

Нелинейная динамика твердотельных кольцевых лазеров

Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев

Выполнен систематизированный анализ современного состояния нелинейной динамики непрерывно действующих твердотельных кольцевых лазеров с однородно уширенной линией усиления. Рассмотрены многообразные режимы генерации, возникающие при вариации лазерных параметров, и проанализированы физические механизмы, определяющие условия их возникновения и устойчивости. Исследованы релаксационные процессы, временные и спектральные характеристики излучения.

Ключевые слова: нелинейная динамика, кольцевые твердотельные лазеры, режимы генерации, теоретическая модель кольцевого твердотельного лазера.

	Содержание
1. Введение	192
2. Управление параметрами твердотельных кольцевых лазеров	193
2.1. Современные твердотельные кольцевые лазеры	
2.2. Невзаимность кольцевого резонатора	
2.3. Коэффициенты связи встречных волн	
2.4. Частота излучения лазера и ее отстройка от центра линии усиления	
2.5. Мощность и поляризация излучения накачки	
3. Основные уравнения полуклассической теории твердотельного кольцевого лазера	197
3.1. Теоретические модели твердотельных кольцевых лазеров	
3.2. Вывод основных уравнений стандартной модели	
4. Взаимодействие встречных волн в стационарных режимах генерации	200
4.1. Особенности нелинейной динамики в стационарных режимах генерации	
4.2. Однонаправленная генерация в отсутствие нелинейности	
4.3. Стационарный режим стоячей волны	
4.4. Влияние нелинейности резонатора на режимы стационарной генерации	
4.5. Влияние структуры линии усиления на режим однонаправленной генерации	
5. Периодические автомодуляционные режимы генерации	207
5.1. Автомодуляция интенсивностей встречных волн	
5.2. Автомодуляция оптических фаз встречных волн	
5.3. Релаксационные колебания в автомодуляционном режиме первого рода	
5.4. Стабилизация частоты и сужение спектра автомодуляционных колебаний	
6. Режим биений и методы его стабилизации	213
6.1. Условие устойчивости режима биений	
6.2. Методы стабилизации режима биений	
6.3. Аномалии в частотных характеристиках твердотельного кольцевого лазера	
7. Квазипериодические и хаотические режимы генерации	216
7.1. Режимы с автомодуляционными колебаниями сложной формы	
7.2. Автомодуляционный режим второго рода	
7.3. Параметрические взаимодействия автомодуляционных и релаксационных колебаний	
8. Заключение	219
9. Литература	220

Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобелева МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: kravtsov@npi.phys.msu.su

Поступил в редакцию 28 ноября 2005 г.

1. Введение

Твердотельные кольцевые лазеры (ТКЛ), начиная с момента создания первых импульсных [1–5], а затем и непрерывно действующих твердотельных лазеров [6–9]), продолжают привлекать внимание специалистов при ре-

шении большого числа научных и прикладных проблем. Возможность их использования при проведении различных прецизионных исследований в области фундаментальной физики и метрологии определяется, с одной стороны, высокой чувствительностью двунаправленных кольцевых лазеров к наличию малых оптических невязимостей, а с другой – высокой стабильностью излучения мощных одночастотных твердотельных лазеров бегущей волны.

Наряду с газовыми кольцевыми лазерами ТКЛ могут быть использованы при проверке постулатов и предсказаний квантовой электродинамики и теории относительности [10–13], при изучении фундаментальных взаимодействий и проверке сохранения четности [10], для обнаружения нелинейных оптических явлений в вакууме [14, 15], при создании оптических стандартов частоты [16, 17]. Твердотельные кольцевые лазеры и устройства на их основе имеют также широкое практическое применение в лазерном приборостроении (например, в доплеровской локации, оптической связи, навигационных системах). Разработка и создание одночастотных моноблочных кольцевых лазеров с полупроводниковой накачкой (кольцевых чип-лазеров) [18–25] значительно повысили интерес к ТКЛ и к изучению их динамики.

В твердотельных кольцевых лазерах используются различные активные среды (кристаллы и стекла, легированные активными ионами), которые различаются характером уширения линий усиления. Скорость установления поляризованности активной среды, определяемая величиной однородного уширения активного перехода, в этих лазерах значительно превышает скорость затухания поля в резонаторе, тогда как скорость установления инверсной населенности значительно меньше скорости установления поля. Такое соотношение между скоростями релаксации характерно для лазеров класса В [26]. На динамику взаимодействия встречных волн и типов колебаний (мод) существенно влияет характер уширения линии усиления. В большинстве работ, посвященных динамике двунаправленных ТКЛ, исследуются лазеры с однородно уширенной линией усиления.

Твердотельный кольцевой лазер с однородно уширенной линией усиления является сложной нелинейной системой, в которой вследствие взаимодействия встречных волн могут возникать специфические режимы двунаправленной и однонаправленной генерации, отсутствующие в линейных лазерах. Для нелинейной динамики излучения таких лазеров характерна высокая чувствительность к изменению параметров кольцевого резонатора: частотной и амплитудной невязимости резонатора, его добротности, коэффициентов связи встречных волн, динамических решеток инверсной населенности, возникающих вследствие интерференции встречных волн в активной среде, и др.

В работе [27] были систематизированы результаты исследований динамики ТКЛ первого поколения, основанных на использовании ламповой накачки и конструкций, состоящих из дискретных элементов. В таких лазерах невозможно реализовать высокую стабильность параметров и устранить влияние технических флуктуаций на динамику их излучения. Это существенно ограничивало, а в ряде случаев практически исключало детальное исследование ряда проблем нелинейной динамики. Нестабильность лазерных параметров затрудняла также сопоставление теоретических и экспериментальных ре-

зультатов. Появление лазеров нового поколения – высокостабильных монокристаллических кольцевых лазеров с полупроводниковой накачкой (кольцевых чип-лазеров) – позволило решить эти проблемы.

При использовании лазеров нового поколения был достигнут значительный прогресс в изучении нелинейной динамики ТКЛ. К наиболее интересным достижениям можно отнести исследование переходных процессов в стационарных и нестационарных режимах генерации, параметрических процессов взаимодействия автомодуляционных и релаксационных колебаний, условий возникновения динамического хаоса, а также фазовой динамики излучения встречных волн. Были также развиты новые методы управления динамикой генерации.

Настоящая работа является попыткой систематизированного анализа современного состояния исследований по нелинейной динамике ТКЛ с однородно уширенной линией усиления. Рассмотрены физические причины и механизмы возникновения в непрерывных ТКЛ различных режимов генерации. Детально анализируется зависимость характеристик излучения от параметров лазера. Рассмотрены методы стабилизации режимов двунаправленной генерации.

2. Управление параметрами твердотельных кольцевых лазеров

2.1. Современные твердотельные кольцевые лазеры

В современных ТКЛ с однородно уширенной линией усиления чаще всего используются активные элементы из монокристаллов иттрий-алюминиевого граната $Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+}$ (YAG:Nd). Это обусловлено удачным сочетанием их хороших спектрально-люминесцентных характеристик, достаточно сильными полосами поглощения в удобном для накачки спектральном диапазоне ($\lambda \approx 0.808–0.812$ мкм), высокой оптической однородностью и прекрасными эксплуатационными характеристиками (высокая теплопроводность, оптическая однородность, малый коэффициент теплового расширения, высокая твердость и др.). Немаловажно то, что кристаллы $Y_3Al_5O_{12}$ имеют кубическую симметрию, что позволяет использовать любые конфигурации моноблоков, поскольку нет необходимости учитывать двулучепреломление активной среды.

Параметры ТКЛ и возможности управления ими в значительной мере определяются конфигурацией кольцевого резонатора. По своей конструкции современные ТКЛ можно условно разделить на три группы: традиционные кольцевые лазеры, состоящие из дискретных элементов, полумонокристаллические, а также монокристаллические чип-лазеры.

В лазерах первой группы все элементы лазера (зеркала резонатора, активный элемент, управляющие элементы и др.) пространственно разнесены и расположены на жесткой платформе. Несомненным достоинством такой конструкции является простота управления характеристиками лазера и возможность введения в резонатор различных дополнительных управляющих элементов. К недостаткам следует отнести относительно низкую стабильность выходных параметров, которая обусловлена недостаточной жесткостью конструкции, состоящей из большого числа дискретных элементов.

Несколько большей стабильностью обладают полумонокристаллические кольцевые чип-лазеры с составным резона-

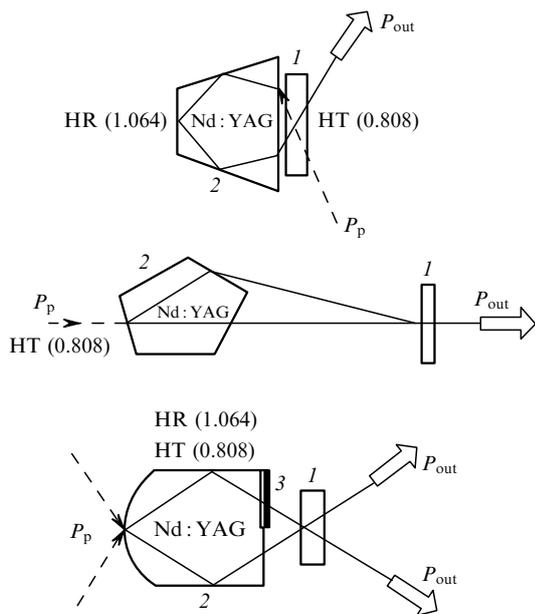


Рис. 1. Принципиальные схемы полумонолитных кольцевых лазеров: 1 – выходное зеркало; 2 – активный элемент; 3 – частичный поляризатор; P_p – излучение накачки; P_{out} – выходное излучение; HR и HT – высокие коэффициенты отражения и пропускания на указанной длине волны (в мкм).

тором [25], принципиальные схемы которых показаны на рис. 1. Лазеры этой группы обычно состоят из двух-трех жестко связанных между собой элементов. В полумонолитных конструкциях с помощью пьезоэлементов можно реализовать большой диапазон перестройки частоты излучения [28, 29], а также легко оптимизировать отношение потерь встречных волн, что необходимо для получения высокой мощности однонаправленной одночастотной генерации.

Наибольший научный интерес и наибольшую практическую значимость имеют монолитные (монокристалльные) ТКЛ (кольцевые чип-лазеры). Для них характерны высокая временная, частотная и поляризационная стабильности излучения, малая чувствительность к внешним помехам и высокая эффективность (КПД таких лазеров почти на порядок больше, чем у традиционных лазеров с ламповой накачкой). Геометрический периметр резонатора кольцевых одночастотных чип-лазеров составляет 20–50 мм, а их выходная мощность может достигать десятков милливатт.

Монолитный кольцевой чип-лазер [25] представляет собой сложную многогранную призму (рис. 2), вырезанную из оптически однородного монокристалла. В таком лазере функции активной среды и оптического резона-

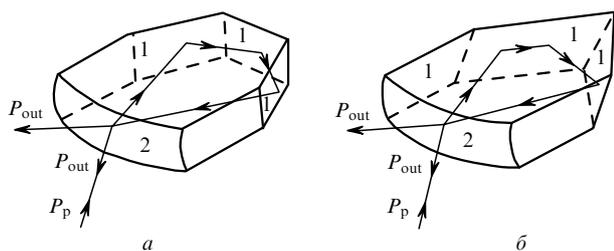


Рис. 2. Принципиальная схема монолитного кольцевого лазера с плоским (а) и неплоским (б) резонаторами; 1 – грани полного внутреннего отражения, 2 – сферические грани.

тора выполняет активированный монокристалл. Конфигурация призмы позволяет (за счет полных внутренних отражений от граней и от частично пропускающего селективного зеркала, нанесенного на одну из граней) создавать внутри моноблока плоский или неплоский кольцевой резонатор. Практически единственным недостатком монолитной конструкции такого лазера является трудность управления некоторыми его параметрами, что связано с невозможностью введения внутрь резонатора управляющих элементов.

Экзотическим монолитным кольцевым лазером является лазер, в котором в качестве активной среды и резонатора используется активированный монокристалл в форме шара небольшого (от долей миллиметра до нескольких миллиметров) диаметра [30]. Генерация в этом случае возникает на так называемых модах шепчущей галереи. Для таких лазеров характерны высокая добротность резонатора, достигающая $10^8 - 10^9$, и чрезвычайно низкий порог генерации, который может составлять лишь несколько нановатт [31]. Это позволяет, при использовании гелиевых температур, создать микролазер, содержащий всего несколько (!) активных ионов. Интерес к лазерам такого типа обусловлен возможностью их использования для проведения фундаментальных экспериментов в области квантовой электродинамики.

Детальные исследования нелинейной динамики ТКЛ требуют высокой стабильности характеристик выходного излучения, низкого уровня внешних технических возмущений и хорошей воспроизводимости параметров лазера. Столь же необходима возможность гибкого управления параметрами, определяющими режим генерации. К ним относятся частотная и амплитудная невязанности кольцевого резонатора, отстройка частоты генерации от центра линии усиления (линии люминесценции), модули и фазы коэффициентов обратной связи встречных волн, а также мощность и поляризация накачки.

Рассмотрим некоторые способы управления этими параметрами, уделяя основное внимание монолитному кольцевому чип-лазеру с полупроводниковой накачкой.

2.2. Невязанность кольцевого резонатора

Оптическая невязанность является специфическим свойством, присущим лишь кольцевым лазерам. В отсутствие невязанности собственные частоты кольцевого резонатора и потери при обходе резонатора светом являются одинаковыми для противоположных направлений распространения волн. Невязанность означает нарушение такой инвариантности, т. е. возникновение неравенства собственных частот (частотная невязанность) и внутрирезонаторных потерь (амплитудная невязанность) идентичных электромагнитных волн, прошедших через кольцевой резонатор по одному и тому же пути во встречных направлениях. Существуют также поляризационная [32, 33] и спектральная [34] невязанности, которые в настоящей работе не рассматриваются, поскольку их роль в нелинейной динамике ТКЛ в настоящее время еще практически не изучена.

Рассмотрим возможности управления амплитудной и частотной невязанностями кольцевого резонатора. Эффекты, приводящие к их возникновению и широко используемые для управления параметрами кольцевого резонатора, по своей физической природе можно разделить на несколько групп [32]. К первой группе относятся эффекты, основанные на использовании магнитооптиче-

ского эффекта Фарадея, ко второй – невязимные эффекты, возникающие в процессе акустооптических взаимодействий, а к третьей – эффекты, возникающие при вращении кольцевого лазера.

Наиболее широко используются невязимные магнитооптические эффекты, возникающие при наложении магнитного поля на среду, через которую проходит электромагнитное излучение. Индуцированная магнитным полем оптическая анизотропия в отсутствие поглощения проявляется в виде различия показателей преломления для световых волн, имеющих разную поляризацию (эффект Фарадея). Это приводит к тому, что эти волны распространяются в среде с различными фазовыми скоростями и приобретают разность хода, зависящую от оптической длины пути, вследствие чего плоскость поляризации линейно поляризованного света, прошедшего в намагниченной среде путь l , поворачивается на угол Φ , линейно зависящий от напряженности магнитного поля H ($\Phi = VHl$, V – константа Верде). Знак угла поворота плоскости поляризации при эффекте Фарадея (в отличие от случая естественной оптической активности) не зависит от направления распространения света. Поэтому многократное (туда и обратно) прохождение света через среду, помещенную в магнитное поле, вызывает увеличение угла поворота на соответствующее число раз. В общем случае (с учетом поглощения в среде) фазовый сдвиг имеет комплексный характер и приводит к тому, что линейно поляризованная волна, пройдя через фарадеевский элемент, становится эллиптически поляризованной.

В монолитных кольцевых лазерах обычно используются магнитооптические свойства самих активных сред. В кольцевых чип-лазерах этот способ управления оптической невязимностью был предложен в работе [19]. При оптимизации конструкции таких лазеров оптическая невязимность, достаточная для реализации стационарной однонаправленной генерации, может быть получена в достаточно слабых (около 100 Э) магнитных полях [35].

В случае неполого монолитного кольцевого резонатора внутри моноблока имеет место взаимное вращение плоскостей поляризации каждой из встречных волн, а при наложении внешнего магнитного поля возникает также их невязимное вращение [36]. Это приводит к возникновению как частотной, так и амплитудной невязимности, поскольку потери выходного зеркала монолитного резонатора зависят от поляризации излучения. Детальный теоретический анализ свойств кольцевых резонаторов, учитывающий влияние невязимных эффектов, возникающих в монолитных кольцевых лазерах, проведен в [36]. В лазерах, состоящих из дискретных элементов, невязимные фарадеевские элементы используются, как правило, в сочетании с другими анизотропными элементами, осуществляющими взаимное вращение плоскостей поляризации.

Для управления невязимностью кольцевого резонатора в твердотельных лазерах используются также акустооптические невязимные эффекты (см., напр., [32, 37]). В прозрачном диэлектрике (в качестве которого может выступать и сама активная среда) с помощью ультразвуковой волны создается решетка показателя преломления. При дифракции световой волны на этой решетке возникает ряд дифракционных максимумов на частотах $\omega \pm m\Omega_s$ (ω – частота падающей световой волны, Ω_s – частота ультразвука, m – порядок дифракции). В случае

брэгговской дифракции отклонение светового луча происходит только в первый порядок дифракции, и энергия падающего светового пучка распределяется между прошедшим без отклонения и дифрагировавшим пучками. Амплитудная невязимность возникает при дифракции Брэгга на бегущей ультразвуковой волне. В этом случае условия взаимодействия встречных волн с бегущей решеткой показателя преломления оказываются различными. Асимметрия возникает вследствие того, что одна из световых волн взаимодействует с набегающей, а вторая – с убегающей ультразвуковой волной. В результате этого углы Брэгга для встречных волн при дифракции на движущейся ультразвуковой решетке не равны друг другу, что приводит к неравенству дифракционных потерь, т. е. к возникновению амплитудной невязимности. Эффективность применения акустооптических эффектов для управления оптической невязимностью может быть значительно увеличена при использовании оптической обратной связи по дифрагировавшему пучку [37, 38].

Наряду с амплитудной невязимностью при акустооптическом взаимодействии в режиме Брэгга может иметь место и частотная невязимность. Качественно ее возникновение можно пояснить следующим образом. Фаза световой волны, прошедшей через ячейку без отклонения, зависит от периода движущейся ультразвуковой решетки. Для встречных световых волн кольцевого лазера периоды решетки и, следовательно, набеги фаз оказываются различными. Это обстоятельство и является причиной возникновения частотной невязимности кольцевого резонатора.

Частотная невязимность появляется также при вращении резонатора вокруг произвольной оси, не лежащей в его плоскости (см., напр., [10, 39, 40]). Возникающая при этом неодинаковость условий распространения встречных волн лежит в основе всей лазерной гироскопии. Физической причиной возникновения невязимных эффектов в данном случае является то, что во вращающейся неинерциальной системе координат время прохождения электромагнитной волны по замкнутому контуру отличается от времени ее прохождения по тому же контуру в инерциальной системе координат (эффект Саньяка). Разность времен обхода контура кольцевого резонатора встречными волнами приводит к разности набегов фаз $\Delta\varphi = 8\pi S\Omega/\lambda c$ и к возникновению разности собственных частот резонатора (частотной невязимности) $\Omega = \Delta\varphi/T = 4\pi S\theta\omega/Lc$, пропорциональной угловой скорости вращения резонатора θ (здесь S и L – площадь кольцевого резонатора и его периметр, T – время обхода светом периметра резонатора).

2.3. Коэффициенты связи встречных волн

Связь встречных волн через обратное рассеяние является одним из основных факторов, определяющих характер генерации ТКЛ. Существуют два типа источников, приводящих к такой связи. Прежде всего это пространственные микронеоднородности коэффициентов преломления и коэффициентов потерь (проводимости) внутри активной среды или других внутрирезонаторных элементов, на которых происходит обратное рассеяние излучения, а также зеркала резонатора и торцы активного элемента.

Величина и фаза коэффициентов связи встречных волн зависят от внешних паразитных связей, обусловленных обратными отражениями как от оптических элементов

системы возбуждения, так и от элементов приемного тракта [41]. Особенно велик их вклад при значительной (более 1 %) прозрачности выходного зеркала. Для получения максимальной стабильности и минимальной ширины спектра излучения чип-лазеров принимаются меры по максимальному ослаблению паразитной оптической обратной связи между самим монокристаллическим элементом и источником накачки, а также между активным элементом и приемным устройством. Наличие паразитных связей и их нестабильность приводят, с одной стороны, к флуктуациям коэффициентов связи встречных волн в самом кольцевом чип-лазере, а с другой – к флуктуациям спектра и интенсивности излучения полупроводникового лазера накачки, что в свою очередь вызывает нестабильность излучения чип-лазера. Ослабление влияния этих связей достигается с помощью дополнительного селективного зеркала и оптимальной фокусировки излучения накачки относительно сферической поверхности монокристаллического резонатора [41].

Управление величиной связи встречных волн может осуществляться при юстировке кольцевого резонатора. В монокристаллическом кольцевом лазере величину связи можно изменять при небольших перемещениях оси резонатора чип-лазера относительно моноблока за счет изменения направления пучка накачки. Такая юстировка приводит к изменению эффективных значений коэффициентов обратного рассеяния $r_{1,2}$. При фиксированных значениях $r_{1,2}$ коэффициенты связи встречных волн $m_{1,2}$ в кольцевом лазере монотонно уменьшаются с увеличением периметра резонатора ($m_{1,2} = r_{1,2}c/L$). Значения $r_{1,2}$ для реальных лазеров определяются качеством используемых оптических элементов и обычно лежат в пределах 10^{-5} – 10^{-4} ; при этом предполагается, что обратное рассеяние не имеет зеркально отраженных компонент, а носит диффузный характер.

При наличии же зеркальных отражений модули коэффициентов связи могут быть весьма большими. Поэтому очевидно, что в кольцевых лазерах в большинстве случаев недопустимо существование границ раздела двух сред с различными значениями диэлектрической проницаемости, нормали к которым совпадают с направлением распространения волн.

Эффективным способом изменения величины связи является использование дополнительных отражающих элементов, расположенных внутри или вне оптического резонатора. При использовании внутрирезонаторного отражающего элемента (которым могут служить, например, просветленные торцы активного элемента) последний должен иметь небольшой коэффициент отражения (в противном случае в лазере возможен только режим взаимной синхронизации встречных волн). Более «гибким» элементом управления связью встречных волн является дополнительное внешнее зеркало, возвращающее вышедшее излучение обратно в резонатор (во встречную волну). Такой способ управления динамикой монокристаллических чип-лазеров был реализован в [42, 43].

Несмотря на то что коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние являются весьма важными параметрами, определяющими нелинейную динамику излучения, непосредственно измерить их в эксперименте не удается. Однако существуют некоторые возможности косвенного их определения, например по частоте автомодуляционных колебаний в отсутствие частотной невязимости.

2.4. Частота излучения лазера и ее отстройка от центра линии усиления

В твердотельных лазерах ширина линии усиления обычно значительно превышает частотный интервал между соседними аксиальными модами, поэтому при одномодовой генерации относительная отстройка частоты генерации от центра линии $\delta = (\omega - \omega_0)T_2$ (T_2 – время релаксации поляризованности усиливающей среды) оказывается всегда малой. Тем не менее абсолютное значение отстройки частоты генерации от центра линии усиления может изменяться в довольно широких пределах, поскольку частотный интервал между соседними продольными модами кольцевых чип-лазеров достаточно велик (он может достигать десятка гигагерц).

На практике отстройку от центра линии усиления осуществляют обычно путем изменения периметра кольцевого резонатора, поскольку частота центра линии усиления ω_0 очень слабо зависит от внешних воздействий. Для получения значительных отстроек от центра линии усиления используются внутрирезонаторные селективные элементы (см., напр., [26]).

Если лазеры состоят из дискретных элементов, изменение периметра кольцевого резонатора не представляет никаких затруднений. Периметр можно варьировать различными способами: путем перемещения (или смещения) зеркал резонатора механически или с помощью пьезоэлемента, при нагреве (охлаждении) активного элемента, а также с помощью электрооптического элемента, введенного в состав резонатора. Перестройка частоты излучения с помощью пьезоэлемента широко используется в полумонокристаллических конструкциях кольцевых чип-лазеров [28]. Диапазон перестройки в этом случае может достигать нескольких сотен мегагерц.

Сложнее обстоит дело в случае монокристаллических чип-лазеров, геометрические параметры которых заданы конфигурацией моноблока. Однако и здесь периметр кольцевого резонатора может быть изменен, например при нагреве моноблока. Величина термперестройки частоты излучения для гранатовых монокристаллических чип-лазеров характеризуется коэффициентом, равным 3.2 ГГц/°С. Перестройка частоты излучения монокристаллического чип-лазера может быть осуществлена также с помощью создания (и регулировки) механических напряжений в самом активном элементе [44–46]. Диапазон перестройки в статическом режиме может достигать 100 МГц. При изменении периметра резонатора, как правило, изменяются эффективные значения коэффициентов связи встречных волн, что обусловлено изменением в этом случае расстояния между рассеивающими центрами.

2.5. Мощность и поляризация излучения накачки

Одним из управляющих параметров, который можно достаточно просто изменять и контролировать с высокой точностью, является превышение η мощности накачки над порогом генерации. Этот параметр существенно влияет на динамику генерации и выходные характеристики лазера, в том числе на условия устойчивости стационарных режимов генерации (режимов бегущей и стоячей волн), на частоты релаксационных и автомодуляционных колебаний, на число возбуждаемых мод и т. д. Изменение превышения мощности накачки над порогом позволяет управлять областями существования параметрических резонансов между автомодуляцион-

ными и релаксационными колебаниями (см. ниже). Одномодовая генерация в ТКЛ может быть реализована лишь в ограниченном диапазоне изменения этого превышения, если амплитудная невязанность отсутствует или достаточно мала. При достаточно большой амплитудной невязанности резонатора одномодовый режим бегущей волны может быть реализован и при больших значениях η . Одна из возможностей управления поляризационными характеристиками и нелинейной динамикой излучения твердотельных лазеров связана с использованием поляризованного излучения накачки [47].

3. Основные уравнения полуклассической теории твердотельного кольцевого лазера

3.1. Теоретические модели твердотельных кольцевых лазеров

Несмотря на сложность физических процессов, происходящих в кольцевых лазерах с однородно уширенной линией усиления, в настоящее время достаточно хорошо развиты методы теоретического исследования их динамики. Существуют несколько теоретических моделей ТКЛ, в которых при описании свойств активной среды и поля излучения используются различные математические приближения.

Теоретические модели лазеров можно разделить на квантовые и полуклассические. В квантовых моделях поле излучения и активная среда описываются на основе квантовой теории. Такой подход необходим, например, при исследовании естественных флуктуаций лазерного излучения. Квантовые модели двунаправленных кольцевых лазеров (см., напр., [48] и приведенную там литературу) были развиты применительно к лазерам класса А, для которых характерна быстрая релаксация инверсной населенности. В случае же двунаправленных кольцевых лазеров с медленной релаксацией инверсной населенности (лазеры класса В), к которым относятся практически все ТКЛ, квантовый подход, насколько нам известно, не применялся.

Полуклассическая теория ТКЛ строится на основе уравнений Максвелла для поля внутри резонатора и системы квантовомеханических уравнений для матрицы плотности активных атомов. Для твердотельных лазеров характерна быстрая релаксация поляризованности среды, вследствие чего поляризованность квазистатически следит за комплексными амплитудами полей и инверсной населенностью. Это делает возможным ее адиабатическое исключение. В результате уравнения полуклассической теории сводятся к системе нелинейных уравнений в частных производных для комплексных амплитуд внутрирезонаторных полей и инверсной населенности. Однако при этом задача оказывается настолько сложной, что решить ее даже в одномерном приближении можно лишь в некоторых частных случаях. При решении конкретных задач в полуклассической теории обычно используется разложение внутрирезонаторного поля по модам кольцевого резонатора, что позволяет свести задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Тем не менее и в этом случае приходится использовать значительное число упрощающих предположений, хотя и ограничивающих общность рассмотрения, но учитывающих основные для рассматриваемой задачи факторы.

Было развито несколько упрощенных моделей ТКЛ. Среди них наиболее распространенной является так называемая стандартная модель, в которой поляризации излучения встречных волн предполагаются заданными и совпадающими для обеих волн. Кроме того, в стандартной модели линия усиления считается однородно уширенной. Первые исследования динамики двунаправленных ТКЛ в рамках стандартной модели были выполнены в работах [9, 49–54].

Как показали проведенные исследования, эта модель дает правильное качественное (а во многих случаях и хорошее количественное) описание нелинейной динамики ТКЛ. Однако для более строгого количественного описания наблюдаемых явлений и получения хорошего количественного согласия теоретических и экспериментальных результатов иногда приходится усложнять стандартную теоретическую модель. Так, например, в ряде задач приходится учитывать реальную структуру линии усиления в кольцевом Nd:YAG-лазере, которая состоит из нескольких однородно уширенных компонент [55, 56]. Для анализа особенностей динамики излучения, связанных с различием поляризаций полей встречных волн, в работах [57–59] рассматривались модели ТКЛ с заданными произвольными поляризациями излучения во встречных направлениях. В работе [60] развита векторная модель кольцевого лазера с неплоским резонатором, в которой взаимодействие встречных эллиптически поляризованных волн описывается с учетом поляризационной анизотропии, наведенной в процессе насыщения инверсной населенности.

Отметим также, что в некоторых работах, например в [61–64], исследование динамики однонаправленных ТКЛ проводилось без разложения поля по модам резонатора (на основе уравнений в частных производных). При исследовании однонаправленной генерации использовалась также модель, основанная на балансных уравнениях [26]. Эта модель является весьма грубой, поскольку не учитывает фазовые эффекты в кольцевых лазерах, и в настоящее время практически не используется.

3.2. Вывод основных уравнений стандартной модели

Стандартная модель ТКЛ позволяет описать все экспериментально наблюдаемые режимы генерации. Именно эта модель будет использоваться далее в настоящей работе (если не оговорено иное). В дипольном приближении взаимодействие активного атома с внутрирезонаторным электромагнитным полем \mathbf{E} описывается гамильтонианом $\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}}\mathbf{E}$ (гамильтониан свободного атома, $\hat{\mathbf{d}}$ – оператор дипольного момента атома), и система квантовомеханических уравнений для матрицы плотности неподвижных активных атомов может быть представлена в следующем виде [65]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_0 + \frac{1}{T_2} \right] \rho_{ab} = \frac{i}{\hbar} \mathbf{d}_{ab}(\rho_b - \rho_a)\mathbf{E}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = W - \frac{N}{T_1} + i \frac{2n_0}{\hbar} (\mathbf{d}_{ab}\rho_{ba} - \rho_{ab}\mathbf{d}_{ba})\mathbf{E}, \quad (2)$$

где ρ_{ab} , ρ_{ba} – недиагональные элементы матрицы плотности для резонансных уровней а и b; ρ_a , ρ_b – диагональные элементы матрицы плотности; $N = n_0(\rho_a - \rho_b)$ – плотность инверсии населенностей; \mathbf{d}_{ab} , \mathbf{d}_{ba} – матричные элементы оператора дипольного момента активного атома;

n_0 – плотность активных атомов; ω_0 – частота рабочего перехода, соответствующая центру однородно уширенной линии усиления с полушириной $1/T_2$; W – скорость накачки; T_1 – время релаксации инверсии населенностей. Здесь для простоты используется модель, в которой релаксация населенности нижнего резонансного уровня b является быстрой, и он оказывается практически незаселенным.

Внутрирезонаторное электромагнитное поле описывается системой уравнений Максвелла, которая в инерциальной системе отсчета имеет вид

$$\text{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\text{div} \mathbf{B} = 0, \quad \text{div} \mathbf{E} = -4\pi \text{div} \mathbf{P},$$

и материальными уравнениями

$$\mathbf{J} = \sigma_c \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{P} – вектор поляризованности среды; σ_c – электрическая проводимость, в которой формально учены все внутрирезонаторные потери.

Поляризованность среды $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_a$ определяется двумя составляющими: нерезонансной поляризованностью $\mathbf{P}_1 = \mathbf{E}(\varepsilon - 1)/4\pi$ (ε – диэлектрическая постоянная среды) и резонансной поляризованностью \mathbf{P}_a , возникающей при взаимодействии активных атомов с полем. В полуклассической теории резонансная поляризованность выражается через недиагональные элементы матрицы плотности активных атомов:

$$\mathbf{P}_a = n_0 (\mathbf{d}_{ab} \rho_{ba} + \mathbf{d}_{ba} \rho_{ab}). \quad (5)$$

Будем вначале считать, что внутри резонатора отсутствуют какие-либо невзаимные элементы и единственным источником оптической невзаимности является вращение кольцевого резонатора. Исключив \mathbf{B} и \mathbf{P}_1 из уравнений (3), получим волновое уравнение

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + c^2 \text{rot rot} \mathbf{E} + 4\pi \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{P}_a}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Для поперечного электромагнитного поля $\text{rot rot} \mathbf{E} = -\Delta \mathbf{E}$, и уравнение (6) принимает вид

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + 4\pi \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - c^2 \Delta \mathbf{E} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{P}_a}{\partial t^2}. \quad (7)$$

В случае вращающегося кольцевого лазера связанная с ним система координат является неинерциальной, что приводит к следующему изменению материальных уравнений (см., напр., [40, 65]):

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} + \frac{1}{c} [\mathbf{B}[\dot{\theta} \mathbf{r}]], \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} + \frac{1}{c} [\mathbf{E}[\dot{\theta} \mathbf{r}]]. \quad (8)$$

Здесь $\dot{\theta}$ – вектор угловой скорости вращения; \mathbf{r} – радиус-вектор точки внутри резонатора. Эти соотношения записаны в первом приближении по v/c ($v = [\dot{\theta} \mathbf{r}]$ – линейная скорость в точке \mathbf{r} , возникающая вследствие вращения). С учетом (8) волновое уравнение (7) во вращающейся системе отсчета принимает вид

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + 4\pi \sigma_c \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - c^2 \Delta \mathbf{E} - 2([\dot{\theta} \mathbf{r}] \text{grad}) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial^2 \mathbf{P}_a}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Пространственные микронеоднородности диэлектрической постоянной и проводимости, связанные с наличием поглощающих центров и дефектов в активной среде, зеркалах резонатора и во внутрирезонаторных элементах, являются источником обратного рассеяния, приводящего к линейной связи встречных волн. Для учета такой связи будем считать ε и σ зависящими от координат.

Разложим внутрирезонаторное поле по модам идеального (без потерь) кольцевого резонатора, заполненного средой с постоянным коэффициентом преломления $n_0 = \sqrt{\varepsilon}$. В плосковолновом приближении пространственное распределение внутрирезонаторных полей встречных волн для аксиальной моды с индексом n можно представить в виде

$$U_{1,2}^n = \exp(\mp i k_n z), \quad (10)$$

где $k_n = 2\pi n/L$ – волновое число. Разложение поля по модам в случае одномодовой генерации в каждом направлении имеет вид

$$\mathbf{E} = \text{Re} \left[\sum_{1,2} \mathbf{e} \tilde{E}_{1,2}(t) \exp(i\omega_n t) U_{1,2}^n \right], \quad (11)$$

где $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$; $\tilde{E}_{1,2}$, $E_{1,2}$, $\varphi_{1,2}$ – комплексные амплитуды, модули и фазы полей встречных волн соответственно; $\omega_n = k_n c / \sqrt{\varepsilon}$ – циклическая частота аксиальной моды; c – скорость света в вакууме; \mathbf{e} – единичный вектор поляризации.

Умножая волновое уравнение (9) на функции $U_{1,2}^n$ и интегрируя по объему кольцевого резонатора V , в приближении медленно меняющихся амплитуд $\tilde{E}_{1,2}(t)$ можно получить укороченные уравнения для комплексных амплитуд:

$$\frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} = -\frac{\omega_n}{2Q} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i\tilde{m}_{1,2}}{2} \tilde{E}_{2,1} \pm \frac{i\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + 4\pi i \omega_n \tilde{P}_{1,2}^a. \quad (12)$$

В этих уравнениях частота Ω определяет расщепление собственных частот кольцевого резонатора для встречных волн, обусловленное эффектом Саньяка [10, 39, 40]:

$$\Omega = \frac{4\pi \dot{\theta} \mathbf{S} \omega}{Lc}, \quad (13)$$

где \mathbf{S} , L – вектор площади и периметр кольцевого резонатора. Здесь и далее в этом разделе индекс n у ω_n будем опускать. Расщепление собственных частот резонатора для встречных волн может вызываться не только вращением, но и другими невзаимными эффектами. Резонансный вклад поляризованности активной среды в усиление встречных волн

$$\tilde{P}_{1,2}^a = \frac{1}{L} \int_0^L \mathbf{e} \mathbf{P}_a \exp[-i(\omega t \mp kz)] dz. \quad (14)$$

Комплексные коэффициенты линейной связи встречных волн через обратное рассеяние определяются выражениями

$$\tilde{m}_{1,2} = \frac{4\pi}{V} \int \left(i\sigma_c + \frac{\omega}{4\pi} \varepsilon \right) \exp(\mp 2ikz) d\mathbf{r}. \quad (15)$$

Представим эти коэффициенты в виде

$$\tilde{m}_{1,2} = m_{1,2} \exp(\pm i\vartheta_{1,2}), \quad (16)$$

где $m_{1,2}$ и $\vartheta_{1,2}$ – модули и фазы коэффициентов связи. Линейная связь возникает вследствие обратного рассеяния встречных волн на неоднородностях диэлектрической проницаемости ϵ и электрической проводимости σ_c элементов оптического резонатора, которые в реальном случае всегда имеют место, и дифракции на элементах резонатора. В формуле (15) первый член описывает связь за счет рассеяния волн на неоднородностях проводимости, а второй – вследствие рассеяния на неоднородностях диэлектрической проницаемости. В общем случае модули и фазы коэффициентов связи для встречных волн различны. Если обратное рассеяние происходит только на неоднородностях диэлектрической проницаемости (неоднородностях показателя преломления), то коэффициенты связи являются, как нетрудно видеть, комплексно-сопряженными ($\vartheta_1 = \vartheta_2$). Такую связь иногда называют консервативной, в отличие от диссипативной связи, возникающей за счет обратного рассеяния встречных волн на неоднородностях проводимости (поглощающих центрах). При диссипативной связи коэффициенты связи являются антикомплексно-сопряженными (разность фаз коэффициентов связи близка к π). Модули коэффициентов связи можно связать с эффективными коэффициентами обратного рассеяния по амплитуде $r_{1,2}$ следующим образом:

$$m_{1,2} = \frac{c}{L} r_{1,2}. \quad (17)$$

Как уже отмечалось, в случае твердотельных лазеров при решении системы уравнений полуклассической теории можно считать, что поляризованность активной среды (и, следовательно, ρ_{ab}) квазистатически следует за комплексными амплитудами полей $\tilde{E}_{1,2}$ и инверсной населенностью. Решение уравнения (1) в квазистатическом приближении таково:

$$\rho_{ab} = -\frac{i d_{ab} e}{2\hbar \gamma_{ab}} \frac{\rho_a - \rho_b}{1 - i\delta} \times [\tilde{E}_1^* \exp(ikz) + \tilde{E}_2^* \exp(-ikz)] \exp(-i\omega t). \quad (18)$$

Используя (18) и выражение для вектора поляризованности (14), можно записать систему уравнений стандартной модели для одномодового ТКЛ в виде

$$\frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} = -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T} (1 - i\delta) \times \int N [\tilde{E}_{1,2} + \tilde{E}_{2,1} \exp(\pm i2kz)] dz, \quad (19)$$

$$\frac{dN}{dt} = W - \frac{N}{T_1} \left\{ 1 + \frac{a}{1 + \delta^2} [E_1^2 + E_2^2 + 2\text{Re}[\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* \exp(-i2kz)]] \right\}, \quad (20)$$

где l – длина активной среды; $\sigma = \sigma_0/(1 + \delta^2)$; σ_0 – сечение лазерного перехода в центре линии усиления; $a = |d_{ab}|^2 \times T_1 T_2 / 2\hbar^2$ – параметр насыщения. В уравнениях (19)

учтено, что в общем случае потери резонатора (и, следовательно, добротности резонатора $Q_{1,2}$) для встречных волн могут быть неодинаковыми. Разность потерь встречных волн определяет амплитудную невязанность кольцевого резонатора

$$\Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{Q_2} - \frac{\omega}{Q_1} \right).$$

Спецификой двунаправленных ТКЛ является нелинейная связь встречных волн на пространственных решетках инверсной населенности в активной среде. Возникновение этих решеток качественно объясняется следующим образом. Вследствие интерференции встречных волн в оптическом резонаторе плотность энергии светового поля периодически меняется в пространстве (вдоль оси резонатора) и во времени (если частоты встречных волн не равны). В результате насыщения инверсной населенности внутрирезонаторным полем в активной среде наводятся динамические периодические структуры (решетки), аналогичные решеткам, создаваемым при записи голограмм. Наличие этих решеток проявляется в изменении как коэффициентов усиления встречных волн (амплитудные решетки), так и показателя преломления активной среды (фазовые решетки). Самодифракция излучения на наведенных решетках приводит к нелинейной связи (конкуренции) встречных волн. Конкуренционное взаимодействие встречных волн оказывается наиболее сильным в случае однородного уширения линии усиления, характерного для наиболее распространенных твердотельных лазеров.

Уравнения (19), (20) представляют собой систему интегриродифференциальных уравнений. Ее можно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, разлагая выражение для инверсии населенностей в ряд по пространственным гармоникам:

$$N(z) = N_0 + N_+ \exp(i2kz) + N_- \exp(-i2kz) + \dots \quad (21)$$

При небольших превышениях накачки над порогом в выражении (21) можно ограничиться лишь двумя пространственными гармониками инверсной населенности – нулевой (N_0) и вторыми гармониками (N_{\pm}). Учет более высоких гармоник не приводит к появлению каких-либо новых качественных особенностей в динамике генерации [26]. Используя выражение (21), из (19), (20) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T} (1 - i\delta) (N_0 \tilde{E}_{1,2} + N_{\mp} \tilde{E}_{2,1}), \\ T_1 \frac{dN_0}{dT} &= N_{th} (1 + \eta) - N_0 - \frac{1}{1 + \delta^2} \\ &\times [N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) + N_+ a E_1 E_2^* + N_- a E_1^* E_2], \end{aligned} \quad (22)$$

$$T_1 \frac{dN_+}{dT} = -N_+ - \frac{1}{1 + \delta^2} [N_+ a (|E_1|^2 + |E_2|^2) + N_0 a E_1^* E_2],$$

где

$$N_0 = \frac{1}{L} \int_0^L N dz; \quad N_{\pm} = \frac{1}{L} \int_0^L N \exp(\mp i 2 k z) dz. \quad (23)$$

Полученная система уравнений (22) и представляет собой стандартную математическую модель ТКЛ. Несколько иной вывод основных уравнений стандартной модели приведен в работе [66].

Подчеркнем, что при выводе уравнений стандартной модели использовались следующие допущения:

- в каждом направлении генерируется только один тип колебаний;
- рассмотрение ведется в приближении плоских волн;
- пренебрегается пространственной неоднородностью накачки и инверсной населенности в поперечном (относительно оси резонатора) направлении;
- не учитываются дифракционные эффекты (дифракционное расщепление частот, дифракционная невзаимность и др.);
- поляризация излучения для встречных волн полагается одинаковой и линейной.

Твердотельный кольцевой лазер представляет собой достаточно сложную нелинейную динамическую систему, характеристики которой зависят от большого числа управляющих параметров. В стандартной модели нелинейная динамика ТКЛ описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (22) для комплексных переменных (комплексных амплитуд встречных волн и комплексных гармоник инверсной населенности). В действительных переменных эта система состоит из семи дифференциальных уравнений первого порядка. В автономном лазере все его параметры (коэффициенты в уравнениях) не зависят от времени. Число степеней свободы этой модели свидетельствует о том, что автономный ТКЛ (даже одномодовый) является сложной динамической системой, допускающей возникновение режимов динамического хаоса.

В твердотельном кольцевом лазере, как будет показано ниже, в зависимости от его параметров и их сочетания возможны следующие режимы генерации:

- стационарные режимы с постоянными интенсивностями и равными частотами встречных волн (режимы стоячей волны, режим однонаправленной генерации);
- периодические нестационарные режимы (автомодуляционный режим первого рода и режим синфазной автомодуляции);
- режим биений встречных волн;
- квазипериодические режимы (автомодуляционный режим второго рода, режимы с удвоением периода автомодуляции);
- режимы динамического хаоса.

4. Взаимодействие встречных волн в стационарных режимах генерации

4.1. Особенности нелинейной динамики

Многообразие режимов генерации ТКЛ определяется нелинейной связью встречных волн в активной среде на решетках инверсной населенности, а также линейной связью между встречными волнами, описываемой комплексными коэффициентами связи. Линейная и нелинейная связи встречных волн оказывают существенное влия-

ние на существование и устойчивость различных режимов генерации, приводя к возникновению автомодуляционных колебаний и других нестационарных режимов.

Вначале рассмотрим особенности нелинейной динамики в стационарных режимах генерации, когда встречные волны имеют одинаковые частоты и их амплитуды (интенсивности) не зависят от времени. В кольцевых лазерах возможны стационарные состояния двух типов. Для одних состояний поле внутри резонатора образует стоячую волну (интенсивности встречных волн сравнимы по величине, $E_1 \approx E_2$). Состояния другого типа соответствуют однонаправленной генерации, когда интенсивность одной волны намного превышает интенсивность встречной волны (например, $E_1 \gg E_2$).

Рассмотрим качественно основные физические факторы, определяющие устойчивость стационарных состояний. Нелинейная связь встречных волн на решетках инверсной населенности является причиной сильной конкуренции этих волн: самодифракция встречных волн на наведенных решетках приводит к неравенству их коэффициентов усиления. В случае малых отстроек частоты генерации от центра линии усиления ($|\delta| \ll 1$), когда последними можно пренебречь, с учетом самодифракции излучения на наведенных в активной среде решетках коэффициенты усиления встречных волн

$$\kappa_{1,2} = \frac{\sigma l}{2} \left(N_0 + N_{\mp} \frac{E_2}{E_{1,2}} \right). \quad (24)$$

Выражения (24) в приближении слабого поля, когда превышение η накачки над порогом мало ($\eta \ll 1$), можно преобразовать к следующему виду:

$$\kappa_{1,2} = \kappa_0 (1 - \alpha a E_{1,2}^2 - \beta a E_{2,1}^2),$$

где κ_0 – ненасыщенный коэффициент усиления; α и β – коэффициенты авто- и кросснасыщения. В случае однородно уширенной линии усиления и при одинаковых частотах встречных волн $\alpha = 1$, $\beta = 2$. Разность коэффициентов усиления для встречных волн определяется выражением

$$\kappa_1 - \kappa_2 = (\beta - \alpha) a (E_1^2 - E_2^2) \kappa_0. \quad (25)$$

При $\beta > \alpha$ коэффициент усиления волны с большей интенсивностью оказывается большим. Это приводит к неустойчивости режима стоячей волны и конкурентному подавлению одной из встречных волн в случае достаточно слабой линейной связи и малой отстройки частоты генерации от центра линии усиления ($|\delta| \ll 1$). Тогда устойчивым оказывается стационарный режим однонаправленной генерации. Линейная связь встречных волн через обратное рассеяние влияет на режим однонаправленной генерации дестабилизирующим образом. С усилением линейной связи однонаправленная генерация становится неустойчивой и возникает нестационарный режим автомодуляционных колебаний первого рода, который в случае достаточно сильной линейной связи сменяется устойчивым стационарным режимом стоячей волны. Таким образом, линейная связь встречных волн оказывает стабилизирующее влияние на режим стоячей волны.

При наличии отстройки частоты от центра линии усиления, удовлетворяющей условию

$$|\delta| > \delta_{cr} = (1 + \eta) \left(\frac{T_1 \eta \omega}{Q} \right)^{-1/2}, \quad (26)$$

характер нелинейной связи изменяется [53, 54]. В отсутствие отстройки δ наведенные решетки инверсной населенности являются чисто амплитудными, а при ее наличии имеет место фазовый сдвиг рассеянной волны, что приводит к неустойчивости режима однонаправленной генерации даже в отсутствие линейной связи [53, 54].

При исследовании устойчивости стационарных режимов обычно рассматриваются малые возмущения относительно стационарных состояний и осуществляется линеаризация динамических уравнений относительно этих возмущений. В результате получается система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Из этой системы уравнений для решений, зависящих от времени как $\exp(\lambda t)$, следует характеристическое уравнение для λ . В случае лазеров с медленной релаксацией инверсии населенностей малые возмущения динамических переменных относительно их стационарных значений совершают релаксационные колебания, частота которых определяется мнимой частью λ . Условием устойчивости стационарных решений является отрицательное значение действительных частей корней характеристического уравнения. В общем случае в ТКЛ могут иметь место три релаксационные частоты, поскольку порядок характеристического уравнения равен шести.

В режиме однонаправленной генерации переходные процессы в ТКЛ характеризуются тремя релаксационными частотами [67–69]. Основная релаксационная частота

$$\omega_r = \left(\frac{\eta \omega}{QT_1} \right)^{1/2} \quad (27)$$

оказывается независимой от частотной невязимности резонатора, тогда как две другие частоты зависят от Ω и определяются следующими формулами:

$$\omega_r^{(1,2)} = \left(\frac{\omega_r^2}{2} + \frac{\Omega^2}{4} \right)^{1/2} \pm \frac{\Omega}{2}. \quad (28)$$

В отсутствие частотной невязимности резонатора релаксационные частоты $\omega_r^{(1,2)}$ оказываются вырожденными: $\omega_r^{(1)} = \omega_r^{(2)} = \omega_r / \sqrt{2}$. Вырождение имеет место и при частотной невязимности резонатора Ω , равной $\omega_r/2$. В этом случае частота $\omega_r^{(1)}$ совпадает с основной релаксационной частотой. При вырождении частот возникает параметрический резонанс между двумя ветвями релаксационных колебаний [69–72]. В областях параметрического резонанса критическое значение линейной связи, приводящей к неустойчивости режима однонаправленной генерации, оказывается минимальным [69].

Наряду со связью встречных волн через обратное рассеяние существенную роль в динамике генерации ТКЛ играет оптическая невязимность кольцевого резонатора. Рассмотрим качественно влияние частотной (фазовой) невязимности на динамику его излучения. В стандартной модели кольцевого лазера, описываемой системой (22), оптические частоты встречных волн определяются выражениями

$$\omega_{1,2} = \omega_n + \frac{d\varphi_{1,2}}{dt}, \quad (29)$$

где $d\varphi_{1,2}/dt$ – сдвиги частот встречных волн относительно ω_n (собственной частоты кольцевого резонатора в отсутствие частотной невязимности). Эти сдвиги могут быть найдены при решении системы уравнений (22). В пустом резонаторе (в отсутствие активной среды и связи встречных волн) частоты $\omega_{1,2}$ оказываются равными собственным частотам оптического резонатора: $\omega_{1,2} = \omega_n \pm \Omega/2$. При наличии линейной оптической связи в кольцевом лазере возникает синхронизация частот встречных волн, в результате чего обе встречные волны осциллируют с частотой $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$. Процессы синхронизации частот могут возникать как в режимах двунаправленной генерации (режим стоячей волны), так и в режимах с существенно неравными интенсивностями встречных волн (режим однонаправленной генерации). Оптическая невязимность заметно влияет на отношение интенсивностей встречных волн в стационарных режимах генерации. При наличии амплитудной невязимности Δ кольцевого резонатора даже достаточно малая разность добротностей резонатора для встречных волн $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ обеспечивает значительное расширение области параметров кольцевого лазера, при которых существует устойчивый режим бегущей волны. Эксперименты показывают, что наличия разности добротностей в несколько процентов оказывается достаточным для реализации стабильной однонаправленной генерации [35].

В одномодовом ТКЛ в режиме синхронизации полоса синхронизации может быть неограниченной. Если в отсутствие частотной невязимности устойчив режим стоячей волны, то при увеличении частотной невязимности Ω режим синхронизации сохраняется при всех ее значениях (неограниченная полоса синхронизации) [73]. С увеличением Ω происходит плавное подавление одной из встречных волн и режим стоячей волны сменяется режимом однонаправленной генерации. Частоты встречных волн могут быть различными (см. ниже) в нестационарных режимах генерации (автомодуляционные режимы, режим биений и режимы динамического хаоса). При наличии частотной и амплитудной невязимностей существенно изменяется характер зависимости интенсивности встречных волн от Ω (возникают петлеобразные зависимости интенсивностей встречных волн от частотной невязимности) [27, 74].

4.2. Однонаправленная генерация при отсутствии невязимности

Одним из практически важных стационарных режимов, возможных при достаточно слабой линейной связи встречных волн, является режим однонаправленной генерации (режим бегущей волны). Интерес к этому режиму обусловлен тем, что именно он позволяет реализовать предельно высокую стабильность выходных характеристик лазера и получить одночастотную генерацию при большой выходной мощности.

Теоретическое рассмотрение стационарного режима бегущей волны в ТКЛ может быть проведено на основе уравнений (22). Удобно перейти от комплексных переменных к действительным, используя соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{1,2} &= E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2}), \quad n_0 = \frac{\sigma l}{T} N_0 \left(\frac{\omega}{Q} \right)^{-1}, \\ \frac{\sigma l}{T} N_{\pm} \left(\frac{\omega}{Q} \right)^{-1} &= n_2 \exp(\pm i\psi_N). \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда оптические невзаимности кольцевого резонатора отсутствуют ($\Delta = 0$, $\Omega = 0$), частота генерации совпадает с центром линии усиления ($\delta = 0$), а модули коэффициентов линейной связи встречных волн равны ($m_1 = m_2 = m$). В новых переменных $E_{1,2}$, n_0 , n_2 , $\Phi = \varphi_2 - \varphi_1$ и $\Psi = \Phi + \psi_N$ система уравнений (22) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{1,2}}{dt} &= \frac{\omega}{2Q} [(n_0 - 1)E_{1,2} + n_2 \cos \Psi E_{2,1}] \\ &\mp \frac{m}{2} \sin(\Phi + \vartheta_{1,2}) E_{2,1}, \\ T_1 \frac{dn_0}{dt} &= 1 + \eta - n_0(1 + aE_1^2 + aE_2^2) - 2n_2 a E_1 E_2 \cos \Psi, \\ T_1 \frac{dn_2}{dt} &= -n_2(1 + aE_1^2 + aE_2^2) - n_2 a E_1 E_2 \cos \Psi, \\ \frac{d\Phi}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q} n_2 \sin \Psi \left(\frac{E_2}{E_1} + \frac{E_1}{E_2} \right) \\ &+ \frac{m}{2} \left[\frac{E_1}{E_2} \cos(\Phi + \vartheta_2) - \frac{E_2}{E_1} \cos(\Phi + \vartheta_1) \right], \\ \frac{d\Psi}{dt} &= \frac{d\Phi}{dt} + \frac{n_0}{T_1 n_2} E_1 E_2 \sin \Psi. \end{aligned} \quad (30)$$

Порядок этой системы уравнений на единицу меньше, чем порядок исходной системы в комплексных переменных. Это связано с тем, что фаза любой из бегущих волн может быть выбрана произвольной, а при анализе стационарных режимов существенной является только разность фаз встречных волн.

В случае слабой связи ($m \ll \omega/Q$) стационарные решения уравнений (30) и их устойчивость можно исследовать, пользуясь методом последовательных приближений по малому параметру $\rho = m(\omega/Q)^{-1}$ [9, 68–72, 75]. В нулевом приближении, которому соответствует $m = 0$, стационарные решения, описывающие режим бегущей волны, можно представить в виде (для определенности полагаем, что $E_1 \gg E_2$)

$$\sqrt{a} E_1^{(0)} = \sqrt{\eta}, \quad E_2^{(0)} = 0, \quad n_0^{(0)} = 1, \quad n_2^{(0)} = 0. \quad (31)$$

Учитывая в следующем приближении члены порядка ρ^2 , запишем стационарное решение в виде

$$\begin{aligned} aE_1^2 &= \eta - \eta_1 \rho^2, \quad \eta_1 = \frac{1 + \eta}{\eta} [2 + (1 + \eta) \cos \vartheta], \quad \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1, \\ aE_2^2 &= \frac{(1 + \eta)^2}{\eta} \rho^2, \quad n_2 = \rho, \quad \sin(\Phi - \vartheta_1) = 1, \quad \cos \Psi = -1, \\ n_0 &= 1 + \eta_2 \rho^2, \quad \eta_2 = \frac{1 + \eta}{\eta} (1 + \cos \vartheta). \end{aligned} \quad (32)$$

Отметим, что, поскольку в реальных лазерах всегда имеет место неустраняемое обратное рассеяние встречных волн, в режиме бегущей волны осуществляется, строго говоря, двунаправленная генерация с существенно неравными интенсивностями встречных волн. Необходи-

мым условием существования режима бегущей волны является слабая связь встречных волн из-за их обратного рассеяния ($\rho \ll 1$).

В рассматриваемом случае характеристическое уравнение распадается на два – квадратное уравнение и уравнение четвертого порядка (см. [68, 70]). Квадратное уравнение имеет корни

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 + \eta}{2T_1} \left[1 - \frac{1 + \eta}{2(2 + \eta)} \frac{\rho^2}{\rho_{cr}^2} \right] \pm i \left(\frac{\eta \omega}{2QT_1} \right)^{1/2}, \quad (33)$$

а приближенные значения корней второго уравнения определяются формулами

$$\lambda_{3,4} = -\frac{1 + \eta}{2T_1} \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_{cr}^2} \right) \pm i \left(\frac{\eta \omega}{2QT_1} \right)^{1/2}, \quad (34)$$

$$\lambda_{5,6} = -\frac{1 + \eta}{2T_1} \left[1 + \frac{\rho^2}{\rho_{cr}^2} (2 + \eta) \right] \pm i \left(\frac{\eta \omega}{QT_1} \right)^{1/2},$$

где

$$\rho_{cr}^2 = \frac{(1 + \eta)\eta}{(2 + \eta)[1 + \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)]} \frac{Q}{\omega T_1}.$$

Корни $\lambda_{5,6}$ соответствуют основной релаксационной частоте, а корни $\lambda_{1,2}$ и $\lambda_{3,4}$ – вырожденным частотам $\omega_r/\sqrt{2}$. С частотой ω_r колеблется амплитуда сильной волны, а с частотой $\omega_r/\sqrt{2}$ – амплитуда слабой волны и разность фаз встречных волн. Из выражений (33) и (34) следует, что необходимым и достаточным условием устойчивости режима бегущей волны является неравенство

$$m^2 \leq (m_{cr}^0)^2 = \frac{(1 + \eta)\eta}{2 + \eta} \frac{\omega}{QT_1} \frac{1}{1 + \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}. \quad (35)$$

Видно, что устойчивость режима бегущей волны зависит не только от модулей коэффициентов связи $m_{1,2}$, но и от разности их фаз ($\vartheta_1 - \vartheta_2$). При диссипативной линейной связи, когда выполняется условие $\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -1$, режим бегущей волны в ТКЛ оказывается устойчивым во всей области его существования. Естественно предположить, что линейная связь в монолитных твердотельных лазерах определяется в основном обратным рассеянием на неоднородностях диэлектрической проницаемости активного элемента. В этом случае коэффициенты обратной связи оказываются близкими к комплексно-сопряженным ($\vartheta_1 - \vartheta_2 \ll 1$), и при малом превышении накачки над порогом ($\eta \ll 1$) условие устойчивости режима однонаправленной генерации (35) можно записать в более простой форме: $m \leq \omega_r/2$. Это условие, как правило, в монолитных ТКЛ не выполняется (из-за малого периметра и, следовательно, большого коэффициента линейной связи m). При этом неустойчивость режима однонаправленной генерации в лазере приводит к возбуждению автомодуляционных колебаний первого рода. Тем не менее в таких лазерах режим стационарной однонаправленной генерации легко получить при наличии оптической невзаимности резонатора (см. ниже).

4.3. Стационарный режим стоячей волны

Линейная связь встречных волн через обратное рассеяние оказывает стабилизирующее воздействие на режим стоячей волны [8, 9, 76]. Рассмотрим влияние линейной связи на режим стоячей волны в отсутствие частот-

ной невязимности резонатора ($\Omega = 0$) и при малой отстройке частоты генерации от центра линии усиления ($\delta = 0$). При малом превышении над порогом генерации ($\eta \ll 1$) и равных модулях коэффициентов связи ($m_1 = m_2 = m$) стационарные значения амплитуд внутррезонаторного поля в режиме стоячей волны не зависят от линейной связи и определяются выражением

$$aE_1^2 = aE_2^2 = \frac{\eta}{3}. \quad (36)$$

В ТКЛ могут существовать два режима стоячей волны, разности фаз встречных волн которых различаются на π :

$$\Phi_1 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}, \quad \Phi_2 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \pi. \quad (37)$$

Положения узлов и пучностей стоячей волны в этих режимах сдвинуты на четверть длины волны. Характеристическое уравнение для режима стоячей волны распадается на три уравнения: линейное,

$$\lambda T_1 + 1 = 0, \quad (38)$$

квадратное,

$$\lambda(\lambda T_1 + 1) + \eta \left(\frac{\omega}{Q} - m \left| \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| \right) = 0, \quad (39)$$

и кубическое,

$$\begin{aligned} & (\lambda T_1 + 1) \left[(\lambda - \Pi)^2 + m^2 \cos^2 \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right] + (\lambda - \Pi) \\ & \times \left(\frac{\omega}{Q} - m \left| \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| \right) \frac{\eta}{3} = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

где через Π обозначено стационарное значение $(\sigma l/T)N_0 - \omega/Q$. Для двух режимов стоячей волны (см. (37)) значения Π оказываются различными:

$$\Pi_{1,2} = \frac{\sigma l}{T} N_0 - \frac{\omega}{Q} = \frac{\omega \eta}{3Q} - \frac{m}{3} \left| \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| \pm \frac{2m}{3} \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}. \quad (41)$$

Корни линейного и квадратного уравнений (38), (39) имеют отрицательные действительные части. В соответствии с критерием Рауса–Гурвица для корней кубического уравнения (40) получим следующее условие устойчивости режима стоячей волны:

$$m \sin \left| \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| > \frac{\omega}{3Q} \eta. \quad (42)$$

Из двух стационарных режимов стоячей волны устойчивым оказывается лишь один.

С физической точки зрения устойчивость стоячей волны возникает вследствие изменения эффективных значений коэффициентов усиления встречных волн при наличии обратной связи:

$$\begin{aligned} (\chi_{1,2})_{\text{eff}} &= \frac{\sigma l}{2} \left(N_0 + N_{\pm} \frac{\tilde{E}_{2,1}}{\tilde{E}_{1,2}} \right) \\ &\pm m_{1,2} T \sin(\Phi - \vartheta_{1,2}) \frac{E_{2,1}}{2E_{1,2}}, \end{aligned} \quad (43)$$

где Φ – разность фаз встречных волн. Если в отсутствие связи волна с большей интенсивностью имела больший коэффициент усиления, то при наличии достаточно сильной связи, удовлетворяющей условию (42), положение меняется: более интенсивная волна имеет меньший эффективный коэффициент усиления, что и приводит к устойчивости стоячей волны.

Таким образом, увеличивая связь между встречными волнами, можно преодолеть конкурентное подавление встречных волн и получить устойчивую генерацию стоячей волны. Наиболее сильное стабилизирующее влияние на режим стоячей волны обратная связь оказывает в случае антикомплексно-сопряженных коэффициентов связи. При этом условии устойчивости стоячей волны имеет простой вид: $m > \eta\omega/(3Q)$.

В режиме стоячей волны инверсная населенность выжигается пространственно неоднородно. Это благоприятствует возбуждению большого числа аксиальных мод в твердотельном лазере при увеличении мощности накачки. Одномодовую генерацию в режиме стоячей волны можно получить лишь при введении внутрь резонатора специальных селективирующих устройств. В отсутствие селекции возникает многомодовый режим стоячих волн. По сравнению с одномодовым режимом в многомодовом режиме стоячих волн инверсная населенность выжигается в пространстве более однородно. Как показано в [76], это приводит к уменьшению инкремента нарастания возмущений стоячей волны. Качественно это можно пояснить следующим образом. При пространственном сглаживании инверсной населенности снижается коэффициент отражения волн на ее неоднородностях, вследствие чего уменьшается различие между коэффициентами усиления встречных волн, приводящее к неустойчивости стоячей волны.

В связи с уменьшением инкремента нарастания возмущений многомодовый режим стоячих волн становится устойчивым при меньшей величине связи, чем одномодовый. Условие устойчивости двухмодового режима стоячих волн имеет следующий вид [76]:

$$m \left| \sin \frac{\vartheta_1^n - \vartheta_2^n}{2} \right| > \frac{\omega}{Q_n} \eta \left(1 - \frac{4}{5 - \sin x/x} \right). \quad (44)$$

Здесь $x = 2\pi l/L$; $\vartheta_{1,2}^n$ – фазы коэффициентов обратной связи встречных волн для n -й моды; l/L – коэффициент заполнения резонатора активной средой.

Отметим, что в монолитных кольцевых лазерах, как правило, линейная связь оказывается недостаточной для выполнения условия (42), и стационарный режим стоячей волны в таких лазерах неустойчив. В лазерах же, состоящих из дискретных элементов, режим стоячей волны легко реализуется, если торцы активного элемента расположены нормально к оси резонатора [9, 27]. В работе [77] было экспериментально показано, что, в соответствии с (44), при возбуждении нескольких продольных мод стабилизация режима стоячей волны осуществляется при меньшей величине линейной связи.

4.4. Влияние невязимности резонатора на режимы стационарной генерации

Исследование влияния оптической невязимности кольцевого резонатора на стационарные режимы генерации представляет не только научный, но и практический интерес. Важными являются, например, исследования ши-

рины области взаимозахвата частот встречных волн в режимах двунаправленной генерации, условий существования режима биений, а также условий значительного подавления слабой волны в режиме однонаправленной генерации.

Рассмотрим вначале влияние частотной невязимности Ω на режим стоячей волны. Аналитическое исследование устойчивости стационарного двунаправленного режима при наличии частотной невязимности кольцевого резонатора удастся выполнить при сильной связи встречных волн через обратное рассеяние с коэффициентами связи, близкими к комплексно-сопряженным [78]. Для простоты модули коэффициентов связи полагаем равными ($m_1 = m_2 = m$). В этом случае можно использовать метод последовательных приближений по малым параметрам

$$\varepsilon = \frac{\omega\eta}{Qm} \ll 1, \quad \mu = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \ll 1. \tag{45}$$

Интенсивности встречных волн в рассматриваемом стационарном режиме двунаправленной генерации зависят от частотной невязимности Ω следующим образом:

$$aE_1^2 = \frac{\eta}{2} \frac{v^2}{2v^2 + m^2} \left[1 + \text{sign}\mu \frac{\Omega}{v} \right],$$

$$aE_2^2 = \frac{\eta}{2} \frac{v^2}{2v^2 + m^2} \left[1 - \text{sign}\mu \frac{\Omega}{v} \right], \tag{46}$$

где $v = (m^2 + \Omega^2)^{1/2}$.

В отсутствие частотной невязимности эти выражения описывают режим стоячей волны, рассмотренный выше. При наличии частотной невязимности Ω изменяется разность фаз встречных волн, что в случае обратной связи через рассеяние приводит к неравенству их интенсивностей. Зависимость интенсивностей встречных волн от Ω имеет характерный х-образный вид (рис.3). С увеличением Ω происходит плавное подавление одной из встречных волн, и при больших Ω режим стоячей волны переходит в режим однонаправленной генерации. В отсут-

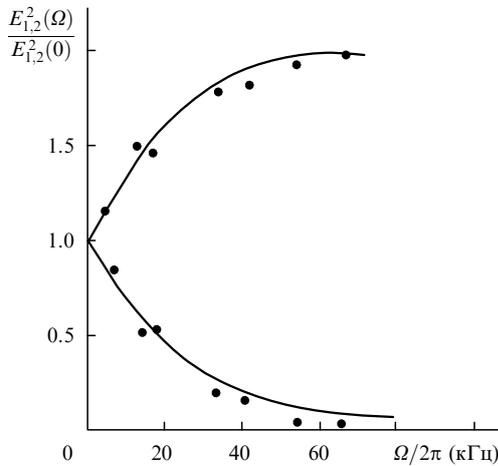


Рис.3. Теоретические (сплошные линии) и экспериментальные (точки) зависимости относительных интенсивностей встречных волн от частотной невязимности кольцевого резонатора в стационарном режиме синхронизации встречных волн [73] при выполнении условия устойчивости стоячей волны в случае $mQ/\omega = 0.8$, $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0.1$, $\eta = 0.1$.

ствии частотной невязимности интенсивности встречных волн оказываются неравными, если не равны модули коэффициентов связи. В этом случае выравнивание интенсивностей встречных волн (чистая стоячая волна) происходит при частотной невязимности $\Omega_0 = (m_2 - m_1)/2$.

Условие устойчивости рассматриваемого стационарного режима двунаправленной генерации (так же как и условие устойчивости режима стоячей волны при $\Omega = 0$) определяется неравенством

$$\Pi = \frac{\sigma l}{T} N_0 - \frac{\omega}{Q} < 0.$$

В случае равных модулей коэффициентов линейной связи ($m_1 = m_2 = m$) оно имеет следующий вид:

$$m \left| \frac{\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{2} \right| \geq m(m^2 + \Omega^2)^{1/2} \frac{\omega\eta}{Q(3m^2 + 2\Omega^2)}. \tag{47}$$

В отсутствие частотной невязимности ($\Omega = 0$) это условие совпадает с условием устойчивости режима стоячей волны (42). Из (47) следует, что в случае устойчивости стоячей волны (т. е. при выполнении неравенства (42)) режим двунаправленной стационарной генерации устойчив при любых значениях Ω . Таким образом, в ТКЛ существует режим захвата частот встречных волн, не переходящий в режим биений с увеличением частотной невязимности. При этом с ростом Ω происходит подавление одной из волн без выхода из области захвата. Этот вывод хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований [8, 9, 73].

Если величина линейной связи недостаточна для стабилизации стоячей волны при $\Omega = 0$, т. е. выполняется неравенство

$$m \sin \left| \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| < \frac{\omega}{3Q} \eta, \tag{48}$$

то при частотных невязимностях, удовлетворяющих неравенству $|\Omega| \leq \Omega_1$, стационарная двунаправленная генерация неустойчива и в ТКЛ возникает автомодуляционный режим генерации первого рода, который при $|\Omega| > \Omega_1$ сменяется устойчивым стационарным режимом двунаправленной (или однонаправленной) генерации. Граничное значение Ω_1 можно найти из уравнения

$$m \left| \frac{\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{2} \right| = m(m^2 + \Omega_1^2)^{1/2} \frac{\omega\eta}{Q(3m^2 + 2\Omega_1^2)}. \tag{49}$$

Направление распространения сильной волны определяется знаком Ω и знаком разности фаз коэффициентов связи: если $\Omega > 0$ и $\vartheta_1 - \vartheta_2 > 0$, то $E_1^2 > E_2^2$.

Рассмотрим теперь, как влияет частотная невязимность кольцевого резонатора на нелинейную динамику при произвольной линейной связи. В работе [79] было проведено асимптотическое исследование стационарной генерации в области больших значений частотной невязимности (при выполнении следующих неравенств: $|\Omega| \gg m_{1,2}$, $\eta\omega/Q$). В этой области существует устойчивый стационарный режим с существенно неравными интенсивностями встречных волн. Режим с сильной волной E_1 ($E_1^2 \gg E_2^2$) устойчив при условии $\Omega \sin(\vartheta_2 - \vartheta_1) < 0$. В случае $\Omega \sin(\vartheta_2 - \vartheta_1) > 0$ устойчив режим с сильной волной E_2 ($E_2^2 \gg E_1^2$). Таким образом, в ТКЛ, работающем в

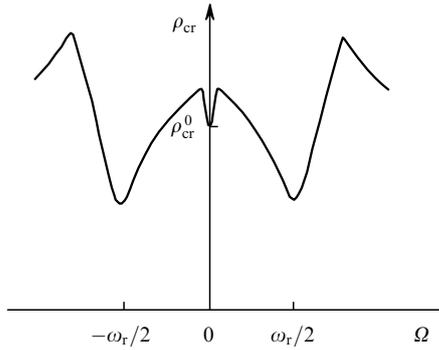


Рис.4. Теоретическая зависимость критической величины линейной связи $\rho_{кр}$ от Ω в режиме однонаправленной генерации в отсутствие отстройки частоты от центра линии усиления при $T_1\omega/Q = 5000$ и $\eta = 0.4$ [69].

режиме бегущей волны, возможно переключение направления распространения излучения при изменении знака Ω .

Рассмотрим теперь влияние частотной невязимности на устойчивость режима однонаправленной генерации в случае слабой линейной связи. Как уже отмечалось, в отсутствие частотной невязимности ($\Omega = 0$) и отстройки частоты от центра линии усиления режим бегущей волны устойчив при достаточно слабой связи, $m < m_{кр}$ (см. (35)). Критическое значение связи $m_{кр}$ немонотонно зависит от частотной невязимности резонатора [69]. На рис.4 показана зависимость $\rho_{кр} = m_{кр}Q/\omega$ от Ω . При $\rho > \rho_{кр}$ стационарные режимы однонаправленной генерации неустойчивы. Значения $\rho_{кр}$ оказываются минимальными при частотных невязимностях, соответствующих вырожденным релаксационным частотам (как уже отмечалось, вырождение возникает при $\Omega = 0$ ($\rho_{кр} = \rho_{кр}^0$) и $\Omega = \pm\omega_r/2$). При $\rho < \rho_{кр}$ устойчивыми являются оба режима бегущей волны, различающиеся направлением излучения, т. е. имеет место бистабильность. При наличии такой бистабильности в кольцевом лазере оказываются возможными самопроизвольные переключения направления распространения излучения, обусловленные техническими флуктуациями параметров лазера, что недопустимо при его практическом использовании. Этот недостаток легко устраняется при создании неравенства внутрирезонаторных потерь встречных волн. В этом случае становится устойчивым тот режим однонаправленной генерации, для которого в направлении сильной волны потери минимальны.

В работах [69–72] были проведены теоретические и экспериментальные исследования режима однонаправленной генерации при наличии амплитудной и частотной невязимностей. Исследовалась зависимость релаксационных частот и их декрементов затухания от частотной невязимности кольцевого резонатора. На рис.5 показаны зависимости релаксационных частот от Ω в отсутствие линейной связи. Наличие линейной связи приводит к существенному изменению релаксационных частот и декрементов затухания в окрестности точки $\Omega = \omega_r/2$ (рис.6), где основная релаксационная частота совпадает с частотой $\omega_r^{(1)}$. При наличии линейной связи вырождение релаксационных частот ($\omega_r = \omega_r^{(1)}$) имеет место на конечном интервале значений Ω . В этом случае можно говорить о взаимной синхронизации (захвате) частот релаксационных колебаний. Ширина полосы захвата растет с увеличением m . Как видно из рис.6, декременты за-

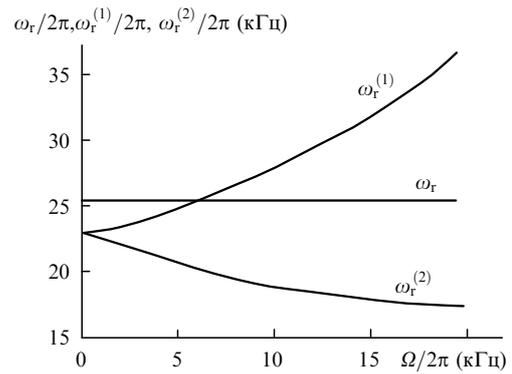


Рис.5. Теоретические зависимости релаксационных частот ω_r , $\omega_r^{(1)}$ и $\omega_r^{(2)}$ от Ω в режиме однонаправленной генерации в отсутствие линейной связи при $T_1\omega/Q = 5000$ и $\eta = 0.2$ [72].

тухания (δ_1 на основной релаксационной частоте ω_r и δ_2 на частоте $\omega_r^{(1)}$) меняют знак в окрестности точки $\Omega = \omega_r/2$, что означает потерю устойчивости режима бегущей волны. В области захвата релаксационных частот при наличии амплитудной невязимности может возникнуть хаотическая автомодуляция интенсивности генерации [71].

При исследовании флуктуаций интенсивности излучения и релаксационных частот в режиме стационарной однонаправленной генерации в работах [56, 70–72, 80] было показано, что все экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами теоретических исследований, проведенных в рамках стандартной модели.

Экспериментальной реализации стационарного режима однонаправленной генерации в непрерывно действующих твердотельных лазерах на YAG : Nd посвящено большое число работ (см., напр., обзоры [14, 25, 27] и

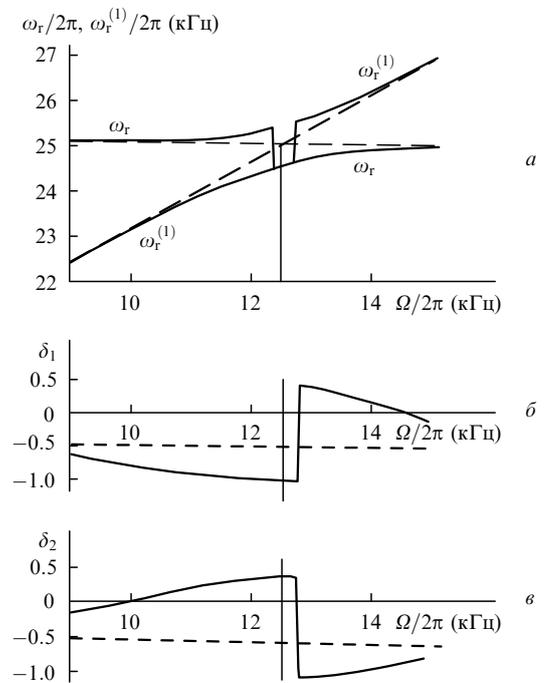


Рис.6. Теоретические зависимости релаксационных частот ω_r , $\omega_r^{(1)}$ (а) и декрементов затухания δ_1 (на частоте ω_r) и δ_2 (на частоте $\omega_r^{(1)}$) (б) от Ω в области параметрического резонанса $\Omega = \omega_r/2$ в режиме однонаправленной генерации при $T_1\omega/Q = 5000$, $\eta = 0.2$, $\rho = 2 \times 10^{-3}$ и $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0$ [71]. Штриховыми линиями показаны декременты затухания δ_1 и δ_2 вдали от области параметрического резонанса.

цитируемую в них литературу). Детальный анализ технических характеристик излучения ТКЛ в стационарном режиме однонаправленной генерации (стабильность амплитуды и частоты излучения, получение большой выходной мощности одночастотного излучения и т. д.) выходит за рамки настоящего обзора. Остановимся лишь на некоторых работах, иллюстрирующих различные способы получения стационарного режима однонаправленной генерации.

В лазере, состоящем из дискретных элементов, режим бегущей волны обычно реализуется при введении в резонатор невзаимного элемента [6, 70, 81] либо при наложении магнитного поля непосредственно на активный элемент [82]. Один из способов его достижения основан на использовании внешнего возвратного зеркала [83]. Однонаправленная генерация может быть получена и при использовании акустооптических невзаимных элементов [37, 84]. В работе [73] продемонстрирована возможность достижения однонаправленной генерации в кольцевом лазере при наличии частотной невзаимности резонатора, создаваемой его вращением.

В монолитных кольцевых чип-лазерах режим бегущей волны обычно реализуется при наложении магнитного поля на активный элемент [18–25]. Возникновению однонаправленной одночастотной генерации в этом случае способствует использование резонатора неплоской конфигурации, обеспечивающей взаимный поворот плоскостей поляризации. Особенности пространственно-временных и поляризационных характеристик излучения кольцевого лазера с неплоским резонатором исследованы в [85, 86].

4.5. Влияние структуры линии усиления на режим однонаправленной генерации

Как уже отмечалось, при наличии отстройки частоты от центра линии усиления изменяется характер нелинейной связи встречных волн на решетках инверсной населенности, что приводит к изменению условий устойчивости режимов стационарной генерации. В случае достаточно больших относительных отстроек ($\delta \sim 1$) даже в отсутствие линейной связи встречных волн могут возникать бифуркации, приводящие к неустойчивости однонаправленной генерации и возникновению регулярных и хаотических автоколебаний интенсивностей встречных волн [87]. Такие отстройки, однако, возможны лишь при введении в кольцевой резонатор специальных селективирующих элементов.

Режим однонаправленной генерации в отсутствие линейной связи встречных волн неустойчив при относительных отстройках [53, 54]

$$|\delta| < \delta_{cr} = (1 + \eta) \left(\frac{T_1 \eta \omega}{Q} \right)^{-1/2}. \quad (50)$$

Если неравенство (50) выполняется ($|\delta| < \delta_{cr}$), то при наличии отстройки происходит уменьшение критической линейной связи $\rho_{cr} = m_{cr} Q / \omega$, приводящей к неустойчивости стационарной однонаправленной генерации [69]. Кроме того, режимы, различающиеся направлением распространения сильной волны, имеют (при наличии отстройки и частотной невзаимности) разные значения ρ_{cr} . На рис.7 показаны зависимости ρ_{cr} от Ω для двух режимов стационарной генерации при относительной отстройке частоты $\delta = 0.1$. В областях I и II между кривыми I

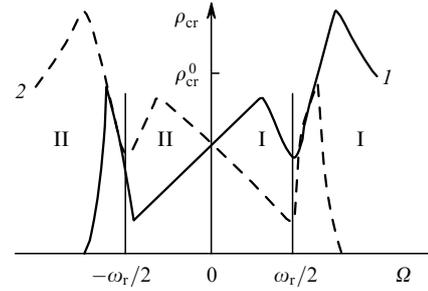


Рис.7. Теоретические зависимости критических величин линейной связи от Ω в двух режимах однонаправленной генерации в случае наличия отстройки частоты от центра линии усиления при $\delta = 0.1$, $T_1 \omega / Q = 5000$ и $\eta = 0.4$ [69].

и 2 устойчив лишь режим однонаправленной генерации: в области I сильной является волна E_1 , а в области II – волна E_2 . Ниже областей I и II устойчивы оба режима однонаправленной генерации (бистабильность).

Как показывает численное решение системы уравнений стандартной модели (22), нестационарный режим низкочастотных переключений направления распространения излучения (автомодуляционный режим второго рода) возникает в ТКЛ при относительных отстройках частоты $|\delta| > \delta_{cr}$. Несмотря на то что в случае одномодовой генерации это условие обычно не выполняется, такой нестационарный режим наблюдался экспериментально [7, 9] при одномодовой генерации в кольцевых лазерах на YAG: Nd. Это противоречие удалось разрешить в модели ТКЛ, учитывающей реальную структуру линии усиления [55, 56]. В спектре люминесценции кристаллов YAG: Nd имеются две близкие линии: сильная – с центром на $\lambda = 1.0639$ мкм, и более слабая – с центром на $\lambda = 1.0643$ мкм. При комнатной температуре расстояние между этими линиями составляет порядка их полуширины, а их интенсивности различаются примерно в три раза. Слабая компонента вносит асимметрию в суммарную линию усиления, что эквивалентно наличию отстройки частоты волн от центра линии усиления.

Система уравнений, описывающая нелинейную динамику ТКЛ с двумя близкими по частоте линиями усиления, имеет следующий вид [55, 56, 68, 71]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T} [(N_0 + L' N'_0) \tilde{E}_{1,2} + (N_{\mp} + L' N'_{\mp}) \tilde{E}_{2,1}], \\ T_1 \frac{dN_0}{dT} &= N_{th}(1 + \eta) - N_0 [1 + a(|E_1|^2 + |E_2|^2)] \\ &- N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2, \\ T_1 \frac{dN_+}{dT} &= -N_+ [1 + a(|E_1|^2 + |E_2|^2)] - N_0 a E_1^* E_2, \quad (51) \\ T_1 \frac{dN'_0}{dT} &= N_{th}(1 + \eta') - N'_0 - \text{Re} L' [N'_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) \\ &+ N'_+ a E_1 E_2^* + N'_- a E_1^* E_2], \\ T_1 \frac{dN'_{\pm}}{dT} &= -N'_{\pm} - \text{Re} L' [N'_+ a (|E_1|^2 + |E_2|^2) + N'_0 a E_1^* E_2]. \end{aligned}$$

В эти уравнения, помимо переменных, использовавшихся в уравнениях стандартной модели (22), введены дополнительные переменные N'_0 и N'_\pm , которые определяют постоянную составляющую и комплексные амплитуды пространственных гармоник инверсной населенности, связанных со слабой линией, $L' = 1/(1 + i\delta')$ и $\delta' = (\omega_0 - \omega'_0)/T_2$ – относительное расстояние между центрами линий. Разные интенсивности линий люминесценции моделируются различными скоростями накачки ($N_{th}\alpha/T_1$ и $N_{th}\alpha'/T_1$).

В отсутствие линейной связи встречных волн стационарное решение этой системы уравнений, соответствующее режиму однонаправленной генерации, определяется выражениями

$$aE_2^2 = \frac{1 + \delta'^2}{2} \left\{ \left[\frac{4}{1 + \delta'^2} (\alpha + \alpha' \text{Re}L' - 1) + [1 - (\alpha + \alpha' - 1) \text{Re}L']^2 \right]^{1/2} - [1 - (\alpha + \alpha' - 1) \text{Re}L'] \right\},$$

$$aR_1^2 = 0,$$

$$n_0 \equiv \frac{\sigma I N_0}{T} \left(\frac{\omega}{Q} \right)^{-1} = \frac{\alpha}{1 + aE_2^2},$$

$$n'_0 \equiv \frac{\sigma I N'_0}{T} \left(\frac{\omega}{Q} \right)^{-1} = \frac{\alpha'}{1 + \text{Re}L' aE_2^2},$$

где $\alpha = 1 + \eta$; $\alpha' = 1 + \eta'$.

Исследование устойчивости режима однонаправленной генерации в отсутствие линейной связи встречных волн приводит к следующему характеристическому уравнению [68]:

$$\lambda^3 T_1^3 + [2 + aE_2^2(1 + \text{Re}L')] \lambda^2 T_1^2 + \lambda T_1 \times \left[(1 + aE_2^2)(1 + \text{Re}L' aE_2^2) + \frac{\omega T_1}{2Q} aE_2^2 (n_0 + n'_0 L' \text{Re}L') \right] + \frac{\omega T_1}{2Q} aE_2^2 [n_0(1 + \text{Re}L' aE_2^2) + n_0^2 L' \text{Re}L' (1 + aE_2^2)] = 0.$$

Режим однонаправленной генерации (см. (52)) оказывается неустойчивым ($\text{Re}\lambda > 0$) при условии

$$\frac{\omega T_1}{2Q} aE_2^2 n'_0 (\text{Re}L')^2 F \delta' \geq F^2 [2 + aE_2^2(1 + \text{Re}L')] - \frac{\omega T_1}{2Q} aE_2^2 [n_0(1 + \text{Re}L' aE_2^2) + n'_0 (\text{Re}L')^2 (1 + aE_2^2)],$$

где

$$F^2 = \frac{\omega T_1}{2Q} [n_0 + n'_0 (\text{Re}L')^2] aE_2^2.$$

На рис.8 показана зависимость границы области устойчивости режима стационарной однонаправленной генерации (сплошная кривая), рассчитанной в [68] на основе (52), (54), от параметров α' и δ' . Точка R с координатами $\delta' = 1$, $\alpha' = \alpha/3$, соответствующими параметрам слабой линии в лазере на YAG:Nd, находится в области неустойчивости. Таким образом, с учетом реальной струк-

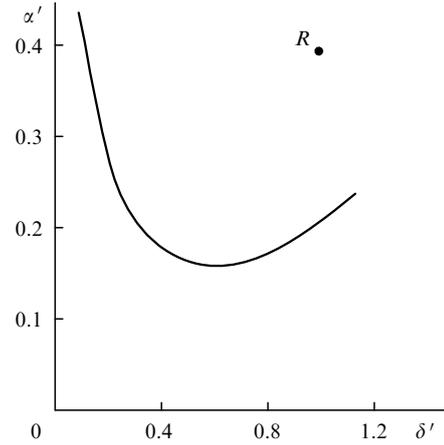


Рис.8. Границы устойчивости однонаправленной генерации в плоскости параметров (δ' , α') модели ТКЛ с двухкомпонентной линией усиления при $T_1\omega/Q = 5000$, $\eta = 0.2$, $\rho = 10^{-3}$ и $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0$ [68].

туры линии усиления однонаправленная генерация в кольцевом лазере на YAG:Nd оказывается неустойчивой при отсутствии оптической невязимости и линейной связи. В стандартной модели ТКЛ такая неустойчивость имеет место при отстройках $|\delta| > \delta_{cr}$. В области неустойчивости (выше границы) возникает автомодуляционный режим второго рода (см. далее).

5. Периодические автомодуляционные режимы генерации

Как показывает анализ, проведенный в предыдущем разделе, существуют области лазерных параметров, в которых все стационарные режимы генерации оказываются неустойчивыми. Например, при генерации в центре линии усиления ($\delta = 0$) в случае малых превышений накачки над порогом ($\eta \ll 1$) все стационарные режимы неустойчивы при выполнении неравенств

$$m \left| \cos \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right| > \frac{1}{2} \left(\frac{\eta\omega}{QT_1} \right)^{1/2},$$

$$m |\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)| < \frac{\omega}{3Q} \eta.$$

Напомним, что эти неравенства записаны в частном случае равных модулей коэффициентов линейной связи ($m = |\tilde{m}_1| = |\tilde{m}_2|$) и при отсутствии амплитудной и частотной невязимостей ($\omega/Q = \omega/Q_1 = \omega/Q_2$, $\Omega = \omega_1 - \omega_2 = 0$). При наличии достаточно больших отстроек частоты, удовлетворяющих условию $|\delta| > \delta_{cr}$, все стационарные состояния неустойчивы даже в отсутствие линейной связи встречных волн (см. п.4.5). В этих областях возникают нестационарные режимы генерации, среди которых наибольший интерес представляют автомодуляционные режимы первого и второго рода, квазипериодические режимы, режим биений встречных волн и режим динамического хаоса.

5.1. Автомодуляция интенсивностей встречных волн

Наиболее простыми нестационарными режимами являются периодические режимы, среди которых особенно важен автомодуляционный режим первого рода, в котором интенсивности встречных волн совершают противо-

фазные синусоидальные колебания. Впервые этот режим был исследован на основе численного решения уравнений стандартной модели (22) в [52] и экспериментально обнаружен в [9]. Частота автомодуляционных колебаний ω_m определяется величиной линейной связи встречных волн и невзаимностью кольцевого резонатора. В отсутствие оптических невзаимностей резонатора частота ω_m может изменяться от десятков килогерц до нескольких мегагерц.

Рассмотрим вначале особенности нелинейной динамики в автомодуляционном режиме первого рода в отсутствие амплитудной невзаимности резонатора ($\Delta = 0$). Область существования автомодуляционного режима первого рода в плоскости параметров ($mQ/\eta\omega$, $\vartheta_1 - \vartheta_2$), характеризующих величину и фазу коэффициентов линейной связи, показана на рис.9. Эта область оказывается наиболее широкой при коэффициентах связи, близких к комплексно-сопряженным ($|\vartheta_1 - \vartheta_2| \ll 1$). С увеличением разности фаз коэффициентов связи она сужается, и при $|\vartheta_1 - \vartheta_2| \rightarrow \pi$ существование автомодуляционных колебаний первого рода становится невозможным.

Систему уравнений стандартной модели в случае периодических режимов удается решить аналитически [74, 78, 88–90], предполагая, что частота автомодуляционных колебаний ω_m велика по сравнению с основной релаксационной частотой $\omega_r = (\omega\eta/QT_1)^{1/2}$. В этом случае можно использовать метод последовательных приближений по малому параметру

$$\varepsilon = \frac{\omega_r}{\omega_m} \ll 1. \tag{56}$$

В нулевом приближении пренебрегается модуляцией инверсной населенности с частотой ω_m и учитываются лишь постоянные составляющие \bar{N}_0 и \bar{N}_{\pm} пространственных гармоник инверсной населенности N_0 и N_{\pm} . В этом приближении уравнения для комплексных амплитуд представляют собой систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} = & -\frac{\omega}{2Q} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ & + \frac{\sigma l}{2T} (1 - i\delta) (\bar{N}_0 \tilde{E}_{1,2} + \bar{N}_{\mp} \tilde{E}_{2,1}). \end{aligned} \tag{57}$$

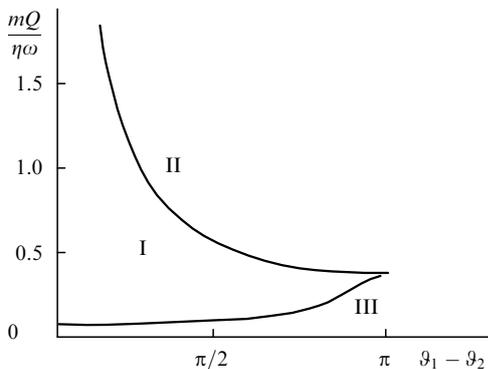


Рис.9. Области существования стационарных режимов стоячей волн (II), однонаправленной генерации (III) и автомодуляционного режима первого рода (I) в плоскости параметров $(\vartheta_1 - \vartheta_2, mQ/\omega\eta)$ [27].

Постоянные составляющие \bar{N}_0 и \bar{N}_{\pm} определяются из уравнений (22) для пространственных гармоник инверсной населенности N_0 и N_{\pm} , которые в нулевом приближении сводятся к алгебраическим уравнениям. Комплексные поля встречных волн в нулевом приближении по ε можно записать в виде

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 \exp(i\omega_n t) &= A_1 \exp(i\omega_1 t) + B_1 \exp(i\omega_2 t), \\ \tilde{E}_2 \exp(i\omega_n t) &= A_2 \exp(i\omega_1 t) + B_2 \exp(i\omega_2 t), \end{aligned} \tag{58}$$

где A_i и B_i ($i = 1, 2$) – постоянные коэффициенты; ω_n – собственная частота кольцевого резонатора в отсутствие линейной связи встречных волн. В соответствии с (58) в оптическом спектре излучения каждой из встречных волн присутствуют две спектральные компоненты с частотами ω_1 и ω_2 . Автомодуляционные колебания первого рода можно рассматривать как биения между двумя собственными частотами, возникающими в кольцевом резонаторе при наличии линейной связи встречных волн [57, 58]. Частота автомодуляции ω_m оказывается равной разности этих собственных частот.

В установленном периодическом режиме частоты спектральных компонент ω_1 и ω_2 должны быть действительными величинами. Решая уравнения нулевого приближения и используя условия действительности величин ω_1 и ω_2 , можно получить следующие выражения для этих частот и частоты автомодуляционных колебаний ω_m [88]:

$$\omega_1 = \omega_n - \frac{\delta\omega}{Q} - \frac{\omega_m}{2}, \quad \omega_2 = \omega_n - \frac{\delta\omega}{Q} + \frac{\omega_m}{2}, \tag{59}$$

$$\omega_m = (\omega_{m0}^2 + \Omega^2)^{1/2}, \tag{60}$$

где ω_{m0} – частота автомодуляционных колебаний в отсутствие оптической невзаимности резонатора, определяемая формулой

$$\begin{aligned} \omega_{m0}^2 = & m_1 m_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \frac{(1 + \delta^2) m_1^2 m_2^2 \sin^2(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)} \\ & - \delta m_1 m_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2). \end{aligned} \tag{61}$$

В соответствии с приведенными выражениями частота автомодуляции ω_m зависит от модулей и фаз коэффициентов линейной связи встречных волн, относительной отстройки частоты генерации от центра линии усиления ($\delta = (\omega - \omega_0)T_2$), а также от частотной невзаимности кольцевого резонатора Ω . При увеличении Ω частота автомодуляционных колебаний ω_m растет, приближаясь к Ω . При симметричной обратной связи, когда $m_1 = m_2 = m$, выражение для ω_{m0} существенно упрощается:

$$\omega_{m0} = m \left| \cos \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} - \delta \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \right|. \tag{62}$$

При учете малых членов порядка ε^2 возникает поправка к частоте автомодуляции, и формула для ω_m принимает следующий вид [89, 90]:

$$\omega_m = (\omega_{m0}^2 + \Omega^2)^{1/2} + \Delta\omega_m, \tag{63}$$

где

$$\Delta\omega_m = \frac{\omega_r^2 (\Omega^2 + \omega_{m0}^2)}{4\omega_{m0}^3}. \tag{64}$$

В соответствии с (63), (64) частота автомодуляционных колебаний оказывается зависящей от превышения накачки над порогом η .

Учитывая выражения (58) для полей, безразмерные интенсивности встречных волн $I_{1,2} = a\tilde{E}_{1,2}\tilde{E}_{2,1}^*$ можно представить в виде

$$I_{1,2} = I_{1,2}^0 \pm I_{1,2}^m \cos(\omega_m t + \varphi_{1,2}), \quad (65)$$

где $I_{1,2}^0$ – постоянные составляющие (средние значения) и $I_{1,2}^m$ – амплитуды модуляции интенсивностей встречных волн. В отсутствие амплитудной невязимости кольцевого резонатора в автомодуляционном режиме первого рода имеет место строго противофазная модуляция интенсивностей встречных волн, что соответствует $\varphi_1 = \varphi_2$ в (65). При наличии амплитудной невязимости возникает дополнительный фазовый сдвиг автомодуляционных колебаний $\Delta\varphi \equiv \varphi_1 - \varphi_2$, который определяется следующим выражением [89]:

$$\sin \Delta\varphi = \frac{2\omega_m \Delta}{[(\Omega^2 - \omega_m^2 + \Delta^2)^2 + 4\Delta^2 \omega_m^2]^{1/2}}, \quad (66)$$

где Δ – амплитудная невязимости кольцевого резонатора. В случае достаточно малой амплитудной невязимости ($\Delta \ll \omega_m$) последнюю формулу можно значительно упростить:

$$\sin \Delta\varphi = \frac{2\omega_m \Delta}{\omega_{m0}^2}. \quad (67)$$

При $\Delta\varphi \neq 0$ модуляция интенсивностей уже не является строго противофазной (рис.10). Измерение фазового сдвига $\Delta\varphi$ автомодуляционных колебаний позволяет определить в соответствии с формулой (66) амплитудную невязимости Δ , поскольку значения входящих в эту формулу частот автомодуляции ω_m и ω_m^2 непосредственно измеряются в эксперименте. Это было продемонстрировано в работе [91]. Управление величинами амплитудной и частотной невязимостей осуществлялось в этой работе при наложении внешнего магнитного поля на монокристалл кольцевого чип-лазера. Естественно предположить, что частотная и амплитудная невязимости кольцевого лазера связаны с его параметрами и напряженностью магнитного поля H следующим образом:

$$\Omega = k_1 H, \quad (68)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_1}{Q_1} - \frac{\omega_2}{Q_2} \right) = k_2 H + \Delta_0, \quad (69)$$

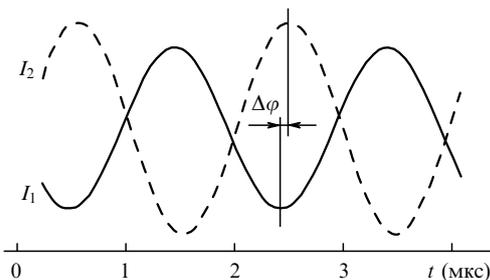


Рис.10. Осциллограммы интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме первого рода при наличии амплитудной невязимости резонатора [91].

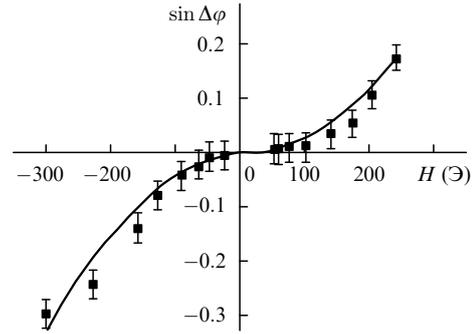


Рис.11. Экспериментальная (точки) и теоретическая (сплошная кривая) зависимости $\sin \Delta\varphi$ от напряженности магнитного поля H [91].

где ω_1 и ω_2 – частоты генерации во встречных направлениях; k_1 и k_2 – коэффициенты, зависящие от ориентации магнитного поля относительно контура резонатора, его неплоскостности и других параметров; Δ_0 – амплитудная невязимости кольцевого резонатора при $H = 0$. Отметим, что коэффициенты k_1 , k_2 и Δ_0 для конкретного резонатора могут быть вычислены с помощью формализма матриц Джонса.

Из (67) следует, что

$$\frac{\sin \Delta\varphi}{\omega_m} = \frac{2(\Delta_0 + k_2 H)}{\omega_{m0}^2}, \quad (70)$$

т. е. отношение $(\sin \Delta\varphi)/\omega_m$ зависит от H . На рис.11 сравниваются экспериментально измеренные и расчетные зависимости $\sin \Delta\varphi$ от величины магнитного поля. Видно хорошее согласие теории и эксперимента.

Средние значения $I_{1,2}^0$ и амплитуды модуляции интенсивностей встречных волн $I_{1,2}^m$ зависят от коэффициентов линейной связи, превышения накачки над пороговым уровнем и оптической невязимости кольцевого резонатора. В общем случае формулы, определяющие эту зависимость, достаточно громоздки (см., напр., [89, 92]) и поэтому здесь не приводятся. С увеличением частотной невязимости Ω увеличивается разность средних значений интенсивностей встречных волн и монотонно уменьшается глубина модуляции. В результате при достаточно больших Ω , удовлетворяющих неравенству $|\Omega| > \Omega_1$, где Ω_1 определяется формулой (49), автомодуляционный режим первого рода переходит в стационарный режим с неравными интенсивностями встречных волн.

На рис.12 показаны средние интенсивности встречных волн и пределы изменения интенсивностей в процессе автомодуляционных колебаний как функции частотной невязимости резонатора. Эти зависимости были рассчитаны в [92] при параметрах, характерных для монокристаллических Nd:YAG-лазеров. Отметим, что на рис.12 показаны также зависимости средних интенсивностей от Ω при несовпадении поляризаций полей встречных волн. На рис.13 приведены экспериментально измеренные в [60] зависимости средних интенсивностей и глубины противофазной модуляции интенсивностей встречных волн от тока соленоида, создающего магнитное поле (частотную невязимости резонатора) в монокристаллическом Nd:YAG-лазере. При наличии амплитудной невязимости кольцевого резонатора наблюдаются более сложные (петлеобразные) зависимости средних интенсивностей встречных волн от частотной невязимости резонатора [27, 74].

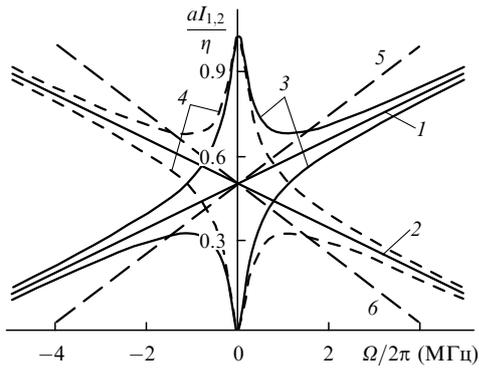


Рис.12. Теоретические зависимости средних интенсивностей встречных волн I_1 (1) и I_2 (2) и пределов их изменения $I_1 \pm I_1^m$ (3) и $I_2 \pm I_2^m$ (4) в процессе автомодуляционных колебаний от частотной невязанности резонатора Ω при $m/2\pi = 200$ кГц, $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0.3$, $\eta = 0.1$, $\delta = 0$ и $A = 0$ в случае одинаковых поляризаций встречных волн ($e_1 = e_2$), а также аналогичные зависимости I_1 (5) и I_2 (6) при $e_1 e_2 = 0.8$ [92].

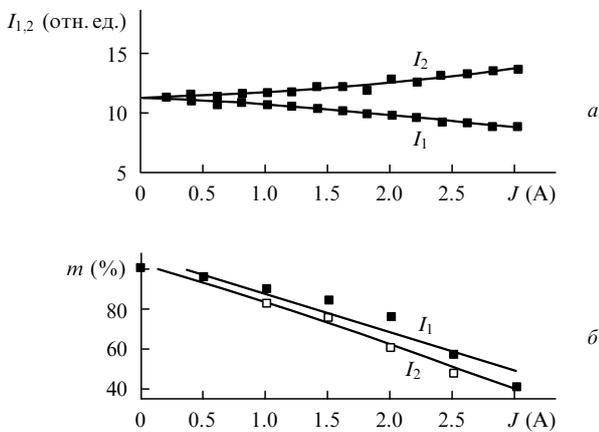


Рис.13. Влияние тока соленоида (частотной невязанности кольцевого резонатора) на средние интенсивности (а) и глубины противофазной модуляции встречных волн (б) в автомодуляционном режиме первого рода при $\eta = 0.06$ [60].

Помимо автомодуляционного режима первого рода, в ТКЛ возможен и другой периодический режим генерации, в котором, в противоположность автомодуляционному режиму первого рода, имеет место синфазная модуляция интенсивностей встречных волн [88, 93]. В отсутствие амплитудной невязанности резонатора режим синфазной автомодуляции интенсивностей оказывается возможным, когда выполняется неравенство

$$\Omega_0^2 = -m_1 m_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - \frac{(1 + \delta^2)m_1^2 m_2^2 \sin^2(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)} + \delta m_1 m_2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) > 0. \tag{71}$$

В случае $\delta = 0$ это неравенство может выполняться только при неравных модулях коэффициентов линейной связи ($m_1 \neq m_2$) и при разности фаз коэффициентов связи $|\vartheta_1 - \vartheta_2| > \pi/2$. Условия возникновения синфазного режима значительно облегчаются при наличии амплитудной невязанности резонатора. Режим синфазной автомодуляции интенсивностей существует в ограниченной области частотных невязанностей $|\Omega| > \Omega_0$. Частота автомодуляции в этом режиме определяется выражением

$$\omega_m = (\Omega^2 - \Omega_0^2)^{1/2}. \tag{72}$$

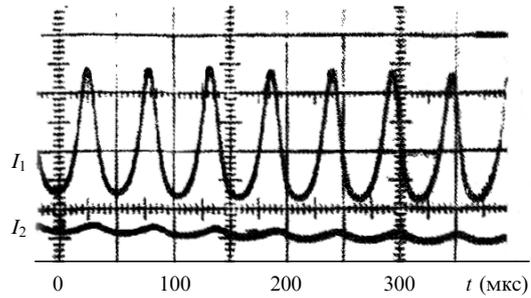


Рис.14. Осциллограммы интенсивностей встречных волн I_1 и I_2 в периодическом режиме синфазной автомодуляции [27].

Различие в коэффициентах связи встречных волн, возникающее при использовании схемы с дополнительным внешним зеркалом, приводит при определенных условиях к переходу от автомодуляционного режима первого рода к периодическому режиму с синфазной автомодуляцией [93]. Как правило, в этом режиме средние значения интенсивностей встречных волн оказываются существенно неравными вследствие неравенства модулей коэффициентов связи или добротностей резонатора (рис.14). Отметим, что режим синфазной автомодуляции до настоящего времени остается мало изученным.

5.2. Автомодуляция оптических фаз встречных волн

В подавляющем большинстве работ, посвященных исследованию нелинейной динамики излучения ТКЛ, изучались временные и спектральные характеристики интенсивностей излучения встречных волн. Исследованию же динамики оптических фаз встречных волн (фазовой динамики излучения) уделялось мало внимания. Это объясняется тем, что непосредственное измерение оптических фаз встречных волн и их разности является весьма сложной технической задачей. Тем не менее в некоторых работах экспериментально исследовалась фазовая динамика кольцевых лазеров в нестационарных режимах генерации. Такие исследования проводились двумя методами: при фотосмещении (гетеродинаровании) исследуемого излучения с излучением другого лазера [94] и при фотосмещении оптических полей излучения встречных волн [95, 96].

Анализ фазовой динамики ТКЛ в периодических нестационарных режимах генерации может быть выполнен при использовании стандартной модели (22). Рассмотрим динамику разности фаз встречных волн $\Phi = \varphi_2 - \varphi_1$ в автомодуляционном режиме первого рода. Из уравнения для разности фаз встречных волн непосредственно следует, что на мгновенное значение $d\Phi/dt$ разности частот встречных волн влияют оптическая невязанность кольцевого резонатора, а также линейная и нелинейная связи встречных волн. В автомодуляционном режиме первого рода как линейная, так и нелинейная связь встречных волн приводит к автомодуляции разности фаз этих волн. В случае достаточно сильной линейной связи, когда частота автомодуляционных колебаний много больше частоты релаксационных колебаний ω_r , основной вклад в фазовую модуляцию вносит линейная связь встречных волн. В этом случае, пренебрегая нелинейной связью на решетках инверсной населенности и полагая, что коэффициенты линейной связи близки к комплексносопряженным ($m_1 = m_2 = m$, $|\vartheta_1 - \vartheta_2| \ll 1$), из (22) получим следующее уравнение для Φ :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Omega + \frac{m}{2} \frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1 E_2} \cos(\Phi + \vartheta), \quad (73)$$

где $\vartheta = (\vartheta_1 + \vartheta_2)/2$.

В автомодуляционном режиме первого рода можно получить из (22) в рассматриваемом приближении следующие формулы [78]:

$$E_{1,2}^2 = \frac{B}{2} \pm \left[\frac{\Omega}{2\omega_m} (B^2 - A^2)^{1/2} + \frac{m}{2\omega_m} A \sin(\omega_m t + \varphi) \right], \quad (74)$$

$$E_1 E_2 \sin(\Phi + \vartheta) = \frac{A}{2} \cos(\omega_m t + \varphi).$$

Здесь $\omega_m = (m^2 + \Omega^2)^{1/2}$; φ – произвольная постоянная; постоянные A, B определяются из выражений

$$aB = 2\eta(1 - K), \quad a(B^2 - A^2)^{1/2} = 4\eta K, \quad (75)$$

где

$$K = \frac{m|\vartheta_1 - \vartheta_2|}{2(\omega/Q)\eta}.$$

Подставив (74) в (73), получим

$$\frac{d\Phi}{dt} = A \left\{ A\Omega - m(B^2 - A^2)^{1/2} \sin(\omega_m t + \varphi) \right. \quad (76)$$

$$\left. \times \left\{ B^2 - \left[\frac{\Omega}{v} (B^2 - A^2)^{1/2} + \frac{m}{v} A \sin(\omega_m t + \varphi) \right]^2 \right\}^{-1} \right\}.$$

В соответствии с (76) $d\Phi/dt$ является осциллирующей функцией времени. Усредняя выражение (76) по времени, получаем, что средние значения разности частот встречных волн $\langle d\Phi/dt \rangle$ (частоты биений) определяются следующими формулами:

$$\langle d\Phi/dt \rangle = 0, \quad \text{если } |\Omega| \leq \omega_m \left(1 - \frac{A^2}{B^2}\right)^{1/2}, \quad (77)$$

$$\langle d\Phi/dt \rangle = \omega_m \text{sign } \Omega, \quad \text{если } |\Omega| > \omega_m \left(1 - \frac{A^2}{B^2}\right)^{1/2}.$$

Из приведенных выражений видно, что при достаточно малых частотных невязностях в автомодуляционном режиме первого рода имеет место синхронизация частот встречных волн. В этом случае разность фаз встречных волн является осциллирующей функцией времени и изменяется в конечных пределах. С увеличением частотной невязности скачкообразно возникает отличная от нуля средняя разность частот, при этом разность фаз встречных волн неограниченно растет с течением времени. Если коэффициенты связи близки к комплексно-сопряженным, критическое значение Ω_{cr} , при котором происходит скачок средней разности частот, определяется формулой

$$\Omega_{cr} = 2 \frac{m^2 |\vartheta_1 - \vartheta_2|}{(\omega/Q)\eta}. \quad (78)$$

На рис.15 показаны зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн от времени в режиме автомодуляционных колебаний первого рода при $\Omega = 0$. Видно, что интенсивности и разность фаз встречных волн

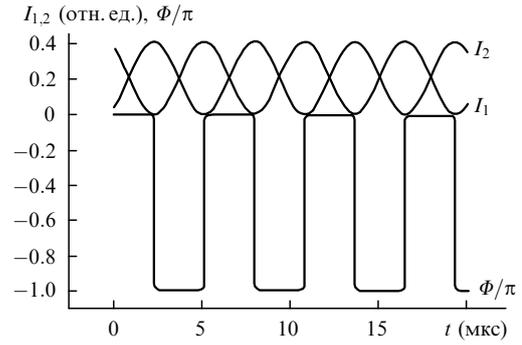


Рис.15. Теоретические зависимости интенсивностей I_1 и I_2 , а также разности оптических фаз $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$ встречных волн от времени в режиме автомодуляционных колебаний первого рода при $\Omega = 0$ (численное моделирование).

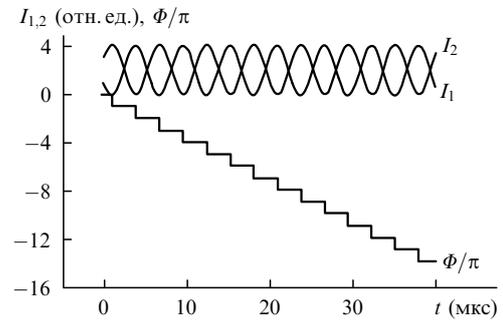


Рис.16. Теоретические зависимости интенсивностей I_1 и I_2 , а также разности оптических фаз $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$ встречных волн от времени в режиме автомодуляционных колебаний первого рода при наличии частотной невязности Ω , превышающей Ω_{cr} (численное моделирование).

оказываются периодическими функциями времени. Разность фаз Φ остается постоянной в течение большей части периода автомодуляционных колебаний и резко изменяется на π (или $-\pi$) в промежутке времени, когда интенсивность одной из волн близка к нулю. На рис.16 показаны зависимости интенсивностей и разности фаз встречных волн при частотной невязности Ω , превышающей Ω_{cr} .

На рис.17 представлена зависимость средней разности частот встречных волн $\langle d\Phi/dt \rangle$ от частотной невязности Ω , полученная на основе численного решения системы уравнений стандартной модели. Как видно из приведенных результатов, скачок разности частот возникает при значении $\Omega_{cr}/2\pi$, равном примерно 100 Гц, что хорошо согласуется с формулой (78).

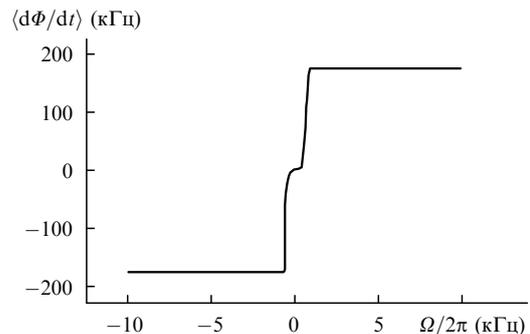


Рис.17. Зависимость средней разности частот встречных волн $\langle d\Phi/dt \rangle$ от частотной невязности (численное моделирование).

5.3. Релаксационные колебания в автомодуляционном режиме первого рода

Вследствие медленности релаксации инверсной населенности процессы установления автомодуляционных колебаний имеют колебательный характер. Релаксационные колебания в ТКЛ, работающем в автомодуляционном режиме первого рода, заметно отличаются от релаксационных колебаний в стационарном режиме однонаправленной генерации.

Для анализа релаксационных процессов в автомодуляционном режиме необходимо рассмотреть динамику малых возмущений относительно установившегося периодического режима. В линейном приближении по малым возмущениям получим систему линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Эти уравнения можно решить методом последовательных приближений по малому параметру $\epsilon = \omega_r/\omega_m \ll 1$. При выполнении этого неравенства, как показано в [97, 98], можно заменить периодические коэффициенты уравнений их средними значениями и получить систему уравнений с постоянными коэффициентами. Из характеристического уравнения для полученной таким образом системы уравнений следует, что в рассматриваемом случае имеются три характерных частоты. Одна из этих частот оказывается равной частоте автомодуляционных колебаний, а две другие – частотам релаксационных колебаний. Одна из релаксационных частот (основная) определяется формулой

$$\omega_{r0} = \left(\frac{\omega}{Q} \frac{\eta}{T_1} \right)^{1/2} \tag{79}$$

и совпадает с основной релаксационной частотой в стационарном режиме однонаправленной генерации. Вторая релаксационная частота определяется формулой

$$\omega_{r1}^2 = \frac{1}{2} \left[\omega_m^2 + \omega_{r0}^2 - (\omega_m^4 + 2\omega_{r0}^2 \Omega^2)^{1/2} \right]. \tag{80}$$

Частота ω_{r1} всегда меньше основной релаксационной частоты ω_r . В отсутствие частотной невязимости резонатора ($\Omega = 0$) частота ω_{r1} имеет максимальное значение $(\omega_{r1})_{\max} = \omega_r/\sqrt{2}$.

Отметим, что в модели ТКЛ [60], учитывающей особенности взаимодействия эллиптически поляризованных встречных волн в лазерах с неплоским резонатором (в так называемой векторной модели), выражение для релаксационной частоты ω_{r1} оказывается несколько иным. В частности, максимальное значение $(\omega_{r1})_{\max}$, достигаемое при отсутствии частотной невязимости резонатора ($\Omega = 0$), зависит от поляризации излучения, и для эллиптически поляризованных волн в работе [60] получено $(\omega_{r1})_{\max} = \omega_r/1.6$. На рис.18 приведены теоретические и экспериментальные зависимости частот релаксационных

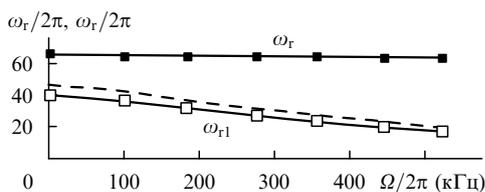


Рис.18. Теоретические и экспериментальные зависимости [60] частот релаксационных колебаний ω_r и ω_{r1} от частотной невязимости кольцевого резонатора. Штриховой линией показана зависимость ω_{r1} от Ω , определяемая формулой (80).

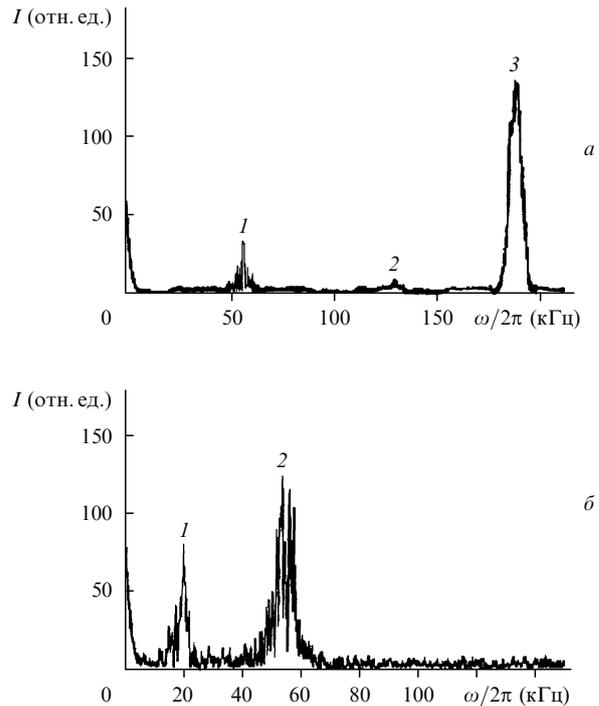


Рис.19. Спектры интенсивности выходного излучения в отсутствие (а) и при наличии (б) частотной невязимости. На рис.а пик 1 соответствует основной релаксационной частоте ω_r , пик 2 – комбинационной частоте $\omega_m - \omega_r$, пик 3 – частоте автомодуляционных колебаний ω_m . На рис.б пик 1 соответствует частоте ω_{r1} , пик 2 – частоте ω_r [97].

колебаний ω_r и ω_{r1} от частотной невязимости кольцевого резонатора из работы [60]. Видно, что зависимость ω_{r1} от Ω в векторной модели достаточно хорошо согласуется с зависимостью (80), полученной в рамках стандартной модели.

Релаксационные частоты ω_r и ω_{r1} обычно наблюдаются в спектрах мощности излучения ТКЛ, работающих в автомодуляционном режиме первого рода. На рис.19 приведены спектры интенсивности выходного излучения в отсутствие и при наличии частотной невязимости Ω . В отсутствие частотной невязимости частота ω_{r1} обычно в спектрах не проявляется, и в этом случае (рис.19,а) спектр содержит три пика: на частотах ω_r , ω_m и на комбинационной частоте $\omega_m - \omega_r$. Частоту ω_{r1} в отсутствие частотной невязимости можно наблюдать в спектре интенсивности излучения при периодической модуляции параметров лазера. При наличии частотной невязимости частота ω_{r1} может наблюдаться и без модуляции параметров лазера, что хорошо видно на рис.19,б, где спектр показан в более узком диапазоне частот и содержит пики лишь на частотах ω_{r1} и ω_r .

Теоретические и экспериментальные зависимости частоты автомодуляционных колебаний ω_m и релаксационной частоты ω_{r1} от частотной невязимости резонатора приведены на рис.20. Следует отметить, что выражения для релаксационных частот (79) и (80) являются приближенными, т. к. получены в предельном случае $\epsilon = \omega_r/\omega_m \ll 1$. При произвольном соотношении между ω_m и ω_r формула для основной частоты релаксационных колебаний имеет вид [99]

$$\omega_r^2 = \frac{1}{2} \left\{ \omega_m^2 + \omega_{r0}^2 - [(\omega_m^2 + \omega_{r0}^2)^2 + \omega_{r0}^4 - 4\omega_{r0}^2 \omega_m^2]^{1/2} \right\}. \tag{81}$$

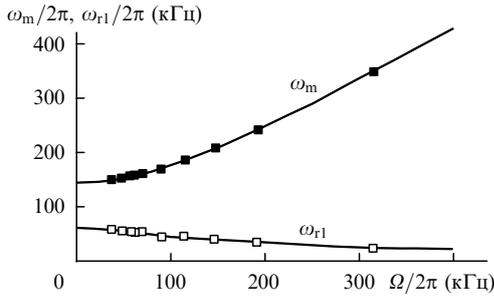


Рис.20. Теоретические и экспериментальные зависимости частоты автомодуляционных колебаний ω_m и релаксационной частоты ω_{r1} от частотной невязки резонатора [97].

В соответствии с этой формулой частота ω_r оказывается зависящей от частоты автомодуляционных колебаний ω_m . В случае $\varepsilon = \omega_r/\omega_m \ll 1$ из (81) следует $\omega_r = \omega_{r0}$, что согласуется с формулой (79).

Теоретические и экспериментально измеренные зависимости основной релаксационной частоты от частоты автомодуляционных колебаний [99] сравниваются на рис.21. Представлены две серии данных, полученных при двух разных уровнях накачки. Видно, что формула (81) достаточно хорошо описывает зависимость основной релаксационной частоты от частоты автомодуляционных колебаний во всей области изменения ω_m , за исключением двух областей параметрических резонансов, в которых автомодуляционный режим первого рода оказывается неустойчивым. Одна область параметрического резонанса наблюдается при $\omega_m = 2\omega_{r0}$. В ней происходит параметрическая синхронизация частот релаксационных и автомодуляционных колебаний на частоте $\omega_r = \omega_m/2$ и возникает самовозбуждение релаксационных колебаний на основной релаксационной частоте (прямая б). Во второй области неустойчивость автомодуляционных колебаний возникает при параметрическом резонансе $\omega_m = 2\omega_{r1} = 2\omega_{r0}/\sqrt{2}$, что также приводит к синхронизации и самовозбуждению релаксационных колебаний. В этом случае основная релаксационная частота определяется выражением $\omega_r = \omega_m\sqrt{2}/2$ (прямая 5).

При уменьшении коэффициентов линейной связи автомодуляционный режим первого рода переходит в стационарный режим однонаправленной генерации в области $m < m_{cr}$. При этом релаксационные колебания в автомодуляционном режиме на частотах ω_r и ω_{r1} переходят в релаксационные колебания режима бегущей волны с частотами ω_r и $\omega_r^{(1)}$, а частота автомодуляционных колебаний – в релаксационную частоту $\omega_r^{(2)}$.

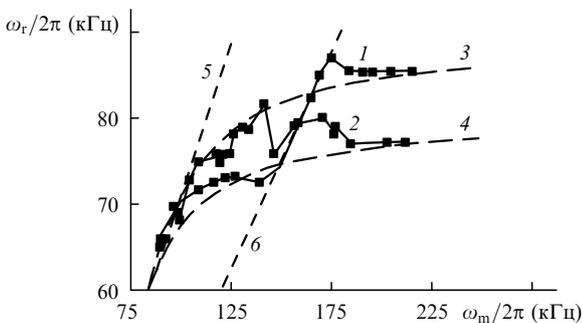


Рис.21. Экспериментальные (1, 2) и теоретические (3, 4) зависимости основной релаксационной частоты от частоты автомодуляционных колебаний при $\eta = 0.46$ (1, 3) и 0.56 (2, 4), а также зависимости $\sqrt{2}\omega_r = \omega_m$ (5) и $2\omega_r = \omega_m$ (6) [99].

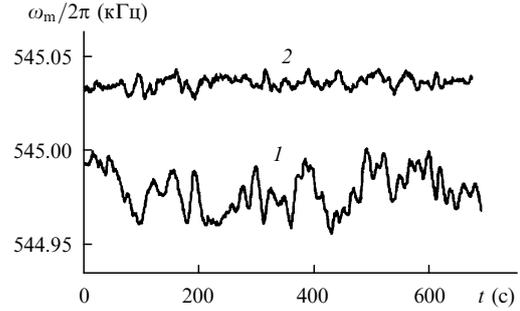


Рис.22. Временные зависимости частоты автомодуляционных колебаний в отсутствие стабилизации (1) и при ее наличии (2) [101].

5.4. Стабилизация частоты и сужение спектра автомодуляционных колебаний

Основной причиной нестабильности частоты автомодуляционных колебаний первого рода ω_m является нестабильность коэффициентов линейной связи встречных волн. Флуктуации ω_m можно существенно уменьшить устранением обратных связей, возникающих при паразитных отражениях от элементов приемного тракта и фокусирующих линз системы накачки [100]. В соответствии с формулами (63), (64) ω_m зависит от частоты релаксационных колебаний, поэтому к флуктуациям автомодуляционной частоты приводит также нестабильность накачки (ее мощности, спектральных и пространственных характеристик излучения полупроводникового лазера накачки). Наличие в спектре излучения нескольких спектральных компонент, соответствующих релаксационным частотам, делает принципиально возможной стабилизацию частоты автомодуляционных колебаний с помощью стабилизации частот релаксационных колебаний. Именно таким способом была осуществлена стабилизация ω_m в работе [101], где основная релаксационная частота стабилизировалась с помощью внешнего высокостабильного радиотехнического генератора. Временные зависимости частоты автомодуляционных колебаний в отсутствие стабилизации и при ее наличии даны на рис.22.

Экспериментальные исследования показывают, что ширина основного пика в спектре автомодуляционных колебаний (на частоте ω_m) довольно велика – порядка килогерца. Отметим, что механизм этого уширения не исследовался. Можно предположить, что одной из его причин являются флуктуации решеток инверсной населенности, имеющие место в автомодуляционном режиме первого рода. В работе [102] была продемонстрирована возможность значительного (почти в три раза) сужения ширины спектра автомодуляционных колебаний при периодической модуляции накачки с частотой, близкой к частоте ω_m . В этом случае возникает синхронизация (захват) автомодуляционных колебаний внешним сигналом. Это достаточно четко иллюстрирует рис.23, на котором показаны спектры излучения кольцевого чип-лазера в отсутствие захвата и при его наличии.

6. Режим биений и методы его стабилизации

6.1. Условие устойчивости режима биений

Выше были рассмотрены периодические режимы генерации, возникающие в ТКЛ при наличии сильной конкуренции встречных волн вследствие их нелинейной связи на решетках инверсной населенности и однородного

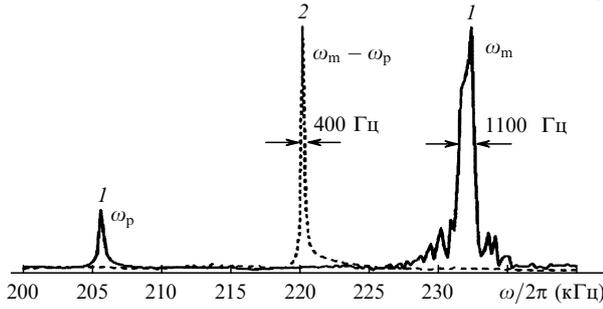


Рис.23. Спектры излучения кольцевого чип-лазера в отсутствие захвата (1) и при его наличии (2) в случае модуляции накачки с частотой ω_p [102].

уширения линии усиления. При введении в кольцевой резонатор лазера дополнительных устройств (элементов), ослабляющих конкуренцию, можно расширить область параметров, в которой наблюдаются периодические режимы генерации, и реализовать важный для практических применений режим биений встречных волн.

В режиме биений при неравенстве частот встречных волн их средние интенсивности оказываются практически равными, и амплитуда модуляции интенсивностей на частоте биений (разность частот встречных волн) мала по сравнению со средней интенсивностью. Режим биений во многом аналогичен автомодуляционному режиму первого рода. И в том и в другом режимах происходит периодическая модуляция интенсивностей и разностей фаз встречных волн с частотой биений (частотой автомодуляции). Основное различие между этими режимами заключается в том, что в автомодуляционном режиме первого рода имеет место глубокая модуляция интенсивности излучения и мгновенной разности частот встречных волн, а в режиме биений такая периодическая модуляция весьма мала и интенсивности и частоты волн с хорошей степенью точности можно считать практически постоянными.

Методы ослабления конкуренции встречных волн (методы стабилизации режима биений) основываются на внесении (создании) дополнительных внутррезонаторных потерь, зависящих от интенсивностей встречных волн, причем потери для волны с большей интенсивностью должны превышать потери для противоположной волны. Разность дополнительных потерь, пропорциональную разности интенсивностей встречных волн, запишем в виде

$$A = qa(E_1^2 - E_2^2)\omega/Q, \tag{82}$$

где q – коэффициент пропорциональности; $aE_{1,2}^2$ – безразмерные интенсивности встречных волн. Дополнительные потери должны компенсировать неравенство коэффициентов усиления встречных волн (см. формулы (24), (25)), возникающее из-за их конкурентного взаимодействия, $\kappa_1 - \kappa_2 = (\beta - \alpha)a(E_1^2 - E_2^2)\kappa_0$. При условии

$$|A| > |\kappa_1 - \kappa_2| \tag{83}$$

эффективный коэффициент усиления для слабой волны оказывается больше, чем для сильной, и конкурентное подавление устраняется. Условие стабилизации (возникновения) режима биений (83) можно преобразовать к следующему виду:

$$q > \frac{\kappa_0}{1 + \Omega^2 T_1^2} \frac{Q}{\omega}. \tag{84}$$

Рассмотрим некоторые способы ослабления конкуренции встречных волн с целью стабилизации режима биений.

6.2. Методы стабилизация режима биений

Использование цепи обратной связи. Стабилизация режима биений может быть осуществлена при использовании цепи обратной связи [103, 104], создающей внутри резонатора разность потерь встречных волн, пропорциональную разности их интенсивностей (82). Такие внутррезонаторные потери можно внести с помощью невзаимного амплитудного фарадеевского элемента, управляемого сигналом, пропорциональным разности интенсивностей волн. Для описания динамики излучения ТКЛ с цепью обратной связи можно использовать систему уравнений стандартной модели, полагая, что потери в единицу времени определяются выражениями

$$\frac{\omega}{Q_{1,2}} = \frac{\omega}{Q} \pm \frac{qa(E_1^2 - E_2^2)}{2} \frac{\omega}{Q}, \tag{85}$$

где ω/Q – потери в единицу времени в отсутствие цепи обратной связи. Эти уравнения можно решить методом последовательных приближений, полагая, что лазер работает в режиме биений с примерно равными интенсивностями встречных волн и слабой амплитудной модуляцией каждой волны на частоте биений. Приближенное решение в случае достаточно больших частотных невязимностей $|\Omega| \gg 1/T_1$ и равных модулей коэффициентов связи имеет вид

$$I_1 + I_2 = \eta \left(1 + \frac{1}{1 + \Omega^2 T_1^2} \right)^{-1}, \tag{86}$$

$$I_1 - I_2 = m^2 \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) \left[\frac{\omega}{Q} \Omega \left(2q - \frac{1}{1 + \Omega^2 T_1^2} \right) \right]^{-1}, \tag{87}$$

$$\left\langle \frac{d\Phi}{dt} \right\rangle = \Omega + m^2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{1}{\Omega} + \frac{\omega_r^2}{2\Omega}, \tag{88}$$

где $I_{1,2} = aE_{1,2}^2$ – безразмерные интенсивности встречных волн; $\langle d\Phi/dt \rangle$ – средняя частота биений; $\omega_r^2 = \eta\omega/QT_1$ – квадрат частоты релаксационных колебаний. Это решение справедливо при условии $|I_1 - I_2| \ll I_1 + I_2$. Условие устойчивости режима биений при использовании безынерционной цепи обратной связи имеет вид

$$2q > \frac{1}{1 + \Omega^2 T_1^2}. \tag{89}$$

В соответствии с приведенными формулами достаточно сильная обратная связь может обеспечить выравнивание средних интенсивностей встречных волн и стабилизацию режима биений. Если в отсутствие цепи обратной связи ($q = 0$) происходит подавление одной из встречных волн в области достаточно больших частотных невязимностей, то включение обратной связи приводит к выравниванию средних значений интенсивностей встречных волн.

Вследствие инерционности цепи обратной связи при увеличении ее коэффициента передачи может возникнуть неустойчивость двунаправленной генерации, приводящая

к противофазным колебаниям интенсивностей встречных волн. Условия возникновения такой неустойчивости исследовались в [103].

Использование внутрирезонаторной генерации второй гармоники. Для стабилизации режима биений можно также использовать нелинейные потери, возникающие при внутрирезонаторном преобразовании частоты излучения во вторую гармонику. Режимы генерации ТКЛ при внутрирезонаторной генерации второй гармоники исследовались теоретически и экспериментально в [105]. Система уравнений (22) в этом случае изменяется следующим образом: вместо ширины полосы резонатора ω/Q , описывающей линейные потери в резонаторе, введем комплексные величины

$$\frac{\omega}{\bar{Q}_{1,2}} = [1 + (q_r + iq_i)aE_{1,2}^2] \frac{\omega}{Q}. \quad (90)$$

Выражение $q_r a E_{1,2}^2 \omega/Q$ определяет нелинейные потери в единицу времени за счет преобразования во вторую гармонику. Мнимая часть $\omega/\bar{Q}_{1,2}$, равная $q_i a E_{1,2}^2 \omega/Q$, описывает дополнительную фазовую невязанность кольцевого резонатора, создаваемую при генерации второй гармоники. Явные выражения для параметров q_r и q_i приведены в [105].

Выражения для средних интенсивностей встречных волн в режиме биений с внутрирезонаторной генерацией второй гармоники в асимптотической области больших частотных невязанностей ($|\Omega \gg m_{1,2}|$) определяются формулами (86), (87) с заменой q на q_r . Режим биений устойчив при выполнении неравенства

$$q_r > \frac{1}{2} (1 + \Omega^2 T_1^2)^{-1}. \quad (91)$$

Выравнивание средних интенсивностей встречных волн ($|I_1 - I_2| \ll I_1 + I_2$) возникает при

$$|\Omega| \gg \frac{m^2 |\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)| T}{\kappa}, \quad (92)$$

где κ – потери основного излучения каждой волны (за время прохода T) вследствие преобразования излучения во вторую гармонику. При выполнении условий (91), (92) в ТКЛ с внутрирезонаторным преобразованием части излучения во вторую гармонику возникает режим биений с почти равными интенсивностями волн.

Стабилизация режима биений в лазере с нелинейным поглотителем. При наличии в резонаторе нелинейного поглощающего элемента выражение для разности коэффициентов поглощения встречных волн имеет вид

$$\chi_1 - \chi_2 = (\beta_a - 1) \chi_0 \frac{I_1 - I_2}{I_{sa}}, \quad (93)$$

где χ_0 – коэффициент поглощения непросветленного поглотителя; $\beta_a = 1 + 1/(1 + \Omega^2 T_a^2)$; I_{sa} , T_a – интенсивность просветления и время релаксации поглотителя. Из этого выражения следует, что потери, вносимые нелинейным поглотителем, оказываются больше для волны с большей интенсивностью. Если разность коэффициентов поглощения $|\chi_1 - \chi_2|$ превышает разность коэффициентов усиления $|\kappa_1 - \kappa_2|$, волна с меньшей интенсивностью имеет большее усиление, что приводит к выравниванию интен-

сивностей и к устойчивости режима биений. Условие $|\chi_1 - \chi_2| > |\kappa_1 - \kappa_2|$ можно преобразовать к виду [106, 107]

$$\frac{I_{sa}}{I_s} < \frac{\Omega^2 T_1^2 \chi_0}{\kappa_0}. \quad (94)$$

При этом неравенства $\Omega T_1 \gg 1$ и $\Omega T_a \ll 1$ полагаются выполненными, т. е. поглотитель считается безынерционным. Из (94) следует, что использование даже слабо просветляющегося нелинейного поглотителя ($I_a \gg I_s$) может обеспечить устойчивость режима биений в области достаточно большой разности частот встречных волн Ω .

Выполнение условия (94) необходимо, но недостаточно для существования режима биений с равными амплитудами встречных волн. Для устранения подавления одной из волн необходимо еще скомпенсировать неравенство потерь, обусловленных их связью. Режим биений с практически равными интенсивностями встречных волн ($|I_1 - I_2| \ll (I_1 + I_2)$) будет существовать при выполнении следующего неравенства [106, 107]:

$$m_1 m_2 |\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2)| \frac{T I_a}{I_s \Omega \chi_0 T} \ll 1. \quad (95)$$

Неравенства (94), (95) определяют параметры лазера с нелинейным поглотителем, при которых имеют место эффективное выравнивание интенсивностей встречных волн и устойчивость режима биений. Таким образом, в определенном диапазоне коэффициентов связи при использовании нелинейного поглотителя можно получить режимы автомодуляции и биений, существующие при любых значениях частотной невязанности Ω . Условие устойчивости режима биений в ТКЛ с нелинейным поглотителем имеет вид [107]

$$\frac{\eta \chi_0 T_1 I_s}{I_a T} < \frac{2}{3}. \quad (96)$$

При нарушении условия (96) стационарная генерация в ТКЛ становится невозможной вследствие неустойчивости относительно возбуждения релаксационных колебаний. Аналогичная неустойчивость имеет место и в линейных твердотельных лазерах с нелинейным поглотителем.

Кроме рассмотренных здесь способов стабилизации режимов биений существуют и другие методы, среди которых отметим использование волн автоподсветки [27, 108]. Волны автоподсветки создаются при возвращении части выходного излучения в активную среду под некоторым углом к оси резонатора, что может быть осуществлено без введения в резонатор каких-либо дополнительных элементов. Проведенные исследования показали [27], что этот метод эффективен при работе лазера в режиме вынужденной синхронизации мод, однако в режиме свободной генерации он до настоящего времени не реализован.

6.3. Аномалии в частотных характеристиках твердотельного кольцевого лазера

Режим биений в ТКЛ обладает рядом специфических особенностей, одной из которых является аномальное поведение частоты биений в области малых частотных невязанностей. Эта особенность обусловлена нелинейной связью встречных волн на движущихся решетках инверсной населенности. В области достаточно боль-

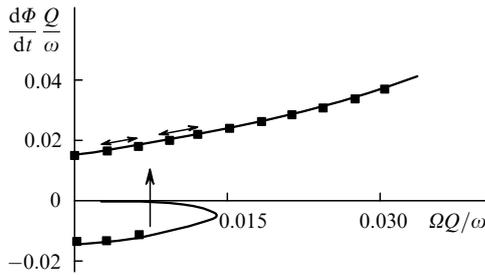


Рис.24. Зависимость нормированной разности частот встречных волн $d\Phi/dt (Q/\omega)$ в режиме биений от частотной невязанности Ω при ослаблении конкуренции встречных волн путем введения дополнительных нелинейных потерь $\omega/Q_{1,2} = \omega/(Q\gamma a E_{r2}^2)$ при $m = 10^{-3} \times \omega/Q$, $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0.08$, $\eta = 0.1$, $\gamma = 0.1$ и $T_1\omega/Q = 200$ (численное моделирование [109]).

ших Ω зависимость частоты биений от частотной невязанности резонатора (частотная характеристика) определяется формулой (88). В соответствии с этой формулой отклонение частотной характеристики от идеальной ($\langle d\Phi/dt \rangle = \Omega$) определяется линейной и нелинейной связью встречных волн. Нелинейная связь приводит к изменению частот встречных волн за счет доплеровских сдвигов частоты на движущихся решетках инверсной населенности. В случае достаточно слабой линейной связи, когда $m^2 \ll \omega_r^2$, основной вклад в отклонение частотной характеристики от идеальной вносит нелинейная связь. При этом в области достаточно малых частотных невязанностей возможны аномалии в частотных характеристиках ТКЛ.

Вследствие нелинейности зависимость частоты биений от Ω становится неоднозначной, и в области достаточно малых значений частотной невязанности ($\Omega \ll \omega_r$) возникают три ветви частотной характеристики. Две из них определяются следующими выражениями [109]:

$$\left\langle \frac{d\Phi}{dt} \right\rangle = \text{sign}\Omega \left[\frac{|\Omega|}{2} \pm \left(\frac{\Omega^2}{4} + \frac{\omega_r^2}{2} \right)^{1/2} \right]. \quad (97)$$

На этих ветвях в области малых частотных невязанностей частоты биений оказываются близкими к частоте релаксационных колебаний. Третья ветвь частотной характеристики приближенно описывается уравнением

$$\left\langle \frac{d\Phi}{dt} \right\rangle = k\Omega, \quad (98)$$

где коэффициент $k = -2(T_1\omega\eta/Q)^{-1}$ оказывается аномально малым и имеет отрицательный знак. На рис.24 представлена характерная зависимость разности частот встречных волн от частотной невязанности Ω при слабой линейной связи. В области малых частотных невязанностей происходит скачкообразное изменение частоты биений и частотная характеристика приобретает гистерезисный характер. При ослаблении конкуренции встречных волн с помощью нелинейного поглотителя возникают дополнительные искажения частотной характеристики, обусловленные доплеровскими сдвигами частоты на движущихся решетках, наведенных в нелинейном поглотителе [110]. Аномальное поведение частотных характеристик было экспериментально исследовано в ТКЛ на Nd:YAG при ослаблении конкуренции встречных волн путем введения в резонатор ненакачанного кристалла Nd:YAG [109].

7. Квазипериодические и хаотические режимы генерации

7.1. Режимы с автомодуляционными колебаниями сложной формы

Помимо периодических режимов генерации, в ТКЛ возможен целый ряд нестационарных режимов с более сложным характером модуляции излучения. Одним из таких режимов является автомодуляционный режим генерации второго рода, для которого характерны самопроизвольные квазипериодические изменения направления распространения лазерного излучения с частотами, не превышающими нескольких килогерц (низкочастотная противофазная автомодуляция интенсивностей встречных волн). Такие низкочастотные переключения направления распространения излучения обычно сопровождаются более быстрой модуляцией интенсивностей встречных волн на частоте релаксационных колебаний. Характерная осциллограмма интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме второго рода приведена на рис.25.

Еще более сложная и нерегулярная автомодуляция излучения имеет место в режимах динамического хаоса. В этих режимах излучение представляет собой последовательность импульсов, амплитуды которых и интервалы следования изменяются во времени нерегулярным образом. Нерегулярность возникает в отсутствие технических или квантовых шумов и обусловлена спецификой фазового пространства нелинейной динамической системы. Возможность (или невозможность) существования в нелинейной динамической системе (каковой и является ТКЛ) хаотических режимов определяется размерностью математической модели, описывающей нелинейную систему, или размерностью соответствующего фазового пространства [111–113]. В случае одномодовых ТКЛ с двунаправленной генерацией размерность фазового пространства (система дифференциальных уравнений седьмого порядка в стандартной модели) допускает существование не только периодических и квазипериодических, но и хаотических колебаний.

В фазовом пространстве геометрическим образом установившихся автоколебаний служит аттрактор – некая траектория (или множество траекторий), расположенная в ограниченной области фазового пространства и притягивающая к себе все близкие траектории. Аттрактор является предельным множеством траекторий, к которому стремятся все траектории из некоторой окрестности фазового пространства. Если предельное множество соответствует устойчивому стационарному режиму,

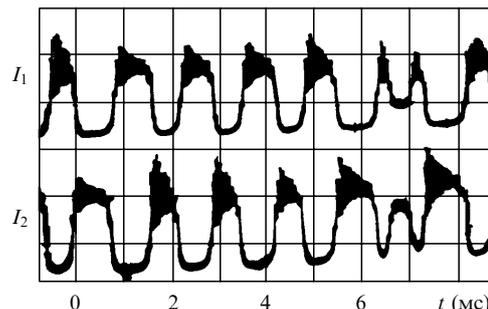


Рис.25. Осциллограмма интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме второго рода [9].

аттрактор представляет собой неподвижную точку. Если же режим генерации лазера является периодическим, аттрактором будет замкнутая кривая, называемая предельным циклом. В случае возбуждения динамического хаоса также имеет место аттрактор: все траектории в фазовом пространстве входят в ограниченную область, в которой, однако, нет ни устойчивых состояний, ни предельных циклов. Такой аттрактор называется странным [111–113]. Он представляет собой притягивающее множество траекторий, каждая из которых неустойчива. Странный аттрактор имеет два существенных отличия: его траектории являются неперiodическими и незамкнутыми.

Квазипериодические режимы иногда трудно отличить от режима динамического хаоса по их временным реализациям. Однако в нелинейной динамике разработан ряд методов, позволяющих однозначно идентифицировать характер режимов генерации. Рассмотрим некоторые критерии, позволяющие идентифицировать режим динамического хаоса в твердотельных кольцевых лазерах. Важной характеристикой излучения, используемой для классификации режимов генерации кольцевых лазеров, является спектр мощности излучения во встречных направлениях. Если спектру мощности периодического или квазипериодического режима соответствует ограниченный набор дискретных спектральных компонент, то спектр мощности излучения в режиме динамического хаоса характеризуется относительно широкой полосой. В спектре мощности хаотических колебаний на широком шумовом фоне могут присутствовать интенсивные дискретные компоненты. В отдельных случаях спектр мощности может носить полностью «шумовой» характер. При этом нужно иметь в виду, что спектры мощности встречных волн могут быть как идентичными, так и различными (т. е. может иметь место спектральная невзаимность). В случае, когда спектр содержит дискретные компоненты, компоненты, имеющие максимальную интенсивность, могут во встречных волнах иметь различные частоты.

Для классификации режимов генерации могут использоваться также фазовые портреты и сечения Пуанкаре. Критерием, позволяющим установить наличие хаотических колебаний, является вид корреляционной функции $K = \langle I(t + \tau)I(t) \rangle$, которая в случае динамического хаоса экспоненциально затухает с ростом τ .

Одной из важных характеристик, позволяющих установить существование странного аттрактора, является наличие положительных коэффициентов (показателей) Ляпунова [111–113], спектр которых дает возможность получать количественную информацию о средней устойчивости фазовой траектории. Заключение о характере генерации можно сделать, если по экспериментальным данным вычислить коэффициенты Ляпунова.

Режимы со сложной формой автомодуляционных колебаний возникают в областях параметрических резонансов между различными характеристическими частотами (релаксационными частотами и частотами автомодуляционных колебаний). Одна из областей параметрического резонанса существует при слабой линейной связи ($m < m_{cr}$) и отсутствии частотной невзаимности. В этом случае возникает резонанс между двумя релаксационными частотами: $\omega_r^{(1)} = \omega_r^{(2)} = \omega_r \sqrt{2}$ (см. (27), (28)). В окрестности этого параметрического резонанса могут возникать автомодуляционный режим второго рода и режим динамического хаоса.

7.2. Автоมодуляционный режим второго рода

Автомодуляционный режим второго рода может существовать в кольцевом лазере лишь при достаточно слабой линейной связи ($m < m_{cr}$) и достаточно больших отстройках частоты от центра линии усиления. Этот режим, так же как и автомодуляционный режим первого рода, возбуждается в области неустойчивости стационарной однонаправленной генерации, однако механизмы неустойчивости, приводящие к возникновению этих режимов, различны. В случае автомодуляционного режима первого рода стационарная генерация становится неустойчивой при увеличении связи через обратное рассеяние, а для автомодуляционного режима второго рода механизм неустойчивости определяется нелинейной связью встречных волн в усиливающей среде. В этом случае важную роль играет фазовый сдвиг при брэгговских отражениях встречных волн от решеток инверсной населенности. Необходимым условием возникновения неустойчивости является неравенство нулю действительной части восприимчивости активной среды на частоте генерации. Оно может иметь место при значительной отстройке частоты генерации от центра линии усиления, превышающей определяемое формулой (26) критическое значение. Такое же неравенство может быть получено и в случае асимметричной линии усиления (см. п. 4.5).

Анализ особенностей нелинейной динамики излучения ТКЛ в этом режиме генерации может быть проведен на основе как стандартной модели (система уравнений (22)), так и системы уравнений, учитывающей реальную структуру линии усиления в Nd:YAG-лазере. Следует отметить, что аналитическое решение в случае автомодуляционного режима второго рода получить не удается, и этот режим исследуется только на основе численного решения.

В работах [71, 72] исследовалось влияние величины линейной связи на автомодуляционный режим второго рода в отсутствие оптической невзаимности кольцевого резонатора (анализ проводился на основе системы уравнений (52)). На рис. 26 показана рассчитанная в [71] зависимость старшего ляпуновского показателя $\Lambda = \lambda T_1$ от безразмерного параметра связи $\rho = m(\omega/Q)^{-1}$. Видно, что при слабой линейной связи автомодуляционный режим второго рода является квазипериодическим ($\Lambda = 0$). Временные зависимости интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме второго рода, рассчитан-

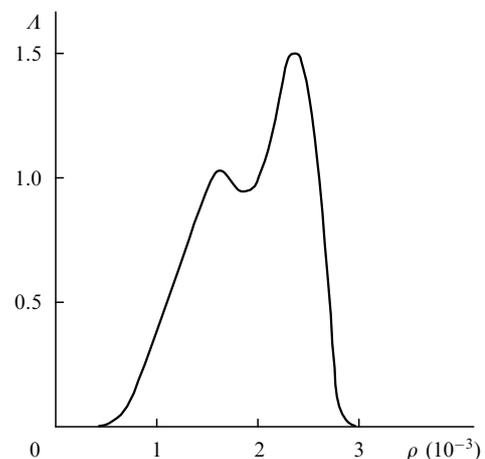


Рис. 26. Зависимость старшего ляпуновского показателя $\Lambda = \lambda T_1$ от безразмерного параметра связи $\rho = m/(\omega/Q)$ [72].

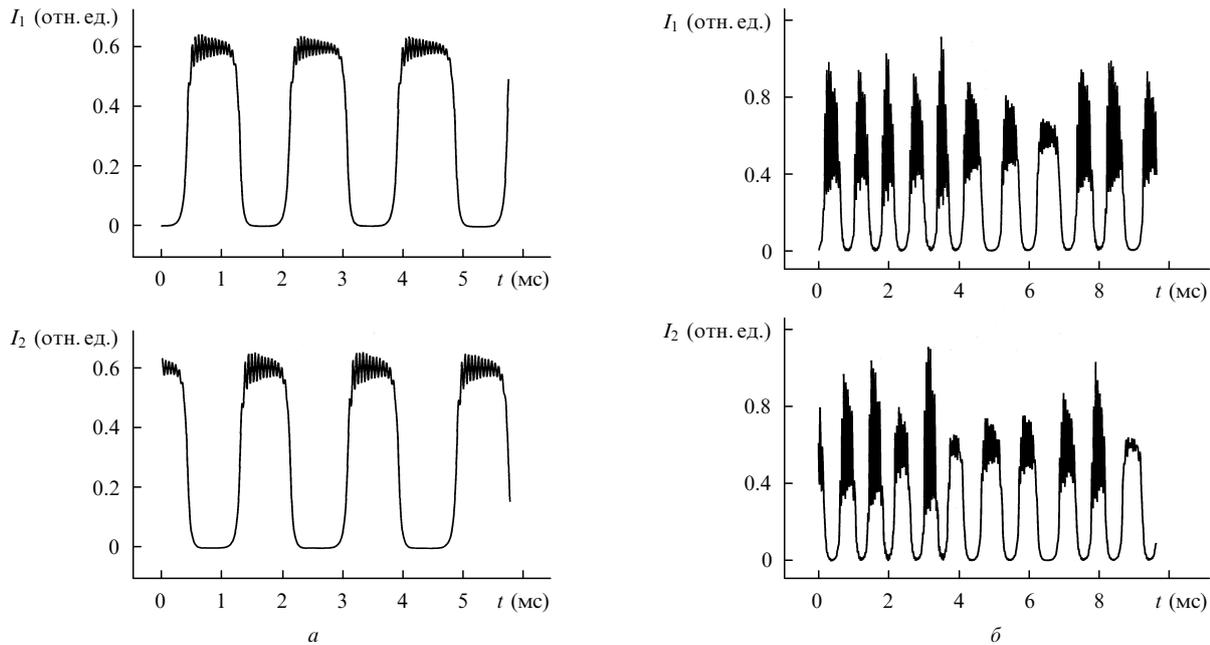


Рис.27. Временные зависимости интенсивностей встречных волн I_1 и I_2 в автомодуляционном режиме второго рода, полученные при численном интегрировании системы уравнений (52) в отсутствие линейной связи ($\rho = 0$, а) и при ее наличии ($\rho = 10^{-3}$, б).

ные при численном интегрировании системы уравнений (52), показаны на рис.27,а в отсутствие линейной связи, а на рис.27,б – при линейной связи с $\rho = 10^{-3}$. С увеличением связи уменьшается период низкочастотных переключений направления распространения излучения и возникает хаотическая модуляция низкочастотных огибающих интенсивностей встречных волн. С дальнейшим увеличением связи (рис.28) автомодуляционный режим второго рода сменяется режимом динамического хаоса. В области значений коэффициентов линейной связи $\rho > \rho_{cr}^0$ режим динамического хаоса сменяется автомодуляционным режимом первого рода.

Автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн в автомодуляционных режимах второго

рода сопровождаются модуляцией разности фаз и частот встречных волн. Частотная динамика кольцевого лазера, работающего в автомодуляционном режиме второго рода, исследовалась в работах [114, 115].

В монолитных ТКЛ коэффициенты линейной связи оказываются достаточно большими из-за малого периметра кольцевого резонатора. В таких лазерах величина связи, как правило, удовлетворяет условию $\rho > \rho_{cr}^0$, что соответствует правой области с $\Lambda = 0$ на рис.26. В этом случае, в соответствии с теорией, автомодуляционный режим второго рода отсутствует.

7.3. Параметрические взаимодействия автомодуляционных и релаксационных колебаний

Помимо параметрического резонанса между релаксационными частотами $\omega_r^{(1)}$ и $\omega_r^{(2)}$, возможен также резонанс между основной релаксационной частотой и частотой $\omega_r^{(2)}$. Он имеет место, когда оптическая невзаимность резонатора Ω оказывается равной $\omega_r/2$. Возможность возникновения режима динамического хаоса в этой области была показана в работах [70, 71].

При достаточно большой линейной связи ($m > m_{cr}$), когда лазер работает в автомодуляционном режиме первого рода, оказываются возможными параметрические резонансы другого типа, обусловленные взаимодействием автомодуляционных колебаний с релаксационными [99, 116, 117]. Такие параметрические резонансы могут возникнуть при следующих соотношениях между частотами автомодуляционных и релаксационных колебаний: $i\omega_m = j\omega_r + f\omega_{r1}$ ($i, j, f = 0, 1, 2, \dots$).

Поясним качественно механизм возникновения параметрического резонанса при частоте автомодуляционных колебаний, близкой к удвоенной частоте релаксационных колебаний ($i = 1, j = 2, f = 0$). При наличии возмущений амплитуда автомодуляционных колебаний оказывается промодулированной с частотой релаксационных колебаний ω_r , и в спектре интенсивности излучения возникают спектральные компоненты на частотах ω_r и комбинационной частоте $\omega_m - \omega_r$. При совпадении этих

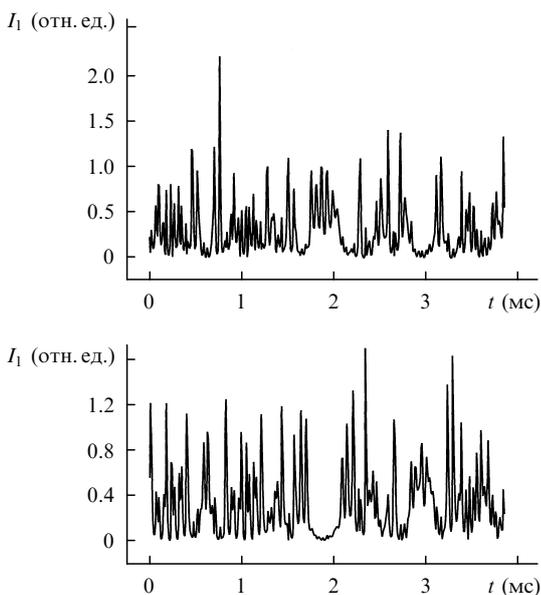


Рис.28. Временные зависимости интенсивностей встречных волн I_1 и I_2 в режиме динамического хаоса, полученные при численном интегрировании системы уравнений (52) при линейной связи с $\rho = 2 \times 10^{-3}$.

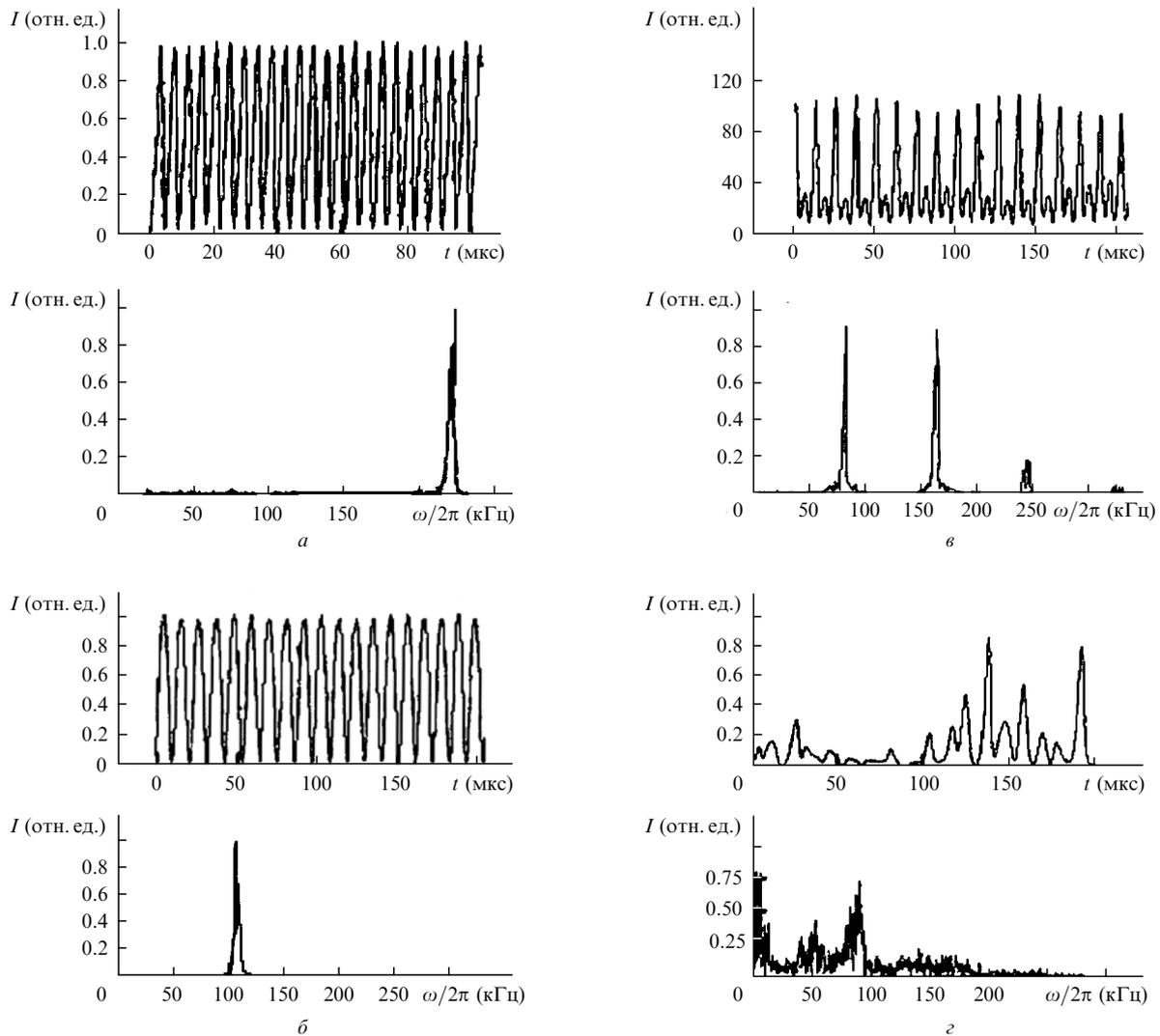


Рис.29. Временные и спектральные характеристики излучения при различных значениях коэффициентов линейной связи (частоты автомодуляционных колебаний) в автомодуляционном режиме первого рода (а, в), в режиме удвоения периода (б) и в режиме динамического хаоса (з) [99].

частот ($\omega_m = 2\omega_r$) имеет место параметрический резонанс, теоретически и экспериментально исследованный в [99].

Экспериментальные исследования проводились на монолитном кольцевом Nd:YAG-лазере. Обычно в таких лазерах частота автомодуляционных колебаний значительно превышает частоту релаксационных колебаний и режим автомодуляционных колебаний является устойчивым (рис.29,а). Для выполнения условий возникновения параметрических резонансов при фиксированной частоте релаксационных колебаний частота автомодуляционных колебаний перестраивалась с помощью изменения амплитуды и фазы коэффициента обратного отражения от дополнительного внешнего зеркала. При уменьшении частоты автомодуляционных колебаний наблюдался переход в область параметрического резонанса, что сопровождалось захватом частоты релаксационных колебаний на частоте $\omega_m/2$ и изменением знака декремента (затухание релаксационных колебаний сменялось их раскачкой).

Самовозбуждение релаксационных колебаний в области параметрического резонанса приводит к переходу автомодуляционного режима первого рода в квазипериодический режим генерации, в котором имеет место уд-

воение периода автомодуляционных колебаний и возникает низкочастотная огибающая (рис.29,б). При дальнейшем уменьшении автомодуляционной частоты происходил выход из области параметрического резонанса и квазипериодический режим вновь сменялся автомодуляционным режимом первого рода (рис.29,в). Другая область параметрического резонанса, в которой частота автомодуляционных колебаний оказывается близкой к удвоенной частоте ω_{r1} , наблюдалась при $\omega_m/2\pi < 90$ кГц. В этом случае также происходил захват частоты $\omega_{r1} = \omega_m/2$ и изменялся знак декремента релаксационных колебаний, что сопровождалось переходом в режим динамического хаоса (рис.29,з). Приведенные экспериментальные результаты согласуются с теоретическими предсказаниями [99, 116, 117], полученными на основе стандартной модели ТКЛ.

8. Заключение

Подведем некоторые итоги. Пристальное внимание исследователей, работающих в области лазерной физики, к твердотельным кольцевым лазерам связано с их применением в фундаментальной лазерной физике (поиск гравитационных волн, проверка основных положений

квантовой электродинамики и теории относительности, фундаментальная квантовая метрология и т. д.), а также в лазерной технике (доплеровские измерительные системы, оптическая связь, лазерная гироскопия и др.). Широкие функциональные возможности твердотельных кольцевых лазеров обусловлены возможностью возбуждения в них большого числа различных стационарных и нестационарных режимов генерации.

Особенно интересны с практической точки зрения режим бегущей волны и автомодуляционный режим генерации первого рода. Именно при реализации режима бегущей волны получены высокая стабильность амплитуды и частоты выходного излучения и близкая к квантовому пределу ширина линии излучения. Использование твердотельных лазеров при создании оптических стандартов частоты и проведении сверхточных измерений открывает новую страницу в области фундаментальной метрологии. Особенностью динамики излучения таких лазеров является высокая чувствительность к частотной невязности резонатора, благодаря чему становится возможным проведение прецизионных исследований различных невязных эффектов.

Твердотельные кольцевые лазеры представляют собой сложную нелинейную систему, в которой вследствие линейного и нелинейного взаимодействия встречных волн имеет место весьма сложная динамика излучения. Повышенный интерес к исследованиям нелинейной динамики таких лазеров обусловлен и тем, что полученные результаты могут быть использованы при изучении общих закономерностей поведения сложных нелинейных систем различных типов, в частности условий и причин возникновения в них автоколебаний, различного рода параметрических процессов и динамического хаоса.

В настоящей работе анализируется современное состояние теоретических и экспериментальных исследований нелинейной динамики твердотельных кольцевых лазеров. Показано, что стандартная модель достаточно хорошо описывает все ее основные особенности, которые делают возможным использование современных твердотельных кольцевых лазеров в качестве не только объекта фундаментальных исследований, но и чрезвычайно эффективного инструмента для проведения прецизионных исследований в различных областях физики.

Несмотря на кажущуюся полноту и завершенность проведенных до настоящего времени исследований, в нелинейной динамике твердотельных кольцевых лазеров, по мнению авторов, имеется ряд недостаточно изученных проблем. Это динамика излучения с произвольными поляризациями встречных волн, чрезвычайно интересный случай ортогональных поляризаций, когда можно существенно ослабить как нелинейную, так и линейную связь встречных волн, а также динамика генерации в областях параметрических резонансов, связанных с релаксационными и автомодуляционными колебаниями. Кроме того, безусловно важным для прикладных целей является дальнейшее развитие методов ослабления конкуренции встречных волн и стабилизации периодических режимов генерации.

Авторы выражают признательность за конструктивные замечания В.Г.Дмитриеву, А.В.Масалову, А.И. Маслову и А.С.Семенову.

Работа поддержана РФФИ (гранты № 04-02-16532 и 05-02-16008).

9. Литература

1. Tang C.L., Statz H., deMars G.A. *Appl. Phys. Lett.*, **2**, 222 (1963).
2. Tang C.L., Statz H., deMars G.A., Wilson D.T. *Phys. Rev.*, **136A**, 1 (1964).
3. Kulevsky L.A., Pashinin P.P., Prokhorov A.M. *Proc. III Intern. Conf. Quantum Electronics* (Paris–New York, 1964, Vol. 2, p. 1065).
4. Красюк И.К., Пашинин П.П., Прохоров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **7**, 117 (1968).
5. Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Наумкин Н.И., Прохоров А.М. *ЖЭТФ*, **58**, 541 (1970).
6. Globes A.R., Brienza M.J. *Appl. Phys. Lett.*, **21**, 265 (1972).
7. Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Шелаев А.Н. *Оптика и спектроскопия*, **35**, 775 (1973).
8. Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **17**, 405 (1973).
9. Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *ЖЭТФ*, **65**, 1344 (1973).
10. Stedman G.E. *Rep. Prog. Phys.*, **60**, 615 (1997).
11. Mashhoon B., Neutze R. J., Hannam M.D., Stedman G.E. *Phys. Lett. A*, **249**, 161 (1998).
12. Stedman G.E., Schreiber K.U., Bilger H.R. *Class. Quantum Grav.*, **20**, 2527 (2003).
13. Frede M., Wilhelm R., Kracht D., Fallnich C. *Opt. Express*, **13**, 7516 (2005).
14. Rikken G.L., Rizzo C. *Phys. Rev. A*, **63**, 012107 (2000).
15. Денисов В.И., Кравцов Н.В., Кривченков И.В. *Квантовая электроника*, **33**, 938 (2003).
16. Hall J.L., Ma L.Sh., Taubman M., Tiemann B., Hong F.L., Pfister O., Ye J. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **48**, 586 (1999).
17. Скворцов М.Н., Охапкин М.В., Невский А.Ю., Багаев С.Н. *Квантовая электроника*, **34**, 1101 (2004).
18. Fan T.Y., Byer R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **24**, 895 (1988).
19. Kane T.J., Byer R.L. *Opt. Lett.*, **10**, 65 (1985).
20. Hughes D.O., Barr J.R. *J. Appl. Phys.*, **25**, 563 (1992).
21. Гарбузов Д.З., Дедыш В.В., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Надточеев В.Е., Стругов Н.А., Фирсов В.В., Шелаев А.Н. *Квантовая электроника*, **16**, 2423 (1989).
22. Гарбузов Д.З., Дедыш В.В., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Надточеев В.Е., Стругов Н.А., Фирсов В.В., Шелаев А.Н. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **54**, 2397 (1990).
23. Богатов А.Г., Голяев Ю.Д., Дедыш В.В. и др. *Изв. АН. Сер. физич.*, **56**, 170 (1992).
24. Кравцов Н.В., Наний О.Е. *Квантовая электроника*, **20**, 322 (1993).
25. Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **31**, 661 (2001).
26. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).
27. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Shelaev A.N. *Laser Phys.*, **3**, 21 (1993).
28. Trutna W.R., Donald D.K. *Opt. Lett.*, **15**, 369 (1990).
29. Chen D., Fincher C.L., et al. *Opt. Lett.*, **20**, 1203 (1995).
30. Baer T. *Opt. Lett.*, **12**, 392 (1987).
31. Sandoghdar V., Treussart F., Hare J., Lefevre-Seguin V., Raimond J.M., Haroche S. *Phys. Rev. A*, **54**, 1777, (1996).
32. Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н. *Квантовая электроника*, **27**, 98 (1999).
33. Андропова И.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **47**, 982 (2004).
34. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Пашинин П.П., Сидоров С.С., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **34**, 325 (2004).
35. Trutna W.R., Donald D.K., Nazarathy M. *Opt. Lett.*, **12**, 248 (1987).
36. Nilsson A.C., Gustafson E.K., Byer R.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**, 767 (1989).
37. Clarkson W.A., Neilson A.B., Hanna D.C. *IEEE J. Quantum Electron.*, **32**, 311 (1996).
38. Веселовская Т.В., Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г. *Радиотехника и электроника*, **34**, 2509 (1989).
39. Post E.I. *Rev. Mod. Phys.*, **39**, 475 (1967).
40. Heer C.V. *Phys. Rev.*, **134A**, 799 (1964).
41. Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **24**, 653 (1997).
42. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G. *Laser Phys.*, **7**, 196 (1997).
43. Кравцов Н.В., Макаров А.А. *Квантовая электроника*, **25**, 786 (1998).
44. Owyong A., Esherrick P. *Opt. Lett.*, **12**, 999 (1987).

45. Kane T.J., Cheng A.P. *Opt. Lett.*, **13**, 970 (1988).
46. Кравцов Н.Н., Шабатько Н.М. *Квантовая электроника*, **22**, 793 (1995).
47. Гойдин Р.В., Кичук В.С., Кравцов Н.В., Лаптев Г.Д., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **25**, 358 (1998).
48. Singh S. *Phys. Rev. A*, **23**, 837 (1981).
49. Желнов Б.Л., Казанцев А.П., Смирнов В.С. *ФТТ*, **7**, 2816 (1965).
50. Морзов В.Н. *ФТТ*, **8**, 2256 (1966).
51. Беленов Э.М. *ЖТФ*, **38**, 871 (1967).
52. Ефанова И.П., Ларионцев Е.Г. *ЖЭТФ*, **55**, 1532 (1967).
53. Желнов Б.Л., Смирнов В.С., Фадеев А.П. *Оптика и спектроскопия*, **28**, 744 (1970).
54. Кривошеков Г.В., Макуха В.К., Семибаламут В.М., Смирнов В.С. *Квантовая электроника*, **3**, 1782 (1976).
55. Полушкин Н.И., Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **10**, 1461 (1983).
56. Khandokhin P.A., Khanin Ya.I., Koryukin I.V. *Opt. Commun.*, **81**, 297 (1991).
57. Наний О.Е. *Квантовая электроника*, **19**, 762 (1992).
58. Наний О.Е., Палеев М.Р. *Квантовая электроника*, **20**, 699 (1993).
59. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 880 (1998).
60. Мамаев Ю.А., Миловский Н.Д., Туркин А.А., Хандохин П.А., Широков Е.Ю. *Квантовая электроника*, **27**, 228 (1999).
61. Risken H., Nummedal K. *Phys. Lett. A*, **26**, 275 (1968).
62. Risken H., Nummedal K. *J. Appl. Phys.*, **39**, 4662 (1968).
63. Lugiato L.A., Narducci L.M. *Phys. Rev. A*, **32**, 1563 (1985).
64. Самсон А.М., Котомцева Л.А., Лойко Н.А. *Автоколебания в лазерах* (Минск: Наука и техника, 1990).
65. Зейгер С.Г., Климонтович Ю.Л., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г., Фрадкин Э.Е. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах* (М.: Наука, 1974).
66. Zeghlache N., Mandel P., Abraham N.B., Hoffer L.M., Lippi G.L., Mello T. *Phys. Rev. A*, **37**, 470 (1988).
67. Переведенцева Г.В., Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **7**, 128 (1980).
68. Khandohin P.A., Khanin Ya.I. *J. Opt. Soc. Am. B*, **2**, 226 (1985).
69. Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **23**, 36 (1996).
70. Парфенов В.А., Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **15**, 1985 (1988).
71. Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **15**, 1993 (1988).
72. Khanin Ya.I. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 889 (1988).
73. Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **21**, 30 (1975).
74. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **8**, 1504 (1981).
75. Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *ДАН СССР*, **215**, 313 (1974).
76. Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *Радиотехника и электроника*, **10**, 2096 (1974).
77. Устюгов В.И. *Письма в ЖТФ*, **1**, 362 (1975).
78. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **4**, 1099 (1977).
79. Доценко А.В., Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г., Федорович О.В. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **8**, 1132 (1978).
80. Хандохин П.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **22**, 813 (1979).
81. Наний О.Е., Шелаев А.Н. *Квантовая электроника*, **11**, 943 (1984).
82. Scheps R., Muers J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **26**, 413 (1990).
83. Мак А.А., Устюгов В.И., Фромзель Ф.А., Халеев М.М. *ЖТФ*, **44**, 868 (1974).
84. Голяев Ю.Д., Задерновский А.А., Ливинцев А.Л. *Квантовая электроника*, **14**, 917 (1987).
85. Смышляев С.П., Капцов Л.Н., Евтюхов К.Н., Голяев Ю.Д. *Письма в ЖТФ*, **5**, 1493 (1979).
86. Голяев Ю.Д., Евтюхов К.Н., Капцов Л.Н., Смышляев С.П. *Квантовая электроника*, **8**, 2321 (1981).
87. Vladimirov A.G. *Opt. Commun.*, **149**, 67 (1998).
88. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **20**, 67 (1993).
89. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **23**, 7, 620 (1996).
90. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 361 (1998).
91. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 649 (2001).
92. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **27**, 27 (1999).
93. Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Макарава А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **23**, 195 (1996).
94. Abraham N.B., Weiss C.O. *Opt. Commun.*, **68**, 437 (1988).
95. Котомцева Л.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **32**, 654 (2002).
96. Kotomtseva L.A., Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Chekina S.N. *Chaos*, **13**, 279 (2003).
97. Zolotoverkh I.I., Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Makarov A.A., Firsov V.V. *Opt. Commun.*, **113**, 249 (1994).
98. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 1171 (1995).
99. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макарава А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 638 (1997).
100. Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **24**, 653 (1997).
101. Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 366 (1998).
102. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Pashinin P.P., Sidorov S.S., Firsov V.V. *Laser Phys.*, **13**, 305 (2003).
103. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **11**, 176 (1984).
104. Доценко А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наний О.Е., Шелаев А.Н. *Квантовая электроника*, **13**, 96 (1986).
105. Доценко А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *ДАН СССР*, **255**, 339 (1980).
106. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Письма в ЖТФ*, **3**, 899 (1977).
107. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **6**, 979 (1979).
108. Клименкова Е.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **13**, 430 (1986).
109. Доценко А.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. *Письма в ЖТФ*, **10**, 20 (1984).
110. Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г., Наний О.Е., Шелаев А.Н. *Квантовая электроника*, **14**, 1385 (1987).
111. Анищенко В.С. *Знакомство с нелинейной динамикой* (Москва – Ижевск: изд-е Института компьютерных исследований, 2002).
112. Шустер Г. *Детерминированный хаос. Введение* (М.: Мир, 1988).
113. Анищенко В.С. *Сложные колебания в простых системах* (М.: Наука, 1990).
114. Hoffer L.M., Lippi G.L., Abraham N.B., Mandel P. *Opt. Commun.*, **66**, 219 (1988).
115. Корякин И.В., Хандохин П.А., Ханин Я.И. *Квантовая электроника*, **17**, 978 (1990).
116. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макарава А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **22**, 213 (1995).
117. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 1171 (1995).
118. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 487 (2004).