

Вычисление параметра M^2 лазерных пучков методом моментов

А.К.Потёмкин, Е.А.Хазанов

Предложена методика вычисления параметра M^2 с использованием усреднённого описания волновых пучков (метода моментов). Рассчитаны значения M^2 для супергауссова распределения интенсивности с искажениями фазы, обусловленными электронной и тепловой самофокусировкой, а также сферической aberrацией.

Ключевые слова: метод моментов, супергауссовы пучки, качество светового пучка.

1. Введение

Параметр M^2 , введенный А.Е.Сигманом в 1990 г. [1], в настоящее время широко используется для описания качества лазерных пучков. По своей природе он тесно связан с методом моментов, предложенным С.Н.Власовым, В.А.Петрищевым и В.И.Талановым еще в 1971 г. [2]. Однако эта взаимосвязь до сих пор никак не обсуждалась в литературе.

При прохождении через различные оптические элементы пучок испытывает искажения волнового фронта, приводящие к увеличению параметра M^2 . Такие искажения могут быть обусловлены как изменением показателя преломления, вызванным мощным лазерным пучком, так и неидеальностью оптических элементов. Это делает актуальной задачу вычисления параметра M^2 для пучков, прошедших через фазовые aberrаторы, т.е. через тонкие слои прозрачных диэлектриков с неоднородным по сечению показателем преломления.

В настоящей работе показано, что параметр M^2 произвольного аксиально-симметричного пучка легко вычисляется через его центральные моменты. В качестве примера рассчитаны значения параметра M^2 для супергауссова пучка, прошедшего через среду с электронной самофокусировкой, стационарной тепловой самофокусировкой и через оптическую систему, вносящую сферическую aberrацию.

2. Определение параметра M^2

Параметр M^2 , характеризующий качество пучка, тесно связан с распространением пучка в среде. Рассмотрим аксиально-симметричный волновой пучок, комплексную амплитуду поля которого запишем в виде

$$u = E(r) \exp[i\varphi(r)], \quad (1)$$

где E – действительная амплитуда поля, а φ – его фаза.

А.К.Потёмкин, Е.А.Хазанов. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950, Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: ptmk@appl.sci-nnov.ru, khazanov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 4 июля 2005 г.

Выберем систему координат таким образом (рис.1,а), чтобы её начало совпадало с центром перетяжки пучка. Тогда параметр M^2 определяется [1] выражением

$$M^2 = 2\pi a_w \sigma_f^2, \quad (2)$$

где

$$a_w^2 = \frac{\int_0^\infty |E(r, z=0)|^2 r^3 dr}{\int_0^\infty |E(r, z=0)|^2 r dr}, \quad \sigma_f^2 = \frac{\int_0^\infty |\tilde{u}|^2 v^3 dv}{\int_0^\infty |\tilde{u}|^2 v dv}, \quad (3)$$

– вторые моменты радиального распределения интенсивности пучка $|E|^2$ и его пространственного спектра $|\tilde{u}(v)|^2$ соответственно; v – пространственная частота.

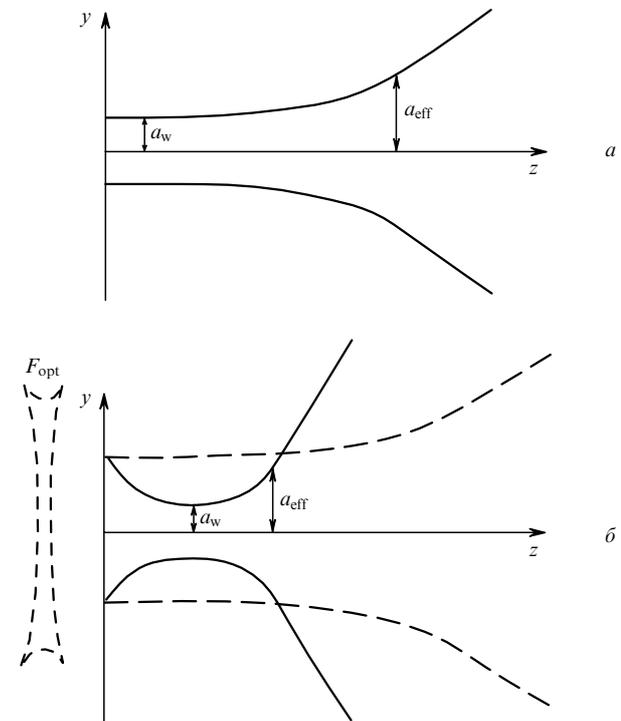


Рис.1. Распространение пучка с перетяжкой в плоскости $z = 0$ (а) и пучка, испытавшего aberrацию (б) с компенсацией (штриховая кривая) и без компенсации (сплошная кривая) линзой.

Замечательным свойством эффективного радиуса пучка, определяемого из формулы

$$a_{\text{eff}}^2(z) = \frac{\int_0^\infty |E(r, z)|^2 r^3 dr}{\int_0^\infty |E(r, z)|^2 r dr}, \quad (4)$$

является его простая зависимость от координаты z для любых распределений амплитуды и фазы поля [1, 2]:

$$a_{\text{eff}}^2(z) = a_w^2 + \vartheta^2 z^2, \quad (5)$$

где

$$\vartheta = \lambda \sigma_f = \frac{M^2}{ka_w} \quad (6)$$

– расходимость пучка; k – волновое число. Для гауссова пучка с плоской фазой параметр $M^2 = 1$, и формула (5) описывает хорошо известное расплывание гауссова пучка в параксиальном приближении. Из (6) вытекает физический смысл параметра M^2 : он показывает, во сколько раз расходимость реального пучка ϑ превышает расходимость гауссова пучка $1/(ka_w)$, если в перетяжке они имеют одинаковый размер a_w , определяемый из формулы (3).

3. Вычисление параметра M^2 методом моментов

При вычислении параметра M^2 с помощью формул (2) и (3) необходимо найти вторые моменты интенсивности в перетяжке и интенсивности спектра (интенсивности в дальней зоне). Это достаточно легко удаётся сделать для пучков с плоской фазой [3–5]. В более общем случае, особенно если фаза такова, что перетяжка находится уже не при $z = 0$, вычислить M^2 не просто, т. к. интегрирование в первой формуле (3) надо проводить в перетяжке пучка, положение которой требуется предварительно определить.

Значительно проще вычислить M^2 , используя технику усреднённого описания волновых пучков – метод моментов [2]. Вычислим параметр M^2 пучка с распределением поля (1). В соответствии с методом моментов зависимость от z квадрата эффективного радиуса (4) имеет следующий вид [2]:

$$a_{\text{eff}}^2(z) = Az^2 + bz + a_{\text{eff}}^2(z = 0), \quad (7)$$

где

$$A = \frac{1}{k^2} \frac{\int_0^\infty (\nabla E)^2 r dr}{\int_0^\infty E^2 r dr} + \frac{\int_0^\infty (\nabla \varphi/k)^2 E^2 r dr}{\int_0^\infty E^2 r dr}, \quad (8)$$

$$b = \frac{2}{k} \frac{\int_0^\infty (r \nabla \varphi) E^2 r dr}{\int_0^\infty E^2 r dr}.$$

Из выражения (7) легко видеть, что квадрат расходимости пучка $\vartheta^2 = A$, т. е. с учётом (6) $\sigma_f^2 = A/\lambda^2$. Следовательно, если фаза пучка $\varphi(r)$ такова, что перетяжка на-

ходится при $z = 0$, т. е. $a_w = a_{\text{eff}}$, то для параметра M^2 из (2) получаем выражение

$$M^2 = ka_{\text{eff}} \sqrt{A}. \quad (9)$$

В общем случае, когда положение перетяжки произвольно, воспользуемся тем, что параметр M^2 не меняется при прохождении пучка через безабберационную линзу [1]. Установим мысленно в плоскости $z = 0$ безабберационную линзу с такой фокальной длиной F_{opt} , чтобы перетяжка оказалась в этой плоскости, т. е. расходимость пучка стала бы минимальной (рис. 1, б) [6]. Как показано в работе [2], безабберационная линза с фокусом F не изменяет a_{eff} , а параметры A' и b' на выходе этой линзы определяются через параметры A и b на входе в нее следующим образом:

$$b' = b - \frac{2a_{\text{eff}}^2}{F}, \quad A' = A - \frac{b}{F} + \frac{a_{\text{eff}}^2}{F^2}. \quad (10)$$

Из (10) легко получить, что расходимость пучка после линзы (минимальное значение A') будет минимальной при фокусе линзы F , равном

$$F_{\text{opt}} = \frac{2a_{\text{eff}}^2}{b}, \quad (11)$$

и определяется выражением

$$A_{\text{min}} = A'(F_{\text{opt}}) = A - \frac{b^2}{4a_{\text{eff}}^2}. \quad (12)$$

При выполнении условия (11) $b' = 0$, т. е. на выходе линзы будет находиться перетяжка пучка, и, следовательно, $a_w = a_{\text{eff}}$. Подставляя (12) в (9), получаем

$$M^2 = k(Aa_{\text{eff}}^2 - b^2/4)^{1/2}, \quad (13)$$

где a_{eff} , A и b определяются интегралами в (4), (8). Выражение (13) в отличие от (2) и (3) не требует вычисления спектра пучка и нахождения положения его перетяжки.

4. Примеры вычисления параметра M^2

Рассмотрим прохождение супергауссова пучка с амплитудой

$$u = E_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{w} \right)^{2m} \right]$$

через фазовые аберраторы, характеризующиеся параметрами φ_e , φ_t , φ_s и возникающие соответственно при электронной самофокусировке, определяемой интегралом распада B [7], стационарной тепловой самофокусировке, определяемой безразмерным параметром p_i [8], и сферической аберрации телескопа, состоящего из двух центрированных соосных и софокусных линз, определяемой параметром S [9, 10]. Тогда

$$\varphi_e(r) = B \exp \left(-\frac{r^{2m}}{w^{2m}} \right),$$

$$\varphi_t(r) = -p_i \frac{m}{2\Gamma(1/m)} \int_0^{r^2/w^2} \left[\int_0^y \exp(-y^m) dy \right] \frac{dr}{r}, \quad (14)$$

$$\varphi_s(r) = -S \frac{r^4}{w^4},$$

где

$$B = \frac{263}{\lambda} \int_0^L \frac{n_2}{n} I_0(z) dz; \quad p_i = \frac{PP_L \alpha L}{\lambda \kappa};$$

$$S = \frac{kw^4}{2f_2^4} (G_1 f_1 + G_2 f_2);$$

P_L – средняя мощность излучения; I_0 – интенсивность на оси пучка; n , n_2 , α , κ , L и P – линейный и нелинейный показатели преломления, коэффициент поглощения, теплопроводность и длина среды, а также термооптическая постоянная [11, 12], отвечающая за тепловую линзу оптического элемента; $f_{1,2}$ и $G_{1,2}$ – фокусные расстояния и суммы Зейделя линз [9, 10]; $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера.

Выражения для фокусного расстояния F_{opt} корректирующей линзы и параметра M^2 для этих трех аббераторов легко вычисляются подстановкой (4), (8), (14) в (11) и (13):

$$F_{\text{opte}} = -\frac{kw^2}{B} 2^{1/m} \frac{\Gamma(2/m)}{\Gamma(1/m)}, \quad F_{\text{optt}} = -\frac{kw^2}{p_i} \frac{2\Gamma(2/m)}{\Gamma(1/m)},$$

$$F_{\text{optS}} = -\frac{kw^2}{S} \frac{\Gamma(2/m)}{4\Gamma(3/m)},$$

$$M_e^4 = \frac{m^2 \Gamma(2/m)}{\Gamma^2(1/m)} + VB^2, \quad M_t^4 = \frac{m^2 \Gamma(2/m)}{\Gamma^2(1/m)} + Up_i^2,$$

$$M_s^4 = \frac{m^2 \Gamma(2/m)}{\Gamma^2(1/m)} + WS^2,$$

где

$$V = \frac{4m^2 \Gamma(2/m)}{9\Gamma^2(1/m)^2} - 2^{-2/m}; \quad U = \frac{m^3 \Gamma(2/m)}{\Gamma^4(1/m)} \times \int_0^\infty \left[\int_0^t \exp(-y^m) dy \right]^2 \exp(-t^m) \frac{dt}{t} - \frac{1}{4};$$

$$W = \frac{16}{\Gamma^2(1/m)} [\Gamma(2/m)\Gamma(4/m) - \Gamma^2(3/m)].$$

Заметим, что величина M^4 во всех случаях квадратично зависит от параметров, характеризующих силу aberrаций: B , p_i , S . В отсутствие aberrаций ($B = 0$, $p_i = 0$, $S = 0$) выражения (17) переходят в известное выражение для параметра M^2 супергауссова пучка [3]. При этом минимальное значение M^2 достигается при $m = 1$ (т.е. для гауссова пучка), а с увеличением aberrаций оно сдвигается в сторону больших m (рис.2).

Кривые на рис.2 построены для радиуса пучка w , не зависящего от m . На практике пучки с большим значением m при той же апертуре оптических элементов обычно имеют больший радиус и, следовательно, меньшую интенсивность на оси I_0 . В этом случае минимальные значения M^2 сдвигаются вправо при электронной само-

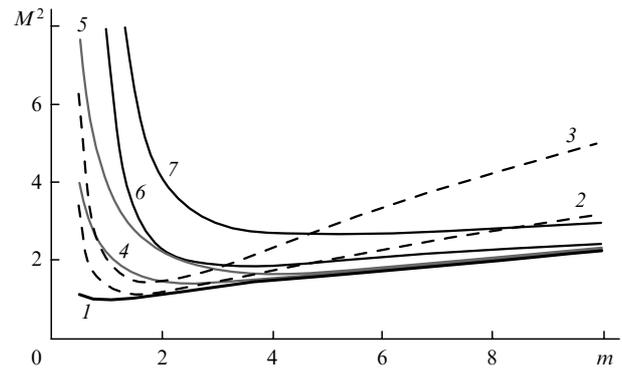


Рис.2. Зависимости $M^2(m)$ в отсутствие aberrаций (1), при электронной самофокусировке с $B = 2$ (2) и 4 (3), при тепловой самофокусировке с $p_i = 10$ (4) и 20 (5), при сферической aberrации с $S = 2$ (6) и 4 (7).

фокусировке (B уменьшается с ростом m), остаются неизменными при тепловой самофокусировке (p_i не меняется с ростом m) и значительно (до $m < 1$) сдвигаются влево при сферической aberrации (S растет с ростом m).

5. Заключение

С использованием метода моментов [2] получены выражения для параметра M^2 произвольного аксиально-симметричного лазерного пучка. Рассчитаны значения M^2 для супергауссова пучка с искажениями фазы, вызванными электронной и тепловой самофокусировками, а также сферической aberrацией.

Возможности метода моментов не ограничиваются рассмотренными здесь случаями. Аналогично можно получить аналитические выражения для параметра M^2 при одновременном влиянии самофокусировки, сферической и других видов aberrации. Метод моментов применим и для нелинейных сред, поэтому возможно получить выражение для параметра M^2 пучка, прошедшего через толстый нелинейный слой, т.е. слой, в котором фазовые искажения, вызываемые самофокусировкой, приводят к изменению распределения интенсивности по длине среды.

1. Siegman A.E., Ginzton E.L. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1224**, 2 (1990).
2. Власов С.Н., Петрищев В.А., Таланов В.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **14**, 1353 (1971).
3. Parent A., Morin M., Lavigne P. *Opt. Quantum Electron.*, **24**, S1071 (1992).
4. Borghi R., Santarsiero M. *Opt. Lett.*, **22**, 262 (1997).
5. Herman R.M., Wiggins T.A. *Appl. Opt.*, **37**, 3398 (1998).
6. Макаров А.И., Потемкин А.К. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **30**, 1484 (1987).
7. Bunkenberg J., Boles J., Brown D.C., Eastman J., Hoose J., Hopkins R., Iwan L., Jacobs S.D., Kelly J.H., Kumpan S., Letzring S., Lonobile D., Lund L.D., Mourou G., Refemat S., Seka W., Soures J.M., Ken W. *IEEE J. Quantum Electron.*, **17**, 1620 (1981).
8. Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **30**, 147 (2000).
9. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1970, с. 725).
10. Потемкин А.К., Катин Е.В., Кирсанов А.В., Лучинин Г.А., Мальшаков А.Н., Мартьянов М.А., Матвеев А.З., Палашов О.В., Хазанов Е.А., Шайкин А.А. *Квантовая электроника*, **35**, 302 (2005).
11. Аняньев Ю.А., Гришманова Н.И. *ЖПЭС*, **12**, 668 (1970).
12. Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. *Термооптика твердотельных лазеров* (Л.: Машиностроение, 1986).