

# Отношение E2/M1-амплитуд в индуцируемом постоянным полем процессе смешивания двух лазерных волн в атомах

П.В.Миронова, В.Д.Овсянников, Н.В.Першин, Е.В.Чаплыгин

*Определено влияние постоянного электрического и/или магнитного поля на сечение когерентного смешивания двух лазерных волн атомами. Получены аналитические выражения для зависимости сечения от поляризации падающих и генерируемой волн, позволяющие определить отношение E2/M1-амплитуд  $Q$  по эффективности индуцируемого постоянным полем когерентного процесса для коллинеарных волн. Аналитические выражения для поляризационной зависимости сечения смешивания частот выписаны для атомов индия и таллия.*

**Ключевые слова:** атом, излучение, поляризация, смешивание частот, постоянное поле.

## 1. Введение

Одной из важных характеристик в экспериментах по несомнению четности в оптических спектрах атомов и в получении высокоточных атомных стандартов частоты и времени является соотношение между E2- и M1-амплитудами [1]. Значение этого соотношения может быть получено в многофотонном резонансном процессе, включающем соответствующие радиационные переходы между атомными уровнями [2–4].

Постоянное электромагнитное поле вызывает индуцированный когерентный процесс для коллинеарных падающих и генерируемой волн. Магнитоиндуцированный процесс остается дипольно запрещенным и происходит с участием E2- или M1-переходов, как и в случае свободных атомов [2, 3]. Однако амплитуда этого процесса содержит дополнительный резонансный множитель и, в отличие от амплитуды для свободных атомов, не исчезает при рассеянии вперед. Данный факт является важным для практического применения: магнитное поле создает условия, необходимые для эффективной генерации волны суммарной или разностной частоты. Таким образом, магнитоиндуцированное когерентное смешивание волн может использоваться для преобразования частот двух лазерных излучений и для получения величины соотношения между E2- и M1-амплитудами из поляризационных зависимостей. Постоянное электрическое поле перемешивает состояния разной четности, снимая дипольный запрет и создавая условия, необходимые для рассеяния вперед. Однако амплитуда электроиндуцированного процесса не содержит дополнительного резонансного множителя.

Предполагается, что одна из трех волн (двух падающих и одной рассеянной) находится в резонансе с E2/M1-переходом из основного состояния в первое возбужденное, другие две с частотами  $\omega_2$  и  $\omega'$  – в резонансе с E1-пе-

реходами из двух состояний в третье. В случае атомов таллия и индия основное состояние  $|nL_0J_0\rangle = |nP_{1/2}\rangle$  и первое возбужденное  $|nL_0J_1\rangle = |nP_{3/2}\rangle$  разделены дипольно запрещенным переходом частоты  $\omega_1$ . Ниже приведен анализ поляризационной зависимости сечения процесса генерации фотона суммарной частоты, представленный на рис.1.

## 2. Резонансная амплитуда когерентного смешивания двух лазерных волн атомами в электрическом поле

Смешивая состояния различной четности, постоянное электрическое поле  $F_0 = F_0 e_0$  снимает дипольный запрет для трехфотонного процесса в амплитуде четвертого порядка. Кроме того, наличие поперечного вектора постоянного поля, лежащего в плоскости поляризации трех коллинеарных волн, делает возможным когерентное рассеяние вперед. Соответствующая амплитуда процесса может быть представлена в следующем виде:

$$U_F^{\text{coh}} = \sum_{M_0} \langle nL_0J_0M_0 | [\hat{V}_1 G_{\omega_1} \hat{V}_0 + \hat{V}_0 G_0 \hat{V}_1] G_{\omega_1} \hat{V}_2 G_{\omega'} \hat{V}' | nL_0J_0M_0 \rangle$$

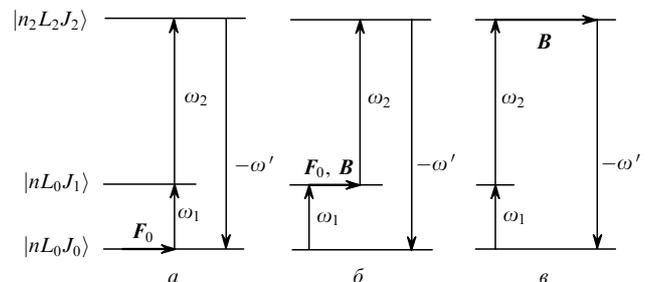


Рис.1. Энергетические диаграммы дважды резонансного процесса смешивания частот атомами в постоянном электрическом  $F_0$  и/или магнитном  $B$  полях: взаимодействие электрического поля с атомом в основном состоянии  $|nL_0J_0\rangle$  (а); взаимодействие электрического и/или магнитных полей с атомом в нижнем возбужденном (метастабильном) состоянии  $|nL_0J_1\rangle$  (б); взаимодействие магнитного поля с атомом в верхнем возбужденном состоянии  $|n_2L_2J_2\rangle$  (в).

П.В.Миронова, В.Д.Овсянников, Н.В.Першин, Е.В.Чаплыгин. Воронежский государственный университет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1; e-mail: vit@ovd.vsu.ru

Поступила в редакцию 15 января 2004 г.

$$= CF_0(a'\psi' + a_1\psi_1 + a_2\psi_2), \quad (1)$$

где учтены только дважды резонансные слагаемые (рис.1,  $a$  и  $b$ ); здесь  $\hat{V}_1$  и  $\hat{V}_2$  – операторы взаимодействия атома с первой и второй волной соответственно;  $\hat{V}_0$  – оператор взаимодействия с постоянным электрическим полем;  $G_E$  – функция Грина с энергетическим параметром  $E$ ;

$$C = \frac{F_1 F_2 F' R_1 R_2}{648 \varepsilon \varepsilon'}$$

– не зависящая от постоянного поля амплитудная часть, которая содержит в знаменателе два резонансных множителя  $\varepsilon = E_{nL_0J_1} - E_{nL_0J_0} - \omega_1 = \Delta - i\Gamma/2$ ,  $|\varepsilon| \ll \omega_1$  и  $\varepsilon' = E_{n_2L_2J_2} - E_{nL_0J_0} - \omega' = \Delta' - i\Gamma'/2$ ,  $|\varepsilon'| \ll \omega'$ , учитывающих расстройки резонансов  $\Delta$ ,  $\Delta'$  и ширины возбужденных уровней  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$ ;  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F'$  – напряженности электрической компоненты первой, второй и генерируемой волн;  $R_1 = \langle nL_0J_1 | r | nL_0J_0 \rangle$ ,  $R_2 = \langle n_2L_2J_2 | r | nL_0J_0 \rangle$  – радиальные матричные элементы электродипольных переходов между резонансными уровнями;

$$\psi' = (e_0 e^{i\phi}) (e_1 e_2), \quad \psi_1 = (e_0 e_1) (e_2 e^{i\phi}), \quad \psi_2 = (e_0 e_2) (e_1 e^{i\phi})$$

– поляризационные множители, индексы которых соответствуют индексу единичного вектора поляризации волны, стоящего в скалярном произведении с единичным вектором постоянного поля  $e_0$ . Атомные параметры

$$\begin{aligned} a' &= R_0^{\omega_1} + 2R_0^0 + \frac{1}{5}(4R_2^{\omega_1} - R_2^0), \\ a_1 &= - \left[ R_0^{\omega_1} + R_0^0 + \frac{1}{5}(R_2^{\omega_1} + R_2^0) \right], \\ a_2 &= 2R_0^{\omega_1} + R_0^0 - \frac{1}{5}(R_2^{\omega_1} - 4R_2^0) \end{aligned} \quad (2)$$

представляют собой линейную комбинацию радиальных матричных элементов второго порядка  $R_l^E = \langle nL_0J_0 | r g_l^E r | nL_0J_1 \rangle$  ( $g_l^E$  – радиальная функция Грина) для индуцируемых постоянным полем дипольных переходов из основного состояния в первое возбужденное.

Простая поляризационная зависимость амплитуды позволяет разделить вклады каждого слагаемого в правой части выражения (1), выбирая один из векторов  $e_0$ ,  $e_1$ ,  $e_2$  перпендикулярным двум другим, т. е.

$$\begin{aligned} U_F^{\text{coh}}(e_0 \perp e_1 = e_2) &\sim a'(e_0 e^{i\phi}), \\ U_F^{\text{coh}}(e_1 \perp e_0 = e_2) &\sim a_2(e_1 e^{i\phi}), \\ U_F^{\text{coh}}(e_2 \perp e_0 = e_1) &\sim a_1(e_2 e^{i\phi}). \end{aligned} \quad (3)$$

В случае, когда все исходные единичные векторы совпадают, поляризационные множители тоже становятся одинаковыми, и амплитуда пропорциональна сумме всех параметров  $a$ ,

$$U_F^{\text{coh}}(e_0 = e_1 = e_2) \sim (a' + a_1 + a_2)(e_0 e^{i\phi}).$$

Используя эти четыре выражения, можно получить соотношения между радиальными матричными элементами, определяющими атомные параметры (2).

3 Квантовая электроника, т.34, № 5

Поскольку параметры  $a$  вещественны, то поляризационная зависимость в амплитуде электроиндуцированного процесса смешивания частот также остается вещественной. Комплексные расстройки  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  влияют только на амплитуду (1) и не оказывают влияния на поляризационную зависимость. Комплексная расстройка в поляризационной зависимости может появиться в присутствии постоянного магнитного поля, которое также индуцирует когерентное рассеяние вперед. В следующих параграфах будет рассмотрено влияние магнитного поля на процесс смешивания коллинеарных волн в свободных атомах и в присутствии постоянного электрического поля.

### 3. Резонансная амплитуда когерентного смешивания двух лазерных волн атомами в магнитном поле

Резонансная амплитуда процесса (рис.1,  $b$ ,  $\phi$ ), учитывающая только парамагнитное (линейное) взаимодействие атома с магнитным полем  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_B$  ( $\mathbf{e}_B$  – единичный вектор вдоль  $\mathbf{B}$ ,  $B$  измеряется в атомных единицах  $B_a = 2.35 \times 10^5$  Тл)

$$\hat{V}_B = \frac{B}{2} [(\hat{J} + \hat{S})\mathbf{e}_B], \quad (4)$$

с учетом только слагаемых с резонансными полюсами третьего порядка может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} U &\approx \langle nL_0J_0M_0 | \hat{V}_1 G_{E_0+\omega_1} [\hat{V}_B G_{E_0+\omega_1} \hat{V}_2 \\ &+ \hat{V}_2 G_{E_0+\omega'} \hat{V}_B] G_{E_0+\omega'} \hat{V}' | nL_0J_0M_0' \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где каждую функцию Грина в резонансном приближении можно записать как

$$\begin{aligned} G_{E_0+\omega_1} &= \frac{\langle \mathbf{r} | nL_0J_1M_1 \rangle \langle nL_0J_1M_1 | \mathbf{r}' \rangle}{\varepsilon}, \\ G_{E_0+\omega'} &= \frac{\langle \mathbf{r} | n_2L_2J_2M_2 \rangle \langle n_2L_2J_2M_2 | \mathbf{r}' \rangle}{\varepsilon'}. \end{aligned} \quad (6)$$

Переход между основным состоянием и первым возбужденным (подуровнем тонкой структуры основного состояния) реализуется поглощением фотона за счет электроквадрупольного взаимодействия, оператор которого в одноэлектронном приближении имеет вид

$$\hat{V}_1 = \hat{V}_q = \frac{iF_1 \alpha \omega_1}{2\sqrt{6}} r^2 (\{\mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{e}_1\}_2 C_2(\theta, \phi)), \quad (7)$$

или за счет магнитодипольного взаимодействия

$$\hat{V}_1 = \hat{V}_m = \frac{\alpha F_1}{4} ((\hat{J} + \hat{S})[\mathbf{n}_1, \mathbf{e}_1]), \quad (8)$$

где  $\alpha = 1/137$  – постоянная тонкой структуры;  $C_2(\theta, \phi)$  – модифицированная сферическая функция;  $\{\mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{e}_1\}_2$  – неприводимое тензорное произведение второго ранга [5] единичных волнового вектора  $\mathbf{n}_1$  и вектора поляризации  $\mathbf{e}_1$ ;  $\hat{J}$  и  $\hat{S}$  – операторы полного углового и спинового моментов атома.

Проведя интегрирование по угловым переменным электрона, усреднение по начальным и суммирование по конечным состояниям в выражении (5), амплитуду когерентного рассеяния можно представить в следующем виде:

$$U_B^{\text{coh}} = C \frac{\alpha BR_{M1}}{2} (b' \varphi' + b_1 \varphi_1 + b_2 \varphi_2), \quad (9)$$

где  $R_{M1} = \langle nL_0 J_0 | nL_0 J_1 \rangle$  – радиальный матричный элемент M1-перехода между основным и первым возбужденным состоянием;

$$b' = -\frac{1-Q}{2} \left( \frac{3}{\varepsilon'} + \frac{2}{\varepsilon} \right), \quad b_1 = -\left( \frac{3}{\varepsilon'} + \frac{2}{\varepsilon} \right),$$

$$b_2 = \frac{3}{\varepsilon'} + \frac{2}{\varepsilon} (2+Q) \quad (10)$$

– атомные параметры, не зависящие от поля;

$$Q = \frac{3\omega_1}{5R_{M1}} \langle nL_0 J_0 | r^2 | nL_0 J_1 \rangle$$

– величина, определяющая отношение E2/M1-амплитуд. Поляризационные факторы  $\varphi'$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  с учетом коллинеарности всех излучений  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}'$  определяются комбинацией скалярных и смешанных произведений

$$\varphi' = (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2) (\mathbf{e}'^* [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B]), \quad \varphi_1 = (\mathbf{e}'^* \mathbf{e}_2) (\mathbf{e}_1 [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B]),$$

$$\varphi_2 = (\mathbf{e}'^* \mathbf{e}_1) (\mathbf{e}_2 [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B]). \quad (11)$$

Видно, что амплитуда (9) обращается в нуль в случае параллельности векторов  $\mathbf{e}_B$  и  $\mathbf{n}$ . Поэтому далее будем рассматривать только случай  $\mathbf{e}_B \mathbf{n} = 0$ .

Структура поляризационных факторов (11) позволяет отделить вклад каждого члена в правой части амплитуды (9):

$$U_B^{\text{coh}} (\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 = [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B]) \sim (b' + b_1 + b_2) ([\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \mathbf{e}'^*);$$

$$U_B^{\text{coh}} (\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_B) \sim b' ([\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \mathbf{e}'^*);$$

$$U_B^{\text{coh}} (\mathbf{e}_1 = [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \perp \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_B) \sim b_1 (\mathbf{e}_B \mathbf{e}'^*);$$

$$U_B^{\text{coh}} (\mathbf{e}_2 = [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \perp \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_B) \sim b_2 (\mathbf{e}_B \mathbf{e}'^*). \quad (12)$$

На основе этих соотношений может быть развит экспериментальный метод измерения ширин уровней  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$  и отношения E2/M1 амплитуд  $Q$ . В частности, параметр  $b_1$  не зависит от  $Q$ , и в случае  $\mathbf{e}_1 = [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \perp \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_B$  электроквадрупольное взаимодействие дает нулевой вклад в амплитуду генерации фотона суммарной частоты.

Одной из интересных особенностей магнитоиндуцированного процесса является наличие мнимых частей у атомных параметров  $b$  в амплитуде (9), что в результате приводит к эффектам «циркулярного дихроизма», наблюдаемого в виде эллиптической поляризации генерируемой волны при линейной поляризации падающих волн и приводящего к различию сечений генерации для левой и правой циркулярной поляризации одной из падающих волн при линейной поляризации другой волны. Причиной данных эффектов являются диссипативные процессы, характеризующиеся ненулевой шириной резонансных атомных уровней.

### 3.1. Циркулярная поляризация волны, генерируемой линейно поляризованными волнами

Обе падающие волны будем считать линейно поляризованными:  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1^*$ ,  $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_2^*$ . В этом случае их векторы поляризации удобно представить в виде разложения по базису единичных ортогональных векторов  $\{\mathbf{e}_B, [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B]\}$ :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{e}_B \cos \theta_i + [\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \sin \theta_i, \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

где  $\theta_i$  – угол между векторами  $\mathbf{e}_i$  и  $\mathbf{e}_B$ . Подставив (13) в (11), амплитуду (9) можно представить в следующем виде:

$$U_B^{\text{coh}} = C \frac{\alpha BR_{M1}}{2} [b_{\parallel} (\mathbf{e}_B \mathbf{e}'^*) + b_{\perp} ([\mathbf{n}, \mathbf{e}_B] \mathbf{e}'^*)], \quad (14)$$

где

$$b_{\parallel} = \frac{1+Q}{\varepsilon} \sin(\theta_1 + \theta_2) + \left( \frac{3+Q}{\varepsilon} + \frac{3}{\varepsilon'} \right) \sin(\theta_2 - \theta_1), \quad (15)$$

$$b_{\perp} = -\frac{1+Q}{\varepsilon} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \left[ \frac{2Q}{\varepsilon} - \frac{3(1-Q)}{2\varepsilon'} \right] \cos(\theta_2 - \theta_1).$$

Интерференция между двумя слагаемыми в амплитуде (14) приводит к зависимости сечения от знака степени циркулярной поляризации генерируемой волны:

$$\frac{d\sigma^{(\pm)}}{d\Omega} \sim |U_B^{\text{coh}}|^2 = \frac{1}{2} \left| \frac{C\alpha BR_{M1}}{2} \right|^2 [|b_{\parallel}|^2 + |b_{\perp}|^2 \pm 2\text{Im}(b_{\parallel}^* b_{\perp})]. \quad (16)$$

В результате спиральность генерируемой волны определяется выражением:

$$D' = \frac{d\sigma^{(+)} / d\Omega - d\sigma^{(-)} / d\Omega}{d\sigma^{(+)} / d\Omega + d\sigma^{(-)} / d\Omega} = \frac{2\text{Im}(b_{\parallel}^* b_{\perp})}{|b_{\parallel}|^2 + |b_{\perp}|^2}. \quad (17)$$

Из соотношения (17) можно определить численное значение величины  $Q$  при известных ширинах уровней  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$  и расстройках  $\Delta$ ,  $\Delta'$ . В частности, при  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$  получаем

$$Q = \frac{3(4xx' + 1)}{4y(4x'^2 + 1) + 3(4xx' + 1)}, \quad (18)$$

где  $y = \Gamma'/\Gamma$ ;  $x = \Delta/\Gamma$ ,  $x' = \Delta'/\Gamma'$  – величины расстроек, соответствующие максимальному значению степени циркулярной поляризации  $D' = 1$ . Величина  $D' = 1$  соответствует непрерывному множеству значений  $x_+$ ,  $x'_+$ , отличающихся от  $x_-$ ,  $x'_-$ , при которых реализуется  $D' = -1$ . Оба множества должны давать одно и то же значение  $Q$  в (18).

Выражение (17) при заданной величине  $D'$  и фиксированных углах  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  может рассматриваться как соотношение между расстройками  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$ . С другой стороны, при фиксированных расстройках  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  величина  $D'$  является функцией углов  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , которые выбираются в эксперименте произвольным образом. Так, при фиксированном  $\theta_1$  можно определить оптимальное значение угла  $\theta_2^m$ , соответствующее максимальному абсолютному значению  $|D'(\theta_2^m)| = 1$ . Зависимость  $\theta_2^m$  от  $\Delta$  и  $\Delta'$  для случая

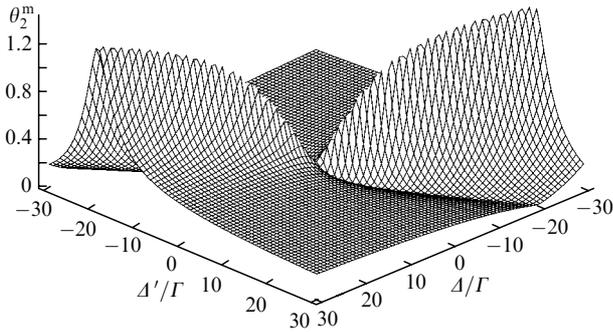


Рис.2. Зависимость угла  $\theta_2^m$ , соответствующего максимальным абсолютным значениям величины  $D'$  (17), от расстройк резонансов  $\Delta$  и  $\Delta'$  при  $\Gamma = \Gamma'$ .

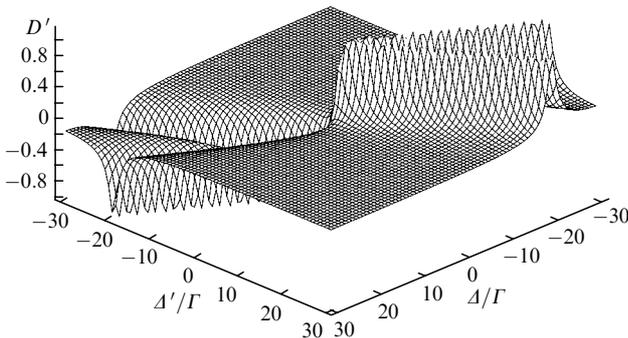


Рис.3. Зависимость степени циркулярной поляризации рассеянной волны (17) при  $\theta_2 = \theta_2^m$  от расстройк резонансов  $\Delta$  и  $\Delta'$  при  $\Gamma = \Gamma'$ .

$\theta_1 = 0$  представлена на рис.2. Соответствующая зависимость  $D'$  изображена на рис.3.

### 3.2. Циркулярный дихроизм сечения для падающих волн

Под дихроизмом понимается различие между величиной сечения для правой и левой спиральности одной из двух падающих волн, в то время как другая – линейно поляризована. Этот эффект существенно зависит от направления вектора поляризации линейно поляризованной волны. В случае линейной поляризации первой волны

$$e_1 = e_1^* = e_B \cos \theta_1 + [\mathbf{n}, e_B] \sin \theta_1,$$

сечение процесса для правой (+) или левой (–) циркулярной поляризации второй волны после суммирования по поляризационным состояниям рассеянных фотонов может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{d\sigma^{(\pm)}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left| C \frac{\alpha BR_{M1}}{2} \right|^2 \left[ |b'|^2 + |b_2|^2 + 2 \sin^2 \theta_1 (|b_1|^2 + \text{Re } \mathcal{B}) \pm \sin(2\theta_1) \text{Im } \mathcal{B} \right], \quad (19)$$

где  $\mathcal{B} = b'b_1^* + b'b_2^* + b_1b_2^*$ . Степень циркулярного дихроизма может быть представлена как функция угла  $\theta_1$  и параметров (10),

$$D_2 = \frac{d\sigma^{(+)} / d\Omega - d\sigma^{(-)} / d\Omega}{d\sigma^{(+)} / d\Omega + d\sigma^{(-)} / d\Omega} = \frac{\sin(2\theta_1) \text{Im } \mathcal{B}}{|b'|^2 + |b_2|^2 + 2 \sin^2 \theta_1 (|b_1|^2 + \text{Re } \mathcal{B})}. \quad (20)$$

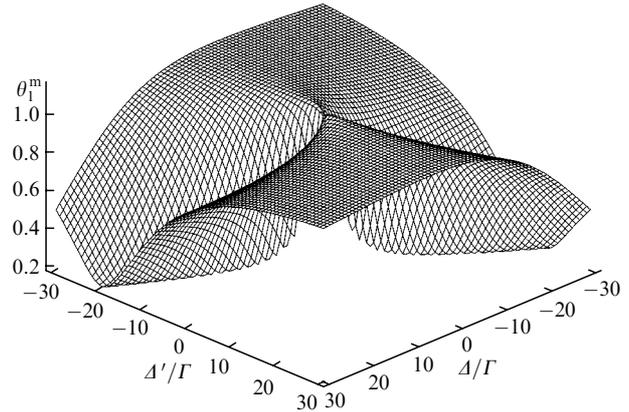


Рис.4. Зависимость угла  $\theta_1^m$ , соответствующего максимальным абсолютным значениям степени циркулярной поляризации (20), от расстройк резонансов  $\Delta$  и  $\Delta'$  при  $\Gamma = \Gamma'$ .

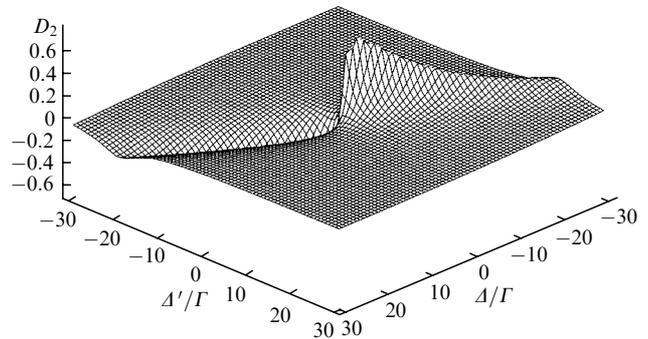


Рис.5. Зависимость степени циркулярного дихроизма (20) при  $\theta_1 = \theta_1^m$  от расстройк резонансов  $\Delta$  и  $\Delta'$  при  $\Gamma = \Gamma'$ .

Каждой паре расстройк  $\Delta, \Delta'$  соответствует свое оптимальное значение  $\theta_1 = \theta_1^m$ , при котором величина  $D_2$  достигает максимального абсолютного значения. Зависимости оптимального угла  $\theta_1^m$  и соответствующей величины  $D_2$  от расстройк резонансов  $\Delta$  и  $\Delta'$  представлены на рис.4,5.

## 4. Смешивание частот в скрещенных электрическом и магнитном полях

Одновременное использование постоянного электрического  $F_0 = F_0 e_0$  и магнитного  $B = B e_B$  полей дает дополнительные возможности в высокоточных измерениях атомных параметров. Векторы напряженности полей должны иметь ненулевые компоненты в плоскости поляризации падающих волн, иначе амплитуды (1), (9) обращаются в нуль. Исследование интерференции вкладов электрического и магнитного полей в суммарную амплитуду когерентного процесса смешивания двух коллинеарных лазерных волн

$$U = U_F^{\text{coh}} + U_B^{\text{coh}} \quad (21)$$

может быть выполнено на основе обсужденных выражений. Рассмотрим эффекты циркулярного дихроизма как результат интерференции.

Очевидно, что в скрещенных полях циркулярный дихроизм появляется как от чисто магнитоиндуцированного вклада в амплитуду (21) (см. разд.3), так и в результате интерференции электрической и магнитной частей амплитуды. Из выражений (14)–(15) видно, что циркуляр-

ная поляризация фотона суммарной частоты не может возникнуть ни для параллельного, ни для перпендикулярного направлений векторов  $e_1$  и/или  $e_2$  по отношению к вектору  $e_B$  (в этом случае одно из двух слагаемых в правой части выражения (14) обращается в нуль и зависящая от поляризации интерференция между слагаемыми амплитуды  $U_B^{\text{coh}}$  исчезает). Таким образом, эффект, вызванный интерференцией только между  $U_F^{\text{coh}}$  и  $U_B^{\text{coh}}$ , может наблюдаться в случае  $e_i \parallel e_B$  или  $e_i \perp e_B$  ( $i = 1, 2$ ). В общем случае амплитуда (21) может быть представлена в виде суммы двух независимых слагаемых

$$U = C(u_{\parallel}(e_B e^{i*}) + u_{\perp}([n, e_B] e^{i*})), \quad (22)$$

где

$$u_{\parallel} = F_0[a' \cos(\theta_2 - \theta_1) \cos \theta_0 + a_1 \cos(\theta_1 - \theta_0) \cos \theta_2 + a_2 \cos(\theta_2 - \theta_0) \cos \theta_1] + \frac{\alpha BR_{M1}}{2}(b_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + b_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1); \quad (23)$$

$$u_{\perp} = F_0[(a' \cos(\theta_2 - \theta_1) \sin \theta_0 + a_1 \cos(\theta_1 - \theta_0) \sin \theta_2 + a_2 \cos(\theta_2 - \theta_0) \sin \theta_1] + \frac{\alpha BR_{M1}}{2} \left[ \frac{b_1}{2}(1 - Q) \cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{2}{\varepsilon}(1 + Q) \sin \theta_1 \sin \theta_2 \right];$$

$\theta_{0(1,2)}$  – углы между векторами  $e_{0(1,2)}$  и  $e_B$ .

При взаимно параллельных электрическом и магнитном полях ( $e_0 = e_B$ ) обе величины  $u_{\parallel}$  и  $u_{\perp}$  ненулевые. Если при этом  $e_1 = e_2 = e_0$  или  $e_1 = e_2 = [n, e_0]$ , то величина  $u_{\parallel}$  зависит от напряженности только электрического поля  $F_0$ , а  $u_{\perp}$  – только магнитного поля  $B$ . При  $e_1 = e_2 = e_0$  получаем

$$u_{\parallel} = F_0(a' + a_1 + a_2), \quad u_{\perp} = \frac{\alpha BR_{M1}(1 - Q)}{4} b_1,$$

а в случае  $e_1 = e_2 = [n, e_0]$  –

$$u_{\parallel} = F_0 a', \quad u_{\perp} = \frac{\alpha BR_{M1}}{2} \left[ \frac{b_1}{2}(1 - Q) + \frac{2}{\varepsilon}(1 + Q) \right].$$

Если векторы поляризации взаимно перпендикулярны, то величина  $u_{\parallel}$  пропорциональна напряженности магнитного поля  $B$ , а  $u_{\perp}$  – напряженности электрического поля  $F_0$ . При  $e_0 = e_1 \perp e_2 = [n, e_0]$  получаем

$$u_{\parallel} = \frac{\alpha BR_{M1}}{2} b_2, \quad u_{\perp} = F_0 a_1,$$

а при  $e_0 = e_2 \perp e_1 = [n, e_0]$  –

$$u_{\parallel} = \frac{\alpha BR_{M1}}{2} b_1, \quad u_{\perp} = F_0 a_2.$$

Из выражения (22), с учетом комплексности  $b$ , можно сделать вывод о разных значениях сечения процесса для противоположных спиральностей генерированного фотона при фиксированной линейной поляризации пада-

ющих волн. Таким образом, генерируемая волна может быть циркулярно поляризованной со степенью поляризации

$$D' = \frac{d\sigma^{(+)} / d\Omega - d\sigma^{(-)} / d\Omega}{d\sigma^{(+)} / d\Omega + d\sigma^{(-)} / d\Omega} = \frac{2\text{Im}(u_{\parallel}^* u_{\perp})}{|u_{\parallel}|^2 + |u_{\perp}|^2}. \quad (24)$$

Значение отношения E2/M1-амплитуд  $Q$  может быть определено из степени поляризации  $D'$  и соответствующих ширин уровней и расстройек резонансов, аналогично выражению (18). Случай  $D' = \pm 1$ , реализующийся при определенных расстройках  $x_{\pm} = \Delta_{\pm} / \Gamma$ ,  $x'_{\pm} = \Delta'_{\pm} / \Gamma'$ , соответствует соотношению

$$u_{\perp} = \pm i u_{\parallel}.$$

Приравняв вещественные части этого соотношения и выразив  $Q$ , получим

$$Q_{\pm} = 1 \pm q \frac{x_{\pm} + x'_{\pm}}{2x'_{\pm} + 3px_{\pm}}, \quad (25)$$

где

$$q = \frac{2F_0(a' + a_1 + a_2)\Gamma}{\alpha BR_{M1}}; \quad p = \frac{\Gamma}{\Gamma'}.$$

Равенство мнимых частей дает

$$Q_{\pm} = 1 \pm q \frac{1 - 4x_{\pm}x'_{\pm}}{2 + 3p}. \quad (26)$$

Очевидно, что дробные множители при  $q$  в (25) и (26) должны быть одинаковыми. Соответствующее равенство позволяет получить соотношение между  $x_{\pm}$  и  $x'_{\pm}$ , при котором реализуется  $D' = \pm 1$ .

Значения ширин уровней, взятые из [6], дают для таллия  $p = \Gamma / \Gamma' \approx 10^{-7}$ . Расстройкам  $|\Delta| \sim |\Delta'| \sim 1 \text{ см}^{-1}$  соответствуют величины  $|x| \sim 10^{11}$ ,  $|x'| \sim 10^3$ . Таким образом, эффект наблюдается при  $q \approx 10^{-14} - 10^{-12}$ . Численные расчеты методом модельного потенциала [7] дают для параметров  $a$  значения в несколько сотен атомных единиц. Становится понятным, что отношение напряженностей электрического и магнитного полей может быть порядка  $10^{-4} - 10^{-2}$ . Другими словами, экспериментально эффект может быть наблюдаем в атоме таллия в полях  $B = 1 \text{ Тл}$  и  $F_0 = 2 - 200 \text{ В/см}$ .

Работа выполнена при поддержке US CRDF и Министерства образования РФ (грант № VZ-010-0).

1. Majumder P.K., Tsai L.L. *Phys. Rev. A*, **60**, 267 (1999).
2. Khalev K.V., Ovsiannikov V.D. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **34**, 3843 (2001).
3. Khalev K.V., Ovsiannikov V.D., Chernushkin V.V. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **35**, 2283 (2002).
4. Ovsiannikov V.D., Pershin N.V., Tchaplugin E.V. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **36**, 1603 (2003).
5. Варшалавич Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. *Квантовая теория углового момента* (Л., Наука, 1975).
6. Раддиг А.А., Смирнов Б.М. *Параметры атомов и атомных ионов. Справочник* (М.: Энергоатомиздат, 1986).
7. Manakov N.L., Ovsiannikov V.D., Rapoport L.P. *Phys. Rep.*, **141**, 319 (1986).