

Прецизионный расчет светового сдвига в оптических стандартах частоты

В.Г.Пальчиков, В.Д.Овсянников

Для атомов Mg, Sr и Yb выполнены расчеты световых сдвигов частоты, обусловленных воздействием внешнего лазерного поля, на запрещенных по спину переходах ${}^3P_J - {}^1S_0$. Вычисления проведены в рамках теории возмущений с применением экспериментально измеренных энергий переходов. Расчеты динамического эффекта Штарка высшего порядка иницированы прецизионными измерениями для плененных и холодных атомов, а также разработкой высокостабильных атомных часов в оптическом диапазоне. Проанализированы дисперсионные свойства компонент поляризуемости и гиперполяризуемости в окрестности резонансов и так называемых точек пересечения для основных и возбужденных атомных уровней. Расчеты радиальных матричных элементов проводились методом функций Грина для модельного потенциала.

Ключевые слова: световой сдвиг, оптические стандарты частоты, эффект Штарка, поляризуемости, гиперполяризуемости.

1. Введение

Динамический (оптический) штарковский сдвиг частоты играет важную роль во многих современных достижениях атомной физики, включая прецизионные измерения поляризуемостей атомов [1, 2], лазерное охлаждение атомов и молекул до температур, близких к температурам предела фотонной отдачи [3], разработку оптических стандартов частоты [4–10], атомную интерферометрию и т. д.

Настоящая работа стимулирована недавними экспериментами [4–8] с холодными щелочно-земельными атомами в связи с созданием высокостабильных стандартов частоты в оптической области спектра. В этих экспериментах сдвиг частоты на так называемых часовых переходах в трехмерной оптической решетке сведен к минимуму за счет полного взаимного сокращения штарковских сдвигов второго порядка.

Атомные системы с двумя валентными электронами характеризуются сложной структурой спектра и появлением в нем узких линий, соответствующих интеркомбинационным и спин-запрещенным переходам в оптическом диапазоне. Так, в оптических стандартах частоты с применением холодных щелочно-земельных атомов в качестве часовых переходов используются запрещенные переходы ${}^3P_1 - {}^1S_0$ и ${}^3P_2 - {}^1S_0$, а также переход ${}^3P_0 - {}^1S_0$ в атомных изотопах с ненулевым значением магнитного момента ядра. В последнем случае радиационный переход метастабильного 3P_0 -уровня на основной обусловлен

сверхтонким взаимодействием 3P_0 - и 3P_1 -уровней и эффектами синглет-триплетного смешивания 1P_1 - и 3P_1 -уровней в отсутствие внешнего поля. Синглет-триплетные оптические переходы теоретически и экспериментально исследовались в работах [11, 12].

В настоящей работе представлены результаты теоретических расчетов световых сдвигов частоты на запрещенных переходах ${}^3P_J - {}^1S_0$ ($J = 0, 1$) в атомах Mg, Sr и Yb как функции длины волны и поляризации лазерного излучения. В качестве теоретического подхода для вычислений поляризуемостей и гиперполяризуемостей применялся полумпирический метод модельного потенциала Фьюса [13–19], в рамках которого роль базисного набора ограничивалась главным образом описанием оптических свойств валентных электронов. Суммирование по полному спектру промежуточных состояний осуществлялось на основе метода функций Грина модельного потенциала [18], что позволило последовательно учесть вклады дискретных состояний и континуума, а также упростить и унифицировать проводимые вычисления на всех стадиях теоретического расчета. Детали вычислений угловых и радиальных интегралов представлены в предыдущих публикациях авторов [13–21] и здесь не приводятся. В работе используется атомная система единиц.

2. Общие формулировки

Частота перехода ν в атоме, помещенном в переменное внешнее поле F , описывается формулой [8]

$$h\nu = h\nu^{(0)} - \frac{1}{4}\Delta\alpha(\mathbf{e}, \omega)F^2 - \frac{1}{64}\Delta\gamma(\mathbf{e}, \omega)F^4 - \dots, \quad (1)$$

в которой $\nu^{(0)}$ – частота перехода в отсутствие поля; $\Delta\alpha(\mathbf{e}, \omega)$ и $\Delta\gamma(\mathbf{e}, \omega)$ – разностные значения динамических поляризуемостей и гиперполяризуемостей атомных уровней. В общем случае динамические восприимчивости второго и четвертого порядков зависят как от часто-

В.Г.Пальчиков. Институт метрологии времени и пространства ГП «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», Россия, 141570 Менделеево, Московская обл.; e-mail: vitpal@mail.ru.

В.Д.Овсянников. Воронежский государственный университет, физический факультет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1; e-mail: vit@ovd.vsu.ru

ты ω , так и от поляризации \mathbf{e} монохроматического светового поля

$$F(t) = F \operatorname{Re}\{e \exp[(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]\}, \quad (2)$$

где \mathbf{k} – волновой вектор распространения. Расчеты динамических поляризуемостей и гиперполяризуемостей основываются на применении теории возмущений для квазиэнергий в базисе невозмущенных волновых функций $|0\rangle$ [18, 19] и дают соответствующие сдвиги:

$$\Delta E^{(2)} = -\frac{F^2}{4} \alpha(\mathbf{e}, \omega) = -\langle\langle 0|HGH|0\rangle\rangle, \quad (3)$$

$$\Delta E^{(4)} = -\frac{F^4}{64} \gamma(\mathbf{e}, \omega) = -\langle\langle 0|HGHGHGH|0\rangle\rangle + \langle\langle 0|HGH|0\rangle\rangle \langle\langle 0|HG^2H|0\rangle\rangle, \quad (4)$$

$$G_E = \sum_m \frac{|m\rangle \langle m|}{\varepsilon_m^{(0)} - E}. \quad (5)$$

Двойные скобки введены для обозначения процедуры интегрирования по пространственным переменным и усреднения по временным координатам, $\varepsilon_m^{(0)} = E_m^{(0)} + \omega$ и G – квазиэнергия уровня $|m\rangle$ и редуцированная функция Грина невозмущенного уравнения Шредингера соответственно. Поправки высшего порядка к дипольной поляризуемости α_{E1} определяются магнитно-дипольным (M1) и электрическим квадрупольным (E2) операторами в гамильтониане взаимодействия атома с внешним полем [8, 18]:

$$\hat{H}(\mathbf{r}, t) = \hat{V}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \hat{V}^+(\mathbf{r}) \exp(i\omega t), \quad (6)$$

$$\hat{V}(\mathbf{r}) = \hat{V}_{E1} + \hat{V}_{M1} + \hat{V}_{E2}.$$

При рассмотрении поляризационных свойств монохроматического поля будем использовать нормировку, в которой интенсивность светового излучения

$$I = \frac{c}{8\pi} (\mathbf{F}\mathbf{F}^*) \quad (7)$$

не зависит от типа поляризации. Используя стандартные методы квантовой теории углового момента, световой сдвиг второго порядка удобно представить в виде комбинаций неприводимых компонент тензора дипольной поляризуемости α^s , α^t и α^a (α^s является скалярной компонентой, α^t – тензорной, α^a – асимметричной (векторной)). С учетом этих определений квадратичный сдвиг уровня с полным моментом J записывается в следующем виде [19]:

$$\Delta E^{(2)} = -\frac{F^2}{4} \sum_{p=0}^2 C_{JM p 0}^{JM} \left[\frac{(2J+2)_p}{(2J+1-p)_p} \right]^{1/2} \alpha_p^{\text{lin},c}(\omega), \quad (8)$$

$$\alpha_0^{\text{lin}}(\omega) = \alpha_0^s(\omega) = \alpha^s(\omega) = \frac{1}{3(2J+1)} \times \sum_{J'=J, J\pm 1} (-1)^{J-J'} [R_{J'}(\omega) + R_{J'}(-\omega)], \quad (9)$$

$$\alpha_1^c(\omega) = \frac{1}{2} \alpha^a(\omega) = -\frac{1}{3(2J+1)_2} \times \sum_{J'=J, J\pm 1} (-1)^{J-J'} X [R_{J'}(\omega) - R_{J'}(-\omega)], \quad (10)$$

$$\alpha_2^{\text{lin}}(\omega) = -2\alpha_2^s(\omega) = \alpha^t(\omega) = -\frac{1}{3(2J+1)_3} \times \sum_{J'=J, J\pm 1} (-1)^{J-J'} [3X(X-1) - 8J(J+1)] \times [R_{J'}(\omega) + R_{J'}(-\omega)]. \quad (11)$$

Здесь индексы «lin» и «c» обозначают линейную и циркулярную поляризации поля; $X = J(J+1) + 2 - J'(J'+1)$;

$$R_J(\omega) = \langle J || dG_J(E_J^0 + \omega) d || J \rangle \quad (12)$$

– приведенный матричный элемент дипольного момента атома d .

Для линейной поляризации монохроматического поля квадратичный сдвиг $\Delta E^{(2)}$ выражается через скалярную и тензорную поляризуемости (по аналогии с эффектом Штарка в статическом внешнем поле):

$$\Delta E^{(2)} = -\frac{F^2}{4} \left[\alpha_J^s(\omega) + \alpha_J^t(\omega) \frac{3M^2 - J(J+1)}{J(2J-1)} \right]. \quad (13)$$

Здесь M – проекция полного момента атома. В качестве оси квантования используется направление вектора поляризации \mathbf{e} . Для циркулярно-поляризованной волны (ось квантования направлена вдоль вектора распространения) формула (8) преобразуется к виду

$$\Delta E^{(2)} = -\frac{F^2}{4} \left[\alpha_J^s(\omega) + A \alpha_J^a(\omega) \frac{M}{2J} - \alpha_J^t(\omega) \frac{3M^2 - J(J+1)}{2J(2J-1)} \right]. \quad (14)$$

Параметр $A = 1$ для правой поляризации и -1 для левой.

2.1. Аналитическое представление для функции Грина

Основная проблема точного расчета светового сдвига связана с необходимостью учета полного спектра промежуточных состояния (включая состояния непрерывного спектра) в составных матричных элементах второго и четвертого порядков (формулы (3) и (4)). Необходимость суммирования по полному набору невозмущенных состояний не зависит от конкретных теоретических подходов и возникает при определении возмущенных волновых функций или сдвигов энергии атомных уровней. Помимо прямого суммирования по дискретному спектру и интегрирования по непрерывному спектру промежуточных состояний (что крайне затруднительно в расчетах эффектов в высших порядках теории возмущений) применяются, в основном, два способа: метод интегрирования неоднородных дифференциальных уравнений и метод, заключающийся в использовании формализма функций Грина.

В настоящей работе вычисления динамических восприимчивостей выполнялись методом модельного по-

тенциала с использованием разложения функции Грина по собственным функциям обобщенной задачи Штурма – Лиувилля. Эффективность такого подхода в значительной степени определяется наличием достаточно простых аналитических представлений для функции Грина, поскольку отличие модельного потенциала валентных электронов от кулоновского на достаточно больших расстояниях от ядра несущественно и может быть учтено по теории возмущений. Угловая зависимость функции Грина $G_E(r_1, r_2)$ представляет собой произведение сферических функций, для радиальной части $g_l(E; r_1, r_2)$ применялось разложение по функциям Штурма, обладающим только дискретным спектром [18]:

$$G_E(r_1, r_2) = \sum_{lm} g_l(E; r_1, r_2) Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2), \quad (15)$$

$$g_l(E; r_1, r_2) = \frac{4Z}{v} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_{kl}(2Zr_1/v) U_{kl}(2Zr_2/v)}{k + \lambda_l + 1 - v}, \quad (16)$$

где

$$U_{kl}(x) = \left[\frac{k!}{\Gamma(k + 2 + 2\lambda_l)} \right]^{1/2} x^{\lambda_l} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) L_k^{(2\lambda_l+1)}(x); \quad (17)$$

$v = Z/(-2E)^{1/2}$; $L_m^{(l)}(x)$ – полином Лагерра; $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера; Z – заряд остаточного иона. С использованием метода модельного потенциала радиальные волновые функции получаются из вычетов радиальной функции $g_l(E; r_1, r_2)$ в точках $v = v_{nl} = n_r + \lambda_l + 1$. Здесь $n_r = 0, 1, 2, \dots$ – радиальное квантовое число; λ_l – эффективный орбитальный момент; v_{nl} – эффективное главное квантовое число в формуле Ридберга для энергии атомного уровня $|nl\rangle$. Особенности определения эффективных квантовых чисел для основных и метастабильных атомных уровней обсуждались нами в [14, 15].

3. Результаты и их обсуждение

Как следует из разд.2, сдвиг и расщепление атомного мультиплета во внешнем поле во втором порядке теории возмущений определяются неприводимыми компонентами тензора динамической поляризуемости (8). Динамическая гиперполяризуемость γ также может быть записана в виде линейной комбинации неприводимых компонент тензора четвертого порядка γ_q ($q = 0, 1, 2, 3, 4$), из которых лишь скалярная компонента γ_0 отлична от нуля для уровней с полным угловым моментом $J = 0$ [18]. Общие выражения для γ_q имеют довольно громоздкий вид, однако при рассмотрении конкретных атомных уровней возможно их существенное упрощение. Так, гиперполяризуемость основного состояния атома с двумя валентными электронами, проинтегрированная по угловым переменным, записывается в виде [8]

$$\gamma^l(\omega) = \gamma^c(\omega) + \frac{8}{9} \left[\sigma_{101}(\omega, 2\omega, \omega) + \frac{3}{5} \Sigma_{121} - \frac{2}{5} \sigma_{121}(\omega, 2\omega, \omega) \right], \quad (18)$$

$$\gamma^c(\omega) = \frac{8}{9} \left[\Sigma_{101} + \frac{1}{5} \Sigma_{121} + \frac{6}{5} \sigma_{123}(\omega, 2\omega, \omega) \right] - 2\alpha_0(\omega) S_{-3}(\omega), \quad (19)$$

где

$$\alpha_0(\omega) = \frac{2}{3} \langle 0 | r(g_1^\omega + g_1^{-\omega}) r | 0 \rangle \quad (20)$$

– динамическая поляризуемость;

$$S_{-3}(\omega) = \frac{2}{3} \langle 0 | r(g_1^\omega g_1^\omega + g_1^{-\omega} g_1^{-\omega}) r | 0 \rangle \quad (21)$$

– динамическая сила осциллятора отрицательного порядка; g_1^ω – радиальная функция Грина (16). В формулах (18), (19) не учтены эффекты тонкой структуры, а для радиальных матричных элементов использованы следующие обозначения:

$$\Sigma_{l_1 l_2 l_3} = \sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega, 0, \omega) + \sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega, 0, -\omega), \quad (22)$$

$$\sigma_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = R_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + R_{l_1 l_2 l_3}(-\omega_1, -\omega_2, -\omega_3), \quad (23)$$

$$R_{l_1 l_2 l_3}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \langle 0 | r g_{l_1}^{\omega_1} r g_{l_2}^{\omega_2} r g_{l_3}^{\omega_3} r | 0 \rangle. \quad (24)$$

Результаты численных расчетов настоящей работы представлены в табл.1 и на рис.1 и 2.

Табл.1. Вклады промежуточных np^1P_1 -уровней в статическую поляризуемость основного состояния атома магния.

n	Разность энергий (см ⁻¹)	Вклад $3snp^1P_1$ -уровней (a.e.)	Суммарный вклад (a.e.)
3	35051	67.801	67.80
4	49346	2.412	70.21
5	54706	0.455	70.66
6	57214	0.150	70.81
7	58580	0.068	70.88
8	59403	0.036	70.92
9	59936	0.022	70.94
10	60302	0.014	70.96
$n = 11 \rightarrow \infty$	–	0.020	70.98
Непрерывный спектр	–	0.41	71.39

В табл.1. содержатся результаты численных расчетов для поляризуемости основного состояния (в статическом пределе $\omega = 0$) и приведены вклады $3snp^1P_1$ -уровней, соответствующие дипольным переходам из основного уровня. Главное квантовое число $3snp^1P_1$ -уровней приведено в первом столбце таблицы, второй столбец содержит разности энергий для атомных уровней, участвующих в дипольном переходе. Парциальные вклады спектра промежуточных состояний, записываемые в форме обобщенных сил осцилляторов

$$f_{n^1P_1, 1S_0}(-2) = \frac{2|\langle n^1P_1 | d_z | 1S_0 \rangle|^2}{E_{n^1P_1} - E_{1S_0}}, \quad (25)$$

представлены в третьем столбце. Наконец, последний столбец содержит суммарный результат для статической поляризуемости в зависимости от значений главного квантового числа. Как следует из табл.1, учет вклада

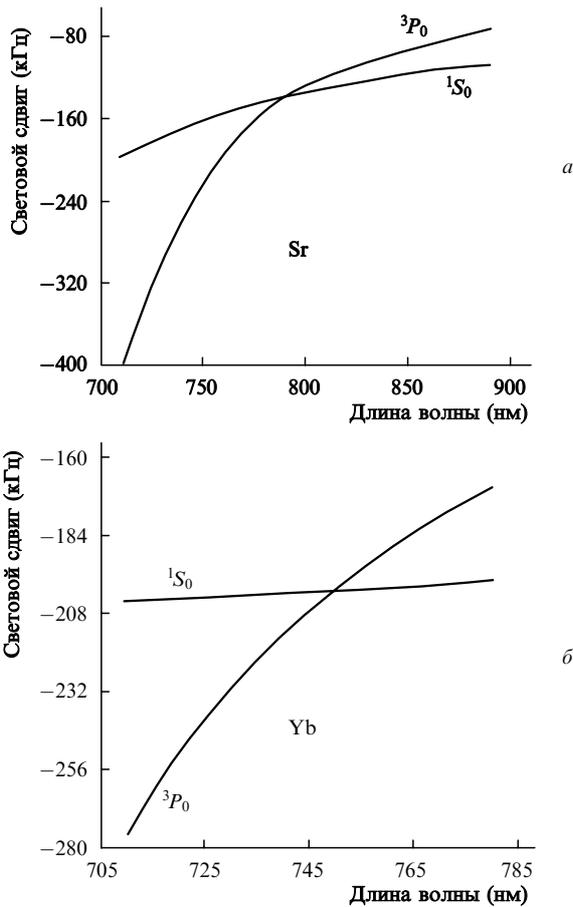


Рис.1. Зависимости светового сдвига на переходе $^3P_0 - ^1S_0$ в атомах Sr (а) и Yb (б) от длины волны линейно поляризованного лазерного излучения интенсивностью 10 кВт/см² вблизи точки пересечения.

лишь первых пяти уровней дискретного спектра обеспечивает точность расчета $\sim 1\%$; вклад состояний непрерывного спектра не превышает 0.6 %.

На рис.1 представлены зависимости светового сдвига на переходе $^3P_0 - ^1S_0$ в атоме стронция от длины волны линейно-поляризованного лазерного излучения интенсивностью 10 кВт/см². В расчетах точки пересечения световых сдвигов синглет-триплетных уровней учитывался вклад уровней дискретного спектра с $n \leq 10$; при этом вычисления дипольных матричных элементов проводились в многоконфигурационном приближении Дирака–Фока (пакет программ GRASP) с применением экспериментальных данных для энергий переходов. Для контроля и тестирования проводимых вычислений нами также выполнены альтернативные расчеты динамических поляризуемостей, основанные на применении метода функций Грина для модельного потенциала Фьюса [18]. Анализ численных результатов показал согласованность сравниваемых значений в пределах 2%–3%, что подтверждает достоверность конечных результатов, полученных двумя независимыми способами. Таким образом, точка пересечения динамических световых сдвигов на часовом переходе $^3P_0 - ^1S_0$ реализуется на длине волны лазерного излучения 795 нм при его интенсивности 10 кВт/см², что вполне соответствует возможностям современных полупроводниковых лазеров [8].

Для оценки поправок высшего порядка к дипольной поляризуемости $5s5p\ ^3P_0$ - и $5s^2\ ^1S_0$ -уровней атома стронция (магнитно-дипольная и электродипольная поляри-

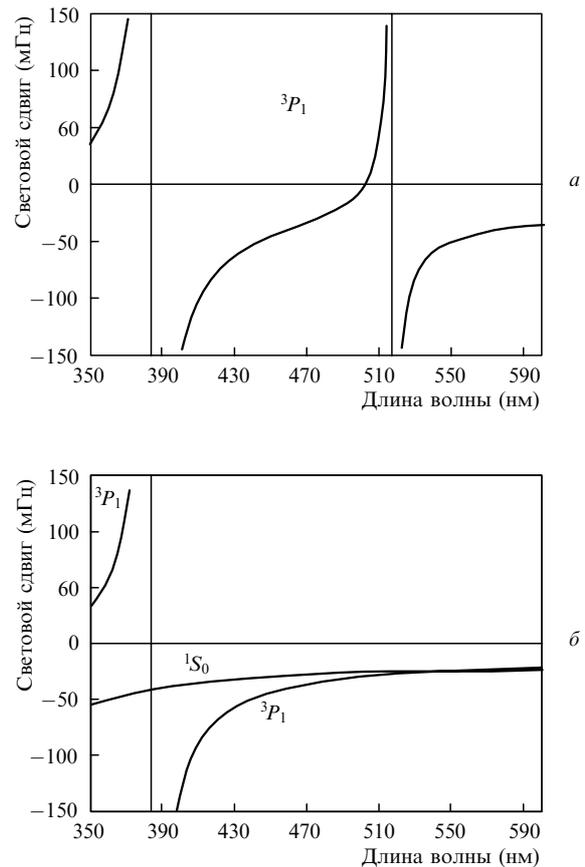


Рис.2. Дисперсионные свойства светового сдвига второго порядка в атоме Mg в линейно поляризованном лазерном поле интенсивностью 2.81 МВт/см² для уровня 3P_1 ($M=0$) (а) и уровней 1S_0 ($M=1$) и 3P_1 ($M=1$) (б).

зуемости) необходимо учитывать операторы \hat{V}_{M1} и \hat{V}_{E2} в гамильтониане взаимодействия атома с внешним полем (6). Численные оценки этих величин в точке пересечения световых сдвигов (рис.1) показывают, что для рассматриваемых $5s5p\ ^3P_0$ - и $5s^2\ ^1S_0$ -уровней $\alpha_{M1} \approx \alpha_{E2} \approx 10^{-7} \alpha_{E1}$.

Соответствующие численные расчеты гиперполяризуемостей для $5s5p\ ^3P_0$ - и $5s^2\ ^1S_0$ -уровней дают значения 2.7×10^8 и 6.3×10^6 а.е. в точке пересечения поляризуемостей (рис.1). Эти данные, а также уравнение (1) показывают, что динамические поправки четвертого порядка к частоте $^3P_0 - ^1S_0$ -перехода являются пренебрежимо малыми величинами ($\Delta E_{5s^2\ ^1S_0}^{(4)} \approx -10^{-4}$ Гц и $\Delta E_{5s5p\ ^3P_0}^{(4)} \approx -3 \times 10^{-3}$ Гц) при интенсивности лазерного поля в эксперименте 10 кВт/см² [8]. Нами также проведены аналогичные расчеты световых сдвигов для атомов иттербия и магния. Результаты вычислений приведены на рис.1,б и 2 соответственно.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе проведены прецизионные расчеты светового сдвига на запрещенных переходах и тем самым продемонстрирована потенциальная возможность создания стандартов частоты в оптическом диапазоне с ожидаемой относительной погрешностью на уровне 10^{-17} . В частности, в экспериментах [4–8] для атома стронция теоретически обоснованы условия полного сокращения светового сдвига второго порядка на длине волны в 795 нм для линейно поляризованного

лазерного излучения, формирующего оптическую решетку. Остаточный световой сдвиг, обусловленный эффектами высшего порядка (динамические магнитно-дипольные и электрические квадрупольные поляризуемости, а также гиперполяризуемости), невелик, и его вклад не превышает нескольких миллигерц в точке сокращения светового сдвига второго порядка. Расчеты перечисленных эффектов высшего порядка проводились методом функций Грина для модельного потенциала Фьюса, позволяющим получить конечные результаты в наиболее рациональном и удобном для дальнейших приложений виде.

Проведенный в работе анализ дисперсионных свойств светового сдвига носит достаточно универсальный характер и может быть использован и для других атомов и переходов, представляющих практический и принципиальный интерес с точки зрения современного эксперимента.

Авторы выражают благодарность Научно-исследовательскому обществу Германии (проект SFB 407), Фонду гражданских исследований и развития США (US CRDF) и Министерству образования РФ (грант № VZ-010-0) за финансовую поддержку настоящей работы. Авторы признательны профессору Х.Катори (Токийский университет, Япония) за постоянный интерес к работе.

1. Zhang Y., Ciocca M., He L.-W., Burkhardt C.E., Levanthal J.J. *Phys. Rev. A*, **50**, 1101 (1994).
2. Kadar-Kallen M.A., Bonin K.D. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 828 (1994).
3. Vuletie, V., Chu S. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 3787 (2000).
4. Katori H. *Proc. VI Symp. Frequency Standards and Metrology*. Ed. by P.Gill (Singapore: World Scientific, 2002, p. 323).
5. Katori H., Ido T.I., Gonokami M.K. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **68**, 2479 (1999).
6. Katori H., Ido T.I., Gonokami M.K. *Atomic Physics 17*. Ed. by E.Arimondo, P.De Natale, M.Inguscio (AIP Conference Proc., New York: Melville, 2001, p. 382).
7. Ido T., Katori H. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 053001 (2003).
8. Katori H., Takamoto M., Pal'chikov V.G., Ovsiannikov V.D. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 173005 (2003).
9. Binnewies T., Wilpers G.T., Sterr U., Riehle F., Helmcke J., Mehlstraubler T.E., Rasel E.M., Ertmer W. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 123002 (2001).
10. Stenger J., Schnatz H., Tamm C., Telle H.R. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 073601 (2002).
11. Bergström H., Levinson C., Lundberg H., Svanberg S., Wahlstrum C.G., Zhao You Yuan. *Phys. Rev. A*, **33**, 2387 (1986).
12. Mohr P.J. In: *Beam-Foil Spectroscopy*. Ed. by I.A.Selin, D.J.Pegg (New York: Plenum Press, 1976, p. 97).
13. Манаков Н.Л., Овсянников В.Д., Рапопорт Л.П. *Оптика и спектроскопия*, **38**, 206 (1975).
14. Derevianko A., Johnson W.R., Ovsiannikov V.D., Pal'chikov V.G., Plante D.R., von Oppen G. *Phys. Rev. A*, **60**, 986 (1999).
15. Деревянко А., Джонсон В.У., Овсянников В.Д., Пальчиков В.Г., Планте Д.Р., фон Оппен Г. *ЖЭТФ*, **115**, 494 (1999).
16. Болгова И.Л., Овсянников В.Д., Пальчиков В.Г., Магунов А.И., фон Оппен Г. *ЖЭТФ*, **123**, 1145 (2003).
17. Manakov N.L., Ovsiannikov V.D. *J. Phys. B*, **10**, 569 (1977).
18. Manakov N.L., Ovsiannikov V.D., Rapoport L.P. *Phys. Reports*, **141**, 319 (1986).
19. Davydkin V.A., Ovsiannikov V.D. *J. Phys. B*, **19**, 2071 (1986).
20. Pal'chikov V.G., Domnin Yu.S., Novoselov A.N. *J. Opt. B*, **5**, S131 (2003).
21. Pal'chikov V.G., Ovsiannikov V.D. *Proc. of the IEEE Intern. Frequency Control Symp. and PDA Exhibition Jointly with the XVII Europ. Frequency and Time Forum* (Tampa, Florida USA, 2003, p. 142).