

# Электрострикционный временной сдвиг лазерных импульсов в волоконных световодах

А.С.Бирюков, С.В.Ерохин, С.В.Кущенко, Е.М.Дианов

*Приведена модель, описывающая электрострикционный временной сдвиг лазерных импульсов в их высокочастотной последовательности, распространяющейся в волоконном световоде. Адекватность модели подтверждена хорошим совпадением получаемых с ее помощью результатов с известными из литературы данными исследований относительных временных сдвигов в высокочастотной последовательности оптических солитонов. Из модели следует возможность существенного уменьшения временных сдвигов в информационной последовательности импульсов в волоконно-оптических линиях, составленных из отрезков световодов с разными знаками дисперсии. Для сравнительно небольших частот следования импульсов (менее 500 МГц) найдена осциллирующая зависимость их относительного временного сдвига от скорости передачи информации.*

**Ключевые слова:** волоконный световод, показатель преломления, лазерный импульс, электрострикция, функция отклика, дисперсия групповых скоростей.

## 1. Введение

В работе [1] представлен наиболее детальный на сегодня анализ явления электрострикции в одномодовых волоконных световодах при распространении по ним одиночных импульсов лазерного излучения. Там же рассчитана электрострикционная акустическая функция отклика на прохождение импульса по световоду с более сложным (не гауссовым) радиальным распределением поля основной моды и подчеркнуто, что амплитуда и структура функции отклика определяются не интенсивностью света в импульсе, а ее радиальным градиентом. В результате при модельном описании пространственно-временного возмущения показателя преломления среды в случае прохождения одиночного импульса излучения получено хорошее количественное совпадение результатов с экспериментально измеряемыми функциями отклика. Однако с практической точки зрения важно знать не только функцию отклика от одиночного импульса, но и то, какое влияние оказывают электрострикционные возмущения на относительное положение импульсов в их высокочастотной информационной последовательности, а также иметь количественную зависимость относительного сдвига импульсов от пройденного их последовательностью расстояния вдоль световода и от параметров, определяющих процесс распространения. В особенности это касается высокоскоростных и сверхдальних волоконно-оптических линий связи, в которых относительный временной сдвиг импульсов может существенно влиять на качество передаваемой информации.

В настоящей работе описывается модель, позволяющая рассчитывать обусловленный электрострикцией

временной сдвиг импульсов в волоконно-оптических линиях. Необходимость этой работы вряд ли возникла бы, если бы не неточности, имеющиеся, на наш взгляд, в основополагающих работах [2–7]. При этом материал данной статьи в значительной степени опирается на результаты, представленные в [1].

## 2. Теоретическая модель

Рассмотрим влияние явления электрострикции на процесс распространения импульса излучения в волоконном световоде.

Время  $t_1$  прохождения импульсом отрезка световода длиной  $dz$  определится соотношением

$$dt_1 = \frac{dz}{v_g}, \quad (1)$$

где  $v_g$  – групповая скорость. Изменение  $v_g$  за счет электрострикции обусловлено потерей части собственной энергии импульса на возбуждение акустических колебаний среды, что, в свою очередь, ведет к изменению его несущей частоты  $\omega$ . Поскольку это изменение  $v_g$ , вообще говоря, невелико, разложим  $v_g^{-1}$  в (1) в ряд вблизи значения  $v_{g0}$ , которое имела бы групповая скорость в отсутствие электрострикции, и ограничимся в разложении лишь первым приближением. Тогда вместо (1) получим

$$\frac{dt_1}{dz} = \frac{1}{v_{g0}} + z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{v_g} \right). \quad (2)$$

Затем, поскольку по определению (см., напр., [8]) частная производная по времени от фазы  $\Phi(z, t)$  (эйконала) в первом приближении равна частоте поля, получим

$$\Phi(z, t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} [n + \delta n(t)]z, \quad (3)$$

А.С.Бирюков, С.В.Ерохин, С.В.Кущенко, Е.М.Дианов. Научный центр волоконной оптики при Институте общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38

Поступила в редакцию 25 мая 2004 г.

где  $\omega_0$  – исходное значение несущей частоты импульса;  $n$  – показатель преломления;  $\delta n(t)$  – считающаяся известной [1] электрострикционная функция отклика;  $c$  – скорость света в вакууме. Несущая частота в момент времени  $t$  определится выражением  $\omega(z, t) = \partial\Phi/\partial t = \omega_0 - (\omega_0 z/c)[d\delta n(t)/dt]$ , а ее изменение вдоль  $z$  за счет электрострикции можно найти из уравнения

$$\frac{d\omega}{dz} = -\frac{\omega}{c} \frac{d\delta n}{dt} = -\frac{\omega}{c} \delta n'(0), \quad (4)$$

где штрих означает дифференцирование по времени.

Теперь воспользуемся определением дисперсии групповой скорости

$$D = \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{v_g} \quad (5)$$

и с помощью (4) найдем

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{v_g} \right) = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{1}{v_g} \right) \frac{d\lambda}{dz} = -\frac{\lambda}{\omega} \frac{d\omega}{dz} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{1}{v_g} \right) = \frac{D\lambda}{c} \delta n'(0),$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения.

В результате вместо (2) получим

$$\frac{dt_1}{dz} = \frac{1}{v_{g0}} + \frac{D\lambda z}{c} \delta n'(0). \quad (6)$$

В соотношениях (4), (6) аргумент производной  $\delta n'(t)$  приближенно положен равным нулю. Дело в том, что в дальнейшем нами рассматриваются информационные последовательности импульсов, соответствующие скоростям передачи информации свыше 1 Гбит/с и длительностям импульсов  $\Delta t < 100$  пс. Таким образом, прохождение по световоду каждого такого короткого импульса с хорошей точностью совпадает с начальной стадией формирования электрострикционной функции отклика, плавно меняющейся в течение длительности импульса и имеющей гораздо большую собственную длительность ( $\Delta\tau \sim 2$  нс). На самом деле, как будет следовать из дальнейшего, для нахождения относительного временного сдвига импульсов в их последовательности знания начального значения аргумента функции  $\delta n(t)$  не требуется.

С точностью до сделанных выше приближений временной сдвиг  $\tau_1$  импульса относительно  $t_0$  ( $dt_0 = dz/v_{g0}$ ) из-за электрострикционного самовоздействия определяется уравнением

$$\frac{d\tau_1}{dz} = \frac{d(t_0 - t_1)}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} \delta n'(0). \quad (7)$$

Видно, например, что в области нормальной дисперсии групповой скорости ( $D > 0$ ) импульс замедляется и  $\tau_1$  становится меньше нуля (поскольку  $\delta n'(0) \geq 0$ ). Если считать, что  $D$  и  $\delta n'(0)$  не зависят от  $z$ , то из (7) следует  $\tau_1 = -D\lambda z^2 \delta n'(0)/2c$ , что вдвое превышает результат, приведенный для  $\tau_1$  в [4, 5].

Когда импульс распространяется в световоде не один, а в последовательности таких же, изначально равноотстоящих во времени друг от друга импульсов, имеет место следующее.

Первый из последовательности импульсов, разделенных временным интервалом  $T$ , подвергается оцененному

выше самовоздействию. Второй, кроме самовоздействия, аддитивно испытывает возмущение среды, порожденное первым. Однако аргумент у соответствующей функции отклика от первого импульса должен учитывать реальное относительное положение импульсов во времени, изменившееся за счет их, вообще говоря, разного сдвига. Иными словами, уравнение для временного сдвига  $\tau_2$  второго импульса должно иметь вид

$$\frac{d\tau_2}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} [\delta n'(0) + \delta n'(T + \tau_2 - \tau_1)]. \quad (8)$$

Здесь первое слагаемое в квадратных скобках определяется функцией отклика среды от самого же второго импульса, второе – возмущением от первого импульса. При этом, если аргумент второго слагаемого превышает типичную характерную длительность функции отклика  $\Delta\tau \sim 2$  нс, то это слагаемое практически обращается в нуль, так что второй импульс «не чувствует» возмущения показателя преломления, вызванного первым, а испытывает лишь самовоздействие (уравнение (8) переходит в (7)). Последнее утверждение справедливо для всех случаев, кроме резонансных, соответствующих условию  $T \approx k\tau_0$ , где  $\tau_0 = 21$  нс – время прихода в сердцевину световода эха от возмущения, созданного первым импульсом,  $k$  – целое число (приведенная величина  $\tau_0$  соответствует световоду с диаметром оболочки 125 мкм). Поскольку амплитуды последовательных эхо-сигналов быстро затухают во времени, эффект от них проявляется лишь для  $k \leq 4$  (подробнее см. [1]).

Точно так же для временного сдвига третьего импульса получим

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_3}{dz} = & -\frac{D\lambda z}{c} [\delta n'(0) + \delta n'(T + \tau_3 - \tau_2) \\ & + \delta n'(2T + \tau_3 - \tau_1)], \end{aligned} \quad (9)$$

и вообще, система «зацепляющихся» уравнений для нахождения сдвига произвольного  $m$ -го импульса в эквидистантной последовательности одинаковых импульсов имеет вид

$$\frac{d\tau_m}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} \sum_{i=1}^m \delta n'[(m-i)T + \tau_m - \tau_i], \quad (10)$$

где слагаемое с  $i = m$  в каждом из уравнений (10) определяет временной сдвиг, обусловленный самовоздействием.

Для пояснения вышесказанного на рис.1 схематически изображены несколько первых импульсов последовательности на фоне производимых ими функций отклика. Даже малые отклонения от эквидистантности (за счет разных  $\tau_i$  и  $\tau_m$ ) существенно меняют условия распространения (уровень возмущения показателя преломления) разных импульсов последовательности, что в зависимости от знаков производных в сумме (10) может приводить как к возрастанию, так и уменьшению временных сдвигов. Малые начальные отклонения от эквидистантности могут иметь место, например, вследствие погрешности стабильности генератора импульсов последовательности.

Как отмечено выше, при длительности электрострикционной функции отклика  $\Delta\tau \sim 2$  нс заметный вклад в сумму (10) вносят как импульсы, опережающие  $m$ -й им-

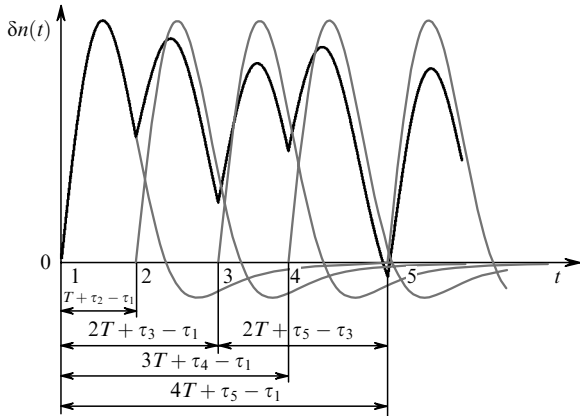


Рис.1. Последовательность импульсов в световоде (1–5), распространяющихся справа налево. Серыми кривыми представлены функции отклика от каждого импульса, черная кривая – суммарное возмущение показателя преломления.

пульс менее чем на  $\Delta t$  (если таковые имеются), так и импульсы, находящиеся гораздо дальше по времени впереди него – на расстояниях  $\sim k\tau_0$ .

Рассматривавшаяся до сих пор детерминированная последовательность одинаковых эквидистантных импульсов не обладает информативными свойствами. Информация возникает лишь при кодировании последовательности, например путем исключения из нее каких-то импульсов. Хорошим приближением к реальному информационному сигналу может служить, в частности, модельная последовательность, в которой произвольный импульс занимает свое место в последовательности, например с вероятностью  $w = 1/2$ . В этом случае для описания теперь уже случайного временного сдвига импульсов в уравнениях (10) должен быть учтен вероятностный фактор

$$\frac{d\tau_m}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} w(i)\delta n'[(m-i)T] + \tau_m - \tau_i \right\} + \delta n'(0). \quad (11)$$

Слагаемое, определяющее самовоздействие, выделено из суммы, поскольку уравнение описывает сдвиг заведомо имеющегося в последовательности  $m$ -го импульса и вероятностного множителя в выражении для самовоздействия содержать не должно (точнее говоря,  $w(m) = 1$ ).

Полученная система уравнений (11) по физическому смыслу входящих в правую часть слагаемых аналогична системе, приведенной в [4, 5], хотя в отличие от [4, 5], где она представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, здесь – это система уравнений первого порядка (в [3], однако, временной сдвиг определяется из уравнения первого порядка).

Далее полагаем, что для осуществления передачи информации с малой ошибкой должно выполняться условие малости временных сдвигов

$$T \gg |\tau_m - \tau_i|. \quad (12)$$

Тогда система уравнений (11) приближенно линейризуется:

$$\frac{d\tau_m}{dz} \simeq -\frac{D\lambda z}{c} \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} w(i)\delta n'[(m-i)T] +$$

$$+ (\tau_m - \tau_i)\delta n''[(m-i)T] \right\} + \delta n'(0). \quad (13)$$

Прежде чем решать эту систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка, заметим, что реальная протяженная волоконно-оптическая линия состоит из отрезков световодов длиной, скажем,  $L$ , разделенных между собой усилителями, периодически компенсирующими линейные оптические потери  $\gamma$ . Амплитуда функции отклика пропорциональна пиковой мощности импульса [1]. Вследствие линейных потерь эта мощность экспоненциально уменьшается с ростом  $z$  на каждом отрезке световода между усилителями. Поэтому, моделируя распространение излучения в реальной линии, в уравнениях (13) необходимо учесть потери. При этом в наиболее распространенном случае применения локализованных усилителей (в частности, эрбиевых волоконных усилителей, длина которых гораздо меньше  $L$ ) потери учитываются простым умножением правых частей (13) на  $e^{-\gamma z}$ . Непосредственно после усилителя амплитуды импульсов восстанавливаются до тех значений, которые они имели при  $z = 0$ , а временной сдвиг  $\tau_m(L)$  каждого из импульсов остается прежним. Следующий отрезок световода ( $L \leq z \leq 2L$ ) добавляет к временному сдвигу  $\tau_m(L)$  еще некоторую величину и т. д.

Система (13), в принципе, может быть решена точно для любого порядкового номера импульса  $m$  в последовательности. Однако даже для не слишком больших  $m$  соответствующее решение столь громоздко, что оказывается практически необозримым. Поэтому воспользуемся дальнейшими разумными упрощениями, а именно, будем как и в [4] искать решение методом последовательных приближений.

Положим  $\tau_m \simeq \tau_m^{(1)} + \tau_m^{(2)}$  и оставим для нахождения первого приближения  $\tau_m^{(1)}$  лишь первое слагаемое под знаком суммы в (13). Тогда

$$\frac{d\tau_m^{(1)}}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} e^{-\gamma z} \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} w(i)\delta n'[(m-i)T] + \delta n'(0) \right\}. \quad (14)$$

Второе приближение  $\tau_m^{(2)}$  при этом найдем из уравнения

$$\frac{d\tau_m^{(2)}}{dz} = -\frac{D\lambda z}{c} e^{-\gamma z} \sum_{i=1}^{m-1} w(i)(\tau_m^{(1)} - \tau_i^{(1)})\delta n''[(m-i)T]. \quad (15)$$

Для простоты последующий анализ ограничим лишь первым приближением  $\tau_m^{(1)}$ . Соответствующее этому приближению решение (14) следует выполнять с учетом периодического изменения по  $z$  множителя  $e^{-\gamma z}$  (скачкообразного в местах расположения усилителей). Множитель  $z$  при этом лишь монотонно растет.

Интегрирование (14) с очевидным граничным условием  $\tau_m(0) = 0$  дает

$$\tau_m(pL) = -\frac{D\lambda}{c\gamma^2} \left\{ p[1 - e^{-\gamma z}(1 + \gamma L)] + \frac{p(p-1)}{2} \gamma L(1 - e^{-\gamma z}) \right\} \times \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} w(i)\delta n'[(m-i)T] + \delta n'(0) \right\}, \quad (16)$$

где  $p = z/L$  – число разделенных усилителями отрезков линии ( $p \geq 1$ ).

Из (16) следует выражение для временного сдвига на больших расстояниях распространения, когда  $z \gg L$  или  $p \gg 1$ ,

$$\tau_m(z) = -\frac{D\lambda z^2}{2c\gamma L} (1 - e^{-\gamma z}) \times \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} w(i) \delta n'[(m-i)T] + \delta n'(0) \right\}. \quad (17)$$

Наличием множителя  $(1 - e^{-\gamma z})/(\gamma L)$  найденное значение  $\tau_m$  для больших  $\gamma L$  (свыше единицы) заметно отличается в меньшую сторону от полученного в [4, 5], т. е. не учитывавшиеся ранее линейные потери могут оказаться существенными. На самом деле в [4] потери были учтены, однако авторы работы сделали вывод об их исчезающе малом влиянии на временной сдвиг при больших  $z$ .

Представим (17) в более компактном виде:

$$\tau_m = \alpha \left[ b_0 + \sum_{k=1}^{m-1} w(k)b_k \right], \quad (18)$$

где

$$\alpha = -\frac{D\lambda z^2}{2c\gamma L} (1 - e^{-\gamma z}); \quad b_k = \delta n'(kT).$$

Используя определение среднего

$$\langle \tau \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{m=1}^N \tau_m}{N}, \quad (19)$$

найдем средний временной сдвиг импульсов в последовательности и среднее от квадрата временного сдвига  $\langle \tau^2 \rangle$ , где учтем, что  $\langle w(i) \rangle = \langle w(i) \rangle^2 = 1/2$ ,  $\langle w(i) \rangle \langle w(j) \rangle = 1/4$ . Тогда получим среднеквадратичное отклонение временного сдвига

$$\sigma = (\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2} = \frac{\alpha}{2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} b_m^2 \right)^{1/2} \quad (20)$$

– так называемый джиттер.

Видно, что  $\sigma$  не содержит слагаемого, определяющего самовоздействие импульсов. Физически это соответствует тому, что самовоздействие, одинаковое для всех импульсов, ведет лишь к временному сдвигу последовательности как целого, не меняя относительных положений импульсов во времени. Заметим также, что, несмотря на несколько иной подход к нахождению временного сдвига импульсов, формально выражение (20) с точностью до множителя, учитывающего потери в световоде, совпадает с первым приближением для  $\sigma$ , полученным в [4].

Бесконечное суммирование в (20) с хорошей точностью можно ограничить значением  $m = m_{\max} = k\tau_0/T$  (ранее отмечено, что  $k = 4$ ).

Наличием ненулевого значения  $\sigma$  информативная последовательность существенно отличается от эквидистантной. В самом деле, в последнем случае при равенстве всех вероятностей  $w(i)$  единице получаем  $\sigma = 0$ . Вообще говоря, величина  $\tau_m$  (и, соответственно,  $\sigma$ ) зависит от конкретного распределения вероятностей  $w(i)$ . Однако эта зависимость для информативных последовательностей импульсов, близких к реальным, не слишком значительна.

Теперь учтем, что наименьшие искажения формы распространяющихся импульсов достигаются при периоди-

ческой компенсации дисперсии в волоконных линиях. С этой целью линия составляется из отрезков световодов с дисперсией разного знака.

Пусть элемент линии представляет собой, например, два отрезка световода с длинами  $L_1$ ,  $L_2$  и хроматической дисперсией в них  $D_1$ ,  $D_2$  соответственно. Для простоты считаем, что дисперсия за счет разных знаков на каждом элементе длиной  $L = L_1 + L_2$  компенсируется. В этом случае составляющие длины  $L_1$  и  $L_2$  должны удовлетворять условию  $L_1 = LD_2/(D_2 - D_1)$ ,  $L_2 = LD_1/(D_1 - D_2)$ , где в каждое из соотношений значение дисперсии входит со своим знаком. Полагая, что после каждого из отрезков  $L_1$  и  $L_2$  расположен усилитель, вместо (18) имеем

$$\tau_m(z) = \alpha_1 \left[ b_{01} + \sum_{i=1}^{m-1} w(i)b_{i1} \right] + \alpha_2 \left[ b_{02} + \sum_{i=1}^{m-1} w(i)b_{i2} \right], \quad (21)$$

где

$$\alpha_1 = -\frac{D_1 \lambda z^2}{2c\gamma_1(L_1 + L_2)} (1 - e^{-\gamma_1 L_1});$$

$$\alpha_2 = -\frac{D_2 \lambda z^2}{2c\gamma_2(L_1 + L_2)} (1 - e^{-\gamma_2 L_2});$$

$\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – линейные оптические потери в составляющих линию отрезках световодов  $L_1$  и  $L_2$ ;  $b_{m1}$  и  $b_{m2}$  – производные от функций отклика для этих отрезков соответственно.

В этом случае получим, в отличие от (20),

$$\sigma = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_1 b_{i1} + \alpha_2 b_{i2})^2 \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Видно, что из-за разных знаков  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  величина  $\sigma$  оказывается, как правило, меньше, чем в линии, составленной из световодов одного типа. Более того, надлежащим подбором длин  $L_1$  и  $L_2$ , а также значений дисперсии  $D_1$  и  $D_2$  можно обеспечить акустический джиттер равным нулю (в модели как первого, так и второго приближений).

Что касается линий, оптические потери в которых компенсируются не локализованными, а распределенными усилителями (например, ВКР-усилителями), то здесь входящая в  $\delta n(t)$  зависимость амплитуды  $P$  импульса от продольной координаты вместо множителя  $e^{-\gamma z}$  приобретает вид [9]

$$P = P_0 f(z), \quad (23)$$

$$f(z) = \exp \left\{ \gamma_s \left[ \frac{L \sinh \gamma_p (z - L/2)}{2 \sinh(\gamma_p L/2)} - (z - L/2) \right] \right\},$$

где  $P_0$  – пиковая мощность, определяемая в непосредственной близости от источника накачки усилителя;  $\gamma_s$  и  $\gamma_p$  – линейные потери в световоде на длине волны усиливаемых импульсов и излучения накачки соответственно. При этом предполагается, что излучение накачки в усилителе направляется поровну в обе стороны от источника – как в одном направлении с усиливаемыми импульсами, так и навстречу им. Зависимость (23) обеспечивает хорошую компенсацию оптических потерь, так что величина временного сдвига  $\tau_m$  в (17) и (21) на больших расстояниях распространения уже не содержит множителей типа  $(1 - e^{-\gamma L})/\gamma L$  и вообще не зависит от  $L$ .

Таким образом, из всего вышесказанного следует, что обусловленное электроструктурой среднеквадратич-

ное отклонение  $\sigma$  от ожидаемого времени прохождения импульсом произвольной точки световода, удаленной от его входа на расстояние  $z$ , пропорционально  $z^2$ .

Помимо электрострикции, имеется еще ряд физических причин, вызывающих джиттер импульсов в высокочастотной последовательности. Основной из них является, во-первых, так называемый эффект Гордона–Хауса [10], обусловленный наличием спонтанных шумов в усилителях, используемых в линиях. Усилители представляют собой нелинейные элементы линии, поэтому их усиленный спонтанный шум может менять несущие частоты импульсов. Подробное рассмотрение этого эффекта выходит за рамки нашей статьи, заметим лишь, что вклад в величину  $\sigma$  эффекта Гордона–Хауса  $\sigma_{GH}$  зависит от расстояния как  $z^{3/2}$ . Еще одной причиной, влияющей на  $\sigma$  является поляризационная модовая дисперсия, вклад которой  $\sigma_{pol}$ , как известно, зависит от  $z$  линейно. Наличие разных зависимостей от  $z$  и от частоты следования импульсов позволяет, в принципе, выделить разные компоненты джиттера из суммарной величины  $\sigma$ . При этом гауссова природа всех перечисленных составляющих определяет их связь в виде  $\sigma^2 = \sigma_a^2 + \sigma_{GH}^2 + \sigma_{pol}^2$ , где  $\sigma_a$  – электрострикционный (акустический) джиттер.

Важно отметить, что вклады эффектов Гордона–Хауса и электрострикции в  $\sigma$  можно значительно уменьшить при использовании специальных фильтров, частично корректирующих несущую частоту импульсов после усиления [11]. Описание принципа действия этих фильтров также не является предметом нашей статьи, но результат их действия, состоящий в изменении зависимости  $\sigma(z)$ , в дальнейшем нам понадобится. Это изменение сводится к уменьшению показателей степенных зависимостей  $\sigma$  от  $z$  на единицу. В частности, множитель  $z^2/2$  в выражениях (20), (22) для акустического джиттера заменяется множителем  $z\delta$ , где  $\delta \approx 400$  км [12].

### 3. Сравнение теории с экспериментом

#### И ВЫВОДЫ

Для начала проведем сравнение результатов наших расчетов с данными экспериментальной работы [13], стимулировавшей в свое время исследования электрострикции в волоконных световодах. В ней авторы изучали процесс распространения солитонов на большие расстояния (несколько тысяч километров), моделируя реальную линию петлей световода длиной  $L = 41.7$  км. В петлю вводились две одинаковые последовательности эквидистантных импульсов, сдвинутые во времени одна относительно другой на  $T_0 \leq 3$  нс. Иными словами, на входе в световод формировалась эквидистантная последовательность пар импульсов. Частота следования пар составляла 100 МГц, что соответствует расстоянию между их центрами тяжести  $T = 10$  нс. После прохождения всего световода импульсы вновь вводились в него с тем, чтобы в результате многократного прохождения петли можно было исследовать процесс их распространения на большие расстояния. Компенсация оптических потерь в световоде на каждом витке осуществлялась с помощью ВКР-усилителя с двунаправленным вводом излучения накачки [14]. Одним из результатов работы стало нахождение относительного временного сдвига  $\tau$  импульсов в каждой паре. Оказалось, что импульсы в зависимости от начального расстояния между ними  $T_0$  то сближаются, то удаляются друг от друга, а амплитуда этих

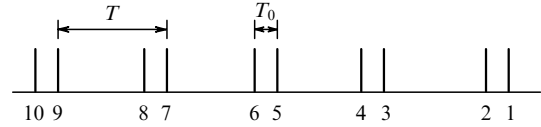


Рис.2. Последовательность пар импульсов, поясняющая эксперимент [13]. Импульсы распространяются слева направо.

изменений относительного сдвига растет с увеличением длины распространения существенно быстрее, чем линейно. Ни одна из имевшихся в то время теорий взаимодействия солитонов не объясняла наблюдаемого их взаимодействия на столь больших временных промежутках между импульсами, составляющих наносекунды.

Для наглядности постановки задачи рассмотрим распространяющуюся вправо последовательность пар импульсов, пронумеровав их, как на рис.2. Обратим внимание на то, что, помимо очевидного электрострикционного воздействия идущего впереди импульса на следующий за ним в каждой из пар близкорасположенных импульсов, в данном случае существует дополнительный «дальнодействующий» механизм взаимодействия. В самом деле, с точностью до длительности функции отклика ( $\Delta\tau \sim 2$  нс) расстояния между нечетными и четными импульсами в соответствии с их номерами 1–5, 3–7, 5–9, ... и 2–6, 4–8, 6–10, ... (эти расстояния составляют примерно  $2T = 20$  нс) отвечают времени  $\tau_0$  прихода в сердцевину световода эхо-сигнала от акустического возмущения, созданного первым импульсом в указанных парах (см. [1]). Точно так же расстояния между импульсами 1–9, 3–11, 5–13, ... и 2–10, 4–12, 6–14, ... соответствуют времени прихода второго эхо-сигнала ( $2\tau_0 \approx 42$  нс  $\approx 4T$ ) и т. д.

С учетом этих дополнительных взаимодействий и по аналогии с (10) для интересующего нас относительного сдвига импульсов в  $m$ -й паре  $\tau = \tau_{2m} - \tau_{2m-1}$  и для достаточно больших номеров  $m$  (скажем,  $m \geq 3$ ) получим

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dz} = & -\frac{D\lambda z}{c} f(z) \left\{ \delta n'(T_0 + \tau) + \sum_{k=1}^{k_{\max}} [\delta n'(2kT + T_0 + \tau_{2m} \right. \\ & - \tau_{2m-4k-1}) + \delta n'(2kT + \tau_{2m} - \tau_{2m-4k}) - \delta n'(2kT - T_0 \\ & \left. + \tau_{2m-1} - \tau_{2m-4k}) - \delta n'(2kT + \tau_{2m-1} - \tau_{2m-4k-1}) \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где функция  $f(z)$  при двунаправленном вводе излучения накачки в усилитель та же, что и в (23);  $k_{\max} = (m-1)/2$  для нечетных номеров пар импульсов,  $k_{\max} = (m-2)/2$  – для четных и, как уже отмечалось,  $k_{\max} \leq 4$ .

Далее учтем, что входящие в (24) относительные сдвиги импульсов в парах существенно меньше  $2T$ . В результате для нахождения  $\tau$  с хорошей точностью получим

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dz} = & -\frac{D\lambda z}{c} f(z) \left\{ \delta n'(T_0 + \tau) + \sum_{k=1}^4 [\delta n'(2kT + T_0) \right. \\ & \left. - \delta n'(2kT - T_0)] \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (25) отличается от уравнения для уединенной пары наличием резонансного слагаемого в виде суммы в фигурных скобках. Именно это слагаемое ответственно за взаимодействие солитонов, удаленных друг от друга на расстояния, существенно превышающие характерную длительность функции отклика ( $\sim 2$  нс).

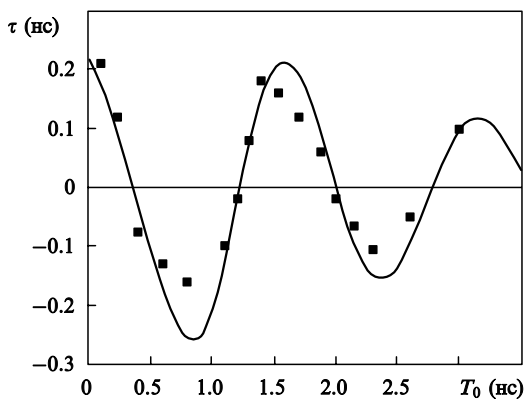


Рис.3. Рассчитанная для условий эксперимента [13] зависимость  $\tau(T_0)$  при  $z = 3004$  км и коэффициенте затухания звуковых волн при отражении от границы стекло-полимерное покрытие  $2.1 \times 10^7$  с $^{-1}$ ; точки – результаты, полученные в [13].

Решить (25) можно лишь численно. На рис.3 приведены рассчитанная нами в соответствии с (25) зависимость  $\tau(T_0)$  для фиксированного расстояния распространения  $z = 3004$  км и аналогичная зависимость, измеренная в [13]. Видно удовлетворительное количественное согласие обеих зависимостей. Это свидетельствует о правильности как модели, описывающей временной сдвиг импульсов, так и модели расчета функции отклика  $\delta n(t)$ . Дополнительным и наиболее наглядным свидетельством в пользу адекватности модели является то, что отсутствие слагаемого в виде суммы в фигурных скобках (25), в принципе, не дает возможности получить в расчетах наблюдаемые на опыте осцилляции  $\tau(T_0)$  при больших (свыше 2 нс)  $T_0$ . Однако заметим, что для достижения совпадения периодов осцилляций расчетной и измеренной зависимостей  $\tau(T_0)$  мы считали, что радиус  $R$  стеклянной части световода составляет 63.5 мкм, что на  $\sim 1.5\%$  превышает стандартное значение (62.5 мкм). К такому же предположению (правда, не акцентируя на этом внимание) пришлось прибегнуть и авторам [3] при сопоставлении их результатов с данными, полученными в [13]. В противном же случае, т. е. при  $R = 62.5$  мкм, рассчитанный период осцилляций  $\tau(T_0)$  заметно (на  $\sim 40\%$ ) меньше наблюдаемого на опыте.

Физически столь сильная зависимость периода осцилляций от  $R$  связана с сильной зависимостью электрострикционной функции отклика (и соответственно ее производной  $\delta n'(t)$ ) от спектра возбуждаемых в световоде собственных частот колебаний, который, в свою очередь, определяется величиной  $R$ . Более того, как сообщается в [13], ее авторы проводили описанный выше опыт с петлей световода меньшей длины ( $L = 17.3$  км). Результаты оказались весьма схожими с полученными в предыдущем опыте с более длинной петлей, однако период осцилляций  $\tau(T_0)$  для короткой оказался на  $\sim 50\%$  больше. Отсутствие зависимости решения (25) от  $L$  в принципе не позволяет объяснить наблюдаемого в двух опытах изменения периода осцилляций. Это заставляет предположить, что обе волоконные петли по какому-то, не сообщаемому в [13], параметру отличались друг от друга, что, естественно, не могло быть отражено в модели. Косвенное подтверждение последнему имеется в более ранней работе [15], где сообщается, например, что петли световодов длиной 41.7 и 17.3 км обладали существенно разными параметрами поляризационной дисперсии ( $\sim 0.1$  и

$\sim 1.0$  пс·км $^{-1/2}$  соответственно). Вместе с возможным различием в толщинах световодов в обеих петлях это позволяет объяснить наблюдаемое различие в поведении  $\tau(T_0)$  в двух опытах.

Наблюдаемое различие в амплитудах осцилляций расчетной и измеренной зависимостей  $\tau(T_0)$  обусловлено тем, что реальный световод отличается от идеального (модельного) всегда присутствующими, неконтролируемым образом распределенными по длине неоднородностями геометрических параметров в поперечном сечении (эллиптичность сердцевин и оболочки, их неконцентричность и т. д.). Эти неучтенные в модели неоднородности снижают эффективность взаимодействия световых и акустических волн и, следовательно, ослабляют взаимодействие импульсов между собой, чем и определяются меньшие амплитуды осцилляций на измеренной зависимости по сравнению с расчетной.

Для сопоставления результатов, получаемых с помощью изложенной выше модели, с приведенными в более ранних теоретических исследованиях [2–7] на рис.4 представлены зависимости  $\sigma$  от скорости передачи информации  $F$  ( $F = T^{-1}$ ) для фиксированного расстояния распространения ( $z = 10^4$  км) последовательности солитонов. Обе зависимости рассчитаны в первом приближении для  $\sigma$ ; одна из них заимствована из работы [4], а вторая вычислена нами по формуле (20) для тех же параметров, что и в [4], но без учета потерь в световоде (данные о значениях  $\gamma$  и  $L$  в [4] не приводятся). Как отмечалось выше, исходные выражения для  $\sigma$ , полученные в сравниваемых работах, одинаковы, поэтому качественное поведение обеих зависимостей на рис.4 соответствует одной закономерности:  $\sigma \sim F^{3/2}$ . Такая зависимость  $\sigma(F)$  приближенно следует из вида функции  $\delta n(mT)$  для сравнительно малых  $T$ , когда  $F \geq 5 - 6$  Гбит/с и суммирование по  $m$  в (20) можно заменить интегрированием [4]. В результате сама сумма оказывается пропорциональной  $F$ . Дополнительно следует учесть, что для передачи информации без существенных искажений расстояние между солитонами в их высокочастотной последовательности не должно быть меньше определенной величины. Это условие соответствует неравенству  $T > 5\tau_{\text{sol}}$ , где  $\tau_{\text{sol}}$  – длительность солитона на полувысоте его мощности  $P_0$ . В то

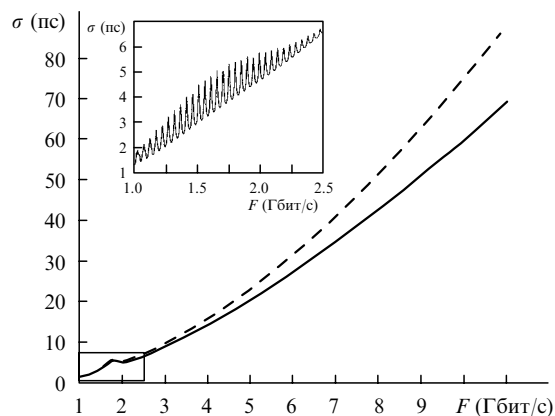


Рис.4. Зависимость  $\sigma$  от скорости передачи информации  $F$  на расстоянии от входа в световод  $z = 10^4$  км при  $A_{\text{эф}} = 35$  мкм $^2$ ,  $P_0 = 0.6$  мВт,  $D = 1.38$  пс·нм $^{-1}$ ·км $^{-1}$ ,  $\lambda = 1.55$  мкм; длительность импульсов  $\tau$ , как и в [4], является функцией  $F$  и составляет  $0.2/F$ , коэффициент затухания звуковых волн при отражении от границы стекло-полимерное покрытие равен  $2.1 \times 10^7$  с $^{-1}$ . Штриховая кривая – результаты работы [4].

же время электрострикционная функция отклика  $\delta n$  прямо пропорциональна энергии импульса, которая для солитонов дается известным выражением [16]

$$P_0 \tau_{\text{sol}} = \frac{3,11 \lambda^3 A_{\text{eff}} D}{4 \pi^2 c n_2 \tau_{\text{sol}}}, \quad (26)$$

где  $n_2 = 3,2 \times 10^{-16}$  см<sup>2</sup>/Вт – керровский параметр нелинейности для кварцевого стекла;  $A_{\text{eff}}$  – эффективная площадь поперечного сечения сердцевины световода. Если теперь, как и в [4], принять условие  $T = 5 \tau_{\text{sol}}$ , то сама функция отклика окажется пропорциональной  $F$ , а квадрат ее производной будет пропорционален  $F^2$ . Таким образом, общая зависимость  $\sigma$  от  $F$  с учетом предпринятой замены суммирования интегрированием как раз и будет соответствовать  $\sim F^{3/2}$ . Иными словами, обе зависимости на рис.4 получены для жесткой связи между длительностью солитона и скоростью передачи информации.

Из сравнения результатов расчетов, представленных на рис.4, следует, что наши значения  $\sigma$  меньше полученных в [4], что связано с некоторым количественным различием в вычислении функций отклика  $\delta n(t)$ , подробно обсуждавшемся в [1]. Наблюдаемая на рис.4 немонотонность зависимостей  $\sigma(F)$  при малых  $F$  детально изображена на врезке. Здесь не отраженный в [4] осциллирующий характер  $\sigma(F)$  обусловлен резонансным поведением функции отклика на частотах следования импульсов, соответствующих собственным акустическим частотам световода (и на кратных им частотах). Известно (см., напр., [6]), что фурье-образ (спектр) функции отклика  $\delta n(t)$  простирается от  $\sim 20$  до  $\sim 1500$  МГц и имеет максимум амплитуды в районе  $\sim 500$  МГц. Примерно этому частотному диапазону и соответствует немонотонное поведение  $\sigma(F)$ .

Что касается волоконных линий, где оптические потери компенсируются сосредоточенными усилителями, то наши вычисления следует сравнить с результатами, например, эксперимента [12]. В этой работе измерена зависимость  $\sigma(z)$  для расстояний распространения солитонов вплоть до  $\sim 50$  тыс. км. Столь большие длины распространения моделировались петлей, составленной из трех одинаковых отрезков световода длиной  $L \approx 26$  км каждый, разделенных между собой эрбиевыми волоконными усилителями. За каждым из усилителей следовал упомянутый ранее фильтр, частично компенсирующий сдвиг несущей частоты импульсов. После исключения вкладов в  $\sigma$  эффекта Гордона – Хауса и поляризационной модовой дисперсии, а также постоянного вклада от источника импульсов было получено [12]  $\sigma_a = 0,05z$  и  $0,121z$  при  $F = 2,5$  и  $10$  Гбит/с соответственно. В этих зависимостях величина  $z$  измеряется в тыс. км, а  $\sigma$  – в пс. Наши расчеты для условий эксперимента [12] также дали линейные зависимости от  $z$ , но с заметно меньшим наклоном (примерно в 6 и 7 раз соответственно). Вычисления проводились по формуле (20), где учитывалось ослабление зависимости  $\sigma(z)$  от квадратичной до линейной при наличии фильтров в линии. Пиковая мощность  $P_0$  в [12] не указана, поэтому при вычислении функции отклика для энергии импульсов было использовано соотношение (26). Длительность солитонов  $\tau_{\text{sol}} = 16$  пс в [12] позволяет

достигать  $F \sim 12 - 13$  Гбит/с, когда условие  $T \geq 5 \tau_{\text{sol}}$  еще выполнено. Поэтому в расчетах, по крайней мере до указанных частот следования импульсов, нет необходимости «привязки»  $\tau_{\text{sol}}$  к  $F$ , как при получении зависимостей на рис.4. В этом случае, в отличие от предыдущего,  $\sigma_a \sim F^{1/2}$ .

Однозначно судить о том, насколько велико на самом деле различие рассчитанных нами и полученных в [12] зависимостей  $\sigma_a(z)$ , затруднительно, поскольку, во-первых, экспериментальная погрешность нахождения суммарной величины  $\sigma$  в [12] не указана, во-вторых, процедура разделения джиттера на составляющие, по словам самих же авторов, проведена приближенно и, в-третьих, опять нужно иметь в виду, что при нахождении вклада  $\sigma_a$  в полный джиттер в [12] использовалась более ранняя модель электрострикции, дающая, как уже упоминалось, завышенные значения для  $\delta n$  и соответственно для  $\sigma_a$ .

#### 4. Заключение

Описанная модель позволяет наиболее точно на сегодняшний день рассчитывать относительные временные сдвиги импульсов света в их высокочастотной информационной последовательности, обусловленные явлением электрострикции в волоконных световодах. Из модели следует, что в реальности акустический вклад в полный временной джиттер несколько меньше, чем считалось ранее. Кроме того, имеются эффективные средства существенного снижения  $\sigma_a$  (а также  $\sigma_{\text{GH}}$ ) как путем применения упомянутых специальных фильтров, так и за счет известных способов компенсации дисперсии в линии (формулы (21),(22)). В результате основным фактором, ограничивающим дальнейшее увеличение скорости передачи информации в современных линиях, окажется, по видимому, явление поляризационной дисперсии.

1. Бирюков А.С., Сухарев М.Е., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **32**, 765 (2002).
2. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Starodumov A.N. *Opt. Lett.*, **15**, 314 (1990).
3. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Starodumov A.N. *Sov. Lightwave Commun.*, **1**, 37 (1991).
4. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Prokhorov A.M. *Sov. Lightwave Commun.*, **1**, 235 (1991).
5. Dianov E.M., Luchnikov A.V., Pilipetskii A.N., Prokhorov A.M. *Appl. Phys. B*, **54**, 175 (1992).
6. Pilipetskii A.N., Luchnikov A.V., Prokhorov A.M. *Sov. Lightwave Commun.*, **3**, 29 (1993).
7. Golovchenko E.A., Pilipetskii A.N. *J. Lightwave Techn.*, **12**, 1052 (1994).
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1967).
9. Mollenauer L.F., Gordon J.P., Islam M.N. *IEEE J. Quant. Electron.*, **22**, 157 (1986).
10. Gordon J.P., Haus H.A. *Opt. Lett.*, **11**, 665 (1986).
11. Mollenauer L.F., Gordon J.P., Evangelides S.G. *Opt. Lett.*, **17**, 1575 (1992).
12. Mollenauer L.F., Mamyshev P.V., Neubelt M.J. *Opt. Lett.*, **19**, 704 (1994).
13. Smith K., Mollenauer L.F. *Opt. Lett.*, **14**, 1284 (1989).
14. Mollenauer L.F., Smith K. *Opt. Lett.*, **13**, 675 (1988).
15. Mollenauer L.F., Smith R., Gordon J.P., Menyuk C.R. *Opt. Lett.*, **14**, 1219 (1989).
16. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).