

# Особенности динамики лазеров с насыщающимся поглотителем\*

**А.Н.Ораевский**

*Рассмотрена динамика лазеров, работающих в режиме как генерации, так и усиления излучения. Показано, что устойчивость волны, распространяющейся в усилителе, зависит от ее скорости. В усилителе класса А при сверхсветовой скорости распространения регулярная волна может потерять устойчивость и ее распространение станет хаотичным. В лазере-генераторе с насыщающимся поглотителем, работающем в жестком режиме возбуждения, возникновение периодических или хаотических пульсаций амплитуды приводит к самовыключению (срыву) генерации, несмотря на непрерывно поддерживаемую накачку.*

**Ключевые слова:** нелинейная динамика, динамический хаос, насыщающийся поглотитель.

## 1. Введение: динамика лазеров в свободном режиме генерации

В этом вводном разделе кратко изложим известные сведения по динамике лазеров. Они потребуются для обсуждения результатов, являющихся основным предметом дискуссии.

Динамика одномодового лазера описывается следующей системой уравнений для поля  $E$  и поляризации активной среды  $P$ , а также разности концентраций частиц  $N$  на верхнем и нижнем рабочих уровнях энергии активной среды:

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + 2\gamma \frac{dE}{dt} + \omega_c^2 E = -4\pi \frac{d^2 P}{dt^2}, \quad (1a)$$

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \frac{2}{\tau_2} \frac{dP}{dt} + \omega_a^2 P = 2\omega \frac{\mu^2}{\hbar} NE, \quad (1b)$$

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau_1} N = J + \frac{2}{\hbar\omega} E \frac{dP}{dt}. \quad (1v)$$

В этой модели  $\gamma$  – коэффициент затухания поля в резонаторе;  $\omega_c$  – собственная частота резонаторной моды;  $\omega_a$  – резонансная частота атомного перехода;  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – времена релаксации населенности энергетических уровней активной среды и ее поляризации;  $\mu$  – дипольный момент резонансного перехода;  $J$  – интенсивность накачки лазера. В (1) релаксационные параметры малы в сравнении с частотами  $\omega_a$  и  $\omega_c$ , а сами частоты близки друг к другу. По этой причине динамические переменные  $E$  и  $P$  представляют собой квазигармонические величины, изменяющиеся с частотой  $\omega$ , близкой к  $\omega_a$ ,  $\omega_c$ . Амплитуды же этих величин меняются сравнительно медленно. Черта над произведением поля и поляризации означает усреднение по периоду их быстрого изменения. В такой форме уравнения (1) были впервые предложены в работе [1].

\*Над корректурой статьи работал И.Е.Проценко.

**А.Н.Ораевский.** Физический институт им. П.Н.Лебедева, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53

Поступила в редакцию 14 апреля 2003 г.

Символической записи в уравнении (1v) можно придать явную форму, если представить поляризацию и поле в виде

$$E = A(t) \exp(-i\omega t), \quad P = B(t) \exp(-i\omega t), \quad (2)$$

где  $A(t)$  и  $B(t)$  – медленно меняющиеся функции времени. Тогда в пренебрежении вторыми производными по времени от «медленных» амплитуд уравнения (1) сводятся к следующей системе:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} + (\gamma + iA_c)A &= i2\pi\omega B, \quad A_c = \omega_c - \omega, \\ \frac{dB}{dt} + \left(\frac{1}{\tau_2} + iA_2\right)B &= -i\frac{\mu^2}{\hbar} NA, \quad A_2 = \omega_a - \omega, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau_1} N = J + \frac{i}{2\hbar} (AB^* - A^*B).$$

Более подробный вывод уравнений (3) можно найти, например, в [2–6]. В дальнейшем мы будем предполагать, что собственная частота соответствующей моды резонатора точно настроена на частоту резонансного перехода в активной среде, так что  $A_c = A_2 = 0$ .

Запишем уравнения (2) в безразмерных переменных и параметрах:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} + \gamma\tau_2(X - rY) &= 0, \\ \frac{dY}{d\tau} + Y - XW &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{dW}{d\tau} + b(-1 + W + XY) = 0,$$

где

$$\tau = \frac{t}{\tau_2}; \quad b = \frac{\tau_2}{\tau_1}; \quad r = \frac{2\pi\omega\mu^2 J\tau_1\tau_2}{\hbar\gamma}; \quad X = \sqrt{\sigma}A; \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{\mu^2\tau_1\tau_2}{\hbar^2}; \quad Y = \frac{P}{\sqrt{b}\mu J\tau_1}; \quad W = \frac{N}{J\tau_1}.$$

Система уравнений (4) имеет три временных параметра:  $\gamma\tau_2$ ,  $\gamma\tau_2 r$  и  $b$ . В зависимости от их величины лазеры подразделяются на три динамических класса. К классу А относятся лазеры, у которых все три параметра сравнимы по величине. Для лазеров класса В выполняются соотношения  $\gamma\tau_2, \gamma\tau_2 r \ll 1, b < \gamma\tau_2$ . Если же  $\gamma\tau_2, \gamma\tau_2 r \ll 1, b \approx 1$ , то такие лазеры относятся к классу С. Динамически наиболее интересны лазеры класса А, хотя большинство реальных лазеров принадлежат к классу В. Из уравнений (4) следует, что в режиме стационарной генерации с постоянной амплитудой

$$X_{st} = \pm(r - 1)^{1/2}, Y_{st} = \pm \left( \frac{r - 1}{r\gamma\tau_2} \right)^{1/2}, W_{st} = \frac{1}{r\gamma\tau_2}. \quad (6)$$

Возникает вопрос: каков физический смысл отрицательных значений амплитуд поля и поляризации? Физический смысл двух знаков в формулах (6) означает, что лазер имеет два различных режима, в которых фазы поля (поляризации) различаются на  $\pi$  [6]. Экспериментально эти два режима неразличимы. Однако существование двух стационарных состояний проявляется в режимах генерации с пульсирующей амплитудой, что обсуждается ниже.

Режим (6) теряет устойчивость, если параметр возбуждения  $r$  превышает критическое значение  $r^*$  [7–9]:

$$r > r^* \equiv \frac{\gamma\tau_2(\gamma\tau_2 + b + 3)}{\gamma\tau_2 - b - 1}. \quad (7)$$

В возникновении неустойчивости, определяемой формулой (7), существенную роль играет поляризация активной среды, поэтому эту неустойчивость можно назвать когерентной. Неустойчивость такого типа не существует, если величина  $r^*$  отрицательна, т. е. если  $\gamma\tau_2 < 1 + b$ . Вот почему у лазеров класса В она отсутствует.

При выполнении условия (7) режим генерации приобретает характер непериодических пульсаций [7–9], получивших название динамического хаоса. Пример таких пульсаций представлен на рис.1, а соответствующий им фазовый портрет – на рис.2. Фазовый портрет наглядно демонстрирует существование двух режимов, сдвинутых по фазе на  $\pi$ . Амплитуда излучения лазера пульсирует вокруг одного из состояний равновесия. По достижении амплитудой нулевого значения лазер попадает в область притяжения другим состоянием равновесия. Амплитуда лазера начинает пульсировать вокруг него, скачком меняя фазу на  $\pi$ . Этот скачок фазы не сопровождается какой-либо «энергетической катастрофой»: ведь фаза резко меняется в состоянии с нулевой амплитудой.

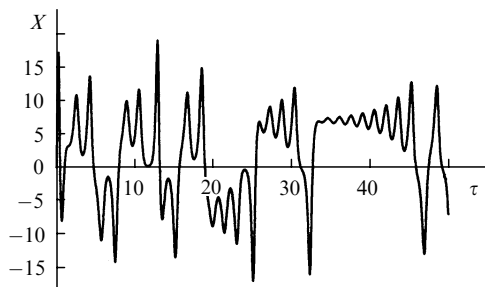


Рис.1. Амплитуда генерации лазера  $X$  как функция  $\tau$  при  $r > r^*$  и  $\gamma\tau_2 = 3, b = 0.3, r = 50$ .

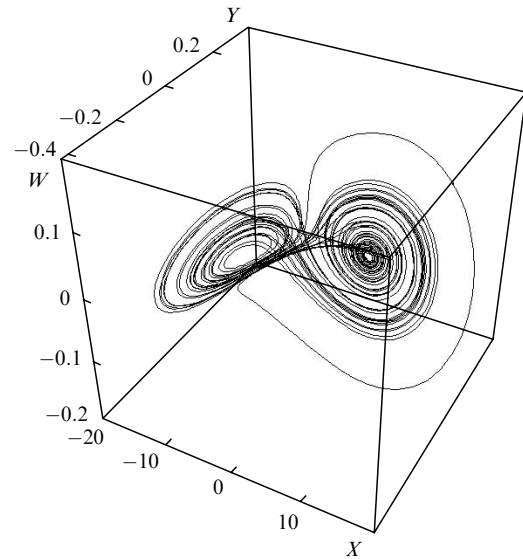


Рис.2. Фазовый портрет лазера, соответствующий параметрам рис.1.

Все выводы теории находятся в удивительно хорошем согласии с экспериментальными результатами [10]. Однако создание лазера класса А является непростой задачей, т. к. большинство активных сред в оптическом диапазоне длин волн имеют очень широкую линию усиления по сравнению со спектральной шириной моды резонатора. Поэтому здесь уместно особо отметить работу [11], в которой предпринята первая и успешная попытка экспериментального наблюдения пульсирующих режимов в лазерах класса А.

Отметим, что характер пульсирующих режимов существенно зависит от параметра  $b$ , т. е. от соотношения времен релаксации поляризации и числа частиц. При уменьшении параметра  $b$  и неизменных других параметров пульсации становятся более регулярными, что наглядно показывают рис.3 и 4. Чем меньше  $b$ , тем большее  $r$  необходимо для возникновения нерегулярных пульсаций.

Интересной динамической особенностью обладает усилительное устройство, в котором излучение свободно распространяется по активной среде в отсутствие резонатора. В этом случае уравнения (3) модифицируются в систему уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial z} + \gamma A &= i2\pi\omega B, \\ \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{1}{\tau_2} B &= -i \frac{\mu^2}{\hbar} NA, \end{aligned} \quad (8)$$

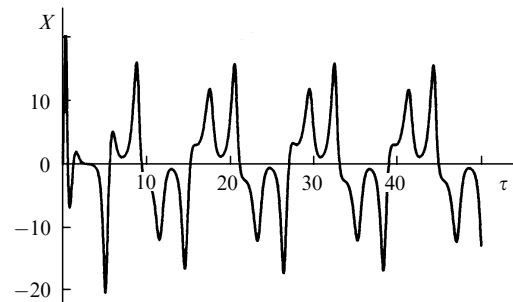


Рис.3. Сложные периодические пульсации амплитуды поля в лазере при  $\gamma\tau_2 = 3, b = 0.1, r = 50$ .

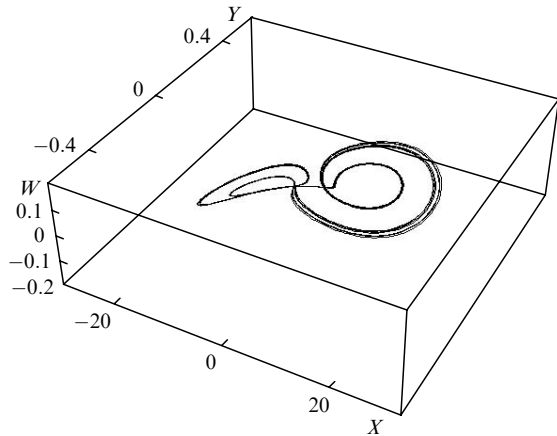


Рис.4. Фазовый портрет лазера, соответствующий параметрам рис.3.

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\tau_1} N = J + \frac{i}{2\hbar} (AB^* - A^*B).$$

Эксперимент и теория показывают [12, 13], что в усилителе может возникать стационарная волна  $A(t - z/u)$ , распространяющаяся по усиливающей среде со скоростью  $u$ , превышающей скорость света в вакууме. Для стационарной волны уравнения (8) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\xi} \left(1 - \frac{c}{u}\right) + \gamma A &= i2\pi\omega B, \quad \xi = t - \frac{z}{u}, \\ \frac{dB}{d\xi} + \frac{1}{\tau_2} B &= -i \frac{\mu^2}{\hbar} NA, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dN}{d\xi} + \frac{1}{\tau_1} N = J + \frac{i}{2\hbar} (AB^* - A^*B).$$

Система уравнений (3) при  $\Delta_c = \Delta_2 = 0$  изоморфна системе (9). Поэтому при параметрах усилителя, удовлетворяющих условию [14–16]

$$r > r^* \equiv \frac{\tilde{\gamma}\tau_2(\tilde{\gamma}\tau_2 + b + 3)}{\tilde{\gamma}\tau_2 - b - 1}, \quad \tilde{\gamma} = \gamma \frac{u}{u - c}, \quad (10)$$

стационарный режим становится неустойчивым и должен смениться хаотическим. В случае усилителя появляется новый параметр – скорость распространения импульса, что дает дополнительную возможность управления режимом генерации. При скорости импульса, близкой к скорости света, но большей нее, легче выполнить условие  $\tilde{\gamma}\tau_2 > 1 + b$ , необходимое для достижения хаотического режима.

Скорость распространения сверхсветового импульса определяется формулой [14]

$$u = \frac{c}{1 - \gamma\tau_0[r\tau_1/(\tau_1 + \tau_2) - 1]}, \quad (11)$$

где  $\tau_0$  – характерное время нарастания переднего фронта в линейной части лазерного импульса, входящего в усиливающую среду. При  $\tau_1 \gg \tau_2$  формула (11) переходит в формулу для лазеров класса В, впервые полученную в [12, 13]. Скоростью распространения сверхсветового импульса можно управлять, изменяя время  $\tau_1$ . К сожалению, до сих пор в литературе нет примеров распростра-

нения излучения в усилителе класса А: задача довольно сложна для расчета, т. к. нужно решать систему уравнений (8) в частных производных. Ее детальное исследование требует значительно большего машинного времени, чем исследование системы уравнений (1).

На основе приведенных примеров может показаться, что при выполнении условия (7) режим генерации лазера с постоянной амплитудой поля сменяется режимом пульсаций. Однако динамика лазера в рамках модели (4) заметно сложнее. Дело в том, что условие неустойчивости (7) получается при исследовании стационарного режима методом Ляпунова, т. е. методом линеаризации уравнений. Глобальное численное исследование показывает, что фазовое пространство системы (4) начинает перестраиваться при параметрах возбуждения  $r$ , меньших  $r^*$ . В частности, оказывается, что при одних и тех же  $r$  могут сосуществовать режим пульсаций и режим с постоянной амплитудой. Выход на тот или другой режим зависит от начальных условий. Подробнее об этом можно прочесть в статье [6] и цитируемых в ней работах.

## 2. Динамика лазера с насыщающимся поглотителем

Динамика лазера с насыщающимся поглотителем (НП) привлекает внимание исследователей, начиная с работ [17–19]. Однако исследования касаются в основном лазеров класса В. Мы же в дальнейшем будем рассматривать общий случай лазеров класса А.

Модель лазера с безынерционным НП получается из системы уравнений (3) заменой  $\gamma \rightarrow \gamma[1 + \alpha/(1 + \sigma\eta A^2)]$ , где  $\alpha$  – относительный коэффициент поглощения НП;  $\eta$  – его коэффициент насыщения, отнесенный к  $\sigma$  – параметру насыщения лазера. В безразмерных переменных система уравнений для лазера имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} + \gamma\tau_2 \left(1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X^2}\right) X - \gamma\tau_2 r Y &= 0, \\ \frac{dY}{d\tau} + Y - XW &= 0, \\ \frac{dW}{d\tau} + b(-1 + W + XY) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Система уравнений (12) содержит пять параметров. Полное исследование режимов генерации такого лазера в пятимерном пространстве представляет собой весьма трудоемкую задачу. Поэтому в дальнейшем мы будем изучать эту систему в зависимости от параметра возбуждения  $r$ , придавая другим параметрам конкретные значения.

В режиме стационарной генерации амплитуда поля в резонаторе определяется уравнением

$$\left(1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X^2}\right) X^2 = \frac{r}{1 + X^2} X^2, \quad (13)$$

а соответствующие разность населенностей и поляризация находятся из соотношений

$$W = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X^2}\right), \quad Y = XW. \quad (14)$$

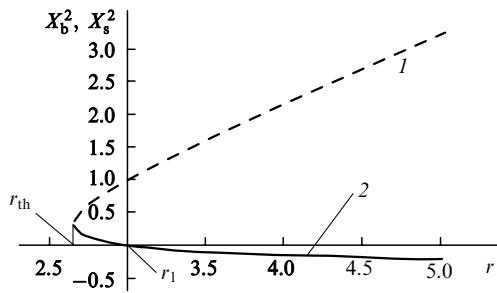


Рис.5. Зависимости  $X_b^2$  (1) и  $X_s^2$  (2) от параметра возбуждения  $r$  для лазера с насыщающимся поглотителем при  $\alpha = 2, \eta = 20$ .

Очевидно, что физический смысл имеют нулевое и положительные значения  $X^2$ . Нулевое решение существует всегда\*. Для наглядности ненулевые решения уравнения (13) представлены на рис.5 ( $X_b^2$  – большее из этих решений,  $X_s^2$  – меньшее). В области  $r_{th} < r < r_1$  существует три стационарных значения интенсивности: нулевое (нулевой режим) и два ненулевых. Ненулевые значения в точке  $r_{th}$  становятся одинаковыми. Эта точка соответствует порогу генерации. Из общих положений теории нелинейных колебаний следует, что ненулевой режим с меньшей интенсивностью всегда неустойчив [20]. В этом смысле его можно назвать абсолютно неустойчивым. Нулевой режим в этой области значений параметра  $r$  устойчив, и генерация стартует с конечной интенсивности: для запуска лазера необходим стартовый сигнал.

При  $r > r_1$  ненулевое решение с меньшей интенсивностью становится отрицательным и существует лишь одно стационарное значение интенсивности. Нулевой режим в этой области неустойчив, так что режим возбуждения лазера становится мягким. Его запуск осуществляется сколь угодно малым возмущением поля или поляризации. Исследование на устойчивость режима генерации с постоянной интенсивностью  $X_b^2$  приводит к следующему характеристическому уравнению:

$$s^3 + As^2 + Bs + C = 0, \tag{15}$$

в котором

$$A = 1 + b + \gamma\tau_2 \left( 1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X_b^2} - 2\alpha \frac{\eta X_b^2}{1 + \eta X_b^2} \right),$$

$$B = \gamma\tau_2 b \left( 1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X_b^2} \right) + b(1 + X_b^2) - \gamma\tau_2 \frac{2\alpha\eta X_b^2}{(1 + \eta X_b^2)^2} (1 + b),$$

$$C = 2\gamma\tau_2 b X_b^2 \left( 1 + \frac{\alpha}{1 + \eta X_b^2} \right) - \gamma\tau_2 b \frac{2\alpha\eta}{(1 + \eta X_b^2)^2} (1 + X_b^2).$$

Из теоремы Гурвица [21] следует, что стационарный режим с постоянной амплитудой генерации становится

\*Это утверждение верно, если пренебречь спонтанным излучением в отдельную моду резонатора.

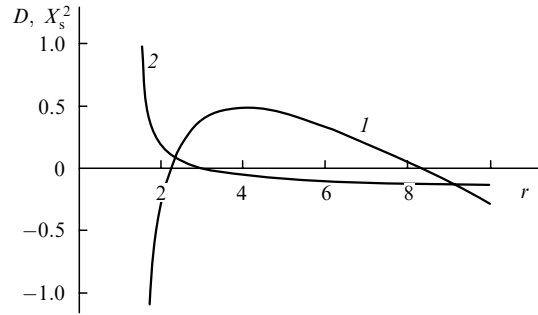


Рис.6. Детерминант  $D$  (1) и  $X_s^2$  (2) как функции  $r$  при  $\alpha = 2, \eta = 30, b = 0.1, \gamma\tau_2 = 3$ .

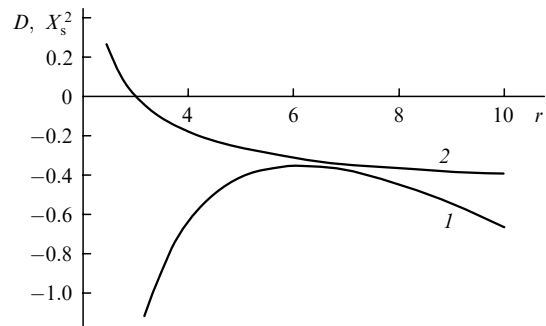


Рис.7. Детерминант  $D$  (1) и  $X_s^2$  (2) как функции  $r$  при  $\alpha = 2, \eta = 10, b = 0.1, \gamma\tau_2 = 3$ .

неустойчивым, если хотя бы один из коэффициентов (16) или детерминант  $D \equiv AB - C$  становится отрицательным. Отметим, что при  $\alpha = 0$  неравенство  $D < 0$  эквивалентно условию (7).

Оказывается, что в рассматриваемом случае для определения устойчивости режимов генерации решающей является величина  $D$ . На рис.6 и 7 приведены значения детерминанта  $D$  и  $X_s^2$  для двух различных наборов параметров. Как уже отмечалось, положительная величина  $X_s^2$  означает жесткий режим возбуждения колебаний в лазере. Кривые на рис.6 и 7 демонстрируют разнообразие динамических режимов лазера с НП. Например, можно подобрать параметры так (рис.7), что лазер вообще не будет иметь режимов генерации с постоянной интенсивностью.

Исследуем, какого рода пульсации возникают в области  $r > r^*$ . Характер режимов в ней существенно зависит от параметра  $b$ . На рис.8 и 9 показан один из возможных режимов. Мы видим, что пульсации амплитуды имеют хотя и сложный, но периодический характер. Увеличим

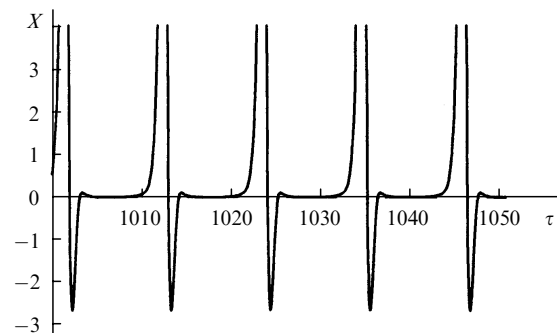


Рис.8. Амплитуда генерации лазера  $X$  как функция  $\tau$  при  $\alpha = 2, r = 15, \eta = 20, b = 0.1, \gamma\tau_2 = 3$ .

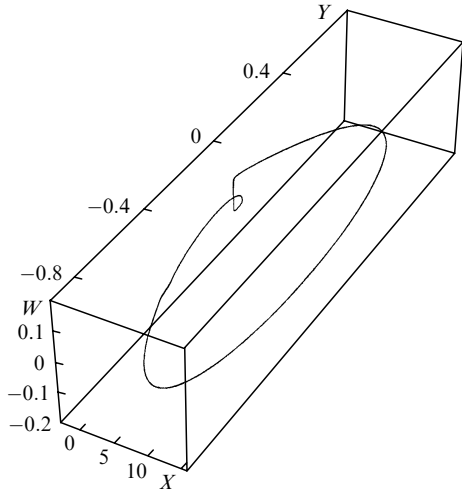


Рис.9. Фазовый портрет лазера, соответствующий параметрам рис.8.

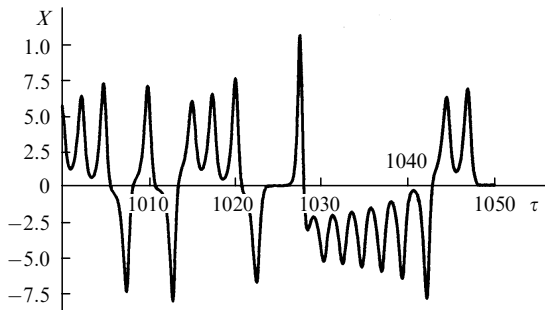


Рис.10. Пульсации в лазере при  $\alpha = 2, r = 15, \eta = 20, b = 0.5, \gamma\tau_2 = 3$  (ср. с пульсациями на рис.8).

теперь  $b$  в 5 раз, не меняя при этом других параметров. В результате режим периодических пульсаций сменяется режимом динамического хаоса (рис.10). Таким образом, закономерность, заключающаяся в том, что чем меньше параметр  $b$ , тем больший параметр возбуждения требуется для введения лазера в режим динамического хаоса, справедлива и для лазеров с НП.

Выберем параметры лазера так, чтобы режим возбуждения был жестким (рис.11). Тогда выход лазера на режим стационарной генерации сопровождается пульсациями лазерного излучения. Увеличим теперь накачку, оставаясь в области жесткого возбуждения. На рис.12 показан один из типичных режимов генерации в этом случае. Видно, что возникающие хаотические пульсации

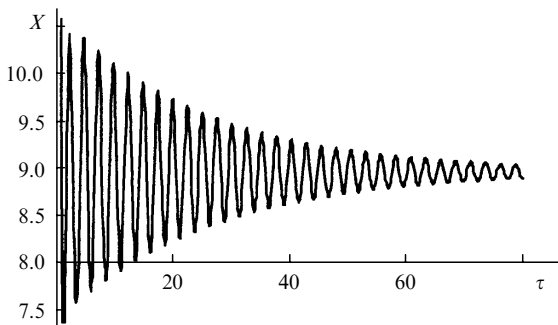


Рис.11. Выход лазера на режим генерации с постоянной амплитудой при  $\alpha = 20, r = 10, \eta = 500, b = 0.5, \gamma\tau_2 = 3$ .

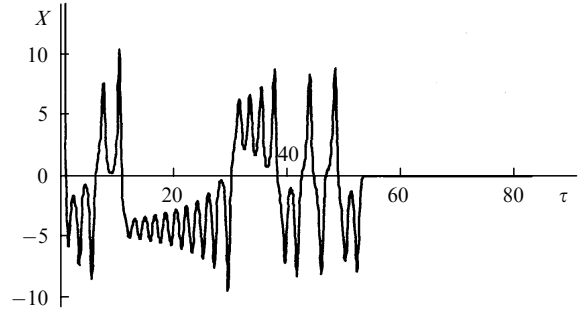


Рис.12. Срыв генерации лазера, работающего в режиме динамического хаоса, при  $\alpha = 20, r = 20, \eta = 500, b = 0.5, \gamma\tau_2 = 3$ .

через некоторое время после начала генерации прерываются. Лазер перестает генерировать излучение, несмотря на непрерывную накачку. Ситуация кажется парадоксальной: увеличение превышения над порогом возбуждения лазера приводит в конечном счете к срыву генерации. Этот феномен объясняется следующим образом [22]. При хаотическом режиме свободной генерации (рис.1) поле излучения и поляризация раз от разу проходят через нуль, но это не останавливает процесс генерации, поскольку поляризация и поле сдвинуты по фазе и не проходят через нуль одновременно. Однако в лазере с НП генерацию может остановить не только одновременное обращение поля и поляризации в нуль, но и одновременное уменьшение абсолютного значения их амплитуд до величин, меньших необходимых стартовых значений. В хаотическом режиме это рано или поздно происходит, после чего процесс генерации прекращается.

На рис.13 изображен фазовый портрет лазера с насыщающимся поглотителем в режиме жесткого возбуждения. Видно, что фазовая траектория входит в область странного аттрактора и после некоторого времени пребывания в нем уходит в область нулевых значений амплитуд поля и поляризации. Ввиду хаотического характера движения в области странного аттрактора время пребывания в нем должно хаотически зависеть от начальных условий. Так оно и есть на самом деле. В табл.1 приведены характерные длительности хаотического импульса  $\tau_p$  в зависимости от начальных амплитуд  $X(0)$ . Поляризация и разность концентраций числа частиц на верхнем и нижнем уровнях в начальный момент полагались рав-

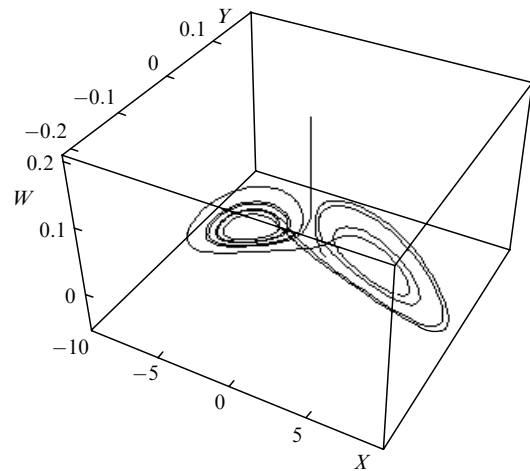


Рис.13. Фазовый портрет лазера, соответствующий режиму срыва генерации (см. рис.12).

Табл.1.

$\gamma\tau_p$	$X(0)$	$\gamma\tau_p$	$X(0)$	$\gamma\tau_p$	$X(0)$	$\gamma\tau_p$	$X(0)$	$\gamma\tau_p$	$X(0)$
21.5	1.0	62.5	3.0	8.7	5.0	35.5	7.0	18.7	9.0
4.7	2.0	50.0	4.0	19.0	6.0	16.8	8.0	22.3	10.0

Примечание:  $\alpha = 20, r = 20, \eta = 500, \gamma\tau_2 = 3, Y(0) = 0, W(0) = 0$ .

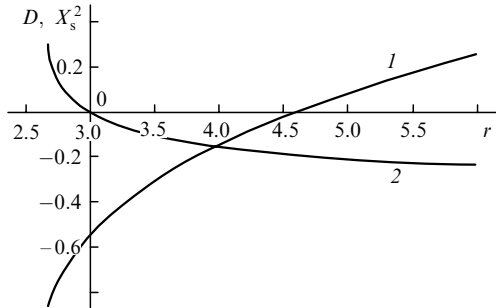


Рис.14. Детерминант  $D(1)$  и  $X_s^2(2)$  как функции  $r$  для лазера класса В при  $\alpha = 2, \eta = 10, b = 10^{-5}, \gamma\tau_2 = 10^{-4}$ .

ными нулю. Интервалы длительности генерации от ее возникновения до срыва таковы, что трудно усмотреть какую-либо регулярную закономерность их вариаций с изменением начальной амплитуды поля.

Выберем следующие параметры лазера:  $\alpha = 2, \eta = 3, \gamma\tau_2 = 10^{-4}, b = 10^{-5}$ . Последние два значения характерны для лазеров класса В. На рис.14 представлены  $X_s^2$  и детерминант  $D$  в зависимости от параметра возбуждения  $r^*$ . Видно, что для лазеров класса В детерминант  $D$  отрицателен (а режим генерации с постоянной амплитудой неустойчив) только при сравнительно малых параметрах возбуждения. В этой области параметров в случае мягкого возбуждения устанавливается режим пульсаций, который, следуя терминологии, принятой в [20], можно назвать релаксационным (рис.15).

А что будет с лазером класса В в режиме жесткого возбуждения колебаний? Ответ на поставленный вопрос дает рис.16: лазер, излучая импульс в соответствии с начальными условиями, вообще не выходит на стационарный режим генерации. Это вполне понятно в свете вышесказанного. Лазер класса В, даже в случае устойчивого стационарного режима с постоянной амплитудой, выходит на стационарный режим через последовательность затухающих пульсаций интенсивности. Если интенсивность пульсаций в минимуме очень мала – меньше стартовой, то после первой же пульсации генерация прекращается.

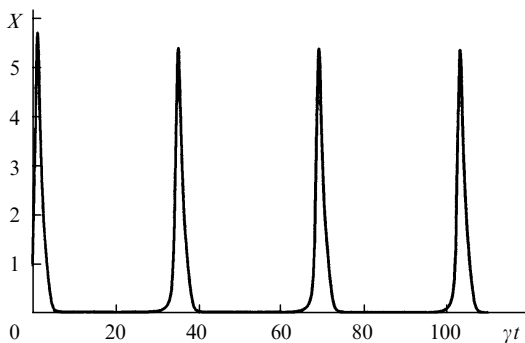


Рис.15. Релаксационные пульсации в лазере класса В в области мягкого возбуждения колебаний при  $\alpha = 2, r = 4, \eta = 3, b = 10^{-5}, \gamma\tau_2 = 10^{-4}$ .

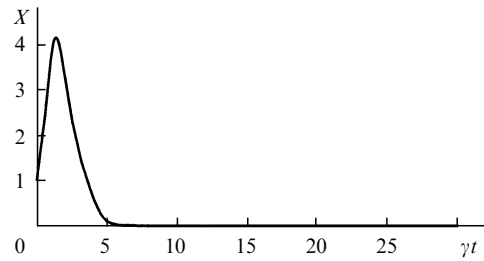


Рис.16. Срыв генерации в лазере класса В в области жесткого возбуждения колебаний при  $\alpha = 2, r = 2.95, \eta = 3, b = 10^{-5}, \gamma\tau_2 = 10^{-4}$ .

### 3. Заключение

Несмотря на то что динамика мазеров и лазеров имеет более чем сорокалетнюю историю, еще многое остается неисследованным.

Очевидно, что структура фазового пространства модели с НП (12) должна быть не менее сложной, чем в модели (4). Ее глобальное исследование требует трудоемких численных расчетов и, надеемся, будет выполнено в ближайшем будущем. Мы же приведем лишь один пример зависимости режима лазера от начальных условий. Как показывает рис.17,а, при максимальной начальной инверсной населенности лазер выходит на режим генерации с постоянной амплитудой. Если положить начальную инверсную населенность равной нулю, то лазер прекращает генерацию после нескольких пульсаций (рис.17,б).

Отметим и еще одну особенность генерации при параметрах лазера, соответствующих рис.17. В процессе развития генерации поле лазера изменяет свою фазу на  $\pi$  по сравнению с фазой начального сигнала. Как мы видели, это происходит не всегда и зависит, в частности, от параметра возбуждения лазера. Бесспорно, представляет интерес детальное численное исследование распростра-

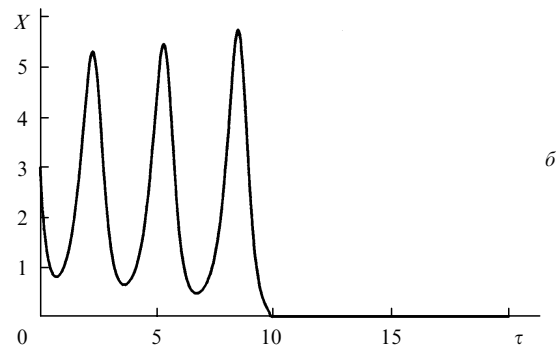
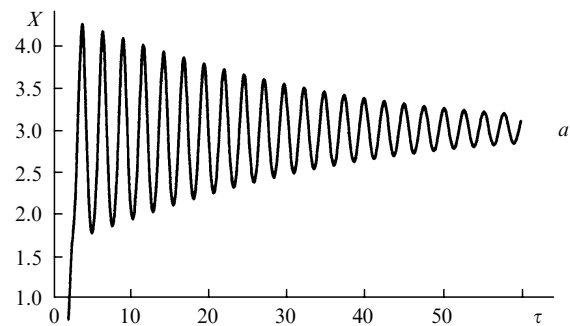


Рис.17. Зависимости стационарного режима генерации от начальных условий при  $X(0) = -3, W(0) = 1$  (а) и  $X(0) = 3, W(0) = 0$  (б), а также  $\alpha = 20, r = 10, \eta = 50, b = 0.5, \gamma\tau_2 = 3$ .

нения импульса в усиливающей среде, например трансформации регулярного сверхсветового импульса в хаотический. Этого, к сожалению, пока не удалось сделать.

Хотя все многообразие режимов, соответствующих модели (12), трудно реализовать в лазерном эксперименте, многие из них могут быть реализованы в нелинейных системах другой природы. В частности, автора не покидает мысль: нельзя ли на основе эффекта срыва генерации построить самозащиту ядерных реакторов?

1. Ораевский А.Н. *Радиотехника и электроника*, **4**, 718 (1959).
2. Ораевский А.Н. *Молекулярные генераторы* (М.: Наука, 1964).
3. Самсон А.М., Катомцева Л.А., Лойко Н.А. *Автоколебания в лазерах* (Минск: Навука і Тэхніка, 1990).
4. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).
5. Narducci L.M., Abraham N.B. *Laser Physics and Laser Instabilities* (New Jersey: World Scientific, 1988).
6. Ораевский А.Н. *Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика*, **4** (1), 3 (1996).
7. Грасюк А.З., Ораевский А.Н. *Радиотехника и электроника*, **9**, 524 (1964).
8. Grasiuk A.Z., Oraevsky A.N. *Proc. IV Intern. Congress on Microwave Tubes* (Sheveningen, Holland, 1962, pp 446–450).
9. Grasiuk A.Z., Oraevsky A.N. In: *Quantum Electronics and Coherent Light* (New York: Academic Press, 1964).
10. Weiss C.O., Abraham N.B., Hubner U. *Phys. Rev. Lett.*, **61** (14), 1587 (1988).
11. Литвинов В.Ф., Молочев В.И., Морозов В.Н., Никитин В.В., Семенов А.С. *Письма в ЖЭТФ*, **19** (12), 747 (1974).
12. Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зуев В.С., Крюков П.Г., Летохов В.С. *ЖЭТФ*, **51**, 23 (1966).
13. Крюков П.Г., Летохов В.С. *УФН*, **99** (2), 169 (1969).
14. Ораевский А.Н. *УФН*, **168** (12), 1311 (1998).
15. Ораевский А.Н., Бенди Д.К. *Письма в ЖЭТФ*, **59** (5), 319 (1994).
16. Ораевский А.Н., Бенди Д.К. *Квантовая электроника*, **24** (4), 331 (1994).
17. Ривлин Л.А. *ЖЭТФ*, **47** (8), 624 (1965).
18. Воропаев Н.Д., Ораевский А.Н. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **8**, 409 (1965).
19. Беспалов В.И., Якубович Е.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **8**, 909 (1965).
20. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. *Теория колебаний* (М.: Физматгиз, 1959).
21. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. *Справочник по математике* (М.: Наука, 1981).
22. Ораевский А.Н. *Квантовая электроника*, **26** (3), 214 (1999).