

Фотодетектирование слабого светового сигнала в различных квантовых состояниях с использованием оптического усилителя

А.В.Козловский

Проведён квантовомеханический анализ фотодетектирования слабых световых сигналов, предварительно усиленных с помощью оптических усилителей света. Рассмотрен линейный усилитель и усилитель четырёхволнового смешения. Для источников света с различными квантово-статистическими свойствами рассчитаны и анализируются параметры отношения сигнал/шум. Исследована зависимость отношения сигнал/шум фототока детектора от квантово-статистических свойств сигнальной и холостой волн, участвующих в процессе усиления, при использовании схемы четырёхволнового смешения. Повышенным отношением сигнал/шум по сравнению с режимом линейного преобразования обладает схема четырёхволнового смешения при использовании холостой волны в когерентном или фоковском (сжатом, субпуассоновском) состоянии.

Ключевые слова: фотодетектирование, квантовые состояния, оптический усилитель.

1. Введение

Одним из способов повышения детектирующей способности фотодетекторов в режиме фотосчёта является использование предусилителя оптического сигнала, поступающего на детектор. В таких условиях можно избежать усиления слабых токов, вносящих дополнительные шумы и, тем самым, дополнительную погрешность в результаты измерения, что принципиально важно при регистрации слабых и ультраслабых оптических сигналов. Лазерное усиление излучения может оказаться полезным также в системах оптической связи для компенсации потерь при распространении излучения в световоде.

Лазерный усилитель вносит дополнительные шумы, возникающие вследствие спонтанного излучения в активной среде, что ведет к снижению отношения сигнал/шум на его выходе. Квантовый анализ возможности применения линейного усилителя для предусилителя измеряемого фотодетектором светового сигнала проведён в настоящей работе для случая слабого сигнала.

Другим способом усиления слабого сигнала, рассмотренным в настоящей работе, является усиление в схеме нелинейного четырёхволнового смешения излучения в среде с кубической нелинейностью. Использование холостой волны с определёнными квантово-статистическими свойствами позволяет уменьшить степень деградации сигнала до приемлемого для последующего измерения уровня.

2. Квантовая теория счёта фотонов

Нами анализируется одномодовый режим счёта фотонов, имеющий место при условии малости времени

одиночного измерения числа фотонов по сравнению с временем когерентности поступающего на вход усилителя излучения (т. е. величины, обратной ширине спектра излучения): $T \ll \tau_{\text{coh}}$. Кроме того, предполагается, что в режиме одномодового фотосчёта площадь фотодетектора S меньше площади пространственной когерентности излучения: $S \ll S_{\text{coh}}$. Такие условия соответствуют приближению плоской квазимонохроматической волны, поступающей на вход усилителя света.

Рассмотрим схему фотодетектирования с предусилением линейным лазерным усилителем в одномодовом приближении. Процедура фотосчёта состоит из серии последовательных измерений фототока, в результате которой определяется распределение фотоэлектронов, непосредственно связанное с распределением вероятностей числа фотонов поля. Необходимо отметить, что распределение фотоэлектронов, получаемое в такой схеме, в общем случае не совпадает с распределением фотонов поля на входе в фотодетектор.

Распределение $p(m, T)$ фотоэлектронов многоатомного широкополосного фотодетектора для времени измерения T может быть получено в рамках временной теории возмущений (см., напр., [1, 2]). Если в течение времени T среднее число отсчётов постоянно, т. е. $\langle m \rangle = \varepsilon \langle a^+ a \rangle T$, то [1, 2]

$$p(m, T) = \int P(\alpha) \frac{(\varepsilon T |\alpha|^2)^m}{m!} \exp(-\varepsilon T |\alpha|^2) d^2\alpha, \quad (1)$$

где $\langle |\alpha|^2 \rangle = \langle a^+ a \rangle$ – число фотонов в объёме квантования $V_{\text{qu}} = SL$; $L = cT$; c – скорость света. Параметр ε характеризует чувствительность широкополосного фотодетектора и в общем случае зависит от свойств материала детектора и частоты измеряемого поля [1]. Функция плотности квазивероятности Глаубера–Сударшана $P(\alpha)$ определена в фазовом пространстве $\{\alpha_R, \alpha_I\}$ (где $\alpha = \alpha_R + i\alpha_I$) и непосредственно связана с оператором плотности электромагнитного поля (статистический оператор). Отметим, что $\langle |\alpha|^2 \rangle$ вычисляется с помощью P -функции, а

А.В.Козловский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: kozlovsk@sci.lebedev.ru

$\langle a^+a \rangle$ – с помощью оператора плотности. Квантовая эффективность фотодетектора η удовлетворяет соотношению $0 \leq \eta \leq 1$ и определяется формулой $\eta = \varepsilon T$ в предположении, что время измерения меньше времени когерентности поля.

Можно показать, что среднее число фотоэлектронов связано со средним числом фотонов излучения, выходящего из лазерного усилителя, соотношением $\langle m \rangle = \eta \langle n_a \rangle$, а флуктуации фотоэлектронов выражаются через флуктуации фотонов:

$$\langle \Delta m^2 \rangle = \langle m \rangle (1 - \eta) + \eta^2 \langle \Delta n_a^2 \rangle = \eta(\eta - 1) \langle n_a \rangle + \eta^2 \langle \Delta n_a^2 \rangle. \quad (2)$$

Выражение для отношения сигнал/шум фотодетектора в этом случае имеет следующий вид:

$$\mathfrak{R} = \frac{\langle n_a^2 \rangle}{(1 - \eta)\eta^{-1} \langle n_a \rangle + \langle \Delta n_a^2 \rangle}. \quad (3)$$

3. Счёт фотонов усиленного излучения

3.1. Линейное усиление в одномодовом режиме

Чтобы рассчитать \mathfrak{R} , воспользуемся теорией лазерного усиления в линейном режиме [2–5] и найдём входящие в (3) средние величины. Применим для этого модель активной среды двухуровневых атомов, частоты переходов которых близки к частоте поля, в линейном приближении. Используя уравнение движения для оператора уничтожения квазимонохроматического поля в лазерном усилителе [5], находим

$$\langle n_a \rangle = |G|^2 \langle n_0 \rangle + \mu, \quad (4)$$

где G – коэффициент усиления; $\langle n_0 \rangle$ – среднее число фотонов на входе в усилитель;

$$\mu = \frac{N_{\uparrow}}{D} (|G|^2 - 1) \quad (5)$$

– среднее число спонтанно излученных в усилителе фотонов; $D = N_{\uparrow} - N_{\downarrow}$; N_{\uparrow} и N_{\downarrow} – населённости верхнего и нижнего уровней атомов активной среды.

Флуктуации числа фотонов поля, выходящего из усилителя, выражаются через средние величины на входе усилителя:

$$\langle \Delta n_a^2 \rangle = [\langle \Delta n_0^2 \rangle + u(1 - |G|^{-2}) - v] |G|^4 + v, \quad (6)$$

где

$$u = \frac{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}{D} \left(\langle n_0 \rangle + \frac{N_{\uparrow}}{D} \right); \quad (7)$$

$$v \equiv \frac{N_{\uparrow} N_{\downarrow}}{D^2}. \quad (8)$$

Коэффициент усиления лазерного усилителя

$$G = \exp \left[\left(\frac{\kappa D}{2} - i\omega \right) T_{\text{amp}} \right], \quad (9)$$

где $D > 0$ – инверсия населённостей, поддерживаемая накачкой; $T_{\text{amp}} = L_{\text{amp}}/c_m$ – время усиления; L_{amp} – длина усилителя; c_m – скорость света в активной среде усилителя; ω – частота перехода атома;

$$\kappa \equiv \frac{2g^2}{T}; \quad g = d \left(\frac{2\pi\omega}{\hbar V_{\text{qu}}} \right)^{1/2}; \quad (10)$$

T – скорость спонтанных переходов в атоме; d – дипольный момент перехода.

Подставляя (4)–(8) в (3) для отношения сигнал/шум находим выражение

$$\mathfrak{R} = (|G|^2 \langle n_0 \rangle + \mu)^2 \left\{ \frac{(1 - \eta)}{\eta} (|G|^2 \langle n_0 \rangle + \mu) + \{ [\langle \Delta n_0^2 \rangle + ND^{-1}(1 - |G|^{-2}) \langle n_0 \rangle] |G|^4 + \mu(\mu + 1) \} \right\}^{-1}, \quad (11)$$

где $N = N_{\uparrow} + N_{\downarrow}$. Функция распределения квазивероятности поля на выходе усилителя $P_{\text{out}}(\alpha, t)$ связана с распределением квазивероятности поля на входе $P_{\text{in}}(\alpha')$:

$$P_{\text{out}}(\alpha, t) = \frac{1}{\pi\mu} \int d^2\alpha' P_{\text{in}}(\alpha') \exp \left(-\frac{|\alpha - G\alpha'|^2}{\mu} \right). \quad (12)$$

В дальнейших расчётах нами будут рассмотрены следующие состояния входного (измеряемого) поля: вакуум $|0\rangle$, когерентное состояние $|\alpha\rangle$, хаотический свет $|\text{Th}\rangle$, смесь когерентного поля с хаотическим $|\alpha + \text{Th}\rangle$ (сигнал + шум). Для вычисления функций квазивероятности с помощью формулы (12) находим средние числа фотонов, а также их дисперсии для исходных состояний измеряемого поля $|0\rangle$, $|\alpha\rangle$, $|\text{Th}\rangle$ и $|\alpha + \text{Th}\rangle$ соответственно:

$$\langle n_0 \rangle = \begin{cases} 0, \\ |\alpha_0|^2, \\ \langle n \rangle_{\text{Th}}, \\ |\alpha_0|^2 + \langle n \rangle_{\text{Th}}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\langle \Delta n_0^2 \rangle = \begin{cases} 0, \\ |\alpha_0|^2, \\ \langle n \rangle_{\text{Th}}^2 + \langle n \rangle_{\text{Th}}, \\ |\alpha_0|^2 (2\langle n \rangle_{\text{Th}} + 1) + \langle n \rangle_{\text{Th}} (\langle n \rangle_{\text{Th}} + 1). \end{cases} \quad (14)$$

Средние числа фотонов и их дисперсии на выходе усилителя теперь могут быть рассчитаны с помощью выражения (12) и

$$\langle \Delta n_a^2 \rangle = |G|^4 \langle \Delta n_0^2 \rangle + |G|^2 (1 - |G|^2 + 2\mu) \langle n_0 \rangle. \quad (15)$$

При идеальном усилении без внесения дополнительных шумов в усиленный сигнал распределение квазивероятности $p_{\text{id}}(n)$ (где n – число фотонов) представляет собой исходное распределение $p_0(n_0)$ с заменой $\langle n_0 \rangle \rightarrow |G|^2 \langle n_0 \rangle$. Отметим при этом, что в случае идеального фотодетектора ($\eta = 1$) распределение фотоэлектронов совпадает с распределением фотонов света, поступающего на фотодетектор.

Расчёты показывают, что распределение фотоэлектронов при большом числе фотонов в исходном сигнале (~ 100) можно измерить с удовлетворительной точностью (рис.1), тогда как в случае слабых сигналов с числом фотонов ~ 1 фотодетектирование с использованием линейного усилителя сталкивается с принципиальными трудностями. Из рис.2 видно, что для сигнала в когерентном состоянии или состоянии сигнал + шум при $\langle n_0 \rangle = 2$ распределение фотоэлектронов резко отличается от их распределения при идеальном усилении того же сигнала. При крайне низком отношении сигнал/шум распределе-

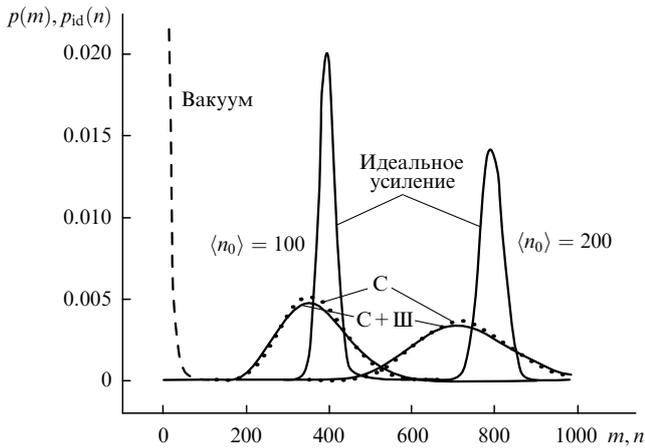


Рис.1. Распределения фотоэлектронов $p(m)$ при линейном усилении входного сигнала в когерентном состоянии (С) и состоянии сигнал + шум (С+Ш) для среднего числа фотонов на входе усилителя $\langle n_0 \rangle = 100$ и 200 , $\langle n \rangle_{Th} = 0.388$, $|G|^2 = 4$, $\eta = 0.9$, а также в случае вакуума на входе. Для сравнения изображены распределения фотонов $p_{id}(n)$ при идеальном усилении для тех же параметров. Инверсия населённостей активной среды лазерного усилителя $D/N = 20\%$.

ние фотоэлектронов усиленного когерентного сигнала почти не отличается от соответствующего распределения для вакуума на входе в усилитель. При этом в одиночном измерении вероятность регистрации числа фотонов, равного нулю (отсутствие фототока), практически не отличается от вероятности регистрации 1000 фотонов. Очевидно, что в таких условиях установить наличие сигнала или его отсутствие оказывается практически невозможным, учитывая неизбежно присутствующие экспериментальные погрешности. Выделение сигнала на фоне шума возможно лишь при крайне высокой точности измерения фототока и большом числе повторных измерений, проведение которых необходимо для формирования точного статистического распределения. Как показывают расчёты, увеличение инверсии населённостей активной среды лазерного усилителя заметно улучшает точность измерений при больших $\langle n_0 \rangle$.

Если сигнал находится в хаотическом или тепловом состоянии, ситуация меняется. Из рис.3 следует, что даже при большом усилении слабого сигнала с хаотической

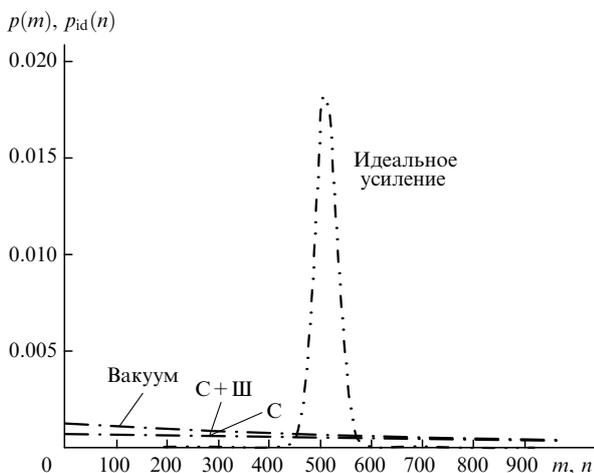


Рис.2. То же что и на рис.1, для входного состояния поля сигнал + шум (С+Ш) при $|G| = 16$, $\langle n \rangle_{Th} = 0.388$, $\langle n_0 \rangle = 2.388$, $\langle \Delta n_0^2 \rangle = 4.092$, $\mathfrak{R} = 1.16$ и когерентного входного состояния поля (С) при $\langle n_0 \rangle = 2$, $\mathfrak{R} = 1.19$, а также для вакуумного входного поля.

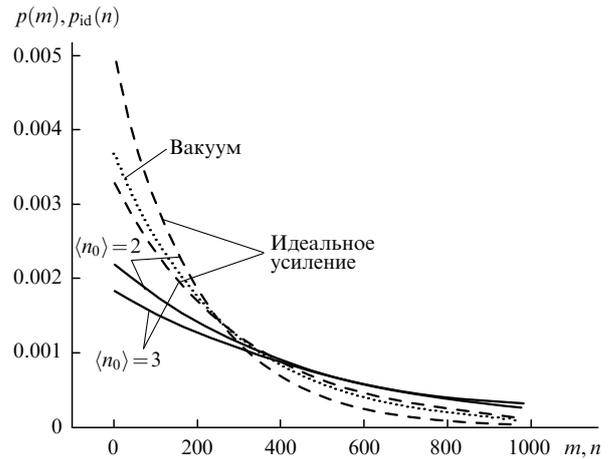


Рис.3. То же, что и на рис.1, для входного состояния поля сигнал + шум (С+Ш) при $\langle n_0 \rangle = 2$ и 3 , $|G|^2 = 100$, а также для вакуумного входного поля.

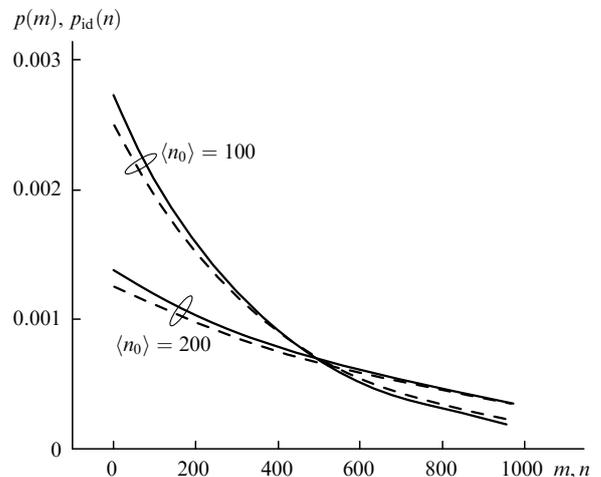


Рис.4. Сравнение распределений $p(m)$ фотоэлектронов для хаотического состояния входного сигнала (сплошные кривые) с распределениями $p_{id}(n)$ фотонов в случае идеального усиления (штриховые кривые) при $\langle n_0 \rangle = 100$ и 200 , $|G|^2 = 4$.

квантовой статистикой распределение фотоэлектронов мало отличается от распределения при идеальном усилении такого сигнала. Однако, как и в случае когерентного сигнала, достоверное измерение требует крайне высокой точности фотосчёта, чтобы отличить фототок сигнала от фототока вакуума. Как показано на рис.4, при $\langle n_0 \rangle \sim 100$ распределение фототока и, следовательно, результат фотодетектирования для хаотического сигнала отличаются от соответствующей зависимости при идеальном усилении лишь незначительно. Фотодетектирование характеризуется при этом низким отношением сигнал/шум \mathfrak{R} .

Из рис.5 видно, что \mathfrak{R} резко растёт при очень малых коэффициентах усиления, а при больших $|G|$ оно равно единице. В случае когерентного сигнала при увеличении среднего числа фотонов в измеряемом поле отношение сигнал/шум монотонно возрастает при большом усилении.

3.2. Четырёхволновое смешение

Рассмотрим теперь схему, позволяющую усиливать слабый сигнал методом четырёхволнового смешения в нелинейной среде объёмом V_{amp} , обладающей кубической нелинейностью ($\chi^{(3)}$). Две интенсивные волны на-

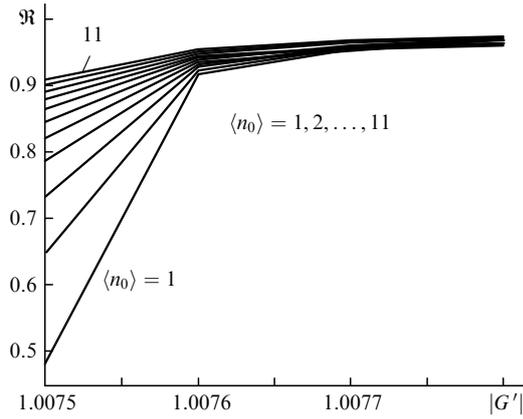


Рис.5. Зависимости отношения сигнал/шум \mathfrak{R} от модуля коэффициента линейного усиления $|G'|$ для когерентного сигнала при разных $\langle n_0 \rangle$ и $\eta = 0.9$.

качки с амплитудами E_p и E'_p , распространяющиеся в противоположных направлениях, смешиваются в нелинейной среде с сигнальной и холостой волнами, также противоположно направленными. Частоты четырёх квазимонохроматических плоских волн предполагаются равными, а интенсивности волн накачки значительно превышающими интенсивности сигнальной и холостой волн, вследствие чего моды накачки будут рассматриваться нами в классическом приближении и истощением их будем пренебрегать. Отметим, что это приближение остаётся справедливым даже в случае большого усиления при условии, что интенсивности волн накачки значительно превышают интенсивности усиленных волн. Операторы a и d представляют собой операторы уничтожения для сигнальной и холостой мод электромагнитного поля, а операторы c и b являются операторами уничтожения электромагнитных полей отражённой и проходящей волн. Числа фотонов в усиливаемых в процессе вырожденного четырёхволнового смешения полей c и b могут быть измерены путём прямого фотодетектирования.

Уравнения движения Гейзенберга для операторов уничтожения $a(z)$ и $d(z)$, соответствующих сигнальному полю с начальным значением $E_s(z=0)$ и холостому полю с начальным значением $E_i(z=L)$, позволяют найти следующие соотношения для выходных полей [2, 5]:

$$b \equiv a(z=L) = a \sec(KL) - \zeta d^+ \tan(KL), \quad (16)$$

$$c \equiv d(z=L) = d \sec(KL) - \zeta a^+ \tan(KL), \quad (17)$$

где

$$a \equiv a(z=0); \quad d \equiv d(z=L); \quad (18)$$

$$\zeta \equiv i \exp[i(\phi_p + \phi'_p)]; \quad K \equiv \frac{\chi |E_p E'_p|}{c_m}; \quad (19)$$

ϕ_p и ϕ'_p — фазы волн накачки; χ — константа нелинейности.

Используя выражения (16) и (17), найдём средние значения и дисперсии чисел фотонов в проходящей и отражённой волнах для различных квантовых состояний входных полей. В качестве холостой волны, участвующей в четырёхволновом смешении, рассмотрим поля в чисто когерентном, фоковском и хаотическом состояниях. Состояние измеряемого сигнала предполагается когерентным или хаотическим.

В общем случае, когда холостая волна и сигнальное поле находятся в произвольном квантовом состоянии, для средних значений и дисперсии чисел фотонов в усиленной моде b находим выражения

$$\langle n_b \rangle = \langle b^+ b \rangle = \sec^2(KL) \langle n_a \rangle + \tan^2(KL) (\langle n_d \rangle + 1) - 2 \sec(KL) \tan(KL) \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta n_b^2 \rangle &= \langle n_b^2 \rangle - \langle n_b \rangle^2 = \sec^4(KL) \langle \Delta n_a^2 \rangle + \tan^4(KL) \langle \Delta n_d^2 \rangle - [4 \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a^+ a a \rangle) - 2(2 \langle n_a \rangle - 1) \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle)] \sec^3(KL) \tan(KL) \\ &- [4 \operatorname{Re}(\zeta^* \langle a \rangle \langle d^+ d d \rangle) - 2(2 \langle n_d \rangle - 1) \times \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle)] \sec(KL) \tan^3(KL) \\ &+ [\langle n_a \rangle \langle n_d \rangle + (\langle n_a \rangle + 1)(\langle n_d \rangle + 1) + 2 \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d^2 \rangle \langle a^2 \rangle) - 4 \operatorname{Re}^2(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Формулы для второй усиленной волны (средние величины $\langle n_c \rangle$ и $\langle \Delta n_c^2 \rangle$) получаются из правых частей (20) и (21) путём перестановки символов $a \leftrightarrow d$.

Если одно из полей (или оба) находится в некогерентном состоянии (хаотическом, вакуумном, фоковском и т. д.), имеет место равенство $\langle x^{+n} x^m \rangle = 0$ (где $x = a, d$; $n \neq m$ — целые положительные числа) и выражения (20), (21) значительно упрощаются.

В случае когерентного состояния $|\alpha, \delta\rangle$ на обоих входах четырёхволнового смесителя в (21) можно сделать следующие преобразования:

$$\begin{aligned} &2 \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d^2 \rangle \langle a^2 \rangle) - 4 \operatorname{Re}^2(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle) \\ &= 2 \langle n_a \rangle \langle n_d \rangle (\cos 2\Phi - 2 \cos^2 \Phi), \end{aligned}$$

$$2 \operatorname{Re}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle) = (\langle n_a \rangle \langle n_d \rangle)^{1/2} \cos \Phi \text{ и т. д.,}$$

где $\Phi = \operatorname{Arg}(\zeta^* \langle d \rangle \langle a \rangle)$.

Если холостая мода находится в вакуумном состоянии $|0\rangle$, то для произвольного состояния сигнального поля выражения для средних чисел фотонов и их флуктуаций для проходящего (b) и отражённого (c) полей формально совпадают с соответствующими выражениями (4) и (6) для линейного усилителя при замене в последних $\mu \rightarrow \mu' \equiv \tan^2(KL)$ и $|G| \rightarrow |G'| \equiv \sec(KL)$. При этом нетрудно убедиться в том, что для одного и того же коэффициента усиления $|G| = |G'|$ среднее число спонтанных фотонов для линейного усиления μ совпадает с соответствующей величиной для четырёхволнового смешения μ' при полной инверсии активной среды линейного усилителя. Выше отмечалось, что отношение сигнал/шум при фотосчёте и линейном предусилении увеличивается с ростом инверсии населённостей. Из этого следует, что использование четырёхволнового усилителя заметно улучшает точность фотосчёта, поскольку линейный режим усиления реализуется, как правило, вблизи порога лазерной генерации при незначительной инверсии активной среды.

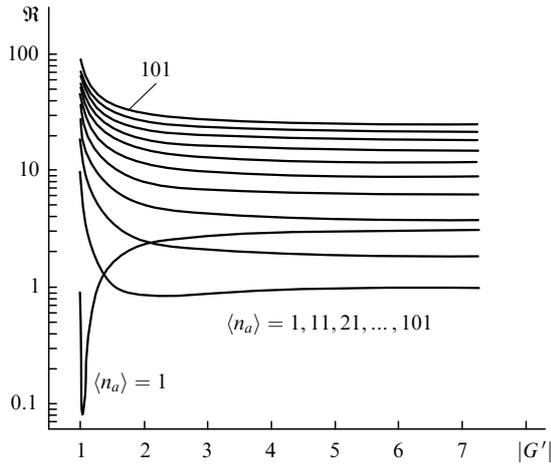


Рис.6. Зависимости отношения сигнал/шум \mathfrak{R} от модуля коэффициента усиления $|G'|$ при четырёхволновом смешении тепловой сигнальной и когерентной холостой волн при разных $\langle n_a \rangle$, $\langle n_d \rangle = 10$ и $\eta = 0.9$.

Анализ отношения сигнал/шум \mathfrak{R} (3) с использованием формул (20) и (21) показывает, что для больших коэффициентов усиления ($|G'|^2 \gg 1$) и тепловых состояний обоих входных полей $\mathfrak{R} = 1$. Если же сигнальная волна находится в тепловом состоянии, а холостая – в когерентном, то при $\langle n_d \rangle \gg \langle n_a \rangle$, $\langle n_d \rangle \gg 1$ и $\eta \approx 1$ получаем

$$\mathfrak{R} = 1 + \frac{\langle n_d \rangle}{2(\langle n_a \rangle + 1)} \gg 1. \tag{22}$$

Из формулы (22) следует, что для малых средних чисел фотонов в сигнальном поле использование сильной когерентной холостой волны позволяет получить высокое отношение сигнал/шум фототока. На рис.6 приведены зависимости \mathfrak{R} от модуля коэффициента усиления $|G'|$ и средних чисел фотонов для тепловой сигнальной и когерентной холостой мод. Видно, что в отличие от случая линейного усиления, рассмотренного выше, при высоких коэффициентах усиления наибольшее \mathfrak{R} достигается при наименьших средних числах фотонов в сигнальном поле. Эта закономерность имеет место в случае как малого, так и большого среднего числа фотонов в холостой моде. Из рис.6 также видно, что при $\langle n_a \rangle < \langle n_d \rangle$ (число фотонов в сигнальной волне меньше числа фотонов в когерентной холостой волне) и $|G'|^2 \gg 1$ отношение \mathfrak{R} убывает с ростом числа фотонов сигнала, тогда как при $\langle n_a \rangle \geq \langle n_d \rangle$ имеет место обратная зависимость \mathfrak{R} от $\langle n_d \rangle$. При слабом усилении \mathfrak{R} резко убывает по сравнению с его начальным значением ($|G'| = 1$), а затем возрастает при $|G'| > 1$.

Если же состояние сигнальной волны – когерентное, а холостой – тепловое, то достижение высокого отношения сигнал/шум становится невозможным для малых чисел фотонов. В данном случае получаем

$$\mathfrak{R} = 1 + \frac{\langle n_a \rangle^2}{\langle n_d \rangle^2} \approx 1 \tag{23}$$

при $\langle n_d \rangle \gg \langle n_a \rangle$, $\langle n_d \rangle \gg 1$, $\eta \approx 1$ и

$$\mathfrak{R} = 1 + \frac{\langle n_a \rangle}{2(\langle n_d \rangle + 1)} \gg 1 \tag{24}$$

при $\langle n_a \rangle \gg \langle n_d \rangle$, $\langle n_a \rangle \gg 1$. Это означает, что высокое от-

ношение сигнал/шум достижимо только для сильной сигнальной волны в когерентном состоянии. Отметим также, что если $\langle n_d \rangle \approx \langle n_a \rangle$, то опять $\mathfrak{R} \approx 1$.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда холостая волна находится в фоковском состоянии с определённым числом фотонов. Тогда из (20) и (21) получаем, что при $\langle n_a \rangle \gg \langle n_d \rangle$ и $|G'|^2 \gg 1$ выполняется условие

$$\mathfrak{R} = \frac{\langle n_a \rangle}{2\langle n_d \rangle + 1} \gg 1,$$

в то время как при $\langle n_d \rangle \gg \langle n_a \rangle$ имеем $\mathfrak{R} \approx 1$. Если же сигнал находится в тепловом (хаотическом) состоянии, то в первом случае $\mathfrak{R} \approx 1$, а во втором

$$\mathfrak{R} = \frac{\langle n_d \rangle}{2\langle n_a \rangle + 1}.$$

На рис.7 приведена зависимость \mathfrak{R} от $|G'|$ при различных $\langle n_a \rangle$. Сравнение рис.7 и 6 показывает, что при $\langle n_a \rangle = 1$ отношение \mathfrak{R} выше для холостой волны в фоковском состоянии и когерентного сигнала при $|G'|^2 \gg 1$. В то же время для $\langle n_a \rangle > \langle n_d \rangle$ отношение сигнал/шум значительно выше при использовании когерентной холостой волны и теплового сигнала.

На рис.8 показаны зависимости \mathfrak{R} для различных значений $\langle n_a \rangle$ и $\langle n_d \rangle$ при $|G'|^2 \gg 1$, когда сигнал нахо-

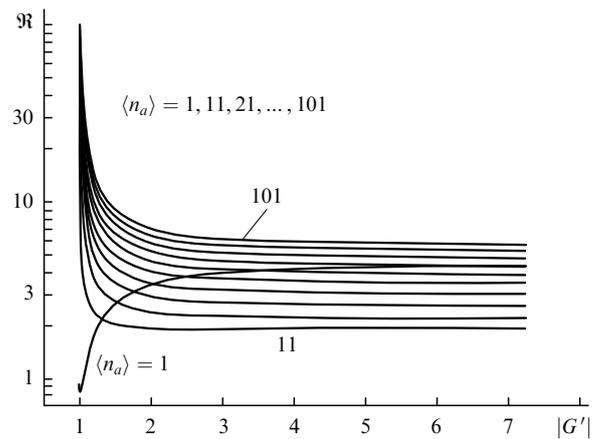


Рис.7. То же, что и на рис.6, для когерентного сигнала и холостой волны в фоковском состоянии.

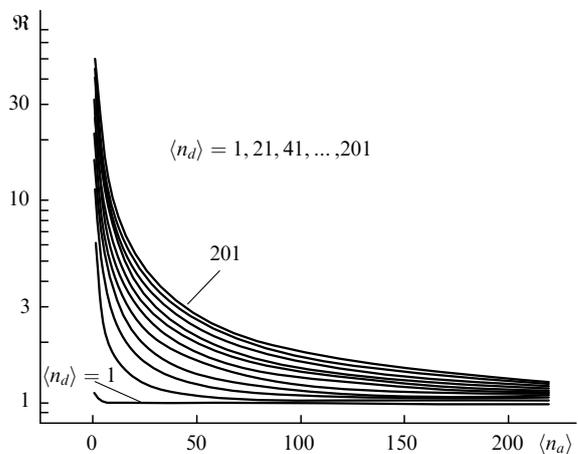


Рис.8. Зависимости отношения сигнал/шум \mathfrak{R} от среднего числа фотонов в сигнальной моде $\langle n_a \rangle$ для четырёхволнового смешения тепловой сигнальной и когерентной холостой волн при разных $\langle n_a \rangle$, $|G'|^2 \gg 1$ и $\eta = 0.9$.

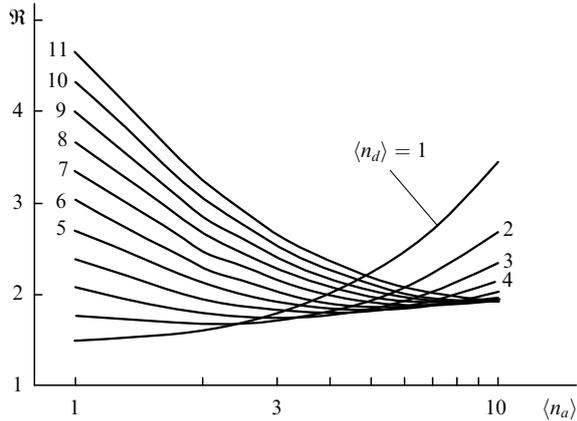


Рис.9. То же, что на рис.8, для когерентной сигнальной и фокковской холостой волн при разных $\langle n_a \rangle$.

дится в хаотическом состоянии, а холостая волна – в когерентном. Из него следует, что \mathfrak{R} очень велико при использовании холостой волны с $\langle n_d \rangle \gg 1$, но резко убывает с ростом $\langle n_a \rangle$. Подобная зависимость \mathfrak{R} от $\langle n_a \rangle$ и $\langle n_d \rangle$ приведена на рис.9 для фокковского состояния холостой волны и когерентного состояния сигнала. Видно, что для малых $\langle n_a \rangle$ добавление холостой волны увеличивает \mathfrak{R} , а для больших $\langle n_a \rangle$ – уменьшает.

Если же сигнальная и холостая волны находятся в когерентных состояниях $|\alpha\rangle$ и $|\delta\rangle$ соответственно, то среднее число фотонов

$$\langle n_b \rangle = |G'|^2 \langle n_a \rangle + (|G'|^2 - 1) \langle n_d \rangle + \mu' - 2 \cos \Phi \left[|G'|^2 (|G'|^2 - 1) \langle n_a \rangle \langle n_d \rangle \right]^{1/2}, \quad (25)$$

где

$$\Phi \equiv \phi_a + \phi_d - \phi_p - \phi_p' - \frac{\pi}{2};$$

ϕ_a и ϕ_d – фазы сигнальной и холостой мод. Для флуктуаций числа фотонов в проходящей моде получаем выражение

$$\begin{aligned} \langle \Delta n_b^2 \rangle &= |G'|^4 \langle \Delta n_a^2 \rangle + (|G'|^2 - 1)^2 \langle \Delta n_d^2 \rangle \\ &+ \mu'(\mu' + 1)(\langle n_d \rangle + \langle n_a \rangle + 1) \\ &- 2(|G'|^2 - 1) \left[|G'|^2 (|G'|^2 - 1) \langle n_a \rangle \langle n_d \rangle \right]^{1/2} \cos \Phi. \end{aligned} \quad (26)$$

Формулы для $\langle n_c \rangle$ и $\langle \Delta n_c^2 \rangle$ могут быть получены путём перестановки $a \leftrightarrow d$ в (25) и (26).

Из (26) следует, что с увеличением $\langle n_a \rangle$ величина \mathfrak{R} убывает при $\langle n_d \rangle < \langle n_a \rangle$ и монотонно возрастает при $\langle n_d \rangle > \langle n_a \rangle$, если $\Phi = 2q\pi$ (где q – любое целое число). Вследствие такой закономерности отношение сигнал/шум принимает большие значения при малом числе фотонов в измеряемом поле. В то же время, если выполнено условие фазового согласования вида $\Phi = (2q + 1)\pi$, то зависимость \mathfrak{R} от среднего числа фотонов $\langle n_a \rangle$ имеет иной характер. Как показано на рис.10, отношение \mathfrak{R} монотонно возрастает с увеличением $\langle n_a \rangle$.

Из (26) также следует, что если интенсивности сигнальной и холостой волн равны между собой, то среднее число фотонов в проходящей волне равно квадрату ко-

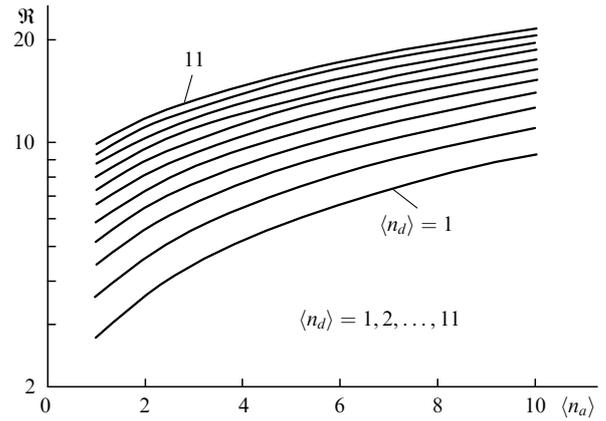


Рис.10. То же, что и на рис.8, для когерентных сигнальной и холостой волн при фазовом согласовании вида $\Phi = (2q + 1)\pi$ и разных $\langle n_d \rangle$.

эффициента усиления: $\langle n_b \rangle \approx |G'|^2$. При этом флуктуации числа фотонов

$$\langle \Delta n_b^2 \rangle \approx 2|G'|^4 \langle n_b \rangle - |G'|^4. \quad (27)$$

Из (25) и (27) следует, что данные флуктуации всегда значительно превышают уровень дробового шума (суперпуассоновская статистика усиленного поля). В то же время вследствие эффекта, описанного выше (формулы (26), (27)), зависимость отношения сигнал/шум от средних чисел фотонов при $\Phi = 2q\pi$ приобретает сложный немонокотонный характер. Флуктуации числа фотонов приближаются к тепловым при равенстве средних чисел фотонов в сигнальной и холостой волнах.

Измерение числа фотонов в усиленной волне даёт полную информацию об их числе во входном сигнале. Зная среднее число фотонов в холостой волне, подаваемой на второй вход усилителя, находим среднее число фотонов входного измеряемого поля непосредственно из формулы (20). Высокое отношение сигнал/шум фотодетектора достигается соответствующим выбором квантовых свойств холостой волны. Возможно также использование для этого светоделительной пластины. В данном случае исходный сигнал разделяется на две части, каждая из которых подаётся на один из входов четырёхволнового усилителя. Определение с помощью уравнения (20) числа фотонов в исходном сигнале из результатов измерения усиленных полей в таких условиях упрощается и не требует предварительного измерения числа фотонов во входной холостой волне.

4. Заключение

Анализ статистики прямого фотодетектирования (счёт фотонов) усиленного сигнала показал, что линейный лазерный усилитель неприменим при детектировании слабых сигналов, содержащих несколько фотонов и находящихся как в когерентном, так и в хаотическом квантовом состоянии. В этом случае при значительном усилении сигнала результат единичного измерения фототока в пределах ошибки эксперимента оказывается неотличим от результатов измерения усиленного вакуумного или фонового теплового поля. С увеличением среднего числа фотонов в объёме детектирования при практически достижимой точности измерений фотосчёт становится возможен при $\langle n_0 \rangle \sim 100$.

Исследование фотодетектирования сигнала, усиливаемого в схеме четырёхволнового смещения, показало, что слабый сигнал (несколько фотонов) может быть измерен с высокой точностью. В этом случае точность измерения, характеризуемая отношением сигнал/шум фототока детектора, качественно зависит от интенсивности и квантово-статистических свойств холостой волны. Смещение когерентного или хаотического сигнала в четырёхволновой схеме усиления с холостой волной, находящейся в когерентном или фоковском состоянии может привести к увеличению отношения сигнал/шум фототока. Использование в качестве холостой волны фоковского поля позволяет повысить отношение сигнал/шум по сравнению с использованием холостой волны в когерентном состоянии, в особенности при малом числе фотонов в сигнале. Если измеряемое поле находится в хаотическом (тепловом) квантовом состоянии, то для повышения отношения сигнал/шум необходимо использование когерентной холостой волны.

В случае когерентных сигнальной и холостой волн принципиально важными оказывается фазовое согласование всех четырёх (включая волны накачки) когерентных волн, участвующих в нелинейном процессе. В частности, если сумма фаз четырёх взаимодействующих волн $\Phi \approx (2q + 1)\pi$ (где q – любое целое число) и интенсивности сигнальной и холостой волн равны между собой, то отношение сигнал/шум усиленного поля оказывается чрезвычайно низким (~ 1), в то же время высокое отношение сигнал/шум возможно при условии $\Phi \approx 2q\pi$ [5]. При фазовом согласовании вида $\Phi \approx (2q + 1)\pi$ и равенстве интенсивностей сигнальной и холостой волн интенсивность выходного излучения не зависит от интенсивности исходного сигнала, поступающего на вход усилителя, и определяется лишь коэффициентом усиления среды. В таких условиях вместо усиления сигнала может иметь место

его рассеяние с передачей энергии сигнальной и холостой волн в волны накачки.

Отметим, что необходимые для измерения слабых сигналов шумовые характеристики поля могут быть реализованы с помощью нелинейного лазерного усилителя. Показано [6], что путём выбора оптимальной длины (или времени) усиления флуктуации, вносимые спонтанным излучением в процессе нелинейного усиления с насыщением, могут быть существенно уменьшены по сравнению со случаем линейного усиления. Отметим также, что использование четырёхволнового усилителя обладает преимуществом, связанным с идентичностью при большом усилении обеих выходящих волн. Это позволяет в системах оптической передачи проводить фотодетектирование одной из волн без искажения другой волны, переносящей информацию.

В опубликованных недавно работах [7, 8] рассмотрены различные схемы параметрического усиления света, позволяющие усиливать слабый оптический сигнал, не ухудшая его исходного отношения сигнал/шум.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ № НШ-1512.2003.2.

1. Глаубер Р. В кн.: *Квантовая оптика и квантовая радиофизика*. Под ред. К. де Витт, А.Бланден, К.Коэн-Таннуджи (М.: Мир, 1966, с. 91).
2. Мандел Л., Вольф Э. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000).
3. Зельдович Б.Я., Собельман И.И. *УФН*, **101**, 1 (1970).
4. Caves С.М. *Phys. Rev. D*, **26**, 1817 (1982).
5. Козловский А.В. *ЖЭТФ*, **129** (1), 30 (2006).
6. Козловский А.В., Ораевский А.Н. *ЖЭТФ*, **109** (5), 1524 (1996).
7. McKinstrie C.J., Radic S., Raymer M.G. *Opt. Express*, **12**, 5037 (2004).
8. McKinstrie C.J., Yu M., Raymer M.G., Radic S. *Opt. Express*, **13**, 4986 (2005).