

# Метод расчета многослойного зеркала резонаторного типа с отрицательной дисперсией

П.А.Холохонова, Г.В.Эрг

*Предложен метод расчета зеркал с резонаторными полостями, имеющих отрицательную дисперсию. Алгоритм оптимизации зеркал совмещает в себе возможности градиентного метода и метода случайного поиска. Рассчитана структура многослойного зеркала с коэффициентом отражения  $R > 99.9\%$  и дисперсией групповой задержки  $-60 \pm 10$  фс<sup>2</sup> в диапазоне длин волн 930–1070 нм. Проведен анализ чувствительности полученной структуры к случайным изменениям толщин слоев.*

**Ключевые слова:** фемтосекундная оптика, многослойные зеркала с отрицательной дисперсией.

## 1. Введение

Многослойные диэлектрические зеркала являются эффективными и компактными элементами, используемыми для контроля дисперсии в фемтосекундных лазерных системах. Диэлектрические зеркала с аномальной (отрицательной) дисперсией позволяют скомпенсировать положительную дисперсию активной среды, которая вызывает уширение лазерного импульса. Применение многослойных зеркал для компенсации положительной дисперсии дало возможность получить импульсы длительностью до 5 фс [1].

Дисперсионная характеристика элемента описывается зависимостью от частоты излучения  $\omega$  групповой задержки  $G(\omega) = d\phi(\omega)/d\omega$  и/или зависимостью от  $\omega$  дисперсии групповой задержки  $D(\omega) = d^2\phi(\omega)/d\omega^2$ , где  $\phi(\omega)$  – фазовый сдвиг после отражения. Наиболее распространенной задачей является получение отражающего покрытия (зеркала) с постоянной отрицательной дисперсией групповой задержки в заданном диапазоне длин волн.

В настоящее время известны два основных подхода к созданию многослойных дисперсионных зеркал. Первый – расчет многослойных структур, для которых глубина проникновения волновой компоненты зависит от частоты [1–3]. По сути эти структуры являются брэгговскими рефлекторами с периодом, уменьшающимся по направлению к подложке. В этом случае волновая компонента отражается в глубине, где локальный период равен четверти соответствующей длины волны. Низкочастотные компоненты отражаются от внешних слоев многослойного покрытия и практически не задерживаются, тогда как высокочастотные компоненты отражаются от внутренних слоев и проходят значительный оптический путь, приобретая большую задержку по времени. Эти структуры получили название чирпирующих зер-

кал. Второй подход заключается в размещении внутри многослойной структуры связанных резонаторных полостей, подобных интерферометру Жера–Торнуа (ЖТИ) [1, 4]. Микрорезонаторы «захватывают» соответствующие им волновые компоненты, обеспечивая задержку по времени. Подбирая величину связи между резонаторными полостями, можно сформировать заданный профиль зависимости групповой задержки от частоты.

ЖТИ-зеркала отличаются от чирпирующих более простой структурой и меньшей чувствительностью к погрешностям нанесения покрытий. Более того, в настоящее время за счет использования новых активных сред отпала необходимость создания дисперсионных зеркал с большой отражающей способностью. Зеркала резонаторного типа состоят из двух независимых частей: четвертьволнового рефлектора, задающего коэффициент отражения, и резонаторной части, которая определяет фазовые свойства. Поэтому коэффициент отражения ЖТИ-зеркала можно легко уменьшить за счет уменьшения числа слоев рефлектора, что, в свою очередь, позволяет уменьшить общее число слоев покрытия. Для чирпирующего зеркала это невозможно, т. к. его фазовая характеристика определяется всей структурой.

Создание дисперсионных зеркал резонаторного типа является сравнительно новым направлением. И хотя они имеют значительные преимущества перед чирпирующими зеркалами, методам их получения в литературе уделено мало внимания. Описано много методов расчета чирпирующих зеркал. Например, аналитическим методом Картнера–Келлера были рассчитаны зеркала с  $D = -50 \pm 7$  фс<sup>2</sup> в диапазоне длин волн  $\lambda = 550 - 700$  нм [3], а с помощью метода Фурье получены чирпирующие структуры с  $D = -41 \pm 10$  фс<sup>2</sup> для  $\lambda = 720 - 890$  нм [4]. Расчету ЖТИ-зеркал посвящено только несколько работ. В [4] рассмотрены структуры с двумя резонаторными полостями, обладающие отрицательной дисперсией групповой задержки  $D = -40 \pm 10$  фс<sup>2</sup> для  $\lambda = 740 - 920$  нм. В [1] представлена трехрезонаторная структура с  $D = -50 \pm 1$  фс<sup>2</sup> для  $\lambda = 740 - 860$  нм. Однако алгоритм расчета в работах [1, 4] не описан.

В настоящей работе предложен и подробно рассмотрен простой и эффективный метод расчета дисперсион-

П.А.Холохонова. Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Коптюга, 1; e-mail: kholokhonova@iae.nsk.su

Г.В.Эрг. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, 13/3

ного зеркала с заданными фазовыми характеристиками. Показано, как структура дисперсионного зеркала может быть преобразована с помощью простого масштабирования для работы в другом диапазоне длин волн. Представлены две структуры зеркала с отрицательной дисперсией  $D = -60 \pm 10 \text{ фс}^2$  для  $\lambda = 940 - 1120 \text{ нм}$  и  $-40 \pm 7 \text{ фс}^2$  для  $\lambda = 765 - 945 \text{ нм}$ . Исследована устойчивость структуры резонаторного зеркала к случайным отклонениям толщин слоев в процессе производства.

## 2. Метод расчета дисперсионного зеркала резонаторного типа

Предложенный нами метод расчета зеркала резонаторного типа (ЖТИ-зеркала) включает в себя два этапа: задание начальной (базовой) структуры и ее последующая численная оптимизация. Структуры рассчитываются для нормального падения света.

В общем случае ЖТИ может быть реализован с помощью следующей структуры: подложка/(HL)<sup>10</sup>Н 2L Н/воздух, где Н и L – четвертьволновые слои ( $\lambda_0/4$ ) с высоким и низким коэффициентами преломления соответственно, 2L – резонаторный полуволновый слой ( $\lambda_0/2$ ). Видно, что структура (HL)<sup>10</sup> является обычным четвертьволновым рефлектором. Введение резонаторного слоя приводит к появлению в зависимости групповой задержки от длины волны пика, расположенного на резонансной длине волны  $\lambda_0$ . Форма пика – лоренцевская, и один из его склонов имеет наклон, соответствующий отрицательной дисперсии. Однако диапазон длин волн, для которого такая структура обеспечивает отрицательную дисперсию групповой задержки, невелик и составляет 40–50 нм. Кроме того, имеет место нежелательная дисперсия высших порядков.

Использование дополнительных резонаторных полостей позволяет расширить рабочий диапазон длин волн и скомпенсировать дисперсию высших порядков (сформировать желаемый квадратичный профиль зависимости групповой задержки от частоты). Исходя из общих физических соображений, мы полагаем, что базовая структура состоит из двух частей. Первая часть является обычным рефлектором, состоящим из четвертьволновых слоев  $\lambda_0/4$ . Она определяет отражающую способность зеркала и не влияет на его фазовые характеристики. Увеличение числа слоев рефлектора приводит к увеличению общего коэффициента отражения. Наличие двух резонаторных полостей позволяет реализовать рабочий диапазон шириной 100 нм.

Нашей целью являлось создание дисперсионного зеркала с шириной рабочего диапазона 150–200 нм. Для выполнения этого требования мы использовали третий резонатор. В последующем процессе оптимизации базовой структуры минимизировалось значение так называемой многопараметрической целевой функции. Эта функция показывает, насколько фазовая характеристика исследуемой структуры отличается от заданной. В качестве целевой мы использовали функцию  $M = [\sum_{i=1}^N (G_i^{\text{opt}} - G_i)^2]^{1/2}$ , где интересующий нас интервал длин волн  $[\lambda_0, \lambda_f]$  представлен  $N$  точками:  $\lambda_i = \lambda_0 + (\lambda_f - \lambda_0)i/N$  ( $i = 0, \dots, N$ ), а  $G_i^{\text{opt}}$  и  $G_i$  – соответственно искомая и текущая групповые задержки в точке  $\lambda_i$ . Оптимизируемыми параметрами являются толщины слоев, формирующие вектор параметров  $\mathbf{p}$ . Толщина слоя выражена в долях длины волны  $\lambda_0$ . Коэффициенты преломления остаются не-

изменными. Задаются также шаг оптимизации  $\Delta d$ , интервал длин волн, искомая зависимость групповой задержки от длины волны и допустимое отклонение фазовой характеристики от желаемой.

Процедура оптимизации включает в себя элементы градиентного метода и метода случайного поиска. Целевая функция имеет много локальных минимумов. Градиентный поиск обеспечивает быструю сходимость к ближайшему минимуму, а случайное изменение параметров оптимизации позволяет процессу выйти из окрестности локального минимума, если последний недостаточно глубок.

Процесс оптимизации структуры состоит из отдельных итераций. Итерация включает в себя два этапа: случайное варьирование оптимизируемых параметров и оптимизация полученной структуры с помощью упрощенного метода градиентного спуска (см. ниже). При этом после выполнения первого этапа целевая функция может увеличиться, но если после второго этапа она приняла значение, большее первоначального, то итерация не считается выполненной и происходит возврат к первому этапу с первоначальными значениями параметров. Таким образом, случайное варьирование параметров позволяет выйти из окрестности локального минимума. Однако при переходе в окрестность менее глубокого минимума (что соответствует увеличению целевой функции после второго этапа) происходит возврат системы в первоначальное состояние. Рассмотрим подробнее этапы итерации.

*Случайное варьирование параметров.* Такое варьирование симулирует оптимизационный метод принудительного отжига [5, 6]. К вектору параметров  $\mathbf{p}$  добавляется вектор случайных величин  $\mathbf{u}$ , компоненты которого имеют равномерное распределение на интервале  $[-s, s]$ ,  $-s < u_i < s$ . Если  $M_1, M_2$  – соответственно значения целевой функции для первоначальной структуры и структуры после варьирования параметров, то случайное изменение параметров принимается с вероятностью  $P = 1$  при  $M_2 < M_1$ ,  $P = \exp[\beta(M_2 - M_1)/M_1^g]$  при  $1.5M_1 > M_2 > M_1$  и  $P = 0$  при  $M_2 \geq 1.5M_1$ . Константа  $\beta$  определяет процентное отношение систем, которые будут иметь большее, по сравнению с предыдущим, значение целевой функции. Величина  $M_1^g$  показывает, насколько сложно процессу выйти из окрестности локального минимума. Варьирование параметров продолжается до тех пор, пока какое-либо изменение не будет принято. Использовались следующие значения констант:  $\beta = 0.8$ ,  $g = 0.3$ . Амплитуда варьирования  $s$  устанавливается в зависимости от текущего значения целевой функции  $M$ :  $s = 0.05$  при  $M \geq 8$ ,  $s = 0.025$  при  $4 \leq M < 8$ ,  $s = 0.01$  при  $2 \leq M < 4$  и  $s = 0.005$  при  $M < 2$ . Следовательно, параметры изменяются случайным образом, а амплитуда варьирования зависит от текущего значения целевой функции: чем оно меньше, тем меньше амплитуда изменения параметров. При этом допускается изменение параметров в сторону увеличения целевой функции, но последняя может возрасти не более чем в полтора раза.

*Упрощенный метод градиентного спуска.* Вычисляются производные целевой функции по каждому из параметров оптимизации. В отличие от обычного метода градиентного спуска, где весь вектор параметров  $\mathbf{p}$  изменяется в направлении антиградиента, мы изменяем только одну, наиболее чувствительную компоненту  $p_i$ . Параметр  $p_i$  с наибольшим значением производной варьи-

руется в направлении антиградиента с шагом  $\Delta d$  до тех пор, пока это приводит к уменьшению целевой функции. Затем происходит повторное вычисление производных. Данный процесс продолжается до тех пор, пока он эффективно сходится, т.е. целевая функция после варьирования очередного параметра уменьшается более чем на 5%.

### 3. Расчет трехрезонаторного ЖТИ-зеркала с отрицательной дисперсией для $\lambda = 920 - 1160$ нм

С помощью описанного выше метода была рассчитана структура дисперсионного зеркала резонаторного типа для диапазона  $\lambda = 920 - 1160$  нм с линейной зависимостью групповой задержки от длины волны:  $G(920 \text{ нм}) = 15 \text{ фс}$ ,  $G(1160 \text{ нм}) = 40 \text{ фс}$ , что отвечает дисперсии групповой задержки  $D \approx -60 \text{ фс}^2$ . Базовая структура задавалась в следующем виде: подложка/(0.25H 0.25L)<sup>13</sup> 0.25H (0.25L 0.25H)<sup>4</sup> 0.8L 0.25H 0.25L 0.25H 0.65L 0.25H 0.25L 0.25H 0.65L 0.25H 0.25L 0.25H 0.25L/воздух, где числовые множители – оптические толщины соответствующих слоев в долях центральной длины волны  $\lambda_0 = 1000$  нм. Шаг оптимизации принят равным  $0.001\lambda_0$ . Это – максимальная точность, которая может быть реализована в процессе производства оптического покрытия. Показатели преломления  $n_H = 2.25$  (NbO<sub>2</sub>),  $n_L = 1.45$  (SiO<sub>2</sub>). Для расчета структуры зеркала потребовалось четыре итерации, что заняло около трех минут машинного времени при использовании настольного компьютера.

После оптимизации базовой конструкции была получена следующая структура: подложка/(0.25H 0.25L)<sup>13</sup> 0.25H 0.258L 0.249H 0.246L 0.246H 0.25L 0.246H 0.809L 0.256H 0.258L 0.247H 0.75L 0.101H 0.236L 0.247H 0.702L 0.161H 0.14L 0.222H 0.311L/воздух. На рис.1 приведена зависимость дисперсии групповой задержки от длины волны для этой структуры. Рабочий диапазон рассчитанного нами зеркала больше, чем у аналогов, рассмотренных в [1, 4], и составляет около 180 нм при амплитуде осцилляций  $\pm 10 \text{ фс}^2$ . Во всем диапазоне длин волн структура имеет коэффициент отражения  $R > 99.9\%$ , который может быть уменьшен за счет уменьшения толщины рефлектора зеркала.

Надо также отметить, что на основе структуры, рассчитанной для одного диапазона длин волн, можно простым масштабированием получить структуру, работающую в другом волновом диапазоне. Если толщины слоев выражены в долях центральной длины волны  $\lambda_0$ , то, изменив  $\lambda_0$ , мы получим структуру для другого диапазона

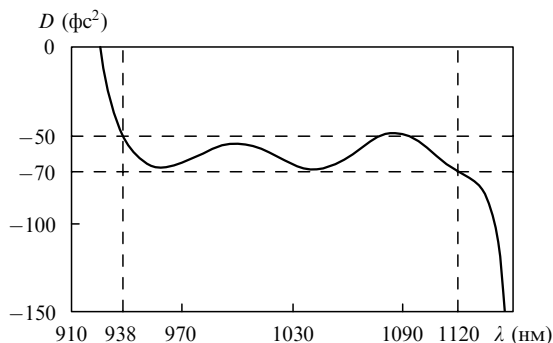


Рис.1. Расчетная зависимость дисперсии групповой задержки  $D$  от длины волны  $\lambda$  для полученной структуры ( $\lambda_0 = 1000$  нм).

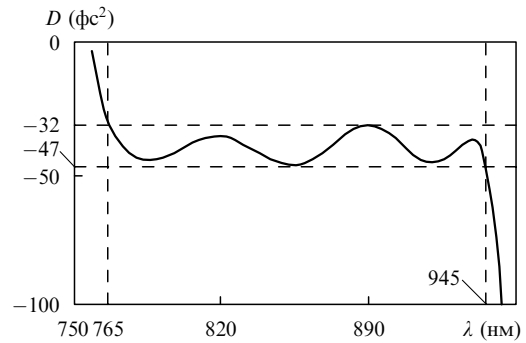


Рис.2. Расчетная зависимость дисперсии групповой задержки  $D$  от длины волны  $\lambda$  для масштабированной структуры, соответствующей рис.1 ( $\lambda_0 = 800$  нм).

длин волн. Частотные характеристики новой структуры останутся прежними, однако модуль дисперсии групповой задержки  $D$  увеличится при смещении  $\lambda_0$  в сторону больших длин волн и уменьшится при смещении  $\lambda_0$  в сторону меньших длин волн. На основе структуры, соответствующей рис.1, может быть рассчитана другая структура, работающая в диапазоне 760–920 нм, если положить  $\lambda_0 = 800$  нм. На рис.2 приведена зависимость дисперсии групповой задержки от длины волны для мас-

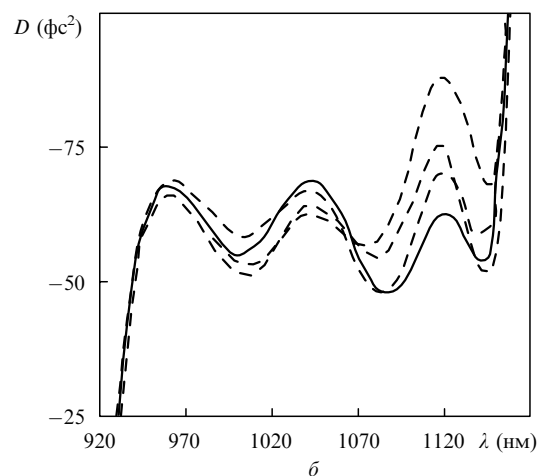
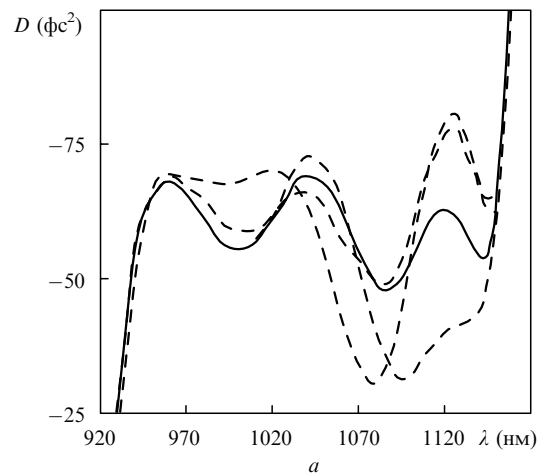


Рис.3. Влияние случайных отклонений толщин слоев на зависимость дисперсии групповой задержки от длины волны при амплитуде варьирования толщин слоев 1% (а) и 0.5% (б). Сплошные кривые – оптимальная структура, штриховые кривые – структуры при случайных вариациях толщин слоев.

штабированной структуры. Видно, что рабочие диапазоны длин волн структур, соответствующих рис.1 и 2, одинаковы. Однако дисперсия групповой задержки масштабированной структуры (рис.2) уменьшилась до  $-40 \text{ фс}^2$ , при этом амплитуда осцилляций также уменьшилась до  $\pm 7 \text{ фс}^2$ .

Конструкция зеркала резонаторного типа относительно устойчива к случайным отклонениям толщин слоев, возникающих в процессе производства. Нами были промоделированы погрешности производственного процесса в пределах 0.5% и 1% от толщины слоя, т.е. толщина каждого слоя  $d_i$  получала случайное приращение  $|\delta d_i| < 0.005d_i$  ( $|\delta d_i| < 0.01d_i$ ). На рис.3 представлены зависимости дисперсии групповой задержки  $D$  от  $\lambda$  для нескольких структур при случайных вариациях толщин слоев. Амплитуда осцилляций составляла только  $\pm 15$  и  $\pm 20 \text{ фс}^2$  соответственно для  $|\delta d_i| < 0.005d_i$  и  $|\delta d_i| < 0.01d_i$ . Видно, что возмущение структуры не приводит к решающим изменениям фазовых характеристик зеркала.

#### 4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе представлен простой и эффективный метод расчета многослойных дисперсионных зеркал резонаторного типа с тремя связанными резонаторными полостями. Синтез структуры про-

исходит в два этапа: задание базовой структуры и ее дальнейшая оптимизация. Процесс оптимизации включает в себя элементы случайного поиска, что расширяет возможности метода в целом. Подробно рассмотрен алгоритм оптимизации. Рассчитанная с помощью данного метода структура имеет ширину рабочего диапазона 180 нм (940–1120 нм), большую, чем у аналогов, и дисперсию групповой задержки  $D = -60 \pm 10 \text{ фс}^2$ . Показано, что структура дисперсионного зеркала с помощью простого масштабирования может быть преобразована для работы в другом интервале длин волн. Приведенная структура преобразована для диапазона 765–945 нм и имеет дисперсию  $D = -40 \pm 7 \text{ фс}^2$ . Продемонстрирована устойчивость рассчитанного дисперсионного зеркала резонаторного типа к случайным отклонениям толщин слоев, возникающим в процессе производства.

1. Szipöcs R., Kohazi-Kis A., Lako S., Apai P., Kovacs A.P., DeBell G., Mott L., Louderback A.W., Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K. *Appl. Phys. B*, **70**, 51 (2000).
2. Szipöcs R., Kohazi-Kis A. *Appl. Phys. B*, **65**, 115 (1997).
3. Matuschek N., Kartner F.X., Keller U. *IEEE J. Quantum Electron.*, **35**, 129 (1999).
4. Golubovic B., Austin R.R., Steiner-Shepard M.K., Reed M.K. *Opt. Lett.*, **25** (4), 275 (2000).
5. Dobrowolski J.A., Kemp R.A. *Appl. Opt.*, **29**, 2876 (1990).
6. Bloom A. *Appl. Opt.*, **20**, 66 (1981).