

Насыщение усиления лазерных пучков и рождение и распад фазовых дислокаций

А.А.Малютин

Выполнено численное моделирование искажения распределения исходно чистых состояний лазерных пучков при насыщении усиления. Показано, что насыщение усиления приводит к существенному обогащению модового состава излучения и к рождению и распаду фазовых дислокаций пучков в дальней зоне и на выходе астигматического $\pi/2$ -конвертера мод.

Ключевые слова: моды Эрмита–Гаусса, моды Лагерра–Гаусса, насыщение усиления, фазовые дислокации.

1. Введение

Среди множества типов когерентных лазерных пучков можно выделить две существенным образом различающиеся группы. К первой относятся пучки, распространение которых в свободном пространстве сопровождается изменением только масштаба поперечного размера и кривизны волнового фронта. Все они описываются функциями, которые являются решениями одного и того же парааксиального волнового уравнения (ПВУ). Так, моды Эрмита–Гаусса (ЭГ) – это решение ПВУ в декартовых координатах, моды Лагерра–Гаусса (ЛГ) – в цилиндрических, а моды Айнса–Гаусса (АГ) [1] – в эллиптических. Каждый из перечисленных видов мод представляет собой полный набор ортонормированных функций и как таковой может использоваться в качестве базиса при разложении пучков произвольного вида. В частности любая из мод ЭГ, ЛГ и АГ может быть представлена как суперпозиция мод другого вида, но обязательно того же порядка [1, 2]. Существуют и другие виды полных наборов ортонормированных функций (см., напр., [3, 4]).

Ко второй группе пучков относятся пучки, которые при распространении в свободном пространстве меняют не только свой масштаб и кривизну волнового фронта, но и структуру. К ним можно причислить также пучки, названные спиральными [5]. Распространяясь, они меняют одновременно масштаб, кривизну волнового фронта и ориентацию в пространстве. Как правило, пучки данной группы возникают по прохождению нелинейной среды [6–9] или какого-либо препятствия: диафрагмы, амплитудного [10] или фазового экрана [11]. Они могут также образовываться при когерентном или некогерентном смещении двух или более мод названных выше типов. Отдельные виды спиральных пучков, например, можно получить путем когерентного смещения мод ЛГ и ЭГ.

В последнее время некоторые из пучков второй группы привлекают внимание в силу особенностей изменения их фазовой структуры при распространении, для описания которой используют терминологию, заимствован-

ную из кристаллографии. Например, при изменении знака поля при переходе через нулевое значение (скачок фазы на π) в хорошо известной картине колец Эри при дифракции плоской волны на круглой диафрагме используют термин «круговая граничная дислокация». Линейными граничными дислокациями называют линии раздела между зонами мод ЭГ u_{mn}^{HG} , различающимися знаком амплитуды поля. Для точек с нулевой амплитудой на оси кольцевых мод ЛГ u_{pl}^{LG} и фазой во всех остальных точках пространства, равной $i/l\varphi$ (l – азимутальный индекс), применяют термин «винтовая дислокация с топологическим зарядом l »*, или «оптический вихрь».

В настоящей работе главное внимание уделено процессам насыщенного усиления и поглощения, которые способствуют превращению чистых мод ЭГ и ЛГ (пучков первой группы по использованной выше классификации) в пучки, распространение и преобразование которых сопровождается модификациями фазовой структуры, характерными для пучков, отнесенных ко второй группе. Данное явление может оказать особенно заметное влияние на процесс конверсии мощных пучков ЭГ в моды ЛГ.

2. Деформации распределения лазерных пучков при насыщенном усилении

Эффект насыщения усиления связан с уменьшением инверсной населенности активной среды при распространении в ней лазерного излучения. Данное явление характерно как для лазерных генераторов, так и для усилителей. В модели усиления лазерного импульса, когда восполнением инверсной населенности от источника возбуждения активной среды можно пренебречь, насыщение усиления принято описывать уравнением Франца–Нодвика [12]

$$\frac{Q_{out}}{Q_s} = \ln \left\{ 1 + G_0 \left[\exp \left(\frac{Q_{in}}{Q_s} \right) - 1 \right] \right\}, \quad (1)$$

где $Q_{in}(x, y)$ и $Q_{out}(x, y)$ – распределения плотности энергии излучения на входе и выходе усилителя (x, y – ко-

*Топологический заряд может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, как меняется фаза при обходе точки сингулярности (где амплитуда поля равна нулю и фаза не определена) – на $+2\pi/l$ или на $-2\pi/l$.

ординаты, перпендикулярные направлению распространения импульса); Q_s – плотность энергии насыщения активной среды; G_0 – коэффициент усиления слабого ($Q_{in} \ll Q_s$) сигнала. В принципе Q_{in} является также функцией времени, что при наличии насыщения приводит к деформации огибающей лазерного импульса ($Q_{out}(t)$ отличается от $Q_{in}(t)$) и к изменению диаграммы направленности излучения во времени, но подробно эти эффекты рассматриваться далее не будут.

В приведенных ниже расчетах, выполненных с помощью программы ФРЕНЕЛЬ [13], алгоритм вычислений основан на использовании соотношения (1) с последующим определением абсолютной величины поля в пучке и добавлением фазового множителя, соответствующего распределению поля исходной моды. Само усиление считалось сосредоточенным в плоскости, совпадающей с перетяжкой лазерного пучка, что предполагает малость длины усилителя по сравнению с рэлеевской длиной пучка $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ (w_0 – радиус перетяжки). Последнее допущение справедливо в большинстве случаев реализации лазерных усилителей.

2.1. Искажения распределения лазерных пучков в ближней и дальней зонах

В модельных расчетах распределение лазерного пучка анализировалось непосредственно на выходе усилителя (ближняя зона) и в задней фокальной плоскости фокусирующей линзы (дальняя зона). При этом усилитель располагался в передней фокальной плоскости линзы.

Были рассмотрены искажения двух мод ЭГ, u_{00}^{HG} и u_{10}^{HG} , при достаточно реалистических (с практической точки зрения) значениях коэффициента усиления $G_0 = 4$ и 16

и максимальной плотности энергии входных пучков $Q_{in}^{max} = 0.1Q_s$. Имелось в виду излучение неодимового лазера ($\lambda = 1055$ нм, $Q_s = 4.5$ Дж/см²) с радиусом перетяжки пучка $w_0 = 0.07$ см и энергией (в зависимости от вида моды ЭГ) в диапазоне 3.5–7 мДж.

Результаты расчета для моды u_{00}^{HG} , приведенные на рис.1,а,б, показывают, что при насыщении усиления на оси пучка (здесь плотность энергии излучения максимальна) в дальней зоне происходит рождение фазовых дислокаций на периферии диаграммы направленности (угловая координата в дальней зоне выражена в единицах расходимости гауссова пучка $\theta_{e-2} = \lambda / \pi w_0$). Причем число дислокаций, схожих по характеру с дифракционными кольцами Эйри, а также относительная интенсивность максимумов колец растут с увеличением коэффициента усиления G_0 .

Для нечетной моды u_{10}^{HG} (рис.1,в,г и рис.2) фазовые дислокации в дальней зоне имеют иной характер. Они, в частности, не пересекают ось x (индекс $m = 1$) ни при каком значении G_0 . Эта особенность отсутствует при насыщении усиления других мод вида u_{m0}^{HG} с $m \neq 1$.

Количественную характеристику насыщения усиления дает разложение излучения на выходе усилителя по базису невозмущенных мод ЭГ, при котором весовые коэффициенты a_{jk} могут быть определены следующим образом:

$$a_{jk} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{nf}(u_{mm}^{HG}) u_{jk}^{HG} dx dy, \quad (2)$$

где $G_{nf}(u_{mm}^{HG})$ – распределение амплитуды моды u_{mm}^{HG} в ближней зоне после усиления. Результаты разложений

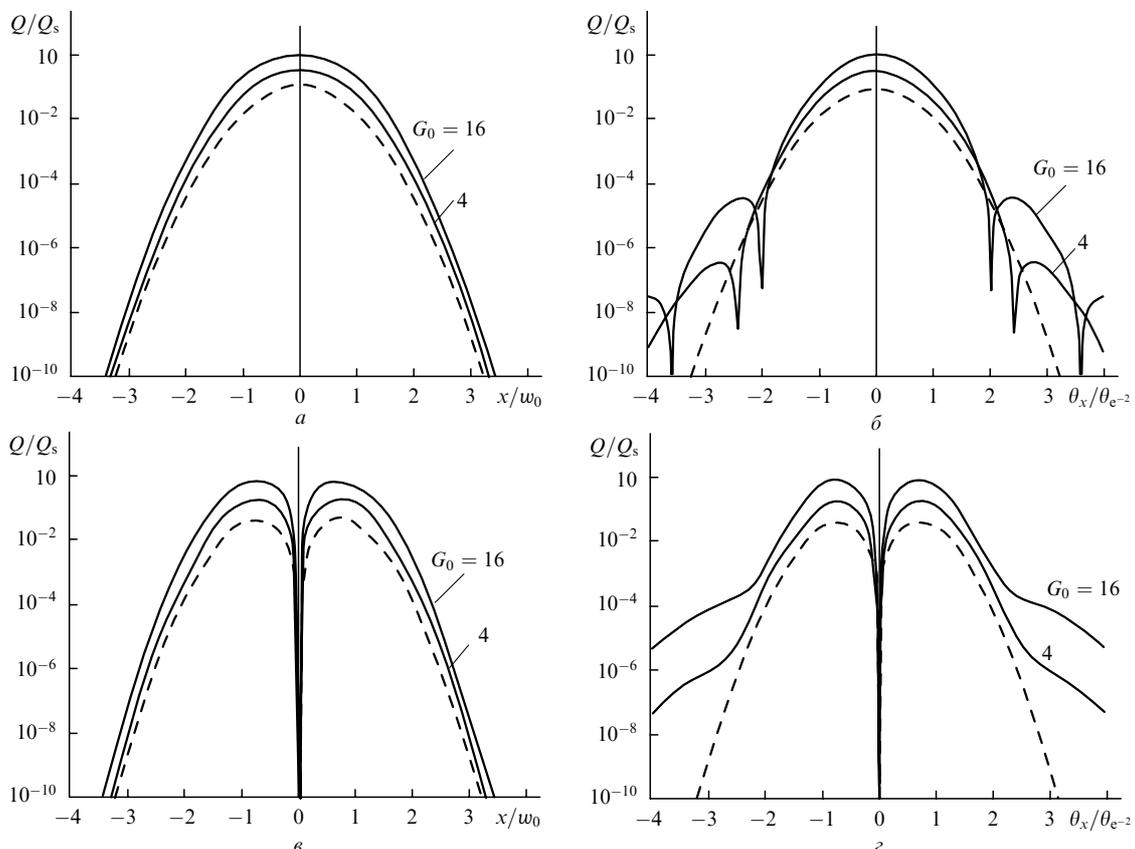


Рис.1. Влияние насыщения усиления на радиальное распределение мод u_{00}^{HG} (а,б) и u_{10}^{HG} (в,г) в ближней (а,в) и дальней (б,г) зонах при $Q_{in}^{max} = 0.1Q_s$ и коэффициенте усиления слабого сигнала $G_0 = 4$ и 16; штриховые кривые – распределения для входных пучков.

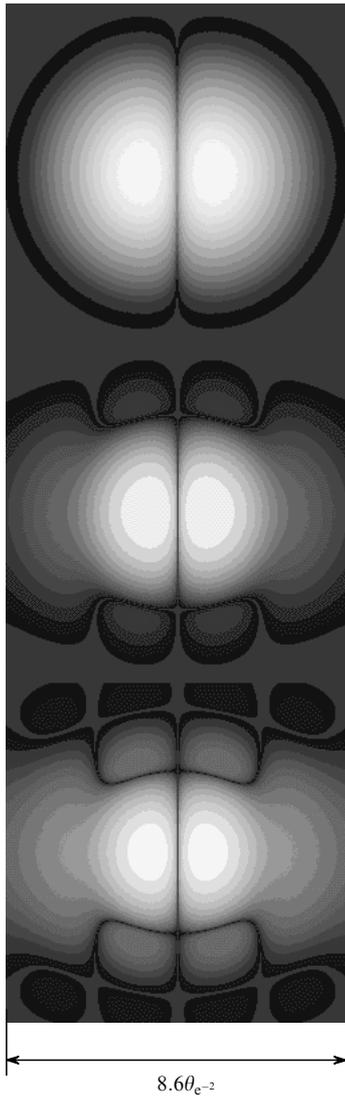


Рис.2. Двумерные картины распределения моды u_{10}^{HG} (логарифмическая шкала) в дальней зоне для исходного пучка при плотности энергии в максимуме $0.1Q_s$ (а) и в случае усиления с насыщением при $G_0 = 4$ (б) и 16 (в).

для мод u_{00}^{HG} и u_{10}^{HG} ($G_0 = 16$) приведены на рис.3 и могут быть представлены в следующем виде:

$$G_{nf}(u_{00}^{HG}) \sim \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} a_{2j,2k}^{nf} u_{2j,2k}^{HG}, \quad (3)$$

$$G_{nf}(u_{10}^{HG}) \sim \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} a_{2j+1,2k}^{nf} u_{2j+1,2k}^{HG}, \quad (4)$$

где $a_{2j,2k}^{nf}$ и $a_{2j+1,2k}^{nf}$ – амплитудные коэффициенты разложения, которые для использованной модели бесконечно тонкого усилителя являются действительными числами. Аналогичное разложение в дальней зоне представляет собой просто фурье-преобразование (ФП) выражений (3) и (4), и, например, для моды u_{10}^{HG} это дает комплексные коэффициенты разложения

$$a_{2j+1,2k}^{ff} = a_{2j+1,2k}^{nf} \exp[-i\pi(k + j + \frac{1}{2})]. \quad (5)$$

Согласно рис.3,а,б, при насыщении усиления ($G_0 = 16$) на моды высоких порядков приходится не более $\sim 0.4\%$

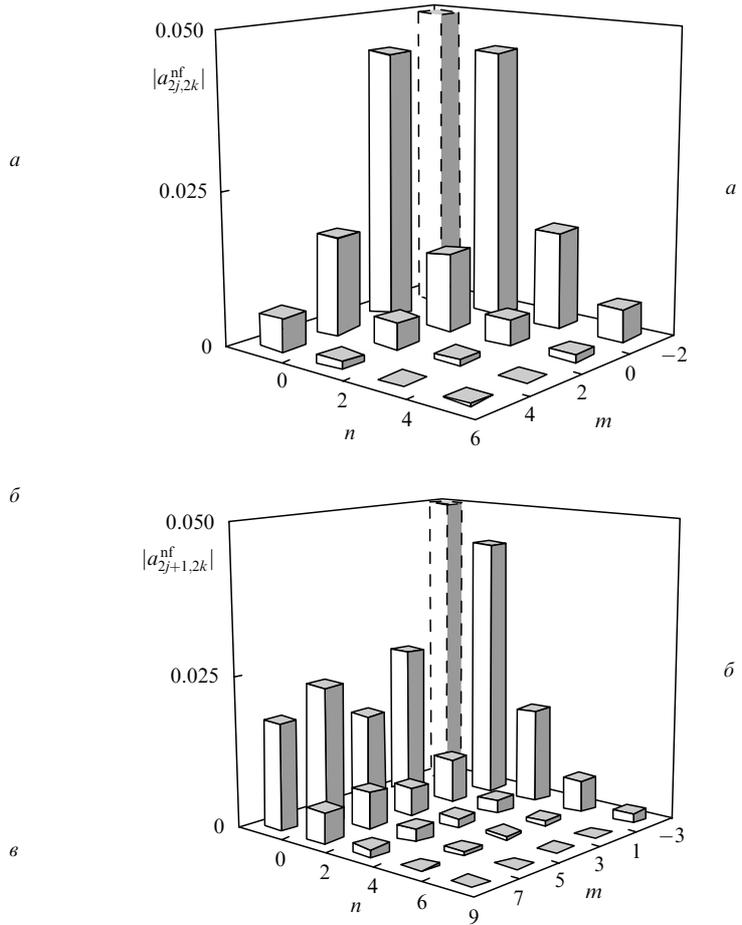


Рис.3. Модовый спектр излучения усиленных с насыщением ($G_0 = 16$) мод u_{00}^{HG} (а) и u_{10}^{HG} (б). Модули весовых коэффициентов основных мод в спектре (выделены штриховой линией) даны не в масштабе.

полной энергии (при $G_0 = 128$ вычисления дают $\sim 4.2\%$), однако этого оказывается вполне достаточно для возникновения фазовых дислокаций в лазерном пучке, вид которых для случая моды u_{10}^{HG} показан на рис.2,б,в.

2.2. Преобразование мод Эрмита – Гаусса в моды Лагерра – Гаусса при наличии искажений из-за насыщения усиления

Насыщение усиления, приводящее к существенному обогащению модового состава лазерного излучения, не может не влиять на результат преобразования мод ЭГ в моды ЛГ с помощью астигматического $\pi/2$ -конвертера [14] или каким-либо другим способом [15, 16].

Что касается астигматических $\pi/2$ -конвертеров, то в их схемах может использоваться ФП как целого, так и дробного (в том числе иррационального) порядков* [17]. При этом мода ЭГ u_{mn}^{HG} на входе в $\pi/2$ -конвертер в системе координат, связанной с ориентацией цилиндрических линз, представляет собой сумму мод нового базиса

*Дробное ФП дается соотношением

$$\mathcal{F}_x^b[f(x)] = \frac{\exp(i\psi/2)}{\sqrt{i \sin \psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \exp \left[i\pi \frac{(x^2 + \xi^2) \cos \psi - 2\xi x}{\sin \psi} \right] d\xi,$$

где $b = 2\psi/\pi$ – порядок ФП ($b = 1$ дает обыкновенное ФП). Схема астигматического $\pi/2$ -конвертера мод включает в себя набор цилиндрических (или цилиндрических и сферических) линз, осуществляющий во взаимно ортогональных плоскостях преобразования Фурье, порядок которых различается на единицу.

$u_{m'n'}^{HG}$ того же порядка ($m + n = m' + n'$), каждая из которых приобретает фазовый сдвиг

$$\mathcal{F}_{x'}^a \{ \mathcal{F}_{y'}^{a+1} [u_{m'n'}^{HG}(x', y')] \} = \exp\{-i\pi[a(m' + n') + n']/2\} u_{m'n'}^{HG}(x', y'), \quad (6)$$

где \mathcal{F}_{ξ}^b – оператор ФП порядка b по координате ξ . Следовательно, распределения интенсивности и фазы на выходе конвертера зависят не только от порядка моды ЭГ исходного излучения, максимальной плотности энергии и коэффициента усиления, но и от порядка ФП, используемых в $\pi/2$ -конвертере.

Приведем сначала результаты расчетов для $\pi/2$ -конвертера, имеющего порядок $a = 0.5$ (схема такого конвертера дана на рис.2 из работы [18]). В этом случае изменения распределений интенсивности и фазы и характер фазовых дислокаций в зависимости от величины коэффициента усиления при фиксированном значении максимальной плотности энергии $Q_{in}^{max} = 0.1Q_s$ для моды u_{10}^{HG} показаны на рис.4,а–д (распределения фазы даны на линейной серой шкале 0– 2π). Отметим, что все винтовые дислокации на рис.4,з,д имеют одинаковый знак топологического заряда. Однако добавление к насыщенному усилению нелинейного поглощения, описываемого соотношением, близким по физическому смыслу к (1), дает дополнительные винтовые дислокации с противоположным знаком (отмечены на рис.4,е стрелкой).

Еще одним следствием насыщения усиления, в некоторых приложениях более существенным, чем рождение фазовых дислокаций, является искажение распределения плотности энергии (интенсивности) в кольцевом распределении мод ЛГ. Так, для моды u_{01}^{LG} (рис.4,а,б) при $G_0 = 16$ имеем $Q_{out}^{max}(r_{max})/Q_{out}^{min}(r_{max}) = 1.2$. Напомним, что примесь высших мод в данном случае составляет всего 0.4% от полной энергии пучка на входе в $\pi/2$ - конвертер.

Насыщение усиления мод ЭГ с последующим преобразованием в моды ЛГ не только рождает новые фазовые дислокации (в основном в периферийной зоне пучка), но приводит также к распаду винтовых фазовых дислока-

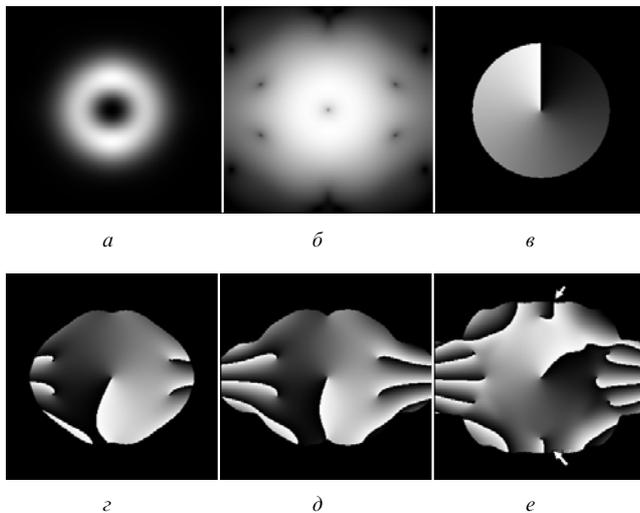


Рис.4. Преобразование моды u_{10}^{HG} в моды u_{01}^{LG} при наличии насыщения усиления. Распределения интенсивности ($G_0 = 16$) на линейной (а) и логарифмической (б) шкалах и распределения фазы при усилении без насыщения (в), с насыщением при $G_0 = 4$ (з) и 16 (д), а также с насыщением усиления и поглощения (е).

ций, характерных для мод ЛГ u_{0l}^{LG} . Это демонстрируют расчеты для моды u_{03}^{LG} , результаты которых приведены на рис.5, где на рис.5,д,е приосевые зоны распределений фазы даны в увеличенном масштабе. Здесь характерным является расположение всех трех элементарных винтовых дислокаций на оси y (исходная мода u_{30}^{HG} ориентирована вдоль оси x) и увеличение расстояний между ними с ростом G_0 . Укажем, что больший размер области пучка вокруг точки сингулярности с неопределенной фазой на рис.5,д ($G_0 = 4$) отражает вполне физическую реальность – меньшее значение dQ/dr , чем для рис.5,е ($G_0 = 16$). Размер области неопределенной фазы на этих рисунках определяется уровнем отсечки значений амплитуды поля ($\sim 10^{-3}$ от максимума), ниже которого отображение восстановленной фазы программой ФРЕНЕЛЬ не выполняется.

Как показывает расчет (рис.6), при насыщении усиления и выбранной схеме астигматического $\pi/2$ -конвертера расположение элементарных сингулярностей, образующихся в приосевой области соответствующих мод ЛГ, подчиняется достаточно простому правилу: для исходной моды ЭГ u_{m0}^{HG} ($m > 1$) имеем $m - 2$ сингулярностей единичного топологического заряда на оси x и две таких же сингулярности на оси y . Это правило, однако, должно быть несколько переформулировано, если используется другая схема конвертера. Так, на рис.7 показан расчет

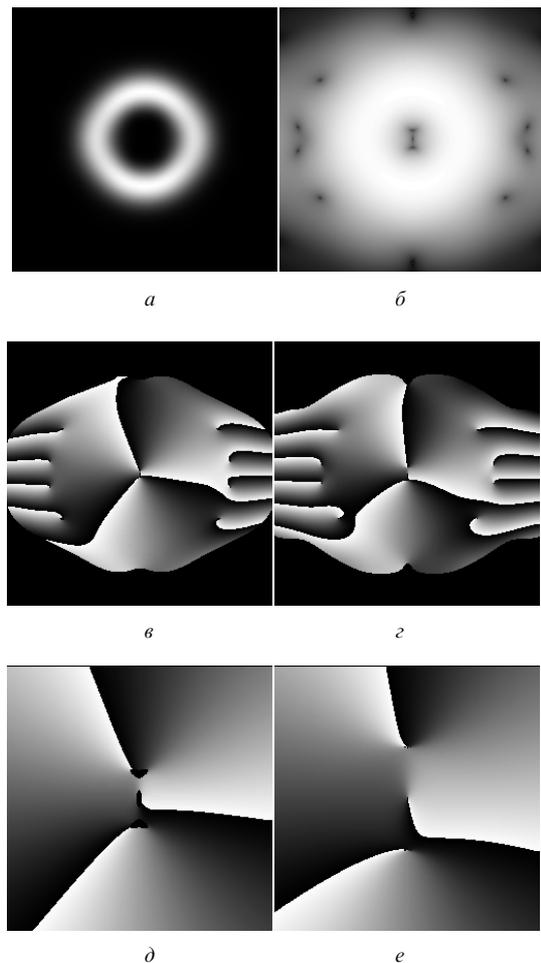


Рис.5. Преобразование моды u_{30}^{HG} в моды u_{03}^{LG} при наличии насыщения усиления. Распределения интенсивности ($G_0 = 16$) на линейной (а) и на логарифмической (б) шкалах и распределения фазы при $G_0 = 4$ (в) и 16 (з); д и е – осевые зоны распределений в з соответственно.

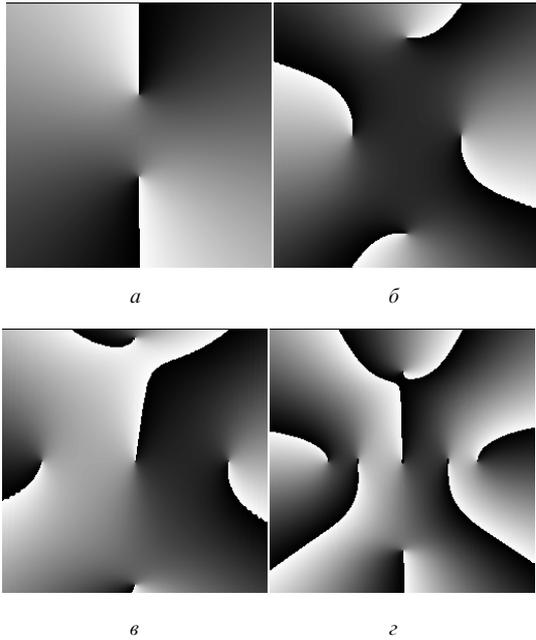


Рис.6. Расположение приосевых фазовых сингулярностей мод ЛГ, полученных после усиления с насыщением мод ЭГ u_{m0}^{HG} при $m = 2$ (а), 4 (б), 5 (в) и 6 (г).

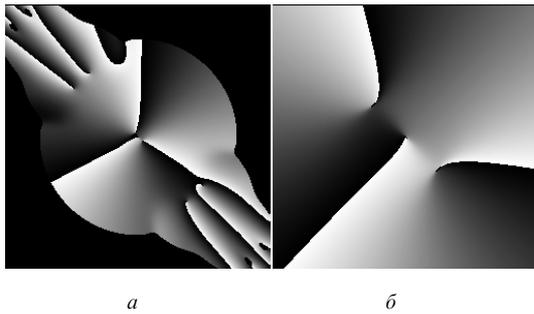


Рис.7. Изменение распределения фазы моды u_{03}^{LG} для схемы астигматического $\pi/2$ -конвертера с целочисленными преобразованиями Фурье (см. текст).

для моды u_{30}^{HG} и конвертера, построенного по схеме из работы [14], в котором порядок фурье-преобразования $a = 1$. Здесь величина усиления, плотность энергии в максимуме и расположение моды ЭГ ($m = 3$ по оси x) те же, что и для рис.5,г,е. Иначе говоря, модовый состав пучка на входе в конвертер оставлен без изменения. При этом

как расположение приосевых сингулярностей, так и структура сингулярностей на периферии пучка оказываются несколько иными, чем для конвертера с $a = 0.5$, что вполне объяснимо с учетом изменения фазового сдвига мод согласно (6).

Наконец, следует отметить, что насыщение усиления моды ЭГ при последующем преобразовании в моду ЛГ приводит к изменению орбитального углового момента (ОУМ) пучка J [19] на выходе $\pi/2$ -конвертера. В нашем случае z -компонента ОУМ

$$J_z = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, y) \left(y \frac{\partial \Phi}{\partial x} - x \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, y) dx dy}, \quad (7)$$

где $\Phi = \Phi(x, y)$ – распределение фазы в пучке (в радианах) и J_z выражено в единицах \hbar (постоянная Планка) на фотон. В частности, спектр пучка u_{10}^{HG} после усиления (см. рис.3,б) включает в себя моды ЭГ, преобразование которых дает моды ЛГ как с тем же ($m > n$), так и с противоположным ($m < n$) знаком винтовой дислокации. Суммарная энергия (сумма квадратов весовых коэффициентов (2)) этих двух групп мод примерно одинакова и составляет $\sim 0.2\%$ полной энергии при $G_0 = 16$ (для суммы всех мод разложения вплоть до $u_{11,10}^{HG}$ вычисления дают 99.986 %). В результате для пучка с распределениями $Q(x, y)$ и $\Phi(x, y)$, приведенными на рис.4,а,б,д, вычисления дают $J_z = 0.957$ вместо $J_z = 1$ для невозмущенной моды ЛГ u_{01}^{LG} .

2.3. Фазовые искажения мод Лагерра – Гаусса при насыщении усиления

Результаты расчетов, приведенные выше, показывают, что при насыщенном усилении изменение пространственного распределения плотности энергии в пучках u_{m0}^{HG} оказывает основное влияние на структуру фазовых дислокаций при конверсии мод ЭГ в моды ЛГ.

Фазовые искажения мод ЛГ могут быть ослаблены (избежать их полностью вряд ли возможно в силу того, что и генерация исходных мод ЭГ в лазерах так или иначе связана с уменьшением инверсии в активной среде), если усиление и преобразование мод ЭГ поменять местами. В этом случае результатом насыщения усиления (в идеале) должно быть лишь рождение краевых дислокаций в дальней зоне, что и подтверждают расчеты (рис.8), выполнен-

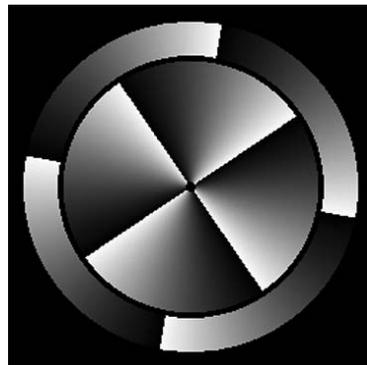
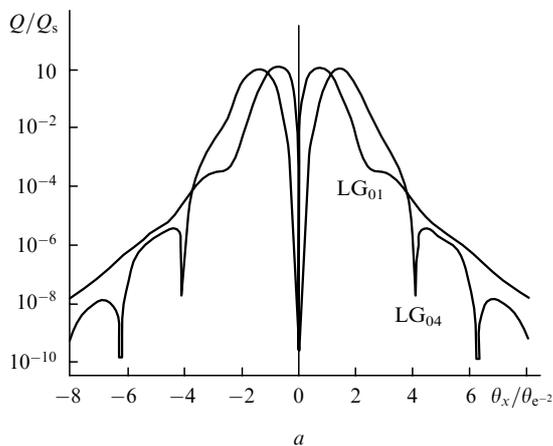


Рис.8. Распределение интенсивности (а) и фазы (б) при насыщении усиления мод u_{01}^{LG} и u_{04}^{LG} (а) и моды u_{04}^{LG} (б).

ные, как и выше, при $Q_{in}^{max} = 0.1Q_s$. Причем характер краевых фазовых дислокаций (рис.8,б), за исключением фазового члена $\sim \exp(-i\varphi)$, полностью аналогичен виду дислокаций для моды u_{00}^{HG} из разд.2 (см. рис.1). Примечательно, что для моды u_{01}^{LG} (рис.8,а) краевые фазовые дислокации не проявляются ни при каком значении G_0 . Это аналогично их отсутствию (на оси x) для моды u_{10}^{HG} (рис.1,з), что связано с законом спада $Q(x, y)$ на периферии пучка $\sim r^2 \exp(-r^2/w_0^2)$, отличающимся от изменений плотности энергии для других видов мод (в зависимости от r).

В силу симметрии пучков ЛГ насыщение усиления приводит к незначительному обогащению модового состава и к отсутствию изменений ОУМ. Например, спектр пучка u_{04}^{LG} (рис.8) включает в себя преимущественно моды ряда u_{p4}^{LG} – все с топологическим зарядом $l = 4$. Причем на шесть первых мод ($p = 0 - 5$) приходится 99.997 % суммарной энергии.

3. Заключение

Изменение числа и характера фазовых дислокаций в дальней зоне с увеличением G_0 , как показывает разложение усиленных пучков по базису мод ЭГ, непосредственно связано с насыщением усиления, приводящим к обогащению модового состава излучения, и с ростом относительного веса мод более высокого порядка. Насыщение поглощения, описываемое соотношением, подобным уравнению Франца – Нодвика, дает, естественно, тот же результат. Аналогичные эффекты должны наблюдаться и при многофотонном поглощении. Различие лишь в том, что насыщение усиления (поглощения) для импульсных лазерных полей в наибольшей степени проявляется к концу импульса, где $Q(t)$ достигает максимума. При многофотонном же поглощении рождение фазовых дислокаций привязано к максимуму интенсивности импульса $I(t)$. И в том и в другом случае рождение и распад фазовых дислокаций представляют собой некий динамический процесс. В свою очередь результатом зависящих от времени фазовых изменений в лазерных пучках должны быть спектральные особенности, локализованные вблизи точек и линий сингулярностей.

Фазовые дислокации имеют место и в стационарном случае – при когерентном смешении большого количества мод, или, например, если распределение в пространстве линейного поглощения либо показателя преломления дает деформации распределения интенсивности (плотности энергии), аналогичные описанным в настоящей статье. При этом процесс рождения и распада фазовых дислокаций развивается в пространстве по мере распространения излучения из ближней зоны в дальнюю или наоборот.

С практической точки зрения важен тот факт, что качество мощных пучков ЛГ значительно улучшается, если этап преобразования мод ЭГ в моды ЛГ с помощью астигматических $\pi/2$ -конвертеров предшествует их усилению.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-02-16818).

1. Bandres M.A., Gutierrez-Vega J.C. *Opt. Lett.*, **29**, 144 (2004).
2. Kimel I., Elias L.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**, 2562 (1993).
3. Tovar A.A., Casperson L.W. *J. Opt. Soc. Am. A*, **15**, 2425 (1998).
4. Tovar A.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **17**, 2010 (2000).
5. Mamaev A.V., Saffman M., Zozulya A.A. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4544 (1996).
6. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. *УФН*, **174**, 1273 (2004).
7. Velchev I., Dreischuh A., Neshev D., Dinev S. *Opt. Commun.*, **140**, 77 (1997).
8. Motzek K., Kaiser F., Salgueiro J.R., Kivshar Y., Denz C. *Opt. Lett.*, **29**, 2285 (2004).
9. Petrov D.V. *Opt. Commun.*, **200**, 381 (2001).
10. Petrov D.V. *Opt. Commun.*, **188**, 307 (2001).
11. Kreminskaya L.V., Soskin M.S., Khizhnyak A.I. *Opt. Commun.*, **145**, 377 (1998).
12. Frantz L.M., Nodvik J.S. *J. Appl. Phys.*, **34**, 2346 (1963).
13. www.wavesimsoft.com.
14. Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
15. Баженов В.Ю., Васнецов М.В., Соскин М.С. *Письма в ЖЭТФ*, **52**, 1037 (1990).
16. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **112**, 321 (1994).
17. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **34**, 165 (2004).
18. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **35**, 76 (2005).
19. Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **45**, 8185 (1992).