PACS 42.65.Jx; 42.50.Md

О самофокусировке и дефокусировке предельно коротких импульсов в водородсодержащих сегнетоэлектриках

С.В.Нестеров, С.В.Сазонов

Исследована роль дифракции в распространении предельно коротких, не содержащих высокочастотного заполнения, импульсов в водородсодержащих сегнетоэлектриках при активной роли электронно-оптических и туннельных переходов. Показано, что, в отличие от электронно-оптических переходов, туннельные протонные переходы способны создавать дефокусирующий эффект при условии их перекрытия спектральными компонентами импульса. Приведены оценки параметров среды и импульса, при которых дефокусирующий эффект превалирует над самофокусировкой. Отмечено, что нерезонансные квазимонохроматические импульсы оптического диапазона в таких средах подвержены самофокусировке.

***Ключевые слова**: предельно короткий импульс, туннельный переход, самофокусировка, дефокусировка.*

1. Введение

Самофокусировка оптических импульсов является одним из основных препятствий на пути использования твердых однородных диэлектриков в световодах для создания оптических линий связи. Компенсировать данное явление обычно удается с помощью легирующих добавок, неоднородно и осесимметрично распределенных в поперечной плоскости стекловолокна [1–3]. В прозрачных растворителях самофокусировка может сменяться дефокусировкой при добавлении в них поглощающих красителей [4].

В последние годы интенсивно развивается оптика предельно коротких импульсов (ПКИ) – импульсов длительностью до одного периода электромагнитных колебаний, для которых понятие несущей частоты теряет смысл [5–7]. В работе [8] отмечаются особенности, связанные с заключительной стадией самофокусировки ПКИ. Детально исследуются гантелеобразные структуры, возникающие в области положительной дисперсии, а также эффект самоделения, сопровождающий самофокусировку ПКИ.

Ширина $\delta\omega$ спектра ПКИ сравнима с его центральной частотой и при абсолютной длительности $\tau_\mathrm{p} \sim 10$ фс достигает значений $\sim 1/\tau_\mathrm{p} \sim 10^{14}$ с$^{-1}$. В связи с этим можно говорить, что спектром таких импульсов хорошо перекрываются частоты нормальных колебательных и электронно-колебательных мод [9], а также туннельных переходов в водородсодержащих сегнетоэлектриках [10]. В последней работе показано, что мощные широкополосные электромагнитные ПКИ способны эффективно распространяться в солитонном режиме в системе сильно взаимодействующих между собой туннельных переходов при температуре, близкой к температуре сегнетоэлектрического фазового перехода, где обычно велико поглощение слабых монохроматических волн. Там же показано, что эти импульсы устойчивы по отношению к самофокусировке. В то же время спектр ПКИ обычно лежит в области прозрачности электронных переходов. В этой области нелинейный показатель преломления n_2 твердых диэлектриков обычно положителен, что приводит к ярко выраженной самофокусировке.

Возникает вопрос: могут ли туннельные переходы сегнетоэлектриков при взаимодействии с ПКИ компенсировать самофокусирующие эффекты, обусловленные содержащимися в этом же сегнетоэлектрике электронно-оптическими переходами? Положительный ответ на данный вопрос мог бы значительно упростить технологию изготовления световодов, предназначенных для линий оптической связи, информация по которым будет передаваться посредством ПКИ. В этом случае не потребуется искусственного создания поперечной неоднородности с помощью легирующих добавок, а роль поглощающих красителей способны играть присутствующие естественным образом в кристаллах типа KDP туннельные квантовые переходы между состояниями протонов в двухъямном потенциале. Исследованию поставленного вопроса и посвящена настоящая работа.

2. Формулировка модели и основные уравнения

Рассмотрим сегнетоэлектрик типа KDP, содержащий туннельные переходы протонов между минимумами двухъямных кристаллических потенциалов, которые стимулируют смещение тяжелых ионов калия вдоль сегнетоэлектрической оси [11]. Туннелирование же протонов происходит в перпендикулярной плоскости. Кроме того, сегнетоэлектрик обладает электронно-оптической восприимчивостью с ярко выраженными нелинейными свойствами в диапазоне прозрачности.

Пусть импульс распространяется вдоль оптической оси, которая одновременно является сегнетоэлектричес-

С.В.Нестеров. Томский государственный университет, Россия, 634050 Томск, ул. Ленина, 36
С.В.Сазонов. Калининградский государственный университет, Россия, 235041 Калининград, ул. Невского, 14;
e-mail: nst@alg.kaliningrad.ru

Поступила в редакцию 23 мая 2003 г.

кой осью. В этом случае, во-первых, будут эффективно задействованы туннельные переходы, во-вторых, не будет проявлять себя квадратичная электронно-оптическая нелинейность. Рассмотрим случай, когда спектр ПКИ лежит в области прозрачности электронно-оптических переходов.

Уравнение Максвелла для распространяющегося в такой среде ПКИ имеет следующий вид:

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \tag{1}$$

где c – скорость света; E – напряженность поля импульса;

$$P = P_{\rm t} + P_{\rm e} \tag{2}$$

– макроскопическая поляризация; $P_{\rm t}$ – вклад в поляризацию, обусловленный туннельными переходами протонов; $P_{\rm e}$ – электронная поляризация.

При условии

$$\omega_0\tau_{\rm p} \ll 1 \tag{3}$$

(ω_0 – частота квантового туннелирования, $\tau_{\rm p}$ – входная длительность импульса) $P_{\rm t}$ удовлетворяет уравнению [10, 12 – 14]

$$\frac{\partial P_{\rm t}}{\partial t} = Nd\omega_0 W \sin\theta, \tag{4}$$

где N – концентрация туннелирующих протонов; d – дипольный момент туннельных переходов; W – начальная разность населенностей симметричного и антисимметричного состояний протонов;

$$\theta = \frac{d}{\hbar}\int_{-\infty}^{t} E\mathrm{d}t. \tag{5}$$

Поскольку электронно-оптические переходы с характерной частотой $\omega_{\rm e}$ лежат в области прозрачности, т. е. [9]

$$\omega_{\rm e}\tau_{\rm p} \gg 1, \tag{6}$$

для электронной поляризации справедливо разложение [9, 12 – 16]

$$P_{\rm e} = \chi E + \chi_3 E^3 - \kappa\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \tag{7}$$

где χ, χ_3 – линейная и кубическая нелинейная безынерционные восприимчивости; $\kappa \equiv 0.5(\partial^2\chi/\partial\omega^2)|_{\omega=0}$ – параметр электронной групповой дисперсии в области низких частот. Так как электронно-оптические переходы в области прозрачности обладают нормальной дисперсией и способствуют самофокусировке, то $\chi_3 > 0$ и $\kappa > 0$.

Подставив (2) – (7) в (1), после использования приближения квазиоднонаправленного распространения вдоль оптической оси [17] придем к нелинейному волновому уравнению, описывающему динамику ПКИ,

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial\tau} + a\sin\theta + b\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right)^3 - g\frac{\partial^4\theta}{\partial\tau^4} = \frac{c}{2n}\varDelta_\perp\theta. \tag{8}$$

Здесь $\tau = t - nz/c$; $n = (1 + 4\pi\chi)^{1/2}$ – линейный показатель преломления среды; $a = 2\pi d^2 N\omega_0 W/(\hbar cn)$; $b = 2\pi\hbar^2\chi_3\times(ncd^2)^{-1}$; $g = 2\pi\kappa/(nc)$; $\varDelta_\perp$ – поперечный лапласиан. При получении (8) мы пренебрегли дисперсией электронной нелинейности как эффектом более высокого порядка малости в приближении (6).

В отсутствие туннельных переходов и дифракции выражение (8) переходит в модифицированное уравнение Котревега – де Фриза (МКдФ) для E, которое в нашем случае ($b > 0$, $g > 0$) не обладает солитонными и бризерными решениями. В силу того, что $\chi_3 > 0$, электронные переходы способствуют самофокусировке импульсов. В отсутствие же электронных переходов уравнение (8) переходит в уравнение синус-Гордона, солитоны которого могут быть устойчивыми относительно поперечных возмущений [10]. Таким образом, (8) содержит вклады электронных и туннельных переходов, создающих для своих солитонов соответственно фокусирующий и дефокусирующий эффекты. Следовательно, исследование динамики ПКИ на основе (8) может пролить свет на проблему дифракции таких импульсов в нелинейном режиме.

3. Приближенный анализ динамики солитоноподобного импульса в эйкональном приближении

Для нахождения приближенного решения уравнения (8) используем метод усредненного лагранжиана типа Рица – Уизема [18, 19]. Уравнению (8) соответствует плотность лагранжиана

$$L = \frac{1}{2}\frac{\partial\theta}{\partial z}\frac{\partial\theta}{\partial\tau} - a(1-\cos\theta) + \frac{b}{4}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right)^4 + \frac{g}{2}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial\tau^2}\right)^2 - \frac{c}{4n}(\nabla_\perp\theta)^2. \tag{9}$$

Пробное решение уравнения (8) в виде уединенного ПКИ выберем, руководствуясь следующими соображениями. При квазисолитонном режиме распространения состояние среды впереди импульса и позади него одинаковы. Благодаря условию (3) спектр ПКИ перекрывает туннельные переходы (т. е. содержит резонансные им фурье-компоненты). Поэтому туннельная подсистема по мере прохождения ПКИ должна испытывать полную инверсию населенности с дальнейшим возвратом в исходное состояние. Для электронных переходов, в силу (6), ситуация прямо противоположная, поэтому изменение населенностей электронных квантовых уровней относительно невелико. Перечисленным условиям можно удовлетворить, выбрав пробное решение в виде [20, 21]

$$\theta = 4\arctan\{\exp[\rho(\tau - \varPhi)]\}, \tag{10}$$

где $\rho(z, r_\perp)$, $\varPhi(z, r_\perp)$ – подлежащие определению функции координат. При этом $\varPhi$ является солитонным эйконалом [15, 16], а ρ имеет смысл обратной длительности, пропорциональной амплитуде импульса, что становится ясным из выражения для электрического поля ПКИ

$$d\frac{E}{\hbar} = \frac{\partial\theta}{\partial\tau} = 2\rho\,\mathrm{sech}[\rho(\tau - \varPhi)]. \tag{11}$$

Будем считать в дальнейшем, что профиль ПКИ на входе в среду (при $z = 0$) имеет вид (11), для которого $\rho = \rho_0 = 1/\tau_{\rm p}$.

После подстановки (10) в (9) и интегрирования получившегося выражения по «быстрой» переменной τ получим «усредненный лагранжиан»

$$\Lambda = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} L\mathrm{d}\tau = -\rho\,\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{a}{\rho} + \frac{b}{3}\,\rho^3 + \frac{g}{3}\,\rho^3$$

$$- \frac{1}{2}\,\frac{c}{n}\,\rho(\nabla_\perp\Phi)^2 - \frac{\pi^2 c}{24n}\,\frac{\nabla_\perp\rho}{\rho^3}. \qquad (12)$$

Варьируя Λ по Φ и ρ, соответствующие уравнения Эйлера – Лагранжа запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{V_\perp^2}{2} - \frac{ca}{n\rho^2} - \frac{c}{n}(g+4b)\rho^2$$

$$= \frac{\pi^2}{12\rho^3}\,\frac{c^2}{n^2}\left[\Delta_\perp\rho - \frac{3}{2\rho}(\nabla_\perp\rho)^2\right], \qquad (13)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} + \nabla_\perp(\rho \boldsymbol{V}_\perp) = 0, \qquad (14)$$

где $\boldsymbol{V}_\perp = \nabla_\perp\Phi$.

В одномерном приближении ($\Delta_\perp = 0$) из (13) и (14) находим $\rho = \rho_0 = 1/\tau_\mathrm{p} = \mathrm{const}$, $v_\perp = 0$, $\Phi = z\,(1/v - n/c)$, где скорость распространения v в лабораторной системе определяется соотношением

$$\frac{1}{v} = \frac{n}{c} + \frac{c}{n}\left[a\tau_\mathrm{p}^2 + \frac{g+4b}{\tau_\mathrm{p}^2}\right]. \qquad (15)$$

В отсутствие электронной подсистемы ($g = b = 0$) решение (10), (11), (15), как и следовало ожидать, совпадает с точным решением уравнения синус-Гордона. Электронные же переходы приводят к еще большему замедлению распространения импульса.

Правая часть (13) описывает эффекты дифракции в поперечной динамике импульса. Пренебрежение правой частью (13) соответствует эйкональному приближению (приближению геометрической оптики) для солитоноподобных импульсов [19]. В этом случае система (13), (14) принимает вид уравнений гидродинамики идеальной жидкости ((13) имеет смысл интеграла Коши, (14) – уравнения непрерывности).

Рассмотрим этот случай подробнее. Сравнив (13) с гидродинамическим интегралом Коши [22], придем к равенству

$$\int\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = -\frac{c}{n\rho^2} - \frac{c}{n}(g+4b)\rho^2,$$

где p имеет смысл «давления», а ρ – «плотности» воображаемой идеальной жидкости. Дифференцируя последнее соотношение по ρ, получаем

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho} = \frac{2c}{n}\left[\frac{a}{\rho^2} - (g+4b)\rho^2\right].$$

Очевидно, критерий устойчивости ПКИ вида (11) соответствует условию течения рассматриваемой жидкости $\mathrm{d}p/\mathrm{d}\rho > 0$ [10, 20, 21, 23, 24]. Тогда входное значение $\rho = \rho_0$ должно удовлетворять неравенству

$$\rho_0 \equiv \frac{1}{\tau_\mathrm{p}} < \rho_\mathrm{c}^\mathrm{e} \equiv \left(\frac{a}{g+4b}\right)^{1/4}, \qquad (16)$$

где $\rho_\mathrm{c}^\mathrm{e}$ – критическое значение обратной длительности импульса, разделяющего режимы само- и дефокусировки без учета дифракции. Критическая длительность импульса определяется как $\tau_\mathrm{c} = 1/\rho_\mathrm{c}^\mathrm{e}$. При $\tau_\mathrm{p} < \tau_\mathrm{c}$ имеем режим дефокусировки, в противоположном случае – режим самофокусировки.

Таким образом, эйкональное приближение накладывает ограничение на амплитуду (а также длительность) импульса. Соответствующие численные оценки будут приведены ниже с учетом дифракции. Условие (16) является необходимым, но не достаточным (см. ниже) для того, чтобы ПКИ не испытывал самофокусировку.

Из (15) видно, что при выполнении условия (16) скорость v – монотонно возрастающая функция амплитуды ПКИ, поэтому участки фронта импульса с большей амплитудой, соответствующие центру поперечного сечения ПКИ, опережают при распространении периферийные участки, где амплитуда меньше. В результате данного дефокусирующего эффекта импульс может принять форму «электромагнитного снаряда» или «световой пули» [25]. Если же условие (16) не выполняется, приходим к прямо противоположной картине, которая приводит в конечном итоге к самофокусировке ПКИ.

4. Учет дифракции

Исследуем теперь влияние дифракции (правая часть (13)) на динамику импульса. Система (13), (14) немногим отличается от соответствующей системы, описывающей поперечную динамику непрерывного светового пучка [26]. Будем считать поперечную структуру ПКИ осесимметричной. Записывая (13), (14) в цилиндрической системе координат z, r, будем искать приближенное решение для ρ в автомодельном виде [26]:

$$\rho(z,r) = \rho_0\,\frac{R_0^2}{R^2(z)}\,\exp\left[-\frac{r^2}{R^2(z)}\right], \qquad (17)$$

где R_0 – постоянная, имеющая смысл входного радиуса ПКИ; $R(z)$ – текущий радиус.

В дальнейшем будем интересоваться приосевой динамикой ($r^2/R^2 \ll 1$) импульса, поэтому решение для Φ запишем в виде разложения

$$\Phi(z,r) = f_1(z) + {}^1\!/_2 f_2(z) r^2 + \ldots . \qquad (18)$$

Подставляя (17), (18) в (13), (14) и ограничиваясь членами $\sim r^2/R^2$, после приравнивания выражений при одинаковых степенях r получаем

$$f_2 = \frac{R'}{R}, \qquad (19)$$

$$f_2' + f_2^2 = 4AR^2 - \frac{4B}{R^6} - 5D, \qquad (20)$$

$$f_1' = AR^4 + \frac{B}{R^4} - DR^2, \qquad (21)$$

где $A = ac/(n\rho_0^2 R_0^4)$; $B = (c/n)(g+4b)\rho_0^2 R_0^4$; $D = \pi^2 c^2 \times (3n^2\rho_0^2 R_0^4)^{-1}$; штрих означает производную по z; последние слагаемые в (20), (21) учитывают отклонение от приближения геометрической оптики.

Подставляя (19) в (20), приходм к следующему уравнению для радиуса ПКИ:

$$R'' = -\frac{\partial U}{\partial R}, \qquad (22)$$

формально совпадающему с уравнением движения ньютоновской частицы единичной массы во внешнем поле с потенциальной энергией

$$U(R) = -AR^4 - \frac{B}{R^4} + \frac{5D}{2}R^2. \qquad (23)$$

Первый интеграл уравнения (22) имеет вид

$$\frac{(R')^2}{2} + U(R) = \Sigma, \qquad (24)$$

где постоянная $\Sigma = -AR_0^4 - b/R_0^4 + 5DR_0^2/2$ определена из условия на входе $R'(0) = 0$ (см.(19); входной импульс имеет плоский фронт, поэтому $f_2(0) = 0$).

Интегрируя (24), можно представить решение $R(z)$ в квадратурах. С другой стороны, анализируя кривую $U(R)$, можно сделать качественные выводы относительно поведения радиуса ПКИ при его распространении в среде.

Последнее слагаемое в правой части (23) учитывает дифракционные эффекты ПКИ при его поперечной динамике. Данная часть $U(R)$ аналогична потенциальной энергии гармонического осциллятора с той разницей, что здесь $R \geqslant 0$. Следовательно, в отличие от случая непреывных пучков с ярко выраженной несущей частотой, дифракция усиливает эффект самофокусировки ПКИ. Данное отличие можно объяснить таким образом. Безразмерный параметр $\varepsilon = \lambda/R$, где λ – характерная длина волны, определяющая степень влияния волновых свойств импульса на его динамику. При $\varepsilon \ll 1$ выполняется условие эйконального приближения (приближения геометрической оптики). Если же $\varepsilon \sim 1$, необходимо учитывать волновые свойства (дифракцию). При самофокусировке монохроматического пучка его длина волны λ практически не изменяется, в то время как $R \to 0$, что приводит к увеличению ε, а вместе с этим – к возрастанию роли дифракции. Поэтому самофокусировка, вследствие дифракции, может смениться расходимостью пучка, если его интенсивность меньше некоторого порогового значения [26]. ПКИ не обладает несущей частотой, а роль λ играет его характерный размер вдоль направления распространения: $\lambda \sim \upsilon\tau = \upsilon/\rho$, где υ – скорость импульса, которая в принятом нами приближении квазиоднонаправленного распространения мало отличается от c/n. Тогда, используя (17), получим в центре поперечного сечения ПКИ $\varepsilon \sim cR/(n\rho_0 R_0^2)$. Отсюда видно, что при самофокусировке $\varepsilon \to 0$ и условие справедливости эйконального приближения выполняется еще лучше, а относительная роль дифракции уменьшается.

Прежде чем проводить общий анализ уравнения (24), рассмотрим вначале случай, когда вкладом электронно-оптических переходов можно пренебречь. Тогда $B = 0$, а динамика ПКИ описывается уравнением синус-Гордона (см.(10) при $b = g = 0$). Данный случай анализировался в [10] с использованием эйконального приближения.

Из (22) видно, что дефокусировка возможна при $(\partial U/\partial R)_{R=R_0} < 0$. Отсюда и из (22) получаем

$$R_0 > R_c = \pi\left(\frac{5c}{12na}\right)^{1/2}, \qquad (25)$$

где R_c – критическое значение входного радиуса ПКИ, разделяющего режимы дефокусировки ($R > R_c$) и самофокусировки ($R < R_c$). В противном случае солитон уравнения синус-Гордона испытывает самофокусировку. Заметим, что эйкональное приближение, использованное в [10], выделяет только последний эффект. Таким образом, вывод работы [10] об устойчивости рассматриваемого солитона относительно самофокусировки справедлив для импульсов достаточно большого поперечного сечения. Оценим численное значение R_c. Взяв $d \sim 10^{-18}$ ед. СГСЭ, $N \sim 10^{21}$ см$^{-3}$, $\omega_0 \sim 10^{13}$ с$^{-1}$, $n \approx 1$, получим $a \sim 10^{15}$ с$^{-1}$·см$^{-1}$. Тогда из (25) найдем $R_c \sim 0.1$ мм.

При $R_0 > R_c$ решение уравнения (24) можно записать следующим образом:

$$R = \begin{cases} \dfrac{R_0}{\mathrm{sn}[K(q_i) - z/l_1, q_1]}, & R_c < R_0 \leqslant \sqrt{2}R_c, \\ \dfrac{R_0}{\mathrm{cn}(z/l_2, q_i)}, & R_0 \geqslant \sqrt{2}R_c, \end{cases} \qquad (26)$$

где $i = 1, 2$; $K(q_{1,2})$ – полный эллиптический интеграл первого рода; sn, cn – эллиптические синус и косинус; $l_1 = nR_cR_0/[\pi(10)^{1/2}c\tau_p]$; $l_2 = nR_cR_0/\{2\pi c\tau_p[5(1 - R_c^2/R_0^2)]^{1/2}\}$; $q_1 = 2R_0^2/R_c^2 - 1$; $q_2 = 0.5(1 - 2R_c^2/R_0^2)/(1 - R_c^2/R_0^2)$.

Решение (26) является сингулярным, т. е. R обращается в бесконечность при конечном значении $z = l_{\mathrm{df}} = K(q_{1,2})\, l_{1,2}$. Дефокусировка ПКИ имеет как бы взрывной характер. Взяв $R_0 \sim R_c \sim 0.1$ мм, $\tau_p \sim 10^{-14}$ с, $n \sim 1$, найдем $l_{\mathrm{df}} \sim 1$ см. Заметим, однако, что при $z \to l_{\mathrm{df}}$ принятое выше приближение квазиоднонаправленного распространения перестает быть справедливым. Действительно, из (26), (17)–(20) видно, что $\rho \to 0$, $f_1', f_2' \to \infty$ при $R \to \infty$ ($z \to l_{\mathrm{df}}$).

Тогда скорость распространения ПКИ $\upsilon = (n/c + \partial\Phi/\partial z)^{-1} \to 0$ во всех точках пространства. Приближение же квазиоднонаправленного распространения справедливо, если скорость импульса близка к c/n. Следовательно, при $z \to l_{\mathrm{df}}$ данное приближение неприменимо и надо искать другие методы. При $R_0 < R_c$ решение (24) имеет следующий вид:

$$R(z) = R_0\,\mathrm{sn}\left[K(q_3) + \frac{z}{l_3}, q_3\right], \qquad (27)$$

где

$$l_3 = \left(\frac{6}{5}\right)^{1/2}\frac{qn}{\pi}\,\frac{R_0R_c}{c\tau_p}; \;\; q_3 = \left[2\left(\frac{R_c}{R_0}\right)^2 - 1\right]^{-1/2}.$$

Поскольку радиус R – величина положительная, в (27) координата z может принимать значения в интервале $0 < z < l_f$, где длина фокусировки $l_f = l_2K(q)$. При принятых выше значениях параметров среды и импульса находим $l_f \sim 1$ см.

Как следует из (17) и (26), $\rho \to \infty$ при $z \to l_f$, что соответствует сильному самосжатию импульса и его пиковому усилению. Из (18), (20) вытекает, что при $z \to l_f$ скорость приосевого распространения ПКИ

$$\upsilon = \left(\frac{n}{c} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^{-1} \to \frac{c}{n},$$

т. е. возрастает. Эти выводы не противоречат общим свойствам солитонов, согласно которым уменьшение длительности сопровождается увеличением амплитуды и скорости. С другой стороны, понятно, что на заключительной стадии самофокусировки, когда амплитуда солитона сильно возрастает, необходимо учитывать электронные переходы.

Рассмотрим динамику ПКИ с учетом электронных переходов. Из (22) и (23) найдем, что дефокусирующий эффект ($(\partial U/\partial R)_{R=R_0,\rho=\rho_0} < 0$) может быть достигнут при следующем условии на входные параметры импульса:

$$\rho_0 = \frac{1}{\tau_p} < \rho_c^e \left(1 - \frac{R_c^2}{R_0^2}\right)^{1/4}. \qquad (28)$$

Таким образом, учет электронной подсистемы наряду с туннельными переходами приводит к двум условиям устойчивого распространения ПКИ – на его входной радиус (25) и на амплитуду (длительность) (28). В эйкональном приближении ($R_0 \gg R_c$) условие (28) переходит в (16). Кроме того, отметим, что критерий (25) естественным образом вытекает из (28) в виде требования неотрицательности подрадикального выражения.

Проведем численные оценки параметров импульса, соответствующие его устойчивому распространению. Взяв $\chi_3 \sim 10^{-13} - 10^{-14}$ ед. СГСЭ [27], $\kappa \sim \chi/\omega_e^2$, $\chi \sim 0.1$, $\omega_e \sim 10^{15}$ с$^{-1}$ и использованные ранее значения для n, a, d, получим $\rho_c^e \sim 10^{14}$ с$^{-1}$. Следовательно, длительность входного импульса должна превышать 10 фс. Его интенсивность, соответствующую ρ_c^e оценим как $I_c \sim cE^2/4\pi \sim c\hbar^2(\rho_c^e)^2/(4\pi d^2) \sim 10^{12} - 10^{13}$ Вт/см^2. Данная оценка соответствует верхней границе интенсивности ПКИ.

Заметим, что из (8) в пределе квазимонохроматических импульсов с несущей частотой ω может быть получено хорошо известное нелинейное уравнение Шредингера при естественных нерезонансных условиях $dE/\hbar \ll \omega \ll \omega_e$. В силу последнего возбуждение туннельных переходов в этом случае невелико, поэтому можно считать, что $\sin\theta \approx \theta - \theta^3/6$. Полагая

$$d\frac{E}{\hbar} = \psi \exp[\mathrm{i}(\omega\tau - kz)] + \text{компл. сопр.},$$

где $k = -a/\omega + g\omega^3$ – волновое число в сопутствующей систем координат, используя разложение [1, 5, 15, 16]

$$\int_{-\infty}^{\tau} \psi \exp[\mathrm{i}(\omega\tau' - qz)]\mathrm{d}\tau' \approx \left(-\mathrm{i}\frac{\psi}{\omega} + \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\psi}{\partial\tau} + \frac{\mathrm{i}}{\omega^3}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}\right)\exp[\mathrm{i}(\omega\tau - qz)] + \text{компл. сопр.}$$

и пренебрегая относительно быстро осциллирующими слагаемыми, из (8) получаем при минимальном учете дисперсии и нелинейности

$$\mathrm{i}\frac{\partial\psi}{\partial z} - \alpha\frac{\partial^2\psi}{\partial T^2} - \beta|\psi|^2\psi = \frac{c}{2n\omega}\Delta_\perp\psi, \qquad (29)$$

где $T = t - z/v_g$; $v_g = (n/c + a/\omega^2 + 3g\omega^2)^{-1}$ – групповая скорость; $\alpha = 3g\omega(\omega_c^4/\omega^4 - 1)$; $\omega_c = (a/3g)^{1/4}$ [5]; $\beta = a/(2\omega^3) + 3b\omega$. Поскольку $a, b > 0$, то $\beta > 0$ и уравнение (29) имеет одномерные солитонные решения в области аномальной групповой дисперсии, соответствующей $\alpha > 0$ или $\omega < \omega_c$. С другой стороны, β пропорциональна $\chi_3 > 0$ [1]. Следовательно, нерезонансные квазимонохроматические солитоны огибающей должны испытывать самофокусировку, что обычно и происходит в области прозрачности твердотельных сред.

5. Заключение

Проведенное в настоящей работе исследование выявляет принципиальную роль туннельных переходов в поперечной динамике ПКИ. При условиях (25) и (28) на входные параметры однополярного ПКИ может быть достигнут дефокусирующий эффект в однородной среде.

Как отмечалось выше, уравнение (8) не имеет точных аналитических решений в виде уединенных импульсов. Исключение здесь составляет случай $g = -2b$, соответствующий интегрируемому уравнению Конно – Камиямы – Сануки [28]. Поэтому выбор пробного решения в виде (10) содержит в себе некую произвольность. В то же время физические аргументы, приведенные в разд.3 при выборе пробного решения, представляются нам достаточно убедительными. Таким образом, есть основания полагать, что по крайней мере в качественном отношении пробное решение (10) соответствует реальному физическому процессу распространения импульса в нелинейной среде. В любом случае здесь важно, чтобы в спектре импульса содержались фурье-компоненты, резонансные туннельным переходам, которые способны обеспечить дефокусирующий эффект. Данный вывод позволяет говорить о принципиально новых возможностях преодоления эффекта самофокусировки в случае ПКИ по сравнению с традиционными методами создания поперечной неоднородности в волоконных световодах, зарекомендовавшими себя в оптике квазимонохроматических импульсов. Важно, что в кристаллах типа KDP туннельные переходы содержатся изначально, а потому не требуются различные искусственные методы инжекции резонансных примесей, как это делается для достижения дефокусирующего эффекта в случае импульсов с ярко выраженной несущей частотой.

Работа поддержана РФФИ (проект № 02-02-17710а).

1. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
2. Оокоси Т. *Оптоэлектроника и оптическая связь* (М.: Мир, 1988).
3. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
4. Клышко Д.Н. *Физические основы квантовой электроники* (М.: Наука, 1986).
5. Маймистов А.И. *Квантовая электроника,* **30**, 287 (2000).
6. Brabec T., Krausz F. *Rev. Modern Phys.*, **72**, 545 (2000).
7. Желтиков А.М. *УФН*, **172**, 743 (2002).
8. Козлов С.А., Петрашенко П.А. *Письма в ЖЭТФ*, **76**, 214 (2002).
9. Козлов С.А., Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **111**, 404 (1997).
10. Нестеров С.В., Сазонов С.В. *ФТТ*, **45**, 303 (2003).
11. Блинц Р., Жекш Б. *Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики* (М.: Мир, 1975).
12. Беленов Э.М., Крюков П.Г., Назаркин А.В., Ораевский А.Н., Усков А.В. *Письма в ЖЭТФ*, **47**, 442 (1988).
13. Беленов Э.М., Назаркин А.В. *Письма в ЖЭТФ*, **51**, 252 (1990).
14. Беленов Э.М., Назаркин А.В., Ущаповский В.А. *ЖЭТФ*, **100**, 762 (1991).
15. Сазонов С.В. *Оптика и спектроскопия*, **79**, 282 (1995).
16. Mel'nikov I.V., Mihalache D. *Phys. Rev. A*, **56**, 1569 (1997).
17. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М.: Наука, 1990).
18. Anderson D. *Phys. Rev. A*, **27**, 3135 (1983).
19. Жданов С.К., Трубников В.А. *Квазигазовые неустойчивые среды* (М.: Наука, 1980).
20. Сазонов С.В. *ЖЭТФ*, **119**, 419 (2001).
21. Сазонов С.В. *УФН*, **71**, 663 (2001).
22. Ольховский И.Н. *Курс теоретической механики для физиков* (М.: изд-е МГУ, 1978).
23. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. *Квантовая электроника,* **30**, 917 (2000).
24. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. *Оптика и спектроскопия*, **790**, 449 (2001).
25. Edmundson D.E., Enns R.H. *Phys. Rev. A* , **51**, 2491 (1995).
26. Карлов Н.В., Кириченко Н.А. *Колебания. Волны. Структуры* (М.: Физматлит, 2001).
27. Азаренков А.Н., Альтшулер Г.Б., Белашенков Н.Р., Козлов С.А. *Квантовая электроника,* **20**, 773 (1993).
28. Konno K., et al. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **37**, 171 (1974).