

Исследование спектральных характеристик фемтосекундного Ti : сапфирового лазера после прохождения его излучения через волокно с перетяжкой

С.Н.Багаев, В.И.Денисов, В.Ф.Захарьяш, В.М.Клементьев, И.И.Корель, С.А.Кузнецов, В.С.Пивцов, С.В.Чепуров

Описаны методика проведения и результаты высокоточных измерений межмодовой частоты фемтосекундного Ti : сапфирового лазера после прохождения его излучения через оптическое волокно с перетяжкой. Показано, что при этом происходит ухудшение стабильности межмодовой частоты в 2 раза при малых временах усреднения (10 с) и в 1.1 раза при больших (1000 с). Представлены результаты исследований спектра фемтосекундного Ti : сапфирового лазера, уширенного в оптическом волокне с перетяжкой. Исследована форма огибающей уширенного спектра в зависимости от диаметра перетяжки. Показано, что, варьируя параметры волокна и характеристики вводимых импульсов, можно профилировать огибающую уширенного спектра, что важно для практических приложений.

Ключевые слова: фемтосекундный лазер, оптические волокна, нелинейная оптика, суперконтинуум.

1. Введение

С созданием специальных оптических волокон для уширения спектра мод фемтосекундного лазера (дырчатые волокна [1, 2] и волокна с перетяжкой [3–6]) открываются уникальные возможности синтеза и измерения частот от радио до УФ диапазона. При прохождении фемтосекундного импульса через упомянутые волокна происходит расширение его спектра более чем на октаву. Если падающее излучение представляет собой непрерывную последовательность фемтосекундных импульсов, то уширенный спектр будет дискретным с расстоянием между компонентами, точно равным межмодовому интервалу. Такое эффективное уширение спектра излучения относительно малой мощности стало возможным благодаря высокой концентрации излучения в указанных волокнах и смещению точки нулевой дисперсии к частоте падающего излучения.

В последнее время значительные усилия направлены на исследование физических основ уширения спектра излучения в волокнах, прежде всего природы нелинейности, определяющей уширение спектра, а также свойств и характеристик излучения, полученного после прохождения через волокно. Важнейшим является вопрос о том, сохраняется ли стабильность межмодовой частоты после прохождения высокостабильного фемтосекундного импульса через оптическое волокно. Следующий вопрос – каковы амплитудно-частотные характеристики выходного излучения, или, иначе говоря, каковы закономерности распределения интенсивности между компонентами уширенного спектра? Не менее важный вопрос касается

шумов, появляющихся в процессе преобразования спектра, их интенсивности и возможных причин возникновения. Отмеченные проблемы играют определяющую роль при практическом использовании упомянутых выше оптических волокон, например в системах синтеза частот или при создании оптических часов.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных исследований изменения стабильности межмодовой частоты последовательности высокостабильных фемтосекундных импульсов Ti : сапфирового лазера после прохождения их через волокно с перетяжкой, а также экспериментальных и теоретических исследований огибающей уширенного спектра.

2. Экспериментальная установка

Методика эксперимента по исследованию стабильности межмодовой частоты состояла в следующем. Тщательно измеряется стабильность межмодовой частоты (100 МГц) на входе волокна, а потом аналогичные измерения проводятся в выходном излучении. Можно предполагать, что процессы преобразования излучения в волокне в длинноволновую и коротковолновую области различаются. Для исследования такой возможности спектр выходного излучения делится с помощью фильтров на две области, в которых затем измеряется стабильность.

Для высокоточных измерений межмодовой частоты было разработано и создано устройство, суть которого состоит в том, что эта частота с помощью синтезатора переносится в низкочастотную область, где и проводятся прецизионные измерения выбранной (~200 Гц) частоты. Следует отметить, что конечной целью разработки методов и устройств для высокоточных измерений является измерение абсолютных оптических частот с высокой степенью точности (10^{-15} – 10^{-16}) с применением фемтосекундных оптических часов. Результаты этих измерений определяются из сравнения межмодовой частоты с час-

С.Н.Багаев, В.И.Денисов, В.Ф.Захарьяш, В.М.Клементьев, И.И.Корель, С.А.Кузнецов, В.С.Пивцов, С.В.Чепуров. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, 13/3; e-mail: clock@laser.nsc.ru

тотой микроволнового водородного стандарта (Н-стандарта). Процедура сравнения осуществляется с использованием описываемого здесь устройства.

Структура экспериментальной установки показана на рис.1. Устройство сравнения включает в себя, с одной стороны, Н-стандарт, с другой – фемтосекундный лазер, межмодовая частота которого с помощью фотодиода ФД2 и фазовой автоподстройки стабилизирована по частоте Н-стандарта. Само устройство можно разделить на два канала: канал I – синтеза и фильтрации сигнала от Н-стандарта и канал II – синтеза сигнала от Ti:сапфирового лазера. В канале I происходит преобразование частоты Н-стандарта в частоту $F_3 = 20$ МГц без потери его частотных характеристик. В канале II с помощью синтезатора ГЗ-122 межмодовая частота f_m также преобразуется в частоту $F_3^* = 2 \times 10^7 \pm 200$ Гц. Измеряемый сигнал на частоте 200 Гц получается на выходе смесителя СМ2 как разностная частота при смешении частот F_3 и F_3^* . Устройство сравнения выполнено так, что частота F_3 , привязанная по фазе к частоте Н-стандарта, всегда обладает характеристиками Н-стандарта. Сигнал, проходящий по каналу II от фемтосекундного лазера (т.е. от фотодиода ФД1), содержит все частотные флуктуации межмодовой частоты f_m , свойственные Ti:сапфировому лазеру и приобретенные при прохождении его импульсов через волокно с перетяжкой. Мощность и спектр излучения Ti:сапфирового лазера контролировались измерителем мощности и многоканальным анализатором спектра, форма уширенного волоконного спектра измерялась многоканальным спектрометром.

Устройство сравнения обладает возможностью проверки своей работоспособности на собственной базе времени, когда на вход смесителя СМ1 подается частота 100 МГц от Н-стандарта. В процессе преобразований в устройстве сравнения проводится тщательная фильтрация шумов благодаря применению термостабилизированных (с точностью ~ 0.1 °С) кварцевых генераторов и резонансных усилителей в каналах I и II.

Формула синтеза межмодовой частоты имеет вид

$$f_m = F_1 - F_2 + F_3^*/10 = F_1 - F_2 + F_3/10 \pm f_x/10, \quad (1)$$

где $F_1 = 99.5$ МГц; $F_3^* = F_3 \pm f_x$; $f_x \approx 200$ Гц $\pm \delta f_x$; δf_x включает в себя частотные флуктуации f_m . При этом относительную точность определения f_m можно представить в виде

$$\delta f_m/f_m = \delta f_x/(10f_m), \quad (2)$$

т.к. $\delta F_1, \delta F_2, \delta F_3 \ll \delta f_x$.

Экспериментальные исследования сводятся к измерению $\delta f_m/f_m$ при разных временах усреднения на входе и выходе волокна с перетяжкой.

3. Результаты экспериментов и их обсуждение

На первом этапе проводились исследования собственных частотных шумов устройства, когда по каналу II подавался сигнал на частоте 100 МГц от Н-стандарта вместо сигнала на частоте f_m (т.е. использовалась собственная база времени). При этом на выходе смесителя получался сигнал на измеряемой частоте $f_x^* \approx 200$ Гц $\pm \delta f_x$ (здесь f_x^* относится к сигналу от Н-стандарта). Результаты измерений $\delta f_m/f_m$ за различные времена усреднения таковы: 3.1×10^{-12} за 10 с, 3.4×10^{-13} за 10^2 с, 3.12×10^{-14} за 10^3 с и 3×10^{-15} за 10^4 с. Таким образом, за времена усреднения $10^3 - 10^4$ с устройство позволяет проводить измерения межмодовых частот с относительной точностью $10^{-14} - 10^{-15}$. Была исследована стабильность измерительной системы в зависимости от времени суток. Результаты представлены на рис.2. Видно, что среднее значение измеряемой частоты зависит от времени усреднения и только при больших временах слабо меняется в интервалах ночь – день. Амплитудные флуктуации измеряемой частоты при тех же временах усреднения в дневное время возрастают более чем на порядок.

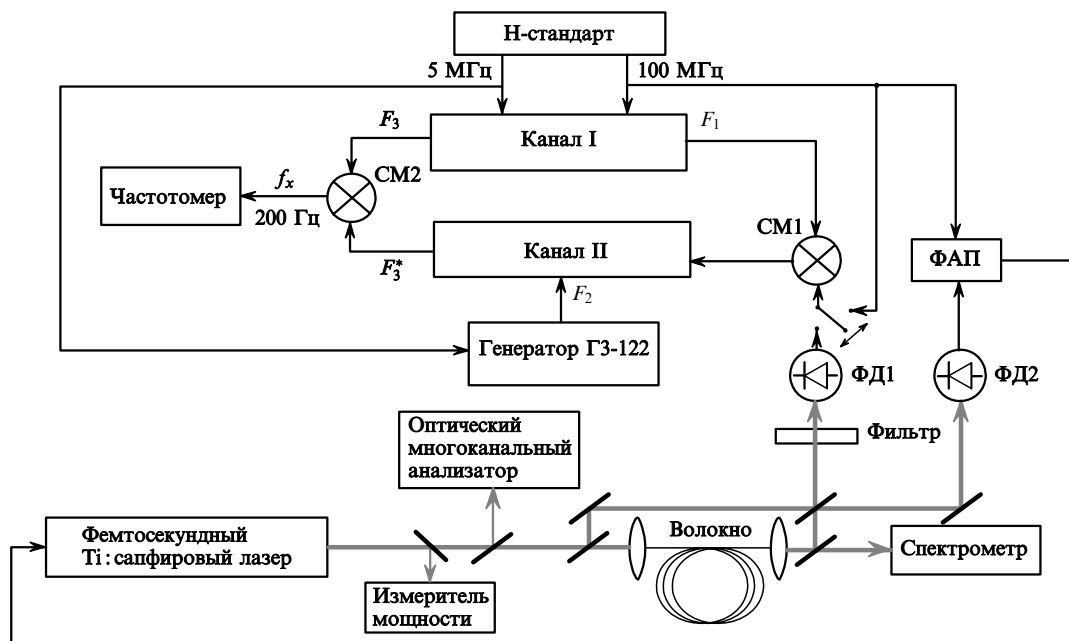


Рис.1. Принципиальная схема экспериментальной установки:
ФАП – фазовая автоподстройка; СМ1, СМ2 – смесители; ФД1, ФД2 – фотодиоды.

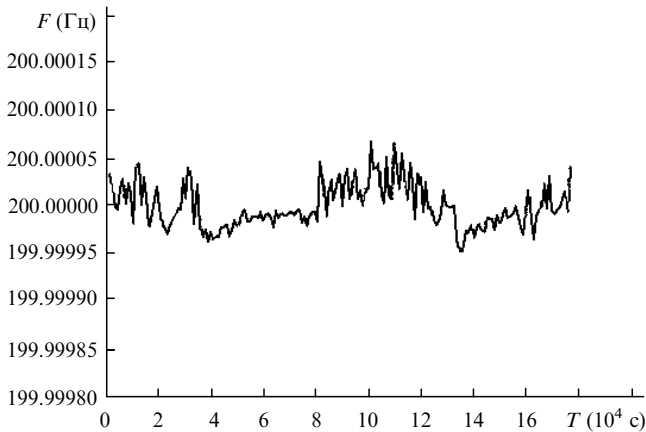


Рис.2. Стабильность частоты F измерительной системы в зависимости от времени суток T (время усреднения 1000 с).

Эти флуктуации подавляются описанным выше устройством.

Важнейшим является вопрос о том, сохраняется ли стабильность межмодовой частоты последовательности высокостабильных фемтосекундных импульсов после их прохождения через оптоволоконную систему. Исследовалась стабильность межмодовой частоты f_m высокостабильного фемтосекундного импульса Ti: сапфирового лазера, аналогичного описанному нами в [7]. Этот лазер накачивался излучением непрерывного аргонового лазера мощностью ~ 7 Вт во всех линиях видимого диапазона. Фемтосекундный Ti: сапфировый лазер имел следующие параметры: частота повторения импульсов 100 МГц, средняя мощность излучения ~ 350 мВт, длительность импульса 40 фс, центральная длина волны $\lambda_0 = 810$ нм, ширина спектра $\Delta\nu = 20$ нм. Проводилась серия измерений при разных временах усреднения на входе волокна с перетяжкой, а затем на его выходе, и наоборот. Результаты всех измерений представлены на рис.3. Из приведенных зависимостей следует, что стабильность f_m уступает стабильности, которую может обеспечить измерительная система, и что после прохождения импульса через волокно стабильность f_m заметно меняется. При малых временах усреднения стабильность ухудшается более чем в два раза. С увеличением времени усреднения она улучшается и при времени усреднения 1000 с практи-

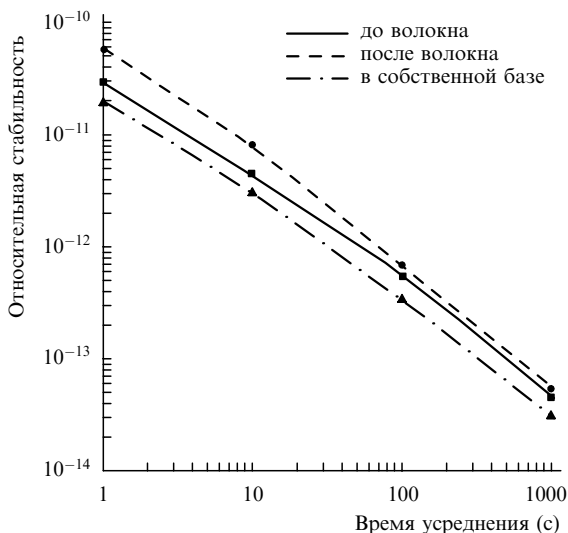


Рис.3. Результаты измерений стабильности межмодовой частоты.

Табл.1.

Условия эксперимента	Число измерений	Среднеквадратичное отклонение за время усреднения 100 с (Гц)
До волокна	98	5.738×10^{-5}
После волокна, $\lambda = 400 - 650$ нм	92	6.940×10^{-5}
После волокна, $\lambda = 700 - 1000$ нм	83	8.458×10^{-5}

чески совпадает со стабильностью на входе волокна с перетяжкой.

В дальнейшем были проведены исследования возможной зависимости стабильности f_m от области уширенного спектра. Для этого вся спектральная область этого спектра была разделена с помощью светофильтров на две подобласти и измерена стабильность f_m на выходе волокна в каждой подобласти. Результаты измерений даны в табл.1. Там же для сравнения приведен результат измерений на входе волокна. Из табл.1 следует, что в процессе преобразования происходит несимметричное возрастание шумов: в длинноволновой области они больше, чем в коротковолновой.

Как уже было отмечено, в настоящей работе особое внимание уделяется исследованию физических факторов, влияющих на огибающую уширенного спектра. Экспериментально исследовалась огибающая уширенного спектра последовательности фемтосекундных импульсов на выходе оптических волокон с перетяжкой. В волокно вводилось $\sim 30\%$ мощности падающего излучения. По оценке длительность импульса перед перетяжкой составляла 160 фс, т. е. импульс имел сильный чирп из-за прохождения излучения через оптические элементы и начальный (до сужения) участок волокна. Исследовались волокна с одинаковой длиной перетяжки (90 мм), но с разными ее диаметрами — 2, 2.5 и 3 мкм. Обнаружены не наблюдавшиеся ранее особенности огибающей спектра (см. рис.4, сплошные кривые): для всех волокон имеется длинноволновый максимум на $\lambda = 970$ нм, для волокон с диаметром перетяжки $d = 2.5$ мкм — максимум небольшой интенсивности на длине волны падающего излучения и один или несколько коротковолновых максимумов, для волокон с $d = 2$ и 3 мкм — самый интенсивный максимум на длине волны падающего излучения и очень незначительный коротковолновый максимум. Таким образом, для волокон с $d = 2.5$ мкм, в отличие от волокон с $d = 2$ и 3 мкм, существует сильная перекачка энергии падающего излучения на периферию уширенного спектра.

Приведенные результаты отличаются от результатов работ [3, 5], где максимумы огибающей спектра сильно сглажены. Это различие можно объяснить тем, что в указанных работах пиковая мощность вводимых в перетяжку импульсов была значительно меньше. Кроме того, в [5] использовалось волокно, изготовленное по другой технологии, с длиной перетяжки 14 см.

4. Теоретический анализ

Задача о формировании спектра последовательности УКИ, прошедших через оптическое волокно, может быть рассмотрена как в импульсном (временном), так и в частотном представлении. В первом случае спектр последовательности УКИ трактуется на основе фурье-анализа

соответствующего временного ряда [8–10] на выходе из волокна, при этом описание распространения отдельного импульса в волокне остается традиционным и рассматривается как взаимодействие этого импульса с нелинейной средой, обладающей, кроме того, и дисперсионными свойствами [11]. Здесь стоит отметить, что в рамках данного подхода предполагается равенство импульсов и стабильность межимпульсного интервала, поскольку присутствие каких-либо флуктуаций приводит к различию огибающих спектров последовательности УКИ (экспериментальных данных) и отдельного импульса (теоретической модели). Влияние стабильности на спектральные характеристики подобных импульсных процессов (в частности, на огибающую) подробно рассмотрено в работах [9, 10].

Второй подход предполагает представление последовательности УКИ полихроматическим полем, т.е. в рамках изначально выбранного спектрального подхода исследуется эволюция компонент дискретного спектра по мере их распространения в среде. В экспериментах по спектральному уширению последовательностей фемтосекундных импульсов в волокнах дискретный спектр состоит из большого числа гармоник, и точное решение этой задачи требует гигантских вычислительных ресурсов. В связи с этим для теоретического описания уширения спектра в рамках экспериментальных параметров был выбран первый подход.

Само по себе уширение спектров (генерация суперконтинуума) УКИ обычно ассоциируется либо с эффектом фазовой самомодуляции (ФСМ), либо с режимом совместного образования фундаментальных солитонов и несолитонного излучения [12]. Последний режим наблюдается в области аномальной дисперсии и характерен для дырчатых волокон при относительно малой мощности вводимого излучения [13]. В рассматриваемых волокнах с перетяжкой солитонный режим, как правило, не успевает развиться, поскольку малые размеры активной области (перетяжки), высокая плотность энергии и малая дисперсия делают нелинейные эффекты преобладающими над дисперсионными. Так, для волокна, используемых в нашем эксперименте, дисперсионная длина L_d (примерно несколько десятков сантиметров) значительно превышала длину перетяжки (9 см), в то время как для пиковой мощности излучения в перетяжке 10 кВт нелинейная длина $L_{nl} = 6 \times 10^{-2}$ см. В этих условиях уширение спектра описывается эффектом ФСМ, коэффициент спектрального уширения которого можно оценить, исходя из отношения длины активной области к нелинейной длине $z/L_{nl} \approx 100$, что согласуется с полученными спектрами, ширина которых для последовательности импульсов длительностью 160 фс, прошедших через волокно, составляла до 350 ТГц.

Вообще говоря, минимальная дисперсия групповых скоростей (ДГС) является необходимым условием максимального спектрального уширения, поскольку в противном случае ДГС будет приводить к увеличению длительности импульса, а следовательно, к сужению спектрального интервала. Несмотря на то что дисперсионная длина для волокон, рассмотренных в данной работе, обычно значительно превышает размеры перетяжки, дисперсионные эффекты, тем не менее, играют существенную роль в формировании огибающей спектра. Так, например, один из нелинейных эффектов – образование ударной волны огибающей [14] – во многом зависит от

профиля дисперсии. Это объясняется тем, что ударная волна, формирующаяся на заднем фронте импульса, которому соответствует синяя область спектра, может быть ослаблена дисперсионным уширением временного профиля.

Теоретическое исследование формирования огибающей спектра последовательности фемтосекундных импульсов проводилось на основе известного стандартного нелинейного уравнения Шредингера [11], описывающего прохождение одиночного импульса в нелинейной среде:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{i}{2} \frac{\beta_2}{T_p^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - \frac{1}{6} \frac{\beta_3}{T_p^3} \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} = i\gamma P_0 \left[|u|^2 u + \frac{2}{\omega_0 T_p} \frac{\partial(|u|^2 u)}{\partial \tau} - \frac{T_R}{\tau} \frac{\partial(|u|^2 u)}{\partial \tau} \right], \quad (3)$$

где $\gamma = n_2 \omega_0 / (c A_{\text{eff}})$ – параметр нелинейности, связанный с эффективной площадью моды A_{eff} и нелинейным показателем преломления n_2 ; P_0 – пиковая мощность; T_p – длительность импульса; T_R – параметр, связанный с наклоном линии ВКР-усиления; β_i – дисперсия i -го порядка. Нелинейные члены в правой части описывают слева направо ФСМ (керровскую нелинейность), ударную волну огибающей и вынужденное комбинационное саморассеяние соответственно. Численные решения этого уравнения с учетом экспериментальных параметров были найдены с помощью метода расщепления Фурье [15], характерной чертой которого является независимый учет нелинейных и дисперсионных эффектов на малом пространственном шаге l , таком, что $l < L_{nl} < L_d$. При этом для нахождения точных профилей фемтосекундных импульсов важен совместный учет всех нелинейных эффектов, включая развитие ударной волны огибающей и ВКР с дисперсионными эффектами как второго, так и третьего порядка. Важное преимущество метода расщепления Фурье (помимо скорости расчета, которая за счет использования быстрого преобразования Фурье значительно выше, чем для разностных схем) заключается в возможности учета в частотном представлении профиля ДГС, поскольку для широких спектров фемтосекундных импульсов как на входе в волокно, так и при их уширении ДГС для разных длин волн существенно различаются [4].

Как видно из рис.4, полученные экспериментальные спектры в целом согласуются с численными расчетами. Некоторая несимметричность спектров объясняется как влиянием собственного сложного профиля ДГС, в котором необходимо учитывать высшие порядки дисперсии, так и процессами формирования ударной волны огибающей и комбинационным саморассеянием. Форма огибающей спектра, являющаяся результатом совместного действия нелинейных и дисперсионных эффектов, очень чувствительна к этим различиям. Так, при $d = 2$ мкм (рис.4,а) точка нулевой дисперсии лежит в синей относительно центральной длины волны области. Таким образом, в этой области влияние ДГС оказывается меньшим, и в ней можно наблюдать значительное по сравнению с красной областью уширение спектра по частоте [16], вызванное образованием ударной волны огибающей. Характерная длина образования ударной волны огибающей для условий эксперимента составляет около 3 см, следовательно, для диаметров перетяжек, сопоставимых с $d = 2$ мкм, этот эффект необходимо учитывать.

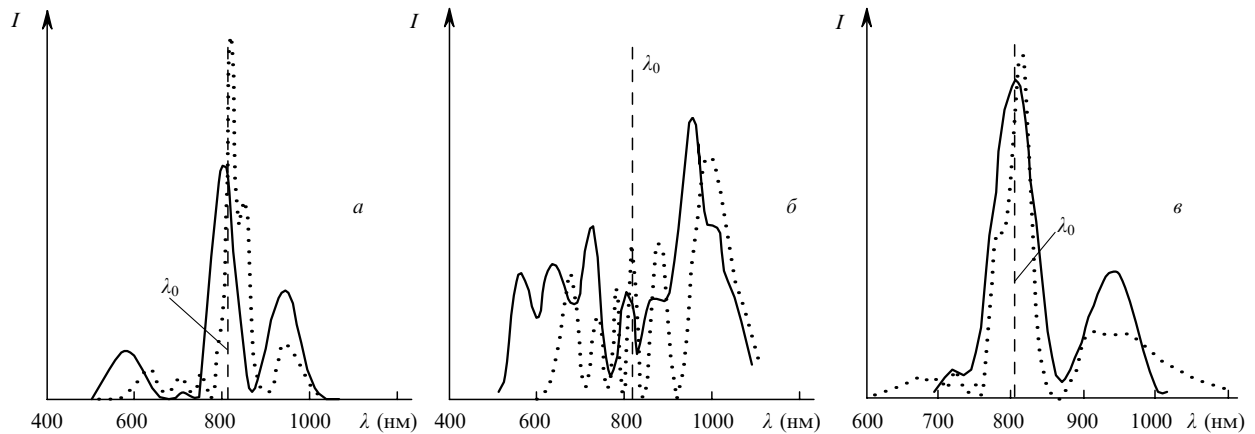


Рис.4. Огибающие уширенных спектров последовательностей фемтосекундных импульсов, полученные при нелинейной длине $L_{nl} \approx 0.6$ мм, диаметре перетяжки $d = 2$ (а), 2.5 (б) и 3 мкм (в), длине волны нулевой дисперсии $\lambda_d = 680$ (а), 790 (б) и 900 нм (в). Сплошные кривые – эксперимент, пунктирные – теоретические оценки для импульсов, имеющих форму гиперболического косеканса (при расчетах зависимости L_d от диаметра перетяжки d взяты из [3]). Нормировка всех кривых проведена по площади.

В эксперименте с $d = 3$ мкм (рис.4,в) точка нулевой дисперсии находится по другую сторону от центральной частоты и уширение, вызванное увеличением крутизны фронта ударной волны, исчезает, поскольку с ростом крутизны заднего фронта существенную роль в уравнении (3) начинают играть дисперсионные члены, пропорциональные производным по времени. Это тот случай, когда ненулевая ДГС активно препятствует формированию ударной волны. В то же время в спектре можно наблюдать вынужденное комбинационное саморассеяние [17], обусловленное тем, что синие компоненты спектра могут рассматриваться как накачка для красных в модели классического ВКР.

Здесь стоит заметить, что для фемтосекундных импульсов подобный механизм начинает работать, не дожидаясь спектрального уширения, вызванного другими нелинейностями, поскольку спектральная ширина падающего импульса (20 ТГц по уровню 0.1) уже превышает частоту рамановского смещения (для стекол – около 13 ТГц), а эффективность этого механизма обусловлена высокими плотностями мощности в перетяжке (более 100 ГВт/см²). Для рис.4,б диаметр перетяжки $d = 2.5$ мкм и точка нулевой дисперсии примерно совпадает с центральной частотой излучения. Спектр на рис.4,б охватывает широкую область и имеет большие максимумы на периферии. Для волокна с таким диаметром перетяжки спектральные характеристики описываются тремя нелинейными эффектами: ФСМ, уширяющей спектр, ВКР и ударной волной, действующих прямо противоположно друг другу – ВКР смещает спектр в красную область, ударная волна – в синюю. Кроме того, на входе в перетяжку очень важную роль играет форма импульсов, которая определяется не только характеристиками лазера, но также и способом введения излучения в волокно и особенностями волокна (в частности, характеристиками перехода от невытянутого волокна к перетяжке), которые требуют отдельного исследования.

Вообще говоря, для спектров, уширенных в волокнах с перетяжками, характерна структура с провалами и максимумами [18], а в некоторых случаях (см. рис.4,б) спектральная картина оказывается очень сложной. Получить устойчивый сигнал на заданной частоте можно, изменяя параметры как вводимого излучения (в первую очередь, мощность и форму импульсов), так и самих

волокон (диаметр и длину перетяжки). Кроме того, одним из способов получения такого сигнала может служить привязка центральной частоты излучения к профилю дисперсии выбранного волокна при фиксированных прочих параметрах. Однако, как видно из сопоставления экспериментальных спектров с расчетными, в любом случае для достижения оптимального сигнала на заданной частоте необходимо учитывать все нелинейные и дисперсионные эффекты, рассмотренные в настоящей работе.

5. Заключение

Итак, перечислим основные результаты. Разработано и создано устройство сравнения для высокоточных частотных измерений с применением фемтосекундных оптических часов. Проведены исследования стабильности межмодовой частоты после прохождения последовательности высокостабильных фемтосекундных импульсов длительностью ~ 40 фс через волокно с перетяжкой. Эксперименты показали, что кратковременная стабильность межмодовой частоты на выходе волокна значительно снижается, но с увеличением времени усреднения она становится практически равной стабильности на входе в волокно. Это говорит о том, что в процессе преобразования спектра имеют место фазовые флуктуации, приводящие к понижению кратковременной стабильности межмодовой частоты. Их влияние почти полностью прекращается при больших временах усреднения. Исследования показали также, что стабильность межмодовой частоты зависит от области уширенного спектра мод: в коротковолновой части она заметно выше, чем в длинноволновой. Таким образом, показано, что волокна с перетяжкой можно использовать в оптических часах и синтезаторах.

Теоретический анализ полученных результатов показал, что, помимо ответственной за уширение спектров ФСМ, другие нелинейные эффекты (формирование ударной волны огибающей, вынужденное комбинационное саморассеяние), а также дисперсионные эффекты существенно влияют на огибающую спектра для всех исследованных волокон. При этом формальные признаки этих эффектов могут отсутствовать, например может не проявляться дополнительное уширение спектров в синей

области, вызванное образованием ударной волны огибающей, вследствие компенсации его дисперсией (для перетяжки с $d = 3$ мкм). Показано, что, варьируя параметры волокна и характеристики вводимого излучения, можно профилировать огибающую уширенного спектра, что важно для практических приложений.

Авторы благодарят Т.А. Birks, W.J. Wadsworth, P. St. J. Russell (University of Bath, United Kingdom) за предоставленные волокна с перетяжкой. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 03-02-17114) и INTAS (99-1366).

1. Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Atkin D.M. *Opt. Lett.*, **21**, 1547 (1996).
2. Желтиков А.М. *УФН*, **170**, 1203 (2000).
3. Birks T.A., Wadsworth W.J., Russell P.St.J. *Opt. Lett.*, **25**, 1415 (2000).
4. Bagayev S.N., Dmitriyev A.K., Chepurov S.V., Dychkov A.S., Klementyev V.M., Kolker D.B., Kuznetsov S.A., Matyugin Yu.A., Okhapkin M.V., Pivtsov V.S., Skvortsov M.N., Zakharyash V.F., Birks T.A., Wadsworth W.J., Russell P.St.J., Zheltikov A.M. *Laser Phys.*, **11** (12), 1270 (2001).
5. Кобцев С.М., Кукарин С.В., Фатеев Н.В. *Квантовая электроника*, **32**, 11 (2002).
6. Дианов Е.М., Крюков П.Г. *Квантовая электроника*, **31**, 877 (2001).
7. Bagayev S.N., Chepurov S.V., Klementyev V.M., Kuznetsov S.A., Pivtsov V.S., Pokasov V.V., Zakharyash V.F. *Appl. Phys. B*, **70**, 375 (2000).
8. Рыгов С.М. *Введение в статистическую радиофизику* (М.: Наука, 1966).
9. Elyahu D., Salvatore R.A., Yariv A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, 7 (1996).
10. Fuss I.G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 2707 (1994).
11. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996, с. 47–50).
12. Hermann J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 17 (2002).
13. Husakou A.V., Herrmann J. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 20 (2001).
14. Tzoar N., Jain M. *Phys. Rev. A*, **23**, 1266 (1981).
15. Fisher R.A., Bischel W.K. *Appl. Phys. Lett.*, **23**, 661 (1973).
16. Knox W.H., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **46**, 1120 (1985).
17. Дианов Е.М. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **41**, 242 (1985).
18. Harbold J.M., Idlay F.O., Wise F.W., Birks T.A., Wadsworth W.J., Chen Z. *Opt. Lett.*, **27**, 1558 (2002).