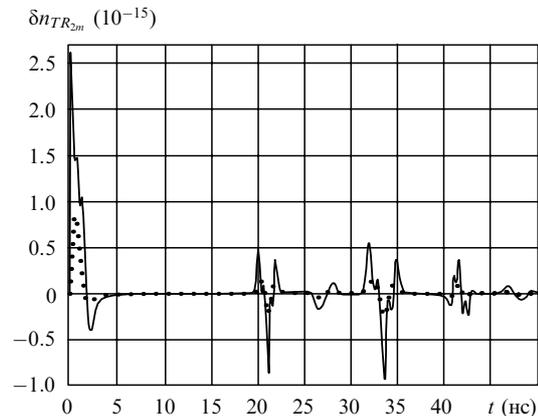


Рис.6. То же, что и на рис.5, но для ветви  $TR_{2m}$  [23].

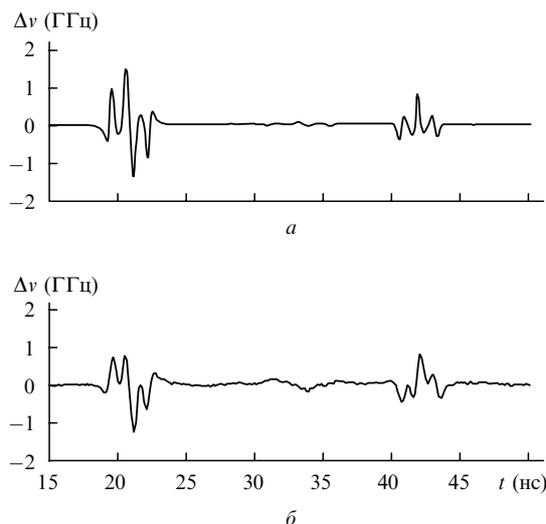


Рис.7. Сравнение вычисленного (а) и измеренного (б) частотных сдвигов излучения пробного лазерного импульса в световоде с кольцевой световедущей структурой при  $A_{\text{eff}} = 120 \text{ мкм}^2$ ,  $\tau = 100 \text{ пс}$ , энергии в импульсе 530 пДж, длине световода  $L = 9 \text{ км}$ ,  $\alpha = 0.21 \text{ дБ/км}$  [24].

нем, в трехслойном световоде таких характерных времен минимум два. Они определяются двумя размерами – толщиной цилиндрического слоя с максимальным значением поля и радиусом его поперечного сечения. Как и в случае двухслойного световода, основной вклад в функцию отклика вносит ветвь  $R_{0m}$ , а вклад ветви  $TR_{2m}$  составляет примерно 4%. Думается также, что вероятность отклонения геометрии от осевой симметрии для световодов с кольцевым профилем показателя преломления выше, чем в стандартных двухслойных световодах.

Усложнение тонкой структуры возмущений в трехслойном световоде наблюдается и в эксперименте. Так, на рис.7, взятом из работы [24], сравниваются измеренные и рассчитанные по изложенной выше модели значения частотного сдвига  $\Delta\nu(t)$  излучения пробного лазерного импульса (37). Эффективная площадь поперечного сечения  $A_{\text{eff}}$  основной моды световода при этом составляла  $120 \text{ мкм}^2$ , так что распределение интенсивности поля несколько отличалось от приведенного на рис.4. Видно удовлетворительное как качественное, так и количественное совпадение вычисленных и измеренных значений  $\Delta\nu$  в отношении эха, определяемого волнами сжатия-разрежения (ряд  $t_1$ ), и опять-таки, как и в двухслойных световодах, видны меньшие по сравнению с измеренными расчетные значения  $\Delta\nu$ , относящиеся к эху, связанному со сдвигами движениями среды.

Отдельного внимания заслуживает тот факт, что при одинаковых параметрах импульса абсолютные значения функции отклика в трехслойном световоде даже при большем значении  $A_{\text{eff}}$  могут, тем не менее, быть выше, чем в стандартном. Это связано с тем, что электрострикционный эффект – нелинейное явление, определяемое не интенсивностью поля, а ее градиентом (см. (17)). Расчеты подтверждают, что действительно, на определенном участке зависимости, приведенной на рис.4, величина  $V'(r)$  для трехслойного световода в несколько раз превышает производную от гауссовой функции.

Первое исследование влияния формы радиального распределения электромагнитного поля на процесс электрострикционного возбуждения звука в световоде

было предпринято в [25]. Автор, воспользовавшись гидродинамическим приближением, рассчитал функцию отклика в стандартном двухслойном световоде для гауссоподобной функции распределения интенсивности поля  $V^2(r) = \exp[-(r/a)^p]$  в зависимости от параметра  $p$ . В [25] получено, что с ростом параметра  $p$  функция отклика сглаживается и ее амплитудное значение уменьшается. Однако проведенные нами аналогичные расчеты дают противоположные результаты – с ростом параметра  $p$ , а вместе с тем и с ростом величины  $V'(r)$ , амплитуда функции отклика увеличивается. Несложно показать, что функциональная зависимость амплитуды  $\delta n$  от величины  $p$  является растущей. Но, начиная с некоторых значений  $p$ , эта зависимость выходит на постоянную величину и далее практически не меняется. Следовательно, кроме завышенных количественных результатов гидродинамическое приближение порой приводит и к качественно иным выводам.

#### 4. Заключение

Представленная выше модель позволяет рассчитывать акустическую функцию отклика световода на прохождение по нему одиночного импульса. Однако этой модели далеко недостаточно при анализе явления электрострикции в волоконных световодах, поскольку с практической точки зрения наибольший интерес представляет исследование обусловленного акустическим возмущением показателя преломления взаимодействия импульсов в их высокочастотной последовательности. Временной относительный сдвиг импульсов в информационной последовательности может внести существенные искажения в процесс передачи информации в волоконно-оптических линиях связи. При этом явление электрострикции может оказаться одним из основных ограничений на скорость передачи информации. Для стандартных двухслойных световодов последнее впервые было высказано в [1] и подтверждено впоследствии целым рядом других исследований. Проведенное выше сравнение акустических функций отклика в световодах двух типов свидетельствует, что и в перспективных для оптических линий связи трехслойных световодах электрострикционные ограничения на скорость передачи окажутся не менее (если не более) существенными. С целью выяснения количественной стороны этих ограничений именно с точки зрения связанных задач представляются полезными дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования электрострикционного эффекта в световодах.

1. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Starodumov A.N. *Opt. Lett.*, **15**, 314 (1990).
2. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Starodumov A.N. *Sov. Lightwave Commun.*, **1**, 37 (1991).
3. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Prokhorov A.M. *Sov. Lightwave Commun.*, **1**, 235 (1991).
4. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Prokhorov A.M. *Appl. Phys B*, **54**, 175 (1992).
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992).
6. Smith K., Mollenauer L.F. *Opt. Lett.*, **14**, 1284 (1989).
7. Pilipetskii A.N., Luchnikov A.V., Prokhorov A.M. *Sov. Lightwave Commun.*, **3**, 29 (1993).
8. Golovchenko E.A., Pilipetskii A.N. *J. Lightwave Tech.*, **12**, 1052 (1994).
9. Шендеров Е.Л. *Волновые задачи гидроакустики* (Л.: Судостроение, 1972).

10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости* (М.: Наука, 1987, с. 126).
11. Волькенштейн М.В. *Молекулярная оптика* (М.: ГИТТЛ, 1951, с. 289–305).
12. Primak W., Post D. J. *Appl. Phys.*, **30**, 779 (1959).
13. Shelby R.M., Levenson M.D., Bayer P.W. *Phys. Rev. B*, **31**, 5244 (1985).
14. Thurston R.N. *J. Acoust. Soc. Am.*, **64**, 1 (1978).
15. Townsend P.D., Poustie A.J., Hardman P.J., Blow K.J. *Opt. Lett.*, **21**, 333 (1996).
16. Du Mouza L., Jaouen Y. *Proc. ECOC'97* (Edinburg, Scotland, UK, 1997, v. 2, p. 107).
17. Du Mouza L., Jaouen Y., Chabran C. *IEEE Photon. Techn. Lett.*, **10**, 1455 (1998).
18. Buckland E.L., Boyd R.W. *Opt. Lett.*, **21**, 1117 (1996).
19. Buckland E.L., Boyd R.W. *Opt. Lett.*, **22**, 676 (1997).
20. Fellegara A., Melloni A., Martinelli M. *Opt. Lett.*, **22**, 1615 (1997).
21. Melloni A., Frasca M., Garavaglia A., Tonini A., Martinelli M. *Opt. Lett.*, **23**, 691 (1998).
22. Liu Y., Berkey G. *Proc. ECOC'98* (Madrid, Spain, 1998, v. 1, p. 41).
23. Dianov E.M., Sukharev M.E., Biriukov A.S. *Techn. Digest OFC'2000* (Baltimore, Maryland, USA, 2000, pap. ThR5, p. 264); *Opt. Lett.*, **25**, 390 (2000).
24. Jaouen Y., Dianov E.M., du Mouza L., Biriukov A.S., Sukharev M.E., et al. *Proc. ECOC'2000* (Munich, Germany, 2000, v. 3, p. 95).
25. Buckland E.L. *Opt. Lett.*, **24**, 872 (1999).