

Спектры квантовых систем в сверхсильных полях сил инерции

В.И.Денисов, Н.В.Кравцов

Рассмотрено влияние сильных гравитационных полей, возникающих при циклическом и линейном ускорении, на спектр водородоподобных ионов. Показана возможность практической реализации экспериментов по измерению частотных сдвигов энергетических уровней ионов в сверхсильных полях сил инерции при использовании современных ускорителей.

Ключевые слова: сдвиг уровней в гравитационном поле, сильные гравитационные поля, эффекты Штарка и Зеемана.

Исследование свойств квантовых систем (молекул, атомов, ионов, атомных ядер) в гравитационных полях представляет несомненный интерес с точки зрения изучения фундаментальных свойств материи. Основным вопросом, который необходимо исследовать, является выяснение степени воздействия на квантовые системы как самого метрического поля g_{ik} , так и его важнейшей характеристики – тензора кривизны R_{iklm}^i пространства – времени.

Однако в обычных условиях ввиду малости константы взаимодействия влияние гравитационных сил на исследуемые объекты чрезвычайно мало. Действительно, отклонение компонент метрического тензора g_{ik} от галилеевских диагональных значений $\eta_{ik} = \{1, -1, -1, -1\}$ в гравитационном поле Земли составляет всего 3×10^{-9} [1]. Компоненты тензора кривизны такого поля также малы и не превышают $1.5 \times 10^{-26} \text{ см}^{-2}$. Поэтому в лабораторных условиях измерить слабое метрическое воздействие на квантовую систему, а уж тем более на его фоне заметить влияние тензора кривизны весьма проблематично.

Ситуация радикально меняется, если квантовые системы подвергаются сильным гравитационным воздействиям. Исследования свойств квантовых объектов в сильных гравитационных полях до самого последнего времени проводились лишь применительно к абстрактной возможности наблюдения различных гравитационных эффектов вблизи нейтронных звезд или черных дыр [2].

Однако развитие космонавтики и успехи в области ускорительной техники дают определенные надежды на возможность постановки контролируемых экспериментов в земных условиях. Одна из таких возможностей связана с проведением экспериментов на космических аппаратах. В этом случае можно реализовать условия, когда исследуемая квантовая система локально находится в геодезической системе отсчета. Тогда метрический тензор пространства в пределах космического аппарата с большой точностью будет совпадать с галилеевским метрическим тензором [1], поэтому в таких эксперимен-

тах на квантовую систему будет оказывать воздействие только один тензор кривизны (подробнее см. в [3]).

Еще большие перспективы для изучения воздействия метрического поля на квантовые системы открываются при использовании ускорителей заряженных частиц. Действительно, исследование свойств квантовых систем, движущихся в современных ускорителях, позволяет реализовать условия, эквивалентные наличию гравитационных полей, обеспечивающих ускорение порядка $(10^{14} - 10^{16})g$. И хотя поле сил инерции моделирует гравитационное поле лишь с точностью до вторых частных производных от метрического тензора, исследование поведения квантовых систем, движущихся в ускорителе, позволяет проверить правильность основных представлений о метрической природе полей сил инерции.

Одним из наиболее просто проверяемых в эксперименте эффектов является влияние ускоренного движения ионов на спектр их энергетических уровней. На это было указано еще в работе [4]. Однако данная работа имела постановочный характер, и в ней отсутствовали расчеты сдвига энергетических уровней ионов при их неинерциальном движении.

Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее на примере двух типов ускорителей: кольцевого и линейного. Предположим, что водородоподобный ион с одним электроном движется релятивистски равноускоренно в линейном ускорителе под действием постоянного и однородного электрического поля E_0 . Закон движения центра масс водородоподобного иона в лабораторной системе отсчета можно записать в виде

$$z = \frac{c^2}{w} \left(1 + \frac{w^2 t^2}{c^2} \right)^{1/2} - 1,$$

где $w = |(Z - 1)eE_0|/(M + m)$; M и Ze – масса и заряд ядра иона; m и e – масса и заряд электрона.

Перейдем в релятивистски равноускоренную систему отсчета, где ион покоится, и найдем спектр энергетических уровней этого иона. Для этого, как известно, необходимо решить уравнение Дирака, записанное в неинерциальной системе отсчета:

$$i\hbar\gamma^n \nabla_n \Psi - \frac{e}{c} A_n \gamma^n \Psi - mc\Psi = 0, \quad (1)$$

где ∇_n – ковариантная производная по метрике неинерциальной системы отсчета; γ^n – матрицы Дирака; A_n – четырехмерный вектор-потенциал электромагнитного поля. Отличные от нуля компоненты метрического тензора имеют вид

$$g_{00} = \frac{1}{1 + w^2 t^2 / c^2}, \quad g_{01} = -\frac{wt}{c(1 + w^2 t^2 / c^2)^{1/2}}, \quad (2)$$

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1.$$

Поскольку наряду с полями сил инерции на электрон действуют поле ядра и внешнее поле E_0 , то решение уравнения (1) представляет собой сложную математическую задачу. В связи с этим найдем решение уравнения Дирака лишь в слаборелятивистском случае, когда влияние внешнего электрического поля и полей сил инерции на спектр иона мало и решение может быть найдено методом возмущений. В результате такого расчета получим расщепление термов иона, возникающее из-за неинерциальности его движения:

$$\Delta\omega_{ni} = \frac{3(Z-1)eE_0 m a_0}{(M+m)\hbar} = \frac{3m w a_0}{\hbar}, \quad (3)$$

где $a_0 = \hbar^2 / m e^2 \sim 0.529 \times 10^{-8}$ см.

Отметим, что наряду с расщеплением $\Delta\omega_{ni}$, обусловленным действием сил инерции, ион будет испытывать штарковский сдвиг термов $\Delta\omega_S$, вызываемый действием поля E_0 на энергетические уровни:

$$\Delta\omega_S = \frac{3eE_0 a_0}{\hbar}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что

$$\Delta\omega_{ni} = \frac{(Z-1)m}{(M+m)} \Delta\omega_S. \quad (5)$$

Оценки показывают, что расщепление, вызываемое полями сил инерции, составляет для разных ионов от 10^{-4} до 2.5×10^{-4} от расщепления, обусловленного эффектом Штарка.

Рассмотрим теперь этот же ион, движущийся в кольцевом ускорителе под действием магнитного поля $H_0 = \{0, 0, H_0\}$ по окружности радиусом R_0 с постоянной по величине скоростью v , сравнимой со скоростью света. В силу уравнений релятивистской механики закон движения центра масс иона будет иметь вид

$$x = R_0 \cos(\Omega t), \quad y = R_0 \sin(\Omega t), \quad z = 0, \quad (6)$$

где

$$\Omega = \frac{(Z-1)eH_0}{(M+m)c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}.$$

Перейдем теперь во вращающуюся с частотой Ω систему отсчета. В этой системе центр масс иона покоится на расстоянии R_0 от оси вращения, а компоненты внешнего электромагнитного поля примут вид

$$H' = \frac{H_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}, \quad E' = \frac{[vH_0]}{c(1 - v^2/c^2)^{1/2}}.$$

Таким образом, в системе покоя иона на его уровни помимо эффекта Зеемана оказывает влияние и эффект Штарка. Поправки к уровням энергии, обусловленные действием сил инерции, в этом случае также малы и зависят от частоты Ω . При больших частотах вращения иона по орбите и выполнении условия $v = \Omega R_0 < c$ сдвиг энергетического уровня, вызываемый действием сил инерции, определяется выражением

$$\Delta\omega_{ni} = \frac{3ma_0 v^2 \Omega}{\hbar c} = \frac{3(Z-1)eH_0 m v^2 a_0}{(M+m)\hbar c^2}. \quad (7)$$

В этом случае сдвиги уровней, обусловленные эффектом Штарка ($\Delta\omega_S$) и нормальным эффектом Зеемана ($\Delta\omega_Z$), имеют вид

$$\Delta\omega_S = \frac{3e a_0 H_0 v}{\hbar c}, \quad (8)$$

$$\Delta\omega_Z = \frac{eH_0}{2mc}. \quad (9)$$

Несложно убедиться в том, что

$$\Delta\omega_{ni} = \frac{6(Z-1)m^2 v^2 a_0}{(M+m)\hbar c} \Delta\omega_Z = \frac{(Z-1)mv}{(M+m)c} \Delta\omega_S.$$

Отсюда следует, что в слаборелятивистском пределе сдвиги энергетических уровней, обусловленные действием сил инерции, при оптимальных условиях могут составлять до $10^{-4} - 10^{-5}$ от сдвигов уровней, вызываемых эффектами Зеемана и Штарка.

Если в обсуждаемом эксперименте использовать однозарядные ионы ${}^4\text{He}$, то в магнитном поле $H_0 = 10^5$ Э, создаваемом сверхпроводящими магнитами, при $v/c = 0.1$ сдвиг $\Delta\omega_{ni}$ будет достигать 1.2×10^9 Гц. Поэтому исследование влияния сил инерции на энергетические уровни иона, движущегося в ускорителе, является хотя и трудной, но решаемой задачей.

Следует отметить, что больший интерес представляет исследование энергетических уровней неинерциально движущихся ионов, находящихся в ридберговском состоянии. Однако из-за большого размера орбиты высоковозбужденного электрона пренебрегать неоднородностью метрического тензора в пределах электронной оболочки в этом случае уже нельзя. В результате расчет смещения энергетических уровней ридберговского иона, движущегося в ускорителе, представляет сложную математическую задачу, решение которой будет дано в дальнейшем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-02-16598).

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988).
2. Новиков И.Д., Фролов В.П. *Физика черных дыр* (М.: Наука, 1986).
3. Dolgov A.D., Khriplovich I.B. *General Relativity and Gravitation*, **15**, 1033 (1983).
4. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **16**, 1070 (1989).