

Атомный фотоэффект в импульсных полях высокой гармоники и фундаментальной волны

Д.Ф.Зарецкий, Э.А.Нерсесов

Рассмотрен атомный фотоэффект, происходящий в импульсных полях двух когерентных волн: волны высокой гармоники и фундаментальной волны. Получены выражения для интенсивности основного пика и сателлитов в энергетическом спектре фотоэлектронов при произвольной временной задержке между импульсами. Проанализирована роль, которую играет в образовании сателлитов неупругое кулоновское перерассеяние фотоэлектрона на остаточном ионе в поле фундаментальной волны.

Ключевые слова: фотоэффект, кулоновское перерассеяние, высокие гармоники, импульсные поля.

1. Введение

Генерация высоких гармоник в процессе взаимодействия мощных лазерных полей с атомами хорошо изучена как в экспериментальном, так и в теоретическом аспекте. С практической точки зрения генерация высоких гармоник излучения импульсных ИК лазеров позволяет получать интенсивные импульсы фемтосекундной длительности в ближнем и дальнем УФ диапазонах. В настоящее время представляют интерес две проблемы: измерение длительности процесса формирования гармоник и измерение относительной фазы полей двух соседних гармоник, необходимой для эффективной генерации. Первая проблема имеет общезначимый интерес, вторая – практический, поскольку ее решение связано с исследованием возможности генерации аттосекундных импульсов высоких гармоник [1].

Ввиду чрезвычайно малой длительности генерации гармоник единственным методом, дающим ее экспериментальную оценку, является кросс-корреляционный эксперимент [2–4]. Лазерная фундаментальная волна разделяется на два пучка. Один из них (с большой мощностью) используется в качестве волны накачки для генерации высоких гармоник, которые затем направляются в газовую среду. В эту же среду посылаются также второй, относительно слабый импульс фундаментальной волны. Таким образом, атомный фотоэффект в газовой среде происходит в присутствии двух импульсов: волны высокой гармоники и фундаментальной волны. В этом случае возникает спектр фотоэлектронов, в котором кроме основного пика фотоионизации содержатся также сателлиты, отстоящие по энергии от основного пика на величину, равную энергии кванта фундаментальной волны.

Амплитуда сателлитов зависит, в частности, от длительности импульсов и временной задержки между ними. Эта зависимость носит экспоненциальный характер, а показатель экспоненты определяется отношением длительностей импульсов. Исследование указанной зависимости в условиях, когда длительность импульса фундаментальной волны и время задержки контролируются, и лежит в основе кросс-корреляционного метода определения длительности импульса высокой гармоники.

Зависимость амплитуды сателлита от времени задержки обычно описывается с помощью феноменологического подхода [2–4]. Однако этот подход не позволяет, в частности, найти угловое распределение фотоэлектронов в сателлитах. Не удается также определить и предэкспоненциальный множитель в зависимости амплитуды от времени задержки. Отметим также и то, что результаты указанных работ, в которых для генерации гармоник использовались волны накачки различной интенсивности, в значительной мере противоречат друг другу.

В настоящей работе развита последовательная квантово-механическая теория атомного фотоэффекта в полях двух когерентных импульсных волн – волны высокой гармоники и фундаментальной волны – с произвольной временной задержкой между ними.

2. Постановка задачи. Основные уравнения

Кросс-корреляционный метод определения длительности импульса высокой гармоники основан на надпороговой ионизации атомов в полях двух когерентных импульсных волн: волны высокой гармоники с частотой Ω_s и фундаментальной волны с частотой ω ($\Omega_s = s\omega$, где s – номер гармоники). Средой в кросс-корреляционных экспериментах являются атомы благородных газов (He, Ar) с высоким потенциалом ионизации.

Интенсивность фундаментальной волны предполагается сравнительно небольшой ($I_{10} \sim 10^{11} - 10^{12}$ Вт/см²), когда параметр адиабатичности Келдыша [5] $\gamma \approx 10$ и процессами многофотонной ионизации атомов полем этой волны при малой длительности импульса ($\tau_1 \sim 100$ фс – 1 пс) можно пренебречь. С другой стороны, энергия кванта высокой гармоники должна быть достаточно

Д.Ф.Зарецкий. Российский исследовательский центр «Курчатовский институт», Россия, 123182 Москва, пл. Курчатова, 1; e-mail: ZARETSKY@imp.kiae.ru

Э.А.Нерсесов. Московский инженерно-физический институт (государственный университет), Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: k_nersesova@hotmail.com

большой ($\Omega_s \approx 30 - 50$ эВ), чтобы в среде с заметной вероятностью могли протекать процессы однофотонной ионизации атомов полем гармоник. Одновременное присутствие в объеме взаимодействия обеих волн приводит к образованию в спектре фотоэлектронов основного пика с энергией $\varepsilon_{0s} = -(|E_0| + U_p) + \Omega_s$ и сателлитов с энергией $\varepsilon_{pn} = \varepsilon_{0s} \pm n\omega$, где $|E_0| + U_p$ – энергия связи электрона в основном состоянии атома с учетом ponderomotorного потенциала U_p в поле фундаментальной волны; n – порядок сателлита (далее рассматривается случай сателлитов первого порядка, когда $n = 1$)*.

Взаимодействие атома с полями волн описывается с использованием pA -калибровки, в соответствии с чем рассматриваются операторы

$$\hat{V}_1 = i \frac{eA_{10}(e_1 \nabla)}{2m_e} \{ \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})] + \text{компл. сопр.} \} f_1(t), \quad (1)$$

$$\hat{V}_2 = i \frac{eA_{20}(e_2 \nabla)}{2m_e} \exp[i(\Omega_s t - \mathbf{K}\mathbf{r})] f_2(t), \quad (2)$$

где \mathbf{k} и \mathbf{K} – волновые векторы фундаментальной волны и волны высокой гармоники; A_{10} и A_{20} – амплитуды векторного потенциала соответствующих волн с единичными векторами поляризации \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 (в дальнейшем считаем $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \equiv \mathbf{e}$); $f_1(t) = \exp[-(t - \Delta\tau)^2/\tau_1^2]$ и $f_2(t) = \exp(-t^2/\tau_2^2)$ – временные огибающие амплитуд волн, максимумы которых смещены на время задержки $\Delta\tau$.

Отметим, что существует другая калибровка взаимодействия, называемая dE -приближением. Однако, как показано в [6], эти две калибровки в дипольном приближении, которое используется в настоящей работе, эквивалентны. Адиабатическое приближение при включении и выключении фундаментальной волны ($\omega\tau_1 \gg 1$) считается выполненным. Оно дает возможность выделить в волновых функциях электрона сплошного спектра быстроосциллирующие множители.

Роль оператора $\hat{V}_{12} \sim A_1 A_2$ в образовании сателлитов несущественна, и по этой причине он не принимается во внимание при расчетах (оценки см. ниже). Оператор \hat{V}_2 используется в первом порядке теории возмущений при вычислении амплитуды вероятности однофотонной ионизации атома полем высокой гармоники; оператор \hat{V}_1 – при построении базиса волновых функций электрона сплошного спектра в поле сильной волны (метод Келдыша [5]). Учет кулоновского взаимодействия фотоэлектрона с остаточным ионом требует отдельного рассмотрения и более подробно обсуждается ниже в разд. 4.

Отметим, что существуют два механизма образования сателлитов. Они могут возникать в результате как прямой фотоионизации атома полем высокой гармоники с учетом влияния сильной фундаментальной волны, так и каскадного перехода с начальной ионизацией атома гармоникой и последующим неупругим кулоновским перераспределением фотоэлектрона на остаточном ионе с захватом (испусканием) кванта фундаментальной волны. В принципе возможны и более сложные варианты каскадных переходов электрона в конечные состояния сателлитов через кулоновское перераспределение. Однако эти переходы возникают при учете более высоких порядков теории возмущений. При не слишком большой интенсив-

ности фундаментальной волны вкладом указанных процессов в амплитуду вероятности образования сателлитов можно пренебречь.

Амплитуда вероятности прямой фотоионизации атома в присутствии обеих волн дается выражением

$$A_p(\infty) = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle \Psi_p^* | \hat{V}_2 | \Psi_0 \rangle, \quad (3)$$

где Ψ_0 – волновая функция основного состояния атома (в конкретных расчетах матричных элементов берется функция $1s$ -состояния водородоподобного иона);

$$\Psi_p(\mathbf{r}, t) = \exp[-i(\varepsilon_p t - \mathbf{p}\mathbf{r})] \exp(iy \sin \varphi) \quad (4)$$

– волновая функция электрона сплошного спектра в поле фундаментальной волны (волковская волна); $y = e(\mathbf{A}_1 \mathbf{p}) / (m_e \omega) \equiv y_0 f_1(t)$; $y_0 = e(\mathbf{A}_{10} \mathbf{p}) / (m_e \omega)$; $\varphi = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$; ε_p – энергия фотоэлектрона с импульсом \mathbf{p} . В дальнейшем функция Ψ_p разлагается в ряд по собственно-энергетическим состояниям (известное разложение по функциям Бесселя [7]). Аргумент функций Бесселя для типичных параметров в кросс-корреляционных экспериментах мал: $(y_0/2) < 1$, и последующие результаты работы получены в приближении низших порядков по этому параметру.

Выражение для амплитуды вероятности прямой фотоионизации атома (3) получено в пренебрежении взаимодействием электрона в сплошном спектре с кулоновским потенциалом иона. Однако, как показывают результаты кросс-корреляционных экспериментов, энергии фотоэлектронов, как правило, невелики: $\varepsilon_p \leq 10$ эВ. По этой причине неупругое кулоновское перераспределение фотоэлектрона на ионе может дать существенный вклад в интенсивность сателлитов.

Амплитуда вероятности образования сателлитов в первом порядке по кулоновскому взаимодействию дается выражением

$$\begin{aligned} \tilde{A}_p(\infty) &= (-i)^2 \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle \Psi_p^* | \hat{V}_c | \Psi_{p'} \rangle \\ &\times \int_{-\infty}^t dt_1 \langle \Psi_{p'}^* | \hat{V}_2 | \Psi_0 \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Psi_{p'}$ – волновая функция электрона сплошного спектра в промежуточном состоянии с $\varepsilon_{p'}$, \mathbf{p}' ; $\langle \Psi_p^* | \hat{V}_c | \Psi_{p'} \rangle$ – матричный элемент кулоновского взаимодействия, зависящий от переданного импульса $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$.

3. Амплитуда вероятности процессов прямой фотоионизации атома

Вычисление матричного элемента оператора \hat{V}_2 в дипольном приближении ($p \gg sk$) и последующее интегрирование в (3) приводят к выражению для амплитуды вероятности прямой ионизации атома с фотоэлектроном в основном пике ($\varepsilon_p = \varepsilon_{0s}$, где $\varepsilon_p = \varepsilon_{pn}$ при $n = 0$):

$$\begin{aligned} A^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s})} &= 4\sqrt{\pi} \alpha \tau_2 e A_{20} (\pi a_0^3)^{1/2} \left(\frac{Ry}{I_0} \right)^{3/4} \frac{(\varepsilon_p / I_0)^{1/2}}{(1 + \varepsilon_p / I_0)^2} \\ &\times \exp[-(\varepsilon_p - \varepsilon_{0s})^2 \tau_2^2 / 4] \cos \theta_0, \end{aligned} \quad (6)$$

*В настоящей работе используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$.

где α – постоянная тонкой структуры; a_0 – первый боровский радиус атома водорода; Ry – постоянная Ридберга; $I_0 = |E_0|$ – энергия связи основного состояния атома; θ_0 – угол между направлением импульса \mathbf{p} фотоэлектрона и направлением поляризации волн.

Экспонента в (6) описывает энергетический спектр фотоэлектронов в окрестности основного пика, возникающего при поглощении атомом кванта с частотой Ω_s . Обратим внимание на то, что выражение (6) получено в нулевом приближении по взаимодействию электрона с полем фундаментальной волны (приближении плоской волны в (4)). Очевидно, что этого приближения недостаточно, чтобы с помощью оператора \hat{V}_2 из формулы (3) найти выражение, описывающее переход электрона в сателлиты. Однако уже при разложении (4) в первом приближении по параметру y_0 из (3) можно получить выражение для амплитуды вероятности прямой ионизации атома с образованием сателлитов (энергия фотоэлектрона $\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega$, где $\varepsilon_p = \varepsilon_{pn}$ при $n = 1$):

$$A^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)} = \sqrt{2\pi\alpha\tau_1} \left(\frac{x}{1+x} \right)^{1/2} eA_{20} \frac{eA_{10}}{\omega} (\pi a_0^3)^{1/2} \times \left(\frac{I_0}{m_e} \right)^{1/2} \left(\frac{Ry}{I_0} \right)^{3/4} \frac{(\varepsilon_p/I_0)^{1/2}}{(1 + \varepsilon_p/I_0)^2} \exp \left[-\frac{(\Delta\tau/\tau_1)^2}{1+x} \right] \times \exp \{ -[\varepsilon_p - (\varepsilon_{0s} \pm \omega)]^2 \tau_1^2 x / [4(1+x)] \} \cos^2 \theta_0, \quad (7)$$

где $x \equiv \tau_2^2/\tau_1^2$ – безразмерный параметр, который необходимо находить из результатов эксперимента для определения длительности генерации высокой гармонике.

Обратим внимание на то, что параметр x входит как в показатель экспоненты, описывающей затухание амплитуды (7) с ростом временной задержки $\Delta\tau$, так и в предэкспоненциальный множитель. Сама же экспонента возникает естественным образом при вычислении фурье-образа функции перекрытия $f_1(t)f_2(t)$ огибающих волн и совпадает с феноменологическим результатом работ [2–4].

Выражение для прямой фотоионизации атома с образованием сателлитов в конечном состоянии может быть получено также (в приближении плоских волн в (4)) с помощью оператора $\hat{V}_{12} = e^2(A_1A_2)$ из формулы, аналогичной (3), при замене \hat{V}_2 на \hat{V}_{12} . В самом деле, временная зависимость $\hat{V}_{12}(t)$ содержит необходимую для фотоионизации атома в состоянии сателлитов комбинацию частот волн. Однако отношение амплитуды, полученной с помощью оператора \hat{V}_{12} , к амплитуде (7) определяется величиной $\sim \omega/\varepsilon_p < 1$ и указывает на то, что вкладом \hat{V}_{12} в амплитуду вероятности образования сателлитов в данном случае можно пренебречь.

4. Амплитуда вероятности атомного фотоэффекта с учетом кулоновского перерасеяния фотоэлектрона на остаточном ионе

Если ограничиться процессом с захватом фотоэлектроном одного кванта фундаментальной волны, то при разложении функции (4) по параметру y_0 в низшем порядке из (5) получим

$$\tilde{A}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)} = - \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\Delta y_0}{2} V_c(\Delta\mathbf{p}) V_2(\mathbf{p}') \times \exp \{ i[\varepsilon_p - (\varepsilon_{p'} \pm \omega)]t \} f_1(t) F(t), \quad (8)$$

где $V_c(\Delta\mathbf{p})$ и $V_2(\mathbf{p}')$ – матричные элементы соответствующих операторов;

$$F(t) = \int_{-\infty}^t dt_1 \exp \{ i(\varepsilon_{p'} - \varepsilon_{0s})t_1 \} f_2(t_1). \quad (9)$$

Каскадный процесс, приводящий к амплитуде (8), показан на рис.1. В подынтегральное выражение (8) входит произведение $f_1(t)F(t)$, поэтому основной вклад в амплитуду $\tilde{A}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)}$ дает функция $F(t)$ в области $|t| \leq \tau_1$ в окрестности $t \approx \Delta\tau$. Это обстоятельство позволяет заменой переменной $t_1 = t + t'$ свести интеграл (9) к табличному [7]. В результате вычислений получим для $F(t)$ формулу

$$F(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \tau_1 \sqrt{x} \exp \left[-\frac{(\varepsilon_{p'} - \varepsilon_{0s})^2 \tau_1 x}{4} \right] \times \left\{ 1 + \Phi \left[\frac{t}{\tau_1 \sqrt{x}} - i \frac{(\varepsilon_{p'} - \varepsilon_{0s}) \tau_1 \sqrt{x}}{2} \right] \right\}, \quad (10)$$

где $\Phi(u)$ – интеграл вероятности [7]. Зависимость от времени функции $F(t)$ содержится в вещественной части аргумента u интеграла вероятности, мнимая часть аргумента совпадает с показателем экспоненты, описывающей энергетический спектр $\varepsilon_{p'}$ промежуточного состояния электрона.

Дальнейшие вычисления амплитуды (8) сводятся к подстановке (10) в (8) и последующему определению временного интеграла методом наискорейшего спуска [8]. Детали расчета описаны в Приложении 1, а полученный в нем результат дается формулой

$$\tilde{A}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)} = \frac{1}{\pi} (Ry \tau_1)^2 \sqrt{x} \frac{eA_{10}}{\omega} \frac{eA_{20}}{m_e} (\pi a_0^3)^{1/2} \times$$

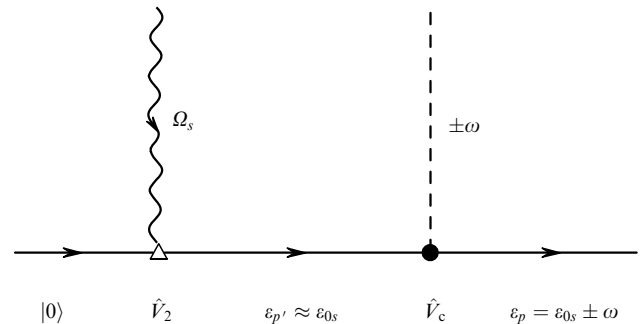


Рис.1. Диаграмма Фейнмана, описывающая атомный фотоэффект. Вершина, представленная в виде треугольника с волнистой линией, отвечает взаимодействию атома в основном состоянии $|0\rangle$ с полем волны высокой гармонике (оператор \hat{V}_2) в присутствии фундаментальной волны, приводящему к переходу электрона в промежуточное состояние с энергией $\varepsilon_{p'}$ сплошного спектра; вершина, изображенная штриховой линией с точкой (оператор \hat{V}_c), описывает неупругое перерасеяние фотоэлектрона на кулоновском потенциале остаточного иона с захватом (испусканием) одного кванта фундаментальной волны, переводящее электрон в конечное состояние (сателлиты с энергией $\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega$).

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{\text{Ry}}{I_0} \right)^{3/4} \int_0^\infty dz \frac{z}{(1 + \text{Ry} z/I_0)^2} \left[1 + \Phi \left(\frac{t_c - t_0}{\tau_1 \sqrt{x}} \right) \right] \\ & \times \exp[-(z - z_0)^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 x/4] \exp\{i[\bar{z}_0 - (z \pm q)] \text{Ry} \Delta t\} \\ & \times \exp\{-[\bar{z}_0 - (z \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2/4\} J_{\theta\phi} \end{aligned} \quad (11)$$

(обозначения см. в Приложении 1). После громоздких, но несложных вычислений табличных интегралов в формуле (П1.5) получим

$$J_{\theta\phi} = -\frac{\pi z^{1/2}}{4(\bar{z}_0 z)^{3/2}} [F_0(z) + F_1(z) \cos^2 \theta_0], \quad (12)$$

где

$$F_0(z) = 2(\bar{z}_0 z)^{1/2} (\bar{z}_0 + z) - (\bar{z}_0 - z)^2 \ln |v|;$$

$$v = (\sqrt{\bar{z}_0} + \sqrt{z})/(\sqrt{\bar{z}_0} - \sqrt{z});$$

$$F_1(z) = 2[2(\bar{z}_0 z)^{1/2} (\bar{z}_0 - 3z) - (\bar{z}_0^2 + 2\bar{z}_0 z - 3z^2) \ln |v|]. \quad (13)$$

Подстановка (12) в (11) приводит к следующему выражению для амплитуды рассматриваемого процесса:

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)} &= \frac{(\text{Ry} \tau_1)^2}{4} \sqrt{x} \frac{eA_{10}}{\omega} \frac{eA_{20}}{m_e} (\pi a_0^3)^{1/2} \left(\frac{\text{Ry}}{I_0} \right)^{3/4} \\ & \times \int_0^\infty dz \frac{[F_0(z) + F_1(z) \cos^2 \theta_0]}{(1 + \text{Ry} z/I_0)^2 \bar{z}_0^{3/2}} \{1 + \Phi[u(z)]\} \\ & \times \exp\{i[\bar{z}_0 - (z \pm q)] \text{Ry} \Delta t\} \exp\{-[\bar{z}_0 - (z \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2/4\} \\ & \times \exp[-(z - z_0)^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 x/4]. \end{aligned} \quad (14)$$

Интеграл в (14) также вычисляется методом наискорейшего спуска, а детали расчета описаны в Приложении 2. После подстановки полученной в нем формулы (П2.4) в (14) находим окончательное выражение для амплитуды вероятности образования спутников:

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega)} &= \sqrt{\pi} \text{Ry} \tau_1 \left(\frac{x}{1+x} \right)^{1/2} \frac{eA_{10}}{\omega} \frac{eA_{20}}{m_e} (\pi a_0^3)^{1/2} \\ & \times \left(\frac{\text{Ry}}{I_0} \right)^{3/4} \frac{F_0(\bar{z}_0) + F_1(\bar{z}_0) \cos^2 \theta_0}{(1 + \text{Ry} z_0/I_0)^2 \bar{z}_0^{3/2}} \exp\{-[\bar{z}_0 - (z_0 \pm q)]^2\} \\ & \times \text{Ry}^2 \tau_1^2 \frac{x}{4(1+x)} \left\} \exp \left[- \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1} \right)^2 \frac{1}{1+x} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Из сравнения выражений (7) и (15) следует, в частности, то, что независимо от механизма образования спутников затухание соответствующих амплитуд с ростом временной задержки $\Delta\tau$ происходит одинаково.

5. Число фотоэлектронов, испускаемых атомом за один импульс

Приведем формулы для числа фотоэлектронов, испускаемых атомом за один импульс в основной пик ($\varepsilon_p =$

ε_{0s}), и в спутники ($\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \omega$). Эти формулы получаются стандартным образом при интегрировании квадрата модуля амплитуд (6), (7) и (15) с учетом статистических весов электронов в конечном состоянии. Окончательные результаты приводятся в обычной системе единиц.

Выражение для числа фотоэлектронов, испускаемых атомом за импульс в единичный телесный угол Ω_p в основной пик при прямой ионизации полем высокой гармоники следует из (6) и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dN^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s})}}{d\Omega_p} &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\text{Ry} \tau_1}{\hbar} \left(\frac{eA_{20}}{m_e c^2} \right)^2 \frac{m_e c^2}{I_0} \\ & \times \frac{(\varepsilon_{0s}/I_0)^{3/2}}{(1 + \varepsilon_{0s}/I_0)^4} \cos^2 \theta_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогичное выражение для числа фотоэлектронов, образующих спутники в результате прямой фотоионизации в полях двух волн, получается из (7) и дается формулой

$$\begin{aligned} \frac{dN^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}}{d\Omega_p} &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\text{Ry} \tau_1}{\hbar} \left(\frac{x}{1+x} \right)^{1/2} \left(\frac{eA_{20}}{m_e c^2} \right)^2 \\ & \times \left(\frac{eA_{10}}{\hbar\omega} \right)^2 \frac{(\varepsilon_{0s}/I_0)^{5/2}}{[1 + \varepsilon_{0s}(1 \pm \tilde{t})I_0]^4} (1 \pm \tilde{t})^{5/2} \\ & \times \exp \left[- \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1} \right)^2 \frac{2}{1+x} \right] \cos^4 \theta_0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\tilde{t} = \hbar\omega/\varepsilon_{0s}$ – безразмерный параметр ($0 \leq \tilde{t} \leq 1$); знак плюс в (17) соответствует правому спутнику с энергией $\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} + \hbar\omega = \varepsilon_{0s}(1 + \tilde{t})$, знак минус – левому с энергией $\varepsilon_p = \varepsilon_{0s}(1 - \tilde{t})$.

Выражение для числа фотоэлектронов, образующих спутники и испускаемых в единичный телесный угол, может быть найдено из (15) и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}}{d\Omega_p} &\propto \int_0^\infty \frac{[F_0(\bar{z}_0) + F_1(\bar{z}_0) \cos^2 \theta_0]^2}{\bar{z}_0^{5/2}} \\ & \times \exp \left\{ - [\bar{z}_0 - (z_0 \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 \frac{x}{2(1+x)} \right\} d\bar{z}_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Результат интегрирования зависит от положения основного пика фотоэлектронов относительно порога ионизации. В случае достаточно высоких конечных энергий фотоэлектронов, когда $\varepsilon_{0s} > \hbar\omega$ (параметр $z_0 \pm q > 0$) и седловая точка фазы экспоненты в (18) находится внутри области интегрирования по конечной энергии \bar{z}_0 фотоэлектрона, из (15) получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p = \varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}}{d\Omega_p} &= \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\text{Ry} \tau_1}{\hbar} \left(\frac{x}{1+x} \right)^{1/2} \left(\frac{eA_{20}}{m_e c^2} \right)^2 \left(\frac{eA_{10}}{\hbar\omega} \right)^2 \\ & \times \frac{(\varepsilon_{0s}/I_0)^{3/2}}{(1 + \varepsilon_{0s}/I_0)^4} \frac{[\Phi^{(\pm)}(\tilde{t})]^2}{(1 \pm \tilde{t})^{5/2}} \exp \left[- \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1} \right)^2 \frac{2}{1+x} \right], \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi^{(\pm)}(\tilde{t}) &= F_0^{(\pm)}(\tilde{t}) + F_1^{(\pm)}(\tilde{t}) \cos^2 \theta_0 = (1 \pm \tilde{t})^{1/2} (1 \pm \tilde{t}/2) \\ & - (\tilde{t}/2)^2 \ln \left| \frac{(1 \pm \tilde{t})^{1/2} + 1}{(1 \pm \tilde{t})^{1/2} - 1} \right| - 2 \left[(1 \pm \tilde{t})^{1/2} (1 \mp \tilde{t}/2) \pm \right. \end{aligned}$$

$$\pm \tilde{t}(1 \pm \tilde{t}/4) \ln \left| \frac{(1 \pm \tilde{t})^{1/2} + 1}{(1 \pm \tilde{t})^{1/2} - 1} \right| \cos^2 \theta_0 \quad (20)$$

и предполагается, что $\tilde{t} < 1$.

Сделаем замечание по поводу выражения (19). Строго говоря, формула для интенсивности сателлитов, получающаяся в результате интегрирования по \bar{z}_0 , выражается через функции параболического цилиндра $D_\nu(w)$ [7]. Однако при $\varepsilon_{0s} > \hbar\omega$ аргумент w этих функций велик в адиабатическом приближении ($\omega\tau_1 \gg 1$), что дает возможность использовать известное асимптотическое представление для функций D_ν [7]. Эта процедура эквивалентна использованию в (18) δ -приближения для экспоненты, содержащей \bar{z}_0 . Итогом вычислений является выражение (19), которое имеет универсальный характер и из которого, в частности, следует формула для интенсивности сателлитов в случае высоколежащих пиков фотоэлектронов при $\tilde{t} \approx 0$:

$$\frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}}{d\Omega_p} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\text{Ry} \tau_1}{\hbar} \left(\frac{x}{1+x}\right)^{1/2} \left(\frac{eA_{20}}{m_e c^2}\right)^2 \left(\frac{eA_{10}}{\hbar\omega}\right)^2 \times \frac{(\varepsilon_{0s}/I_0)^{3/2}}{(1+\varepsilon_{0s}/I_0)^4} \exp\left[-\left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1}\right)^2 \frac{2}{1+x}\right] (1-2\cos^2\theta_0)^2. \quad (21)$$

Отдельного рассмотрения заслуживает ситуация при $\tilde{t} = 1$, когда $\varepsilon_{0s} \approx \hbar\omega$ (рождение левого сателлита происходит на пороге ионизации), а седловая точка фазы экспоненты в (18) для этого сателлита находится на границе области интегрирования. В данном случае необходимо разложение в ряд множителя при экспоненте в (18) в окрестности точки $\bar{z}_0 \approx z_0 - q \approx 0$. Получающееся в результате выражение для интенсивности левого сателлита может быть найдено с помощью табличных интегралов [7] и имеет вид

$$\frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s}-\hbar\omega)}(1)}{d\Omega_p} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\text{Ry} \tau_1}{\hbar}\right)^{1/2} \left(\frac{x}{1+x}\right)^{1/4} \times \left(\frac{eA_{20}}{m_e c^2}\right)^2 \left(\frac{eA_{10}}{\hbar\omega}\right)^2 \left(\frac{\text{Ry}}{I_0}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_{0s}/I_0}{(1+\varepsilon_{0s}/I_0)^4} \times (1-2\cos^2\theta_0)^2 \exp\left[-\left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1}\right)^2 \frac{2}{1+x}\right]. \quad (22)$$

Формула для интенсивности правого сателлита определяется выражениями (19) и (20), в которых следует брать верхний знак и считать $\tilde{t} = 1$.

6. Анализ результатов

Приведем сравнительную оценку интенсивностей сателлитов и основного пика, образующихся в результате прямой ионизации атома (формулы (16) и (17)). Отношение этих величин зависит от интенсивности фундаментальной волны, и поэтому оценка даст значение необходимой мощности, при которой сравниваются высоты пиков. Из (16) и (17) при $\Delta\tau = 0$ для случая $\theta_0 = 0$ следует, что

$$\frac{N^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}}{N^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s})}} \sim \alpha^2 \left(\frac{eA_{10}}{\hbar\omega}\right)^2. \quad (23)$$

Для излучения титан-сапфирового лазера ($\lambda = 800$ нм) при интенсивности $I_{10} \approx 2 \times 10^{12}$ Вт/см² отношение (23) достигает единицы, что соответствует экспериментальной оценке [3], получаемой из пондеромоторного сдвига пиков фотоэлектронов.

Приведем выражение для отношения интенсивностей сателлитов, образующихся за счет кулоновского перерасеяния фотоэлектрона на ионе (формула (21)) и за счет прямой ионизации (формула (17)), в случае высоколежащих пиков ($\tilde{t} = 0$):

$$\frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}(0)/d\Omega_p}{dN^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}(0)/d\Omega_p} = \frac{1}{\varepsilon_{0s}/I_0} \frac{(1-2\cos^2\theta_0)^2}{\cos^4\theta_0}. \quad (24)$$

Из (24) следует, что с ростом энергии ε_{0s} основного пика (например, за счет перехода к гармоникам с большими номерами s) относительный вклад кулоновского взаимодействия электрона в сплошном спектре с остаточным ионом в образование сателлитов, как и следовало ожидать, уменьшается. Так, в случае атомов He ($I_0 = 24.6$ эВ) [3] это имеет место при $s > s_0 = 2I_0/(\hbar\omega) \approx 31$.

Обращает на себя внимание то, что учет кулоновского взаимодействия в данном случае существенно меняет характер угловой зависимости фотоэлектронов в сателлитах. Если при прямой ионизации фотоэлектроны испускаются в основном вдоль направления поляризации волн ($dN^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}/d\Omega_p \sim \cos^4\theta_0$) (этот результат был получен ранее в работе [9]), то при перерасеянии имеем выражение

$$\frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}(0)}{d\Omega_p} \sim (1-2\cos^2\theta_0)^2.$$

Из (24), в частности, следует, что в направлении $\theta_0 = \pi/2$ (т. е. в поперечном к направлению поляризации волн) образование сателлитов происходит только за счет неупругого кулоновского перерасеяния. Подчеркнем, что для сателлитов это справедливо в предположении, что основным состоянием атома является s -состояние.

Приведем сравнительную оценку высоты пиков сателлитов, возникающих в результате неупругого кулоновского перерасеяния (формула (19)) и прямой фотоионизации (формула (17)), в общем случае, когда $\tilde{t} \neq 0$ и $\tilde{t} \neq 1$:

$$\frac{d\tilde{N}^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}/d\Omega_p}{dN^{(\varepsilon_p=\varepsilon_{0s} \pm \hbar\omega)}/d\Omega_p} \approx \frac{1}{\varepsilon_{0s}/I_0} \frac{[\Phi^{(\pm)}(\tilde{t})]^2}{(1 \pm \tilde{t})^5 \cos^4\theta_0}. \quad (25)$$

При переходе от точной формулы к приближенному выражению (25) были опущены малые по сравнению с единицей слагаемые ε_{0s}/I_0 и \tilde{t} . Если воспользоваться экспериментальными параметрами [3] ($\lambda \approx 800$ нм, $s = 19$, $\varepsilon_{0s} = 4.7$ эВ, $I_0 = 24.6$ эВ, $\tilde{t} = 0.33$), то из (25) получим следующие выражения для правого и левого сателлитов соответственно:

$$\frac{d\tilde{N}^{(+)}(0)/d\Omega_p}{dN^{(+)}(0)/d\Omega_p} \approx 2.0 \frac{(1-3.0\cos^2\theta_0)^2}{\cos^4\theta_0}, \quad (26)$$

$$\frac{d\tilde{N}^{(-)}(0)/d\Omega_p}{dN^{(-)}(0)/d\Omega_p} \approx 15.1 \frac{(1-0.83\cos^2\theta_0)^2}{\cos^4\theta_0}. \quad (27)$$

В частном случае $\theta_0 = 0$ (когда регистрация фотоэлек-

тронов ведется вдоль направления поляризации волн) отношения (26), (27) равны соответственно 8 и 0.4. Заметим, что в соответствии с (17) при прямой фотоионизации атомов и выбранных нами параметрах правый сателлит всегда доминирует над левым:

$$\frac{dN^{(+)} / d\Omega_p}{dN^{(-)} / d\Omega_p} \approx \frac{(1 + \tilde{t})^{5/2}}{(1 - \tilde{t})^{5/2}} \approx 5.$$

Естественно, что при $\tilde{t} \rightarrow 0$ высоты пиков сателлитов становятся равными. Нетрудно видеть, что аномально малое отношение (27) для левого сателлита связано с угловой зависимостью интенсивностей сателлитов.

В качестве иллюстрации для выбранных параметров приведем полярные диаграммы, определяющие угловые зависимости интенсивностей сателлитов, возникающих в результате неупругого кулоновского перерассеяния (рис.2). Разумеется, отмеченная нами асимметрия пиков может экспериментально наблюдаться только в том случае, когда в качестве волны высокой гармоники используется монохроматическая волна с определенным номером s .

В заключение отметим, что полученные в настоящей работе результаты могут дать количественную оценку интенсивности сателлитов в случае применимости борновского приближения, когда энергии фотоэлектронов $\epsilon_{0s} > I_0$. Однако качественные результаты, связанные с перестройкой углового распределения фотоэлектронов в сателлитах при учете кулоновского перерассеяния электронов на ионах, не зависят от энергий электронов. В связи с этим приведенные количественные оценки, использующие данные эксперимента [3] при $\epsilon_{0s} \leq I_0$, имеют иллюстративный характер.

Авторы выражают благодарность П.Агостини (P. Agostini), В.Беккеру (V.Bekker) и А.Маке (A.Maquet) за обсуждение результатов работы. Настоящая работа была выполнена благодаря финансовой поддержке INTAS (проект № 99-450), а также DFG (грант 436 RUS 113/676) – РФФИ (грант № 01-02-16542).

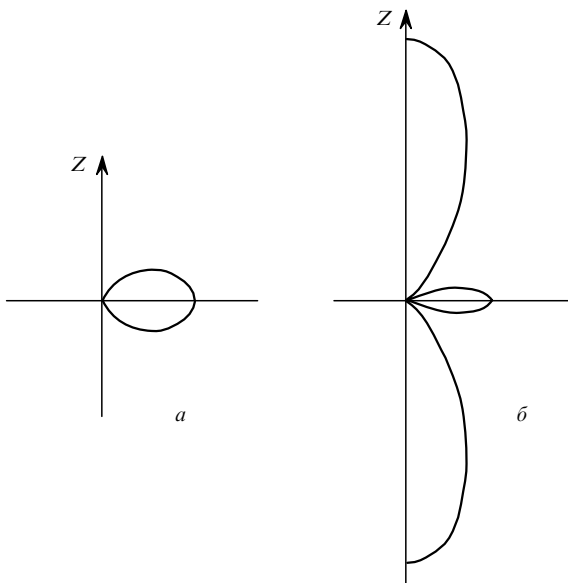


Рис.2. Полярные диаграммы, описывающие угловые зависимости интенсивностей левого (а) и правого (б) сателлитов. На рисунках наблюдается относительный масштаб пиков.

Приложение 1

Подстановка (10) в (8) сводит временной интеграл к выражению

$$J_t = \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[1 + \Phi \left(\frac{t - t_0}{\tau_1 \sqrt{x}} \right) \right] \exp \phi(t), \quad (П1.1)$$

где t_0 – значение t , обращающее в нуль аргумент интеграла вероятности;

$$\phi(t) = i[\epsilon_p - (\epsilon_{p'} \pm \omega)]t - \frac{(t - \Delta\tau)^2}{\tau_1^2} \quad (П1.2)$$

– фаза показателя экспоненты.

Интеграл (П1.1) вычисляется методом наискорейшего спуска и имеет вид [7]

$$J_t \approx \sqrt{\pi} \tau_1 \left[1 + \Phi \left(\frac{t_c - t_0}{\tau_1 \sqrt{x}} \right) \right] \exp \phi(t_c), \quad (П1.3)$$

где $t_c = \Delta\tau + i[\epsilon_p - (\epsilon_{p'} \pm \omega)]\tau_1^2/2$ – координата седловой точки, получаемая из условия $d\phi(t_c)/dt = 0$.

Подстановка (П1.3) в (8) приводит к выражению, совпадающему с (11):

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{(\epsilon_p = \epsilon_{0s} \pm \omega)} &= \frac{1}{\pi} (\text{Ry} \tau_1)^2 \sqrt{x} \frac{eA_{10}}{\omega} \frac{eA_{20}}{m_e} (\pi a_0^3)^{1/2} \\ &\times \left(\frac{\text{Ry}}{I_0} \right)^{3/4} \int_0^{\infty} dz \frac{z}{(1 + \text{Ry} z/I_0)^2} \left[1 + \Phi \left(\frac{t_c - t_0}{\tau_1 \sqrt{x}} \right) \right] \\ &\times \exp[-(z - z_0)^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 x/4] \exp\{i[\bar{z}_0 - (z \pm q)] \text{Ry} \Delta t\} \\ &\times \exp\{-[\bar{z}_0 - (z \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2/4\} J_{\theta\varphi}, \end{aligned} \quad (П1.4)$$

где для удобства расчета введены безразмерные энергии: $\bar{z}_0 = \epsilon_p/\text{Ry}$, $z = \epsilon_{p'}/\text{Ry}$, $z_0 = \epsilon_{0s}$ и $q = \omega/\text{Ry}$. Интеграл

$$J_{\theta\varphi} = \int \frac{(e e_{p'}) (e e_{\Delta p})}{[\bar{z}_0 + z - 2\sqrt{\bar{z}_0} z \cos(\epsilon_p \epsilon_{p'})]^{1/2}} d\Omega_{p'} \quad (П1.5)$$

(где $e_{\Delta p} = \Delta p/|p - p'|$) вычисляется по всем возможным углам вылета электрона в промежуточном состоянии с импульсом p' .

Приложение 2

Интеграл в (14) представим в общем виде как

$$J_z = \int_0^{\infty} \phi(z) \exp \phi(z) dz, \quad (П2.1)$$

где фаза экспоненты

$$\begin{aligned} \phi(z) &= i[\bar{z}_0 - (z \pm q)] \text{Ry} \Delta t - \frac{(z - z_0)^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 x}{4} \\ &- \frac{[\bar{z}_0 - (z \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2}{4}. \end{aligned} \quad (П2.2)$$

Интеграл (П2.1) вычисляется методом наискорейшего спуска [7]; координата седловой точки

$$z_c = \frac{z_0 x + \bar{z}_0 \mp q}{1+x} - i \frac{2\Delta\tau}{\text{Ry} \tau_1^2 (x+1)} = z_0 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\omega\tau_1}\right). \quad (\text{П2.3})$$

После интегрирования в (П2.1) получим выражение

$$J_z = \frac{4\sqrt{\pi}}{\text{Ry} \tau_1 (1+x)^{1/2}} \frac{F_0(\bar{z}_0) + F_1(\bar{z}_0) \cos^2 \theta_0}{(1 + \text{Ry} z_0 / I_0)^2 \bar{z}_0^{3/2}} \times \exp \left\{ - \frac{[\bar{z}_0 - (z \pm q)]^2 \text{Ry}^2 \tau_1^2 x}{4(1+x)} \right\} \times \exp \left[- \left(\frac{\Delta\tau}{\tau_1} \right) \frac{1}{1+x} \right], \quad (\text{П2.4})$$

в котором аргумент z функций $F_0(z)$ и $F_1(z)$ (13) взят при $z = \bar{z}_0$.

1. Kitzler M., Milosevic N., Scrinzi A., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 173904-1 (2002).
2. Schins J.M., Bouhal A., Breger P., et al. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, 197 (1996).
3. Bouhal A., Salieres P., Breger P., et al. *Phys. Rev. A*, **58**, 389 (1998).
4. Glover T.E., Schoenlein R.W., Chin A.H., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 2468 (1996).
5. Келдыш Л.В. *ЖЭТФ*, **47**, 1945 (1964).
6. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. *Атом в сильном световом поле* (М.: Энергоатомиздат, 1984).
7. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: ГИФМЛ, 1963).
8. Джеффрис Г., Свирлс Б. *Методы математической физики. Вып.3* (М.: Мир, 1970).
9. Cionga A., Florescu V., Maquet A., Taieb R. *Phys. Rev. A*, **47**, 1830 (1993).