

Моделирование динамики многомодового биполяризационного лазера класса В с внутррезонаторным удвоением частоты

П.А.Хандохин

Развита модель многомодового биполяризационного твердотельного лазера с внутррезонаторным удвоением частоты. Взаимодействие различных продольных мод описывается в рамках балансного приближения, в то время как взаимодействие каждой пары ортогонально поляризованных мод с одинаковым продольным индексом описывается с учетом фазочувствительного взаимодействия этих мод. Проведено сравнение с экспериментальными данными.

Ключевые слова: релаксационные колебания, пространственные решетки инверсии населенностей, угловое выжигание инверсии населенностей, нелинейное преобразование частоты, бифуркация Хопфа, неустойчивость.

1. Введение

В результате экспериментального исследования поляризационной динамики твердотельных лазеров (включая волоконные лазеры) установлено, что в спектрах флуктуаций интенсивности излучения каждой поляризационной моды биполяризационных лазеров (как многомодовых [1–4], так и продольно одномодовых [5, 6]) присутствует несколько резонансных пиков. Эти пики указывают на существование нескольких типов релаксационных колебаний: высокочастотных, обусловленных синфазными колебаниями во всех модах, и одного или двух типов поляризационных колебаний, обусловленных конкурентным взаимодействием ортогонально поляризованных мод. Данные типы релаксационных колебаний наблюдались в каждой поляризационной моде с интенсивностью, равной сумме интенсивностей всех продольных мод, имеющих одинаковую поляризацию. Эти специфические черты низкочастотной поляризационной динамики хорошо описываются развитой моделью продольно одномодовых биполяризационных лазеров, которая учитывает фазочувствительное взаимодействие ортогонально поляризованных мод [2, 5]. Хотя простейшая модель биполяризационного лазера качественно согласуется с результатами эксперимента, вопрос о том, как другие продольные моды в выделенной поляризационной моде, вступающие в генерацию, могут быть представлены в низкочастотной динамике, требует ответа.

В работе [4] отмечалось, что вступление в генерацию новой моды иногда может сопровождаться появлением дополнительного резонансного пика в спектре флуктуаций интенсивности отдельной поляризационной моды. Для ответа на поставленный вопрос была развита модель биполяризационного лазера класса В, в которой каждая поляризационная мода состоит из произвольного числа продольных мод. В этом случае вполне естественно описывать взаимодействие мод с различными

продольными индексами в рамках балансного приближения [7, 8]. В то же время взаимодействие ортогонально поляризованных мод с одинаковой продольной пространственной структурой (с одинаковыми продольными индексами) будем описывать в соответствии с подходом [5], учитывающим фазочувствительное взаимодействие этих мод.

Дополнительной мотивацией к развитию модели многомодового биполяризационного лазера послужили экспериментальные результаты работы [4], где наблюдались особенности оптического спектра биполяризационного лазера. Наряду с эффектом прореживания оптического спектра, обусловленного неоднородным распределением усиления вдоль оси резонатора, в этой работе была обнаружена генерация ортогонально поляризованных мод на разных продольных модах. Предложенная модель, учитывающая частичное заполнение активной средой резонатора лазера [7, 8], позволяет объяснить и эту особенность оптического спектра генерации ортогонально поляризованных мод.

2. Модель многомодового биполяризационного лазера

При выводе уравнений, описывающих динамику многомодового лазера необходимо представить лазерное поле в виде разложения по модам резонатора. Мы учтем то обстоятельство, что поле каждой продольной моды состоит из двух ортогонально поляризованных компонент:

$$E_j = (E_j^x U_j^x + E_j^y U_j^y) \exp(i\omega_j t) + \text{компл. сопр.}, \quad (1)$$

где $E_j^{x,y}$ – медленно меняющиеся амплитуды полей с ортогональными поляризациями j -й продольной моды; ω_j – несущая частота оптических колебаний этой моды. Собственные моды имеют вид

$$U_j^{(m)} = \sqrt{2} e_m^0 \cos k_j z, \quad m = x, y, \quad (2)$$

где k_j – волновое число j -й продольной моды. В общем случае собственные поляризации являются эллиптичес-

П.А.Хандохин. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: khando@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 23 августа 2006 г.

кими, поэтому выражения для их ортов e_m^0 можно представить в следующем виде:

$$e_x^0 = x^0 \cos \vartheta + iy^0 \sin \vartheta, \quad (3)$$

$$e_y^0 = ix^0 \sin \vartheta + y^0 \cos \vartheta, \quad (4)$$

где x^0 и y^0 – декартовы единичные векторы, совпадающие с ориентацией главных осей эллипсов собственных поляризаций резонатора; параметр ϑ определяет степень эллиптичности $\varepsilon_{1,2}$ поляризационных мод:

$$\varepsilon_{1,2} = |\tan \vartheta|^2. \quad (5)$$

Будем считать, что в генерации может участвовать K продольных мод. Тогда лазерное поле можно представить в следующем виде:

$$E = \sum_{j=1}^K E_j. \quad (6)$$

Ориентацию активных диполей будем описывать в рамках тех предположений, которые были сделаны ранее в работах [5, 7, 8], исходя из следующих соображений. В кристаллах активные ионы занимают вполне определенные положения внутри элементарной ячейки кристаллической решетки. В кристалле YAG: Nd таких равновероятных положений три (в центре каждой из трех взаимно ортогональных граней кубической элементарной ячейки [9]). Кроме того, в каждом из этих положений ионы неодинаковы могут быть с равной вероятностью ориентированы вдоль двух ортогональных осей симметрии, совпадающих с диагоналями грани. В связи с этим следует ожидать, что дипольные моменты активных ионов будут ориентированы около нескольких (в общем случае до шести) выделенных направлений в пространстве, сохраняя в целом изотропные свойства кристалла. Поэтому мы, для простоты, будем считать, что все активные диполи линейно поляризованы и случайно распределены в плоскости, перпендикулярной лазерной оси, тогда

$$d_{a,e}^0 = \frac{d_{a,e}}{|d_{a,e}|} = x^0 \cos \Psi + y^0 \sin \Psi, \quad (7)$$

где d_a и d_e – диполи поглощающего и излучающего переходов соответственно; угол Ψ изменяется от 0 до π . Линейно поляризованная накачка вносит дополнительные коррективы в равномерное распределение активных диполей поглощающего перехода по углам (по ориентациям) $f_{or}^0(\Psi) = 1/\pi$ [3, 10, 11], что приводит к угловой зависимости параметра накачки A (представляющего собой отношение ненасыщенной инверсии населенностей к ее пороговому значению) [5]:

$$A = A_0 \Phi_{or}(\Psi), \quad (8)$$

где

$$\Phi_{or} = \frac{a + b \cos^2(\Psi - \Psi_{pump})}{1 + b \cos^2(\Psi - \Psi_{pump})} \Phi_{or}^0, \quad (9)$$

$$\Phi_{or}^0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{a + b \cos^2(\Psi - \Psi_{pump})}{1 + b \cos^2(\Psi - \Psi_{pump})} d\Psi = 1 - \frac{1-a}{\sqrt{1+b}};$$

Ψ_{pump} – угол между осью x и вектором электрического

поля накачки (при продольной накачке). Параметры a и b определяют анизотропию усиления, при этом на параметр a , введенный в (9) феноменологически, наложено условие $a \ll b$. Эти параметры пропорциональны мощности накачки. При малых мощностях накачки параметр b мал и анизотропия усиления максимальна. Его увеличение приводит к уменьшению эффекта наведенной анизотропии, и в пределе больших мощностей накачки (как это уже отмечалось в работе [11]) активная среда становится изотропной.

Кроме угловой неоднородности распределения активных центров $\Phi_{or}(\Psi)$ в реальных условиях всегда имеет место пространственная неоднородность их распределения вдоль оси резонатора $\Phi_{sp}(z)$, которую мы тоже учтем при выводе уравнений в следующем виде [7, 8]:

$$\Phi_{sp}(z) = \begin{cases} \alpha L \exp(-\alpha z) / [1 - \exp(-\alpha l)], & 0 \leq z \leq l, \\ 0, & l < z \leq L, \end{cases} \quad (10)$$

где α – коэффициент затухания; L – длина резонатора; l – длина кристалла. В (10) учитывается экспоненциальное затухание накачки ($\alpha \neq 0$) вдоль кристалла, не полностью заполняющего резонатор лазера, что соответствует реальным экспериментальным условиям.

Таким образом, взаимодействие биполяризационного лазерного поля (6) с линейно поляризованными диполями, которые имеют азимутальное распределение $\Phi_{or}(\Psi)$ (9) и продольное пространственное распределение $\Phi_{sp}(z)$ (10), описывается системой уравнений [5, 7, 8]

$$\frac{dE_k^x}{d\tau} = \frac{G}{2} \left\{ (i\delta_r - 1)E_k^x + \frac{g_k}{L\pi} \int_0^\pi \int_0^L \Phi_{sp}(z) D(z, \Psi) (d_e^0 U_k^{x*}) \times [E_k^x (d_e^{0*} U_k^x) + E_k^y (d_e^{0*} U_k^y)] dz d\Psi \right\},$$

$$\frac{dE_k^y}{d\tau} = \frac{G}{2} \left\{ (-i\delta_r - 1)E_k^y + \frac{g_k}{L\pi} \int_0^\pi \int_0^L \Phi_{sp}(z) D(z, \Psi) \times (d_e^0 U_k^{y*}) [E_k^x (d_e^{0*} U_k^x) + E_k^y (d_e^{0*} U_k^y)] dz d\Psi \right\}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = A_0 \Phi_{or}(\Psi) - D \left[1 + \sum_{j=1}^K g_j |E_j^x (d_e^{0*} U_j^x) + E_j^y (d_e^{0*} U_j^y)|^2 \right],$$

где

$$g_j = \{1 + [(r-j)\Delta - \Delta_0]^2\}^{-1}, \quad j = 1, \dots, K; \quad (12)$$

r – номер моды, ближайшей к центру линии усиления; D – инверсия населенностей; $G = 2\kappa/\gamma_{||}$; $\tau = t\gamma_{||}$; $2\delta_r = (\omega_k^x - \omega_k^y)/\gamma_{||} -$ мера фазовой анизотропии резонатора; $\omega_k^{x,y}$ – собственные частоты ортогонально поляризованных мод резонатора; $\gamma_{||}$ и κ – скорости релаксации инверсии населенностей и поля в резонаторе соответственно; $\Delta = (\omega_{k+1}^x - \omega_k^x)/\gamma_{\perp} = (\omega_{k+1}^y - \omega_k^y)/\gamma_{\perp} -$ межмодовый интервал, нормированный на полуширину однородной линии усиления γ_{\perp} ; $\Delta_0 = (\omega_0 - \omega_r)/\gamma_{\perp}$; ω_0 – центр линии усиления; $\omega_r = (\omega_r^x + \omega_r^y)/2 -$ частота продольной моды, ближайшей к центру линии усиления. В полученной системе уравнений (11) взаимодействие разных продольных мод остается в рамках балансного приближения, в то время как взаимодействие ортогонально поляризованных мод

с одинаковой пространственной структурой оказывается чувствительным к фазам полей этих мод.

Взаимодействие эллиптически поляризованного излучения с ансамблем случайно ориентированных диполей лазерного перехода приводит к азимутально-неоднородному распределению инверсии населенностей (эффект углового выжигания инверсии):

$$D = D^0 + 2D^c \cos 2\Psi + 2D^s \sin 2\Psi + \dots \quad (13)$$

При расчетах в каждой угловой гармонике $D^{(i)}$ ($i = 0, c, s$) этого распределения мы удерживаем только пространственно однородную компоненту и первые пространственные гармоники (высшими пространственными гармониками пренебрегаем):

$$D^{(i)} = D_0^{(i)} + 2 \sum_{j=1}^K D_j^{(i)} \cos \frac{2\pi q_j z}{L} + \dots, \quad (14)$$

где q_j – число полуволин j -й моды, укладываемых на длине резонатора. В итоге мы получаем систему $7K + 3$ уравнений (в действительных переменных):

$$\begin{aligned} \frac{dE_k^x}{d\tau} &= \frac{G}{2} \left\{ \left(i\delta_r + g_k \left[D_0^0 + D_0^c \cos 2\vartheta \right. \right. \right. \\ &+ \left. \sum_{j=1}^K \Phi_{|k-j|}^{\text{sp}} (D_j^0 + D_j^c \cos 2\vartheta) \right] - \varepsilon \sum_{j=1}^K g_j |E_j^y|^2 - 1 \Big) E_k^x \\ &+ \left. g_k \left[D_0^s + iD_0^c \sin 2\vartheta + \sum_{j=1}^K \Phi_{|k-j|}^{\text{sp}} (D_j^s + iD_j^c \sin 2\vartheta) \right] E_k^y \right\}, \\ \frac{dE_k^y}{d\tau} &= \frac{G}{2} \left\{ \left(-i\delta_r + g_k \left[D_0^0 - D_0^c \cos 2\vartheta \right. \right. \right. \\ &+ \left. \sum_{j=1}^K \Phi_{|k-j|}^{\text{sp}} (D_j^0 - D_j^c \cos 2\vartheta) \right] - \varepsilon \sum_{j=1}^K g_j |E_j^x|^2 - 1 \Big) E_k^y \\ &+ \left. g_k \left[D_0^s - iD_0^c \sin 2\vartheta + \sum_{j=1}^K \Phi_{|k-j|}^{\text{sp}} (D_j^s - iD_j^c \sin 2\vartheta) \right] E_k^x \right\}, \\ \frac{dD_0^0}{d\tau} &= A_0 - D_0^0 - \sum_{j=1}^K (D_0^0 + D_j^0) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \quad (15) \\ &- \sum_{j=1}^K g_j \left\{ (D_0^c + D_j^c) [(|E_j^x|^2 - |E_j^y|^2) \cos 2\vartheta + i(E_j^{x*} E_j^y \right. \\ &- E_j^x E_j^{y*}) \sin 2\vartheta] - (D_0^s + D_j^s) (E_j^{x*} E_j^y + E_j^x E_j^{y*}) \Big\}, \\ \frac{dD_k^0}{d\tau} &= -D_k^0 - \sum_{j=1}^K \left(\frac{1}{2} D_0^0 + D_j^0 \right) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \\ &- \sum_{j=1}^K g_j \left\{ \left(\frac{1}{2} D_0^c + D_j^c \right) [(|E_j^x|^2 - |E_j^y|^2) \cos 2\vartheta + i(E_j^{x*} E_j^y \right. \\ &- E_j^x E_j^{y*}) \sin 2\vartheta] - \left(\frac{1}{2} D_0^s + D_j^s \right) (E_j^{x*} E_j^y + E_j^x E_j^{y*}) \Big\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_0^c}{d\tau} &= A^c - D_0^c - \sum_{j=1}^K (D_0^c + D_j^c) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K (D_0^0 + D_j^0) g_j \left[(|E_j^x|^2 - |E_j^y|^2) \cos 2\vartheta + i(E_j^{x*} E_j^y \right. \\ &- E_j^x E_j^{y*}) \sin 2\vartheta \Big], \\ \frac{dD_k^c}{d\tau} &= -D_k^c - \sum_{j=1}^K \left(\frac{1}{2} D_0^c + D_j^c \right) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \left(\frac{1}{2} D_0^0 + D_j^0 \right) g_j \left[(|E_j^x|^2 - |E_j^y|^2) \cos 2\vartheta + i(E_j^{x*} E_j^y \right. \\ &- E_j^x E_j^{y*}) \sin 2\vartheta \Big], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_0^s}{d\tau} &= A^s - D_0^s - \sum_{j=1}^K (D_0^s + D_j^s) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K (D_0^0 + D_j^0) g_j (E_j^{x*} E_j^y + E_j^x E_j^{y*}), \\ \frac{dD_k^s}{d\tau} &= -D_k^s - \sum_{j=1}^K \left(\frac{1}{2} D_0^s + D_j^s \right) g_j (|E_j^x|^2 + |E_j^y|^2) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \left(\frac{1}{2} D_0^0 + D_j^0 \right) g_j (E_j^{x*} E_j^y + E_j^x E_j^{y*}). \end{aligned}$$

Угловые и пространственные гармоники даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} D_0^0(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) dz d\Psi, \\ D_k^0(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) \cos \frac{2\pi q_k z}{L} dz d\Psi, \\ D_0^c(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) \cos 2\Psi dz d\Psi, \\ D_k^c(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) \cos \frac{2\pi q_k z}{L} \cos 2\Psi dz d\Psi, \\ D_0^s(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) \sin 2\Psi dz d\Psi, \\ D_k^s(\tau) &= \frac{1}{\pi L} \int_0^L \int_0^\pi D(z, \Psi, \tau) \cos \frac{2\pi q_k z}{L} \sin 2\Psi dz d\Psi. \end{aligned}$$

Коэффициенты разложения $\Phi_{|k-j|}^{\text{sp}}$ и угловые гармоники параметра накачки A^c, A^s определяются формулами

$$\begin{aligned} \Phi_s^{\text{sp}} &= \frac{1}{1 + q^2 s^2} \left[\frac{\exp(\alpha l) - \cos(2\pi s l / L)}{\exp(\alpha l) - 1} + \frac{q^2 s^2 \alpha l}{\exp(\alpha l) - 1} \right. \\ &\times \left. \frac{\sin(2\pi s l / L)}{2\pi s l / L} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где $s = |k - j| = 1, 2, \dots, K - 1; q = 2\pi/(\alpha l)$,

$$\begin{aligned}
 A^c &= \frac{A_0}{\pi} \int_0^\pi \Phi_{\text{ор}}(\Psi - \Psi_{\text{pump}}) \cos 2\Psi \, d\Psi \\
 &= A_0(1 - a) \frac{2 + b - 2\sqrt{1 + b}}{b(1 + \sqrt{1 + b} - a)} \cos 2\Psi_{\text{pump}}, \\
 A^s &= \frac{A_0}{\pi} \int_0^\pi \Phi_{\text{ор}}(\Psi - \Psi_{\text{pump}}) \sin 2\Psi \, d\Psi \\
 &= A_0(1 - a) \frac{2 + b - 2\sqrt{1 + b}}{b(1 + \sqrt{1 + b} - a)} \sin 2\Psi_{\text{pump}}.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Для того чтобы иметь возможность сравнить результаты численного моделирования с результатами эксперимента по наблюдению неустойчивости стационарной генерации при внутриврезонаторном удвоении частоты в условиях синхронизма 2-го типа [4], в первых двух уравнениях для полей системы (15) введены нелинейные потери, ответственные за нелинейное преобразование частоты [12, 13]. Параметр ε отвечает за эффективность этого процесса.

3. Результаты численного моделирования и сравнение их с результатами эксперимента

Развитая модель может описать все многообразие особенностей низкочастотной динамики твердотельных лазеров с линейно поляризованной лазерной накачкой. На рис.1 показано поведение интенсивностей лазерных мод, частот и декрементов релаксационных колебаний в зависимости от параметра накачки A . Для определенности в расчете принято, что $K = 14$, т. е. в каждой поляризационной моде возможна генерация на 14 продольных модах. Вся область генерации биполяризационного лазера может быть разбита на три области, соответствующие трем режимам (рис.1,б): монополяризационному (I), квазимонополяризационному (II) и биполяризационному (III). Такое разбиение определяется поведением всей совокупности релаксационных колебаний, отражающих низкочастотную динамику многомодового лазера. Каждое релаксационное колебание $\{\Omega, \delta\}$ имеет частоту Ω и декремент затухания δ . В спектре релаксационных колебаний можно выделить три группы:

1. Синфазные релаксационные колебания $\{\Omega_1, \delta_1\}$.
2. Группы низкочастотных релаксационных колебаний $\{\Omega_{\text{sp}}^x, \delta_{\text{sp}}^x\}$ и $\{\Omega_{\text{sp}}^y, \delta_{\text{sp}}^y\}$, обусловленных пространственным выжиганием инверсии населенностей и отражающих противофазную динамику всех продольных мод. Число этих колебаний определяется числом продольных мод с x - и y -поляризациями.
3. Группы релаксационных колебаний $\{\Omega_2, \delta_2\}$, $\{\Omega_3, \delta_3\}$ и $\{\Omega_p^{xy}, \delta_p^{xy}\}$, обусловленных поляризационным выжиганием инверсии населенностей и отвечающих за противофазную динамику между ортогонально поляризованными модами, – поляризационные релаксационные колебания. Их число определяется числом пар ортогонально поляризованных мод с одинаковыми продольными индексами. Эти релаксационные колебания появляются в области II, где слабая поляризационная мода пока еще не регистрируется в силу слишком малой ее интенсивности. Эффект наведенной анизотропии усиления линейно поляризованным излучением накачки показан на рис.2.

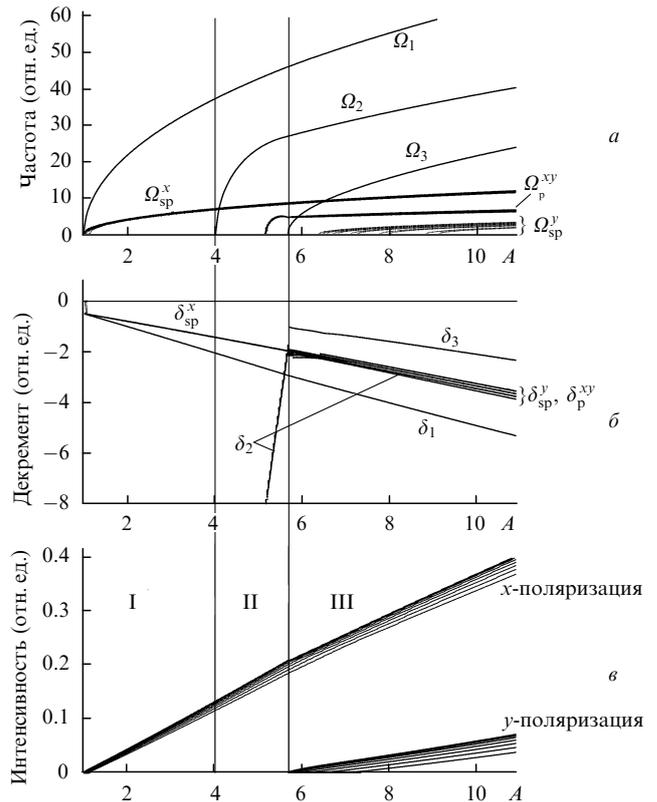


Рис.1. Поведение частот (а) и декрементов (б) релаксационных колебаний, а также интенсивностей лазерных мод (в) в зависимости от параметра накачки A при $G = 1000, l/L = 1, \alpha = 0, \Psi_{\text{pump}} = 0, \vartheta = 0, b = 0.5, a = 0, \delta = A_0 = 0, \Delta = 0.01, \varepsilon = 0.001$.

Поведение интенсивностей поляризационных мод аналогично их поведению и в случае продольно одномодовой генерации [5, 6]: интенсивности ортогонально поляризованных мод изменяются в противофазе с изменением угла ориентации поляризации накачки Ψ_{pump} . При этом релаксационные частоты остаются практически постоянными. В отсутствие внутриврезонаторного нелинейного преобразования частоты ($\varepsilon = 0$) все декременты затухания также остаются почти постоянными. Включение процесса преобразования ($\varepsilon \neq 0$) приводит к появлению зависимости от Ψ_{pump} декрементов $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ (рис.2,б), в то время как остальные декременты остаются практически независимыми от ориентации поляризации накачки.

Особое место в группе поляризационных релаксационных колебаний занимают колебания $\{\Omega_2, \delta_2\}, \{\Omega_3, \delta_3\}$. Они ответственны за противофазные колебания суммарных интенсивностей ортогонально поляризованных мод и присутствуют в спектрах флуктуаций суммарных интенсивностей поляризационных мод в виде резонансных пиков на частотах Ω_2 и Ω_3 (рис.3). Именно эти колебания наблюдаются в случае продольно одномодовой генерации [6] в совокупности с синфазными релаксационными колебаниями $\{\Omega_1, \delta_1\}$.

Введение нелинейных внутриврезонаторных потерь ($\varepsilon \neq 0$), вызванных нелинейным преобразованием частоты во вторую гармонику, приводит к бифуркации Хопфа на частоте одного из релаксационных колебаний – $\{\Omega_2, \delta_2\}$ или $\{\Omega_3, \delta_3\}$ – в зависимости от соотношения интенсивностей поляризационных мод. При большом различии в интенсивностях поляризационных мод наблюдается бифуркация Хопфа на частоте Ω_3 (рис.4,а); выравнивание интенсивностей приводит к бифуркации Хопфа на

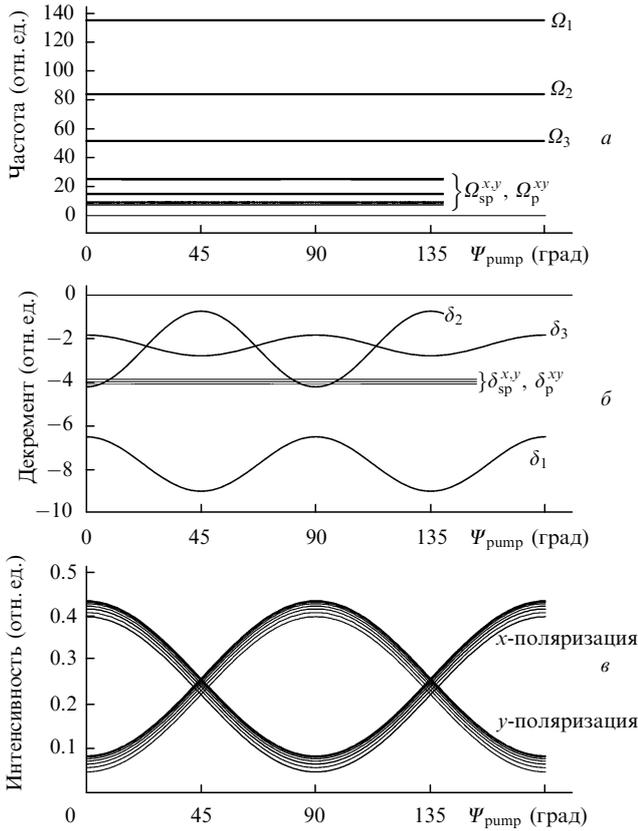


Рис.2. Поведение частот (а) и декрементов (б) релаксационных колебаний, а также интенсивностей лазерных мод (в) в зависимости от угла ориентации поляризации накачки Ψ_{pump} при $A = 8, G = 2000, l/L = 1, \alpha = 0, \vartheta = 0, b = 0.5, a = 0, \delta = \Delta_0 = 0, \Delta = 0.01, \varepsilon = 0.001$.

частоте Ω_2 (см. рис.3 и рис.4,в). Из рис.4,б и г видно, что бифуркации Хопфа на этих релаксационных колебаниях имеют разный характер. В области неустойчивости на этих рисунках (справа от вертикальных штриховых линий) показаны максимальные и минимальные значения интенсивностей поляризационных мод. На частоте Ω_3 бифуркация Хопфа в точке $\varepsilon_{\text{HB}}^{(1)}$ имеет субкритический характер: после пересечения этой точки возникают автомодуляционные колебания с конечной амплитудой (рис.4,б). Как показано на рис.4,б, пересечение бифуркационной точки в обратном направлении (кривые с точками Δ и ∇) не сказывается на нестационарном режиме, и только в точке ε_{B} данный режим исчезает и возникает стационарный режим.

Таким образом, в области $\varepsilon_{\text{B}} < \varepsilon < \varepsilon_{\text{HB}}^{(1)}$ реализуется бистабильный режим генерации с характерной зависимостью результатов численного моделирования от начальных значений. В другой ситуации, изображенной на рис.4,г, в точке $\varepsilon_{\text{HB}}^{(2)}$ реализуется бифуркация Хопфа на частоте релаксационных колебаний Ω_2 суперкритического типа: амплитуда колебаний в области неустойчивости растет от нуля по мере удаления от бифуркационной границы.

Как проявляется суперкритический характер бифуркации Хопфа в спектре флуктуаций интенсивности отдельной поляризационной моды демонстрирует рис.3. При низкой эффективности нелинейного преобразования частоты интенсивность лазерного излучения стабильна и в спектре флуктуаций интенсивности наблюдаются три резонансных пика на частотах релаксационных колеба-

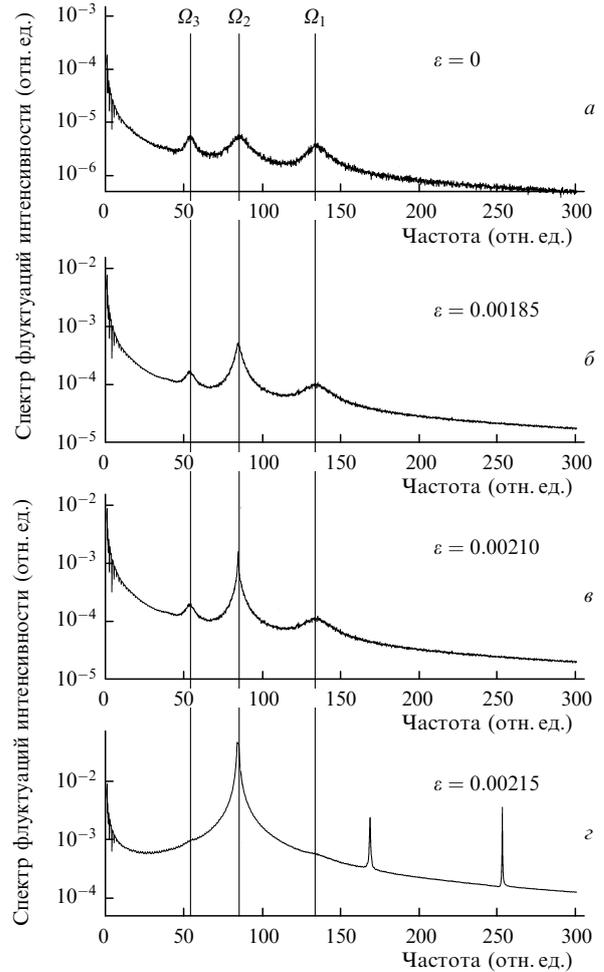


Рис.3. Спектр флуктуаций интенсивности излучения одной из поляризационных мод при различных эффективностях нелинейного преобразования частоты ε и $A = 8, G = 2000, \Psi_{\text{pump}} = 35^\circ, l/L = 1, \alpha = 0, \vartheta = 0, b = 0.5, a = 0, \delta = \Delta_0 = 0, \Delta = 0.01$.

ний Ω_1, Ω_2 и Ω_3 (рис.3,а). Флуктуации на частоте одного из поляризационных релаксационных колебаний (Ω_2) растут при росте эффективности нелинейного преобразования ε . В результате резонансный пик на частоте поляризационного релаксационного колебания становится уже и больше по амплитуде и при пересечении бифуркационной точки это сопровождается появлением большого числа гармоник на частоте поляризационного релаксационного колебания в спектре шумов (рис.3,г). Такой же характер развития неустойчивости наблюдался и в эксперименте (рис.5) [4].

Развитая модель позволяет объяснить также особенности в оптическом спектре излучения биполяризационного лазера, наблюдаемые в эксперименте [4] (рис.6): наряду с прореживанием оптического спектра возможна генерация ортогонально поляризованных компонент на разных продольных модах. Лазер генерирует в области $\lambda = 1064$ нм на трех продольных модах (v_1, v_2, v_3) с одной поляризацией (рис.6,а) и на одной продольной моде (v_4) с ортогональной поляризацией (рис.6,б). Длины волн всех четырех генерируемых мод различны; их частотные расщепления составляют: $v_2 - v_1 = 22\Delta v_0, v_3 - v_1 = 36\Delta v_0$ и $v_4 - v_1 = 2\Delta v_0$, где $\Delta v_0 = c/(2L)$ – интервал между соседними продольными модами резонатора. Другие продольные моды подавлены благодаря эталонным эффек-

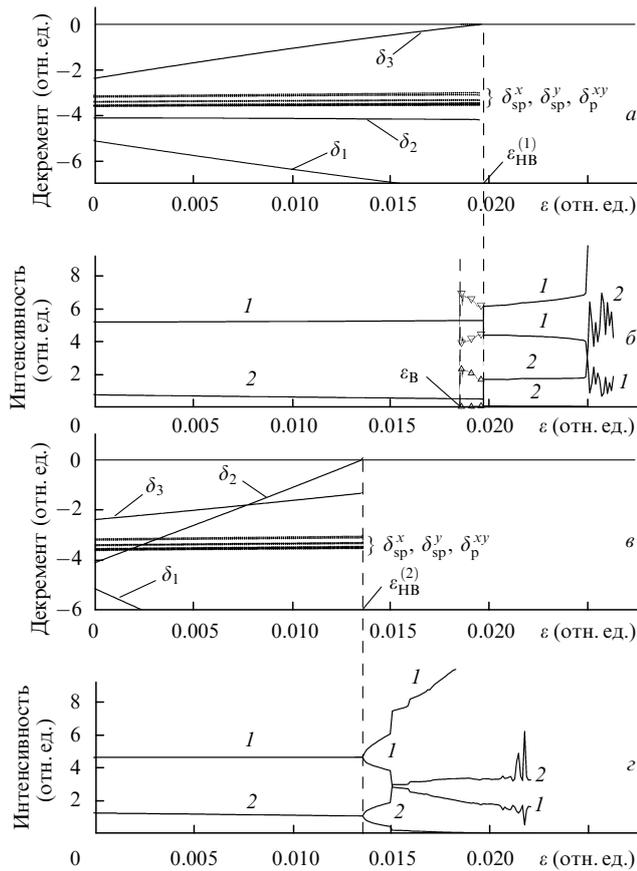


Рис.4. Поведение декрементов релаксационных колебаний (а, в) и интенсивностей *x*-поляризованной (1) и *y*-поляризованной (2) лазерных мод (б, д) в зависимости от эффективности нелинейного преобразования ϵ при $\Psi_{\text{pump}} = 0$ (а, б) и 20° (в, д).

там на различных поверхностях в резонаторе и частичному заполнению резонатора активной средой [7, 14]. В излучении на удвоенной частоте (рис.6,в) видны три спектральные компоненты с частотами $\nu_1 + \nu_4$, $\nu_2 + \nu_4$ и $\nu_3 + \nu_4$, полученные в процессе суммирования частот ортогонально поляризованных мод.

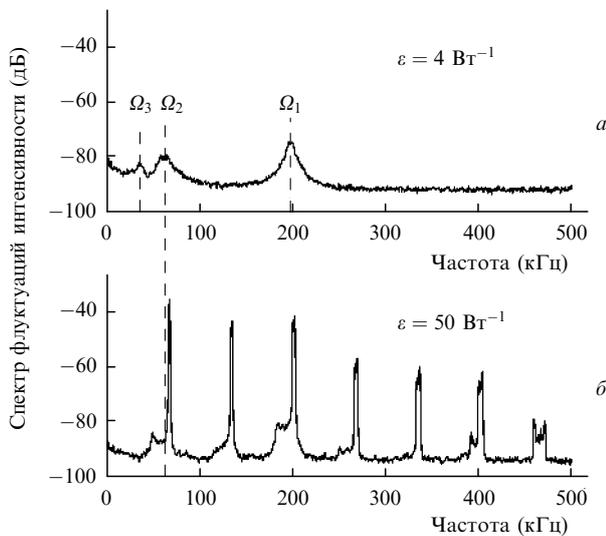


Рис.5. Спектр флуктуаций интенсивности излучения одной из поляризованных мод при фиксированном параметре накачки $A = 3.25$, но различных эффективностях нелинейного преобразования частоты ϵ .

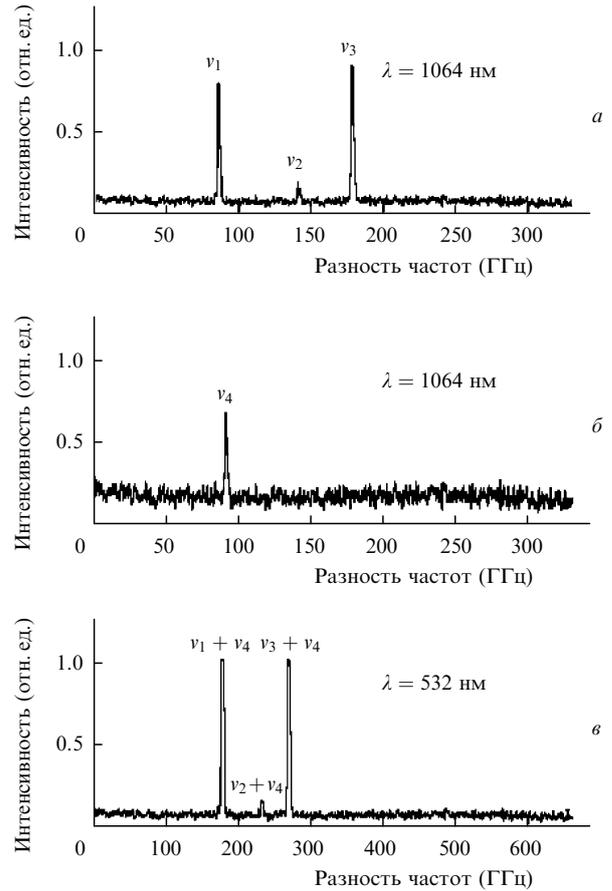


Рис.6. Оптический спектр излучения биполяризованного лазера с внутррезонаторным удвоением частоты: *x*-поляризованная (а) и *y*-поляризованная (б) моды, а также спектральный состав излучения на удвоенной частоте (в).

На рис.7 приведены результаты численного моделирования многомодовой генерации ортогонально поляризованных мод на разных продольных модах, которые качественно согласуются с результатами эксперимента (рис.6). Необходимо подчеркнуть, что мы наблюдаем здесь режим II: в каждой из трех продольных мод реализуется практически монополяризационный режим генерации, поскольку отношение интенсивностей ортогонально поляризованных мод с одинаковыми продольными индексами составляет порядка 10^{-3} . В этом состоянии равновесия система имеет шесть релаксационных колебаний. Три из них видны на рис.3.

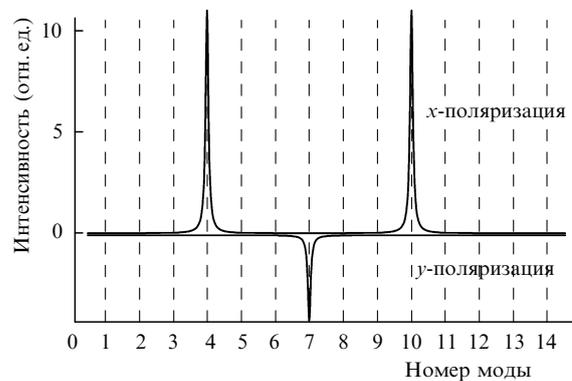


Рис.7. Оптический спектр поляризационных мод при $A = 8$, $\epsilon = 0.005$, $\Psi_{\text{pump}} = 0$, $l/L = 0.1$, $\alpha = 4$. Остальные параметры те же, что и для рис.2.

4. Заключение

Таким образом, развитая модель может объяснить все многообразие характерных особенностей низкочастотной динамики твердотельных лазеров с линейно поляризованной лазерной накачкой. В спектре релаксационных колебаний можно выделить три группы колебаний. Особое место в группе низкочастотных релаксационных колебаний занимают поляризационные релаксационные колебания $\{\Omega_2, \delta_2\}$ и $\{\Omega_3, \delta_3\}$. Они отвечают за противофазные колебания суммарных интенсивностей ортогонально поляризованных мод и наблюдаются в виде резонансных пиков в спектре флуктуаций суммарных интенсивностей поляризационных мод на частотах Ω_2 и Ω_3 . Показано, что введение нелинейных потерь при внутрирезонаторном удвоении частоты приводит к бифуркации Хопфа на частоте одного из релаксационных колебаний – Ω_2 или Ω_3 . Группы низкочастотных релаксационных колебаний $\{\Omega_{sp}^x, \delta_{sp}^x\}$, $\{\Omega_{sp}^y, \delta_{sp}^y\}$ и $\{\Omega_p^{xy}, \delta_p^{xy}\}$ могут быть обнаружены только в спектрах флуктуаций интенсивностей отдельных продольных мод и не проявляются в спектрах флуктуаций суммарных интенсивностей. Теоретическое исследование динамики многомодовой генерации биполяризационных твердотельных лазеров с полупроводниковой накачкой и неоднородным распределением ненасыщенного усиления вдоль резонатора находится в качественном согласии с экспериментальными исследованиями этих лазеров [1–4].

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ № НШ-7738.2006.2.

1. Khandokhin P.A., Khanin Ya.I., Milovsky N.D., Shirokov E.Yu., Bielawski S., Derozier D., Glorieux P. *Quantum and Semiclassical Optics*, **10**, 97 (1998).
2. Хандохин П.А., Ханин Я.И., Мамаев Ю.А., Миловский Н.Д., Широков Е.Ю., Белавски С., Дерозье Д., Глорио П. *Квантовая электроника*, **25** (6), 517 (1998).
3. Khandokhin P.A., Milovsky N.D., Mamaev Yu.A., Ovchinnikov E.A., Shirokov E.Yu. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3682**, 53 (1998).
4. Czeranowsky C., Baev V.M., Huber G., Khandokhin P.A., Khanin Ya.I., Koryukin I.V., Shirokov E.Yu. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **47** (10-11), 807 (2004).
5. Bouwmans G., Segard B., Glorieux P., Milovsky N., Khandokhin P., Shirokov E. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **47** (10-11), 813 (2004).
6. Иевлев И.В., Хандохин П.А., Широков Е.Ю. *Квантовая электроника*, **36** (3), 228 (2006).
7. Khandokhin P.A., Ovchinnikov E.A., Shirokov E.Yu. *Phys. Rev. A*, **61**, 053807 (2000).
8. Овчинников Е.А., Хандохин П.А., Широков Е.Ю. *Квантовая электроника*, **30** (1), 23 (2000).
9. Bayerer R., Heber J., Mateika D. *Zr. Phys. B*, **64**, 201 (1986).
10. Reyzer K.C., Casperson L.W. *J. Appl. Phys.*, **51**, 6075 (1980).
11. Reyzer K.C., Casperson L.W. *J. Appl. Phys.*, **51**, 6083 (1980).
12. Baer T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 1175 (1986).
13. James G.E., Harrell II E.M., Roy R. *Phys. Rev. A*, **41**, 2778 (1990).
14. Abraham N.B., Sekaric L., Carson L.L., Seccareccia V., Khandokhin P.A., Khanin Ya.I., Koryukin I.V., Zhislina V.G. *Phys. Rev. A*, **62**, 013810 (2000).