

Пространственно-временная когерентность немонохроматического лазерного излучения в турбулентной атмосфере

В.А.Банах

Приведены результаты анализа когерентности немонахроматического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Показано, что пространственная и временная когерентность поля немонахроматического пространственно ограниченного частично-когерентного гауссова пучка зависит от положения и ориентации радиусов-векторов точек наблюдения в его поперечном сечении. При переходе к неограниченным плоской и сферической волнам временная и пространственная когерентность излучения становится однородной во всей поперечной плоскости.

Ключевые слова: пространственно-временная когерентность, немонахроматичность, лазерный пучок, атмосферная турбулентность.

При исследовании распространения частично-когерентных лазерных пучков в турбулентной атмосфере [1–6] обычно предполагается, что источник света является спектрально чистым, и функция пространственно-временной когерентности распространяющегося излучения может быть представлена в факторизованном виде как произведение функций пространственной и временной когерентности [7]. В общем же случае немонахроматических источников это не так. Влияние конечности ширины спектра излучения на пространственную когерентность поля источника света в дальней зоне исследовано в замечательной статье [8], результаты которой отчасти воспроизведены в фундаментальной монографии [9]. В настоящей работе эта задача рассмотрена в более общем виде и устранена неточность в результатах, представленных в [8], которая приводит к не совсем верным заключениям относительно изменения радиуса пространственной когерентности некогерентного источника в зависимости от расстояния.

Будем считать, что в начальной плоскости $x' = x_0$ пространственно-временная функция когерентности поля лазерного источника распадается на произведение пространственной и временной функций когерентности [7, 9]:

$$\Gamma_2(x_0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) = \hat{\Gamma}_2(x_0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) \tilde{\Gamma}_2(x_0, \tau), \quad (1)$$

где

$$\hat{\Gamma}_2(x_0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = U_0^2 \exp \left(-\frac{R^2}{a^2} - \frac{\rho^2}{4a^2} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{F} - \frac{\rho^2}{4a_c^2} \right); \quad (2)$$

$$\tilde{\Gamma}_2(x_0, \tau) = \exp \left[-\left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 \right]; \quad (3)$$

U_0 – начальная амплитуда поля на оси пучка; k – волновое число; a и F – начальные радиус пучка и радиус кри-

визны его фазового фронта; a_c – радиус пространственной когерентности начального поля; τ_0 – время когерентности источника; $\mathbf{R} = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$; $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$; $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$ – радиусы-векторы точек наблюдения в поперечной плоскости.

Применим к (1) преобразование Фурье по времени:

$$\Gamma_2(x_0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \omega) = G_2(x_0, \omega) \hat{\Gamma}_2(x_0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}), \quad (4)$$

где спектральная плотность $G_2(x_0, \omega)$ для функции когерентности (3) имеет вид

$$\begin{aligned} G_2(x_0, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int d\tau \exp(i\omega\tau) \tilde{\Gamma}_2(x_0, \tau) = \frac{\tau_0}{2\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{\omega^2 \tau_0^2}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi} \Delta\omega} \exp \left[-\left(\frac{\omega}{2\Delta\omega} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Delta\omega$ – ширина распределения спектральной плотности. В случае стационарного поля для каждой спектральной компоненты в плоскости $x' = x$ можно записать [9]

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \omega) = G_2(x_0, \omega) \hat{\Gamma}_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}). \quad (6)$$

Подставим (5) в (6) и применим к (6) обратное преобразование Фурье, учитывая, что $k = \omega/c$. Тогда для функции пространственно-временной когерентности поля лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере, имеем соотношение

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) &= \int d\omega \exp(-i\omega\tau) G_2(x_0, \omega) \hat{\Gamma}_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) \\ &= \frac{\tau_0}{2\sqrt{\pi}} \int d\omega \exp(-i\omega\tau) \exp \left(-\frac{\omega^2 \tau_0^2}{4} \right) \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2 (x - x_0)^2} \\ &\times \int d\mathbf{R}' d\boldsymbol{\rho}' \hat{\Gamma}_2(x_0, \mathbf{R}', \boldsymbol{\rho}') \exp \left[i \frac{\omega}{c(x - x_0)} (\mathbf{R} - \mathbf{R}') (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') \right. \\ &\left. - \frac{\pi\omega^2}{4c^2} \int_{x_0}^x d\zeta H \left(\zeta, \boldsymbol{\rho} \frac{\zeta - x_0}{x - x_0} + \boldsymbol{\rho}' \frac{x - \zeta}{x - x_0} \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

В.А.Банах. Институт оптики атмосферы СО РАН, Россия, 634055 Томск, просп. Академический, 1; e-mail: banakh@iao.ru

Поступила в редакцию 19 сентября 2005 г., после доработки – 28 ноября 2005 г.

где для $\hat{\Gamma}_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$ использовано выражение [1, 2, 6], полученное в марковском приближении [10]; $H(x, \boldsymbol{\rho}) = 2 \int d\mathbf{k} \Phi_\varepsilon(|\mathbf{k}|)(1 - \cos \mathbf{k}\boldsymbol{\rho})$; Φ_ε – спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости среды ε , которая для колмогоровской турбулентности имеет вид

$$\Phi_\varepsilon(|\mathbf{k}|) = 0.033 C_\varepsilon^2 |\mathbf{k}|^{-11/3};$$

C_ε^2 – структурная характеристика. Использование в (7) колмогоровской модели турбулентности не снижает общности рассматриваемой задачи, поскольку учет внутреннего и внешнего масштабов турбулентности приведет лишь к изменению вида функции $H(x, \boldsymbol{\rho})$ [2, 6].

Выделив центральную частоту спектра излучения ω_0 в переменной интегрирования $\omega = \omega_0 + \omega_1$ и выполнив интегрирование в (7) с использованием квадратичной аппроксимации функции $H(x, \boldsymbol{\rho})$ [2], для модуля функции $\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau)$ получаем выражение

$$\begin{aligned} |\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau)| &= \frac{a^2}{a_{\text{eff}}^2 D} \exp\left(-\frac{\tau^2}{\tau_0^2 D^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\rho_a^2 D^2}\right) \\ &\times \exp\left(-\frac{R^2}{a_{\text{eff}}^2 D^2}\right) \exp\left(-\frac{\mu^2 \cos^2 \varphi}{B^2 \omega_0^2 \tau_0^2 D^2} \frac{R^2 \rho^2}{a_{\text{eff}}^2 \rho_a^2}\right) \\ &\times \exp\left(\frac{\tau}{\tau_0} \frac{\mu \cos \varphi}{B \omega_0 \tau_0 D^2} \frac{R \rho}{a_{\text{eff}} \rho_a}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} D^2 &= 1 + \frac{4R^2}{a_{\text{eff}}^2 \omega_0^2 \tau_0^2} + \frac{\rho^2}{\rho_a^2 \omega_0^2 \tau_0^2}; \\ a_{\text{eff}}^2 &= a^2 \left[\left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 + \Omega_0^{-2} \left(1 + \frac{a^2}{a_c^2} + \frac{4a^2}{3\rho_p^2}\right) \right] \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \rho_a^2 &= a_{\text{eff}}^2 \left\{ 1 + \frac{a^2}{a_c^2} + 4 \frac{a^2}{\rho_p^2} \left[1 - \frac{L}{F} + \frac{1}{3} \left(\frac{L}{F}\right)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{3} \Omega_0^{-2} \left(1 + \frac{a^2}{a_c^2}\right) \right] + \frac{4}{3} \Omega_0^{-2} \left(\frac{a}{\rho_p}\right)^4 \right\}^{-1} \end{aligned}$$

– соответственно эффективный радиус и радиус пространственной когерентности гауссова пучка на частоте ω_0 в турбулентной атмосфере;

$$\mu = \Omega_0^{-1} \left(1 + \frac{a^2}{a_c^2} + 2 \frac{a^2}{\rho_p^2}\right) - \frac{k_0 a^2}{F} \left(1 - \frac{L}{F}\right); B^2 = \left(\frac{\rho_a}{a_{\text{eff}}}\right)^{-2};$$

$\Omega_0 = k_0 a^2 / L$ – число Френеля передающей апертуры; $L = x - x_0$; $\rho_p = (0.365 C_\varepsilon^2 k_0^2 L)^{-3/5}$ – радиус пространственной когерентности монохроматической плоской волны в турбулентной атмосфере; $k_0 = \omega_0 / c$; φ – угол между векторами \mathbf{R} и $\boldsymbol{\rho}$.

Для степени пространственно-временной когерентности

$$\gamma(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) = \frac{|\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau)|}{I(x, \mathbf{R})}$$

(где $I(x, \mathbf{R})$ – интенсивность излучения) из (8) имеем выражение

$$\begin{aligned} \gamma(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, \tau) &= \frac{\tilde{D}}{D} \exp\left(-\frac{\tau^2}{\tau_0^2 D^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\rho_a^2 D^2}\right) \\ &\times \exp\left[-\frac{\rho^2 R^2}{\rho_a^2 a_{\text{eff}}^2} \frac{1}{\omega_0^2 \tau_0^2 D^2} \left(\frac{\mu^2 \cos^2 \varphi}{B^2} - \frac{1}{\tilde{D}^2}\right)\right] \\ &\times \exp\left(\frac{\tau}{\tau_0} \frac{R \rho}{a_{\text{eff}} \rho_a} \frac{\mu \cos \varphi}{B} \frac{1}{\omega_0 \tau_0 D^2}\right), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\tilde{D}^2 = 1 + \frac{4R^2}{a_{\text{eff}}^2 \omega_0^2 \tau_0^2}.$$

Из (9) следует, что радиус временной когерентности (при $\rho = 0$) зависит от параметра \tilde{D} , а следовательно, от радиуса-вектора точки наблюдения \mathbf{R} и произведения $\omega_0 \tau_0$. Для оптического диапазона длин волн $\omega_0 \sim 10^{14} - 10^{15}$ Гц. Время когерентности лазерных источников может изменяться от 10^{-3} до 10^{-14} с [6, 8, 9], откуда следует, что параметр $\omega_0 \tau_0$ может принимать значения порядка единицы. Таким образом, временная когерентность излучения изменяется по сечению пучка, и при $\omega_0 \tau_0 = 1$ время когерентности τ_c , определяемое по уровню $\gamma(\tau_c) = e^{-1}$, на краю пучка ($R = a_{\text{eff}}$) может достигать величины $\tau_0 \sqrt{5}$, т. е. в $\sqrt{5}$ раз превышать время когерентности на оси пучка и время когерентности источника τ_0 .

Пространственная когерентность (при $\tau = 0$) также зависит от параметров D и \tilde{D} , положения и взаимной ориентации радиусов-векторов точек наблюдения. Из (9), в частности, следует, что при $R = 0$ и $\rho \rightarrow \infty$ показатель второй экспоненты в (9) стремится к константе $\omega_0^2 \tau_0^2 / 4$ и уменьшение пространственной когерентности некогерентного излучения с увеличением ρ определяется лишь множителем $D^{-1} \sim \rho^{-1}$. При переходе в (9) к неограниченному плоской ($\Omega_0 \rightarrow \infty$) и сферической ($\Omega_0 \rightarrow 0$) волнам зависимость от параметра $\omega_0 \tau_0$ исчезает. При $\omega_0 \tau_0 \gg 1$ выражение (9) сводится к формулам для монохроматического лазерного пучка [2, 6].

На рис.1 показаны результаты расчета степени пространственной когерентности некогерентного гауссова пучка при симметричном расположении точек наблюдения относительно оси пучка ($\mathbf{R} = 0$) и $R = a_{\text{eff}}$, $\cos \varphi = 0$. При этой геометрии в безразмерных единицах ρ / ρ_a возможно сравнение масштабов пространственной когерентности некогерентных и монохроматических частично-когерентных источников при произволь-

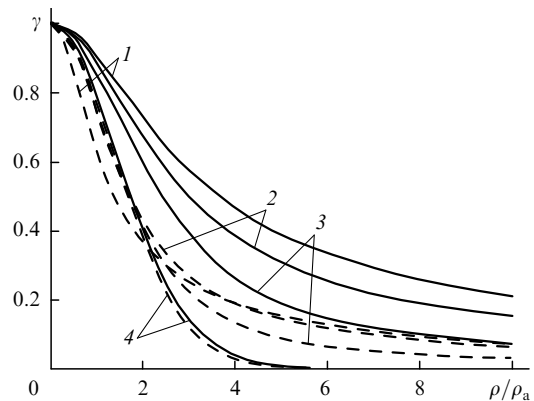


Рис.1. Степень пространственной когерентности некогерентного источника излучения при $\mathbf{R} = 0$ (штриховые кривые) и $R = a_{\text{eff}}$, $\cos \varphi = 0$ (сплошные кривые) для $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$ (1), 5 (2), 10 (3) и 100 (4).

ных дифракционных и турбулентных условиях распространения. Из рис.1 следует, что с уменьшением временной когерентности источника (увеличением ширины спектра излучения) радиус пространственной когерентности увеличивается, если точки наблюдения расположены относительно радиуса-вектора \mathbf{R} , не совпадающего с осью пучка ($\mathbf{R} \neq 0$). Для $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$, $R = a_{\text{eff}}$ и $\cos \varphi = 0$ радиус пространственной когерентности, определяемый по уменьшению степени когерентности до уровня e^{-1} , более чем в три раза превышает радиус когерентности квазимонохроматического источника ($\omega_0^2 \tau_0^2 > 100$). При симметричном относительно оси пучка расположении точек наблюдения такого увеличения радиуса когерентности не происходит. При $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$ наблюдается лишь незначительное его возрастание по сравнению с радиусом когерентности монохроматического излучения для $\rho > 2\rho_a$ и уменьшение для $\rho < 2\rho_a$.

В частном случае пространственно некогерентного источника ($a_c \rightarrow 0$) для степени пространственной когерентности из (9) получаем выражение

$$\gamma(x, \mathbf{R}, \rho) = \frac{1}{\hat{D}} \exp \left[-\frac{\rho^2}{4a_d^2 \hat{D}^2} \left(1 + 4 \frac{R^2 \rho_{\text{anc}}^2 k_0^2 \cos^2 \varphi}{\omega_0^2 \tau_0^2 L^2} \right) \right], \quad (10)$$

где

$$\hat{D}^2 = 1 + \frac{\rho^2}{\rho_{\text{anc}}^2 \omega_0^2 \tau_0^2};$$

$$\rho_{\text{anc}}^2 = \left(\frac{4}{3} \rho_p^{-2} + a_d^{-2} \right)^{-1}$$

– радиус пространственной когерентности монохроматического на частоте ω_0 некогерентного источника в турбулентной атмосфере; $a_d = L/(k_0 a)$ – радиус пространственной когерентности некогерентного источника в вакууме. Из (10) следует, что, в отличие от симметричного расположения точек наблюдения ($\mathbf{R} = 0$) и случая $\cos \varphi = 0$ (рис.1), при $\cos \varphi \neq 0$ пространственная когерентность некогерентного источника убывает при смещении суммарной координаты точек наблюдения $\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2$ от оси пучка и при $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$, $R/a = 2$, $\cos \varphi = 1$ в отсутствие турбулентности ($\rho_{\text{anc}} \equiv a_d$) становится примерно в четыре раза меньше a_d (рис.2). Однако это не является следствием отклонения от линейной зависимости радиуса пространственной когерентности некогерентного некогерентного источника от расстояния, начиная с некоторого критического расстояния [8]. Из рис.2 видно, что смещение суммарного вектора \mathbf{R} от оси пучка на расстояние, меньшее $a/2$, не приводит к сколько-нибудь заметному уменьшению радиуса пространственной когерентности некогерентного некогерентного источника, поскольку расчетные кривые для γ при $R = a/2$ и $R = 0$ почти совпадают.

В работе [8] получено выражение для степени пространственной когерентности некогерентного источника при геометрии радиусов-векторов точек наблюдения $\rho_1 = 0$, $\rho = \rho_2$. При этом была допущена неточность: разностный вектор $\rho = \rho_2 - \rho_1$, равный ρ_2 при $\rho_1 = 0$, и вектор точки наблюдения ρ_2 были отождествлены. В (9), (10) это соответствовало бы замене R на ρ при $\cos \varphi = 1$. Как следствие, в [8, 9] делается неверный вывод об изменении степенной зависимости радиуса пространственной когерентности от расстояния, начи-

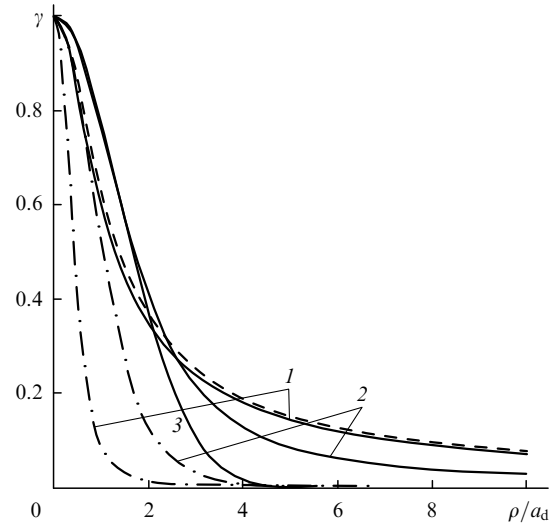


Рис.2. Степень пространственной когерентности некогерентного некогерентного источника излучения при $R/a = 0$ (штриховая кривая), $1/2$ (сплошные кривые) и 2 (штрих-пунктирные кривые) для $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$ (1), 10 (2) и 10^4 (3). При $R/a = 1/2$ и 2 совпадают кривые 3, а при $R/a = 0$ – кривые 1, 2, 3.

ная с некоторой критической протяженности трассы распространения, и «нарушении» теоремы Ван-Циттерта – Цернике для некогерентного источника.

В общем случае, когда $\cos \varphi \neq 0$, в (9) появляется зависимость от параметров μ и B и, следовательно, от дифракционных параметров гауссова пучка и турбулентных

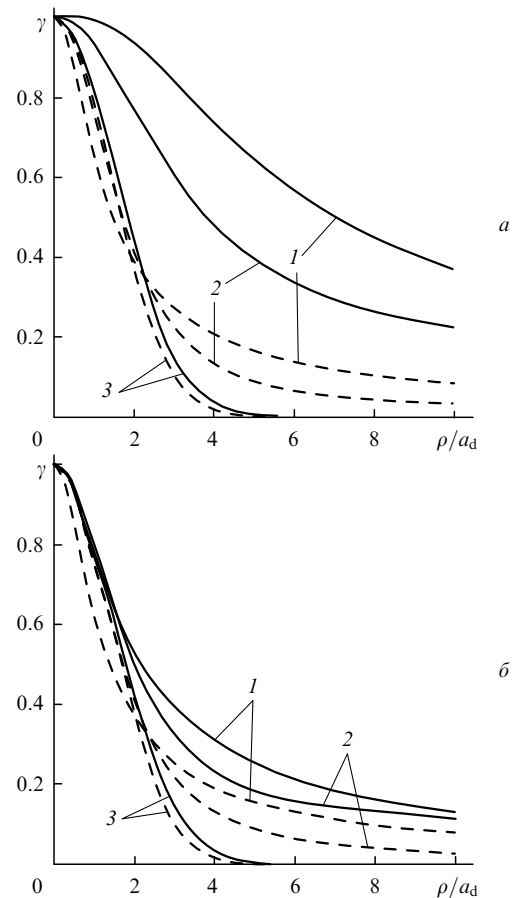


Рис.3. Степень пространственной когерентности сфокусированного пучка при $a/a_c = 0$ (сплошные кривые) и 10 (штриховые кривые) для $\omega_0^2 \tau_0^2 = 1$ (1), 10 (2) и 10^4 (3), $R/a_d = 2$ (а) и $1/2$ (б).

условий распространения. На рис.3 в качестве примера представлены результаты расчета степени пространственной когерентности сфокусированного пучка, распространяющегося в однородной среде ($C_e^2 = 0$), для $\cos \varphi = 1$. Видно, что, как и для некогерентного источника, степень пространственной когерентности немонахроматического сфокусированного пучка изменяется в зависимости от радиуса-вектора R . Однако в этом случае радиус пространственной когерентности увеличивается к краю пучка и при $R = 2a_d$, $\omega_0^2 \tau_0^2 < 10$, $a_c = \infty$ значительно превышает радиус пространственной когерентности поля немонахроматического ($\omega_0 \tau_0 = 100$) сфокусированного пучка. Следует отметить, что параметр a_d для сфокусированного немонахроматического пучка является одновременно и радиусом пространственной когерентности и дифракционным радиусом пучка [1, 2, 6]. При $R < a_d/2$ (рис.3,б) и неполной пространственной когерентности источника расчетные кривые для γ близки к кривым в случае симметричного расположения точек наблюдения (рис.1).

Таким образом, из представленных выше результатов анализа когерентности поля немонахроматического лазерного излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере, следует, что пространственная и временная когерентность немонахроматического поля пространственно ограниченного гауссова пучка зависит от положения и ориентации радиусов-векторов точек наблюдения в поперечном сечении пучка. Время когерентности возрастает при смещении точки наблюдения из центра пучка и при малых временах когерентности источника τ_0 , таких, что $\omega_0 \tau_0 = 1$, на краю пучка превышает в $\sqrt{5}$ раз время когерентности на оси пучка τ_0 .

Радиус пространственной когерентности поля распространяющегося немонахроматического излучения при $\omega_0 \tau_0 \rightarrow 1$ также возрастает в несколько раз по сравнению с радиусом когерентности немонахроматического из-

лучения при несимметричном относительно оси пучка расположении точек наблюдения. Исключение составляет некогерентный источник. Немонахроматичность спектра излучения в этом случае приводит, наоборот, к уменьшению радиуса пространственной когерентности, если точки наблюдения расположены на значительном удалении от оси пучка в перпендикулярном к радиальному направлению.

Полученные результаты можно трактовать как проявление дисперсионной зависимости дифракции немонахроматического пространственно ограниченного пучка на передающей апертуре и случайных неоднородностях показателя преломления в атмосфере. При переходе к неограниченному плоской и сферической волнам временная и пространственная когерентность излучения становится однородной во всей поперечной плоскости.

Автор выражает признательность В.В.Валуеву за критические замечания.

1. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. *Лазерное излучение в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1976).
2. Миронов В.Л. *Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере* (Новосибирск: Наука, 1981).
3. Банах В.А., Булдаков В.М. *Оптика и спектроскопия*, **55**, 4 (1983).
4. Банах В.А., Булдаков В.М., Миронов В.Л. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **24**, 6 (1981).
5. Банах В.А., Булдаков В.М., Миронов В.Л. *Оптика и спектроскопия*, **54**, 6 (1983).
6. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. *Оптика турбулентной атмосферы* (Л.: Гидрометеиздат, 1988).
7. Перина Я. *Когерентность света* (М.: Мир, 1974).
8. Курашов В.Н., Кисиль А.В., Хорошков Ю.В. *Квантовая электроника*, **3**, 1 (1976).
9. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
10. Рыгов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля* (М.: Наука, 1978).