

# Многофотонные корреляции при параметрическом рассеянии света и их измерение в импульсном режиме

О.А.Иванова, Т.Ш.Исхаков, А.Н.Пенин, М.В.Чехова

*Рассматриваются нормированные корреляционные функции (КФ) интенсивности различных порядков для света, излучаемого при параметрическом рассеянии (ПР), и их зависимость от числа фотонов в моде. Основной проблемой при измерении таких КФ является чрезвычайно малая их ширина, что приводит к значительному уменьшению контраста. Показано, что если исследуемое излучение модулировано периодической последовательностью импульсов, коротких по сравнению с шириной КФ, то уменьшения контраста не происходит. Предложена процедура измерения нормированных КФ различных порядков в импульсном режиме. В эксперименте в режиме наносекундных импульсов измерена зависимость нормированной КФ второго порядка для излучения ПР от среднего числа фотонов.*

**Ключевые слова:** параметрическое рассеяние света, бифотоны, многофотонные корреляции.

## 1. Введение

Спонтанное параметрическое рассеяние (СПР) – один из наиболее эффективных источников неклассического света, т. е. света, свойства которого описываются только в рамках последовательной квантовой теории. В частности, «неклассичность» излучения СПР связана с парной корреляцией фотонов – чрезвычайно высоким вторым нормированным моментом интенсивности. Сравнение этого момента с другими (первым и третьим) нормированными моментами показывает, что излучение СПР нарушает представления о существовании классического распределения вероятности для числа фотонов [1]. Именно это обстоятельство и позволяет считать излучение СПР неклассическим и называть его двухфотонным, или бифотонным, светом. Свойство парной корреляции исчезает при переходе от режима с малым коэффициентом параметрического усиления (так называемого режима СПР) к режиму с большим коэффициентом параметрического усиления (будем называть такой режим ПР вынужденным). Свет, излучаемый при ПР в вынужденном режиме, также проявляет неклассические свойства, но уже не связанные с аномальным вторым моментом интенсивности. Такой свет уже нельзя считать двухфотонным; его можно назвать светом с четным числом фотонов, и для него проявляются эффекты сжатия [1].

Нормированную КФ второго порядка для излучения ПР\* можно представить в виде [2]

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 + g_{nc}^{(2)}(\tau), \quad (1)$$

\* Для случая, когда ПР не вырождено хотя бы по одному параметру (частоте, углу или поляризации).

О.А.Иванова, Т.Ш.Исхаков, А.Н.Пенин, М.В.Чехова. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: masha@qopt.phys.msu.ru, drquantum@hotmail.com

Поступила в редакцию 14 июня 2006 г.

где  $g^{(1)}(\tau)$  – нормированная КФ первого порядка, так что первые два слагаемых определяют «тепловую» часть  $g^{(2)}(\tau)$ . Последнее слагаемое представляет собой ее неклассическую часть. Значение  $g_{nc}^{(2)}(\tau)$  в максимуме равно  $g_{nc}^{(2)}(0) = 1/N$ , где  $N$  – число фотонов в моде. Таким образом, с ростом коэффициента параметрического усиления и, следовательно, числа фотонов в моде нормированная КФ второго порядка в максимуме стремится к значению 2, характерному для полей с тепловой статистикой, а ее неклассическая часть исчезает. Ширина «тепловой» части КФ  $|g^{(1)}(\tau)|^2$  равна времени когерентности излучения ПР  $\tau_0$ ; ширина неклассической части  $g_{nc}^{(2)}(\tau)$ , хотя в общем случае и отличается несколько от  $\tau_0$  [3], имеет тот же порядок величины.

В последние годы во многих работах предлагается использовать ПР для получения трехфотонных или четырехфотонных перепутанных состояний. При этом, как правило, наблюдаются различные интерференционные эффекты при измерении КФ интенсивности третьего или четвертого порядка. Такие эксперименты трактовались как реализация парадокса Гринбергера – Хорна – Цейлингера [4] или проявление интерференции трех- и четырехфотонных состояний [5–7], а также использовались для проверки неравенств Белла для квантовых систем со спином, равным единице [8]. В работе [9] отмечалось, что наблюдаемые эффекты являются простым следствием уже хорошо известной двухфотонной интерференции, а нарушение «четырёхфотонного» неравенства Белла, зарегистрированное в [8], объясняется одновременным нарушением двух «двухфотонных» неравенств Белла.

Авторы [9], в свою очередь, выполнили эксперимент, позволяющий отличить «настоящие» корреляции между парами фотонов от «независимо генерируемых» пар. Как эксперимент, так и появившееся позже его теоретическое описание другими авторами [10] свидетельствуют о невысокой видности четырехфотонной интерференции (около 50%). Следует подчеркнуть, что во всех подобных экспериментах, как правило, видность трех- и четырехфотонной интерференции не превышает 60%–70%. Исключения составляют работы, в которых четырехфотонная интерференция наблюдается вместе с двухфотонной [5, 9].

Несмотря на обилие экспериментов, в литературе продолжается обсуждение следующих вопросов: как отличить четырехфотонные состояния от случайно «перекрывающихся» пар фотонов и свидетельствуют ли наблюдаемые при ПР четырехфотонные корреляции о генерации перепутанных четырехфотонных состояний?

Для ответа на эти вопросы можно рассмотреть генерацию «четверок» фотонов напрямую, проведя аналогию с тем, как генерируются пары фотонов при СПР [11]. Такие четырехфотонные корреляции можно назвать «истинными». Оказывается, что различие между четырехфотонными корреляциями, наблюдаемыми при СПР, и «истинными» четырехфотонными корреляциями проявляется в зависимости нормированного четвертого момента интенсивности от среднего числа фотонов. Однако ни в одной из известных нам работ такая зависимость не измерялась, хотя одновременное измерение моментов различных порядков в зависимости от среднего числа фотонов проводилось (см., напр., [12]).

Одна из основных трудностей при измерении нормированных КФ интенсивности для ПР – это чрезвычайно малая их ширина, не позволяющая, при достаточно «медленном» детектировании, зарегистрировать неклассическую часть КФ. Как будет показано ниже, эта трудность может быть преодолена путем перехода к регистрации ПР в режиме достаточно коротких импульсов. Однако для импульсного режима до сих пор не была разработана методика измерения нормированных КФ интенсивности. Далее будет рассмотрено измерение этих КФ в непрерывном и импульсном режимах, приведены результаты эксперимента по измерению КФ второго порядка для СПР в импульсном режиме, а также показано, что КФ четвертого порядка для излучения ПР можно измерить лишь в режиме фемтосекундных импульсов.

## 2. Многомодовое детектирование и измерение КФ интенсивности

Рассмотрим измерение КФ интенсивности  $n$ -го порядка. Аналогично тому, как в эксперименте измеряют  $g^{(2)}(\tau)$  с помощью светоделителя, двух фотодетекторов и схемы двойных совпадений, для измерения КФ порядка  $n$  исследуемый пучок света следует разбить на  $n$  пучков с помощью  $n - 1$  светоделителя и регистрировать полученные пучки  $n$  детекторами. Далее совпадения фотоотчетов всех детекторов регистрируются с помощью схемы  $n$ -кратных совпадений в зависимости от задержек,

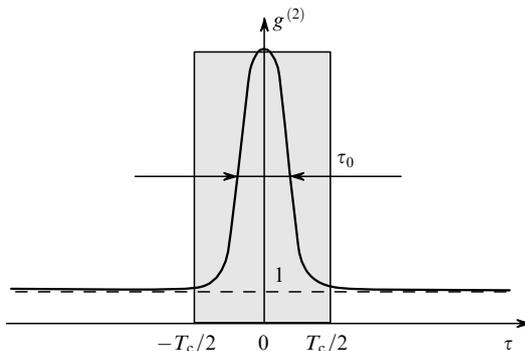


Рис.1. Характерный вид КФ интенсивности  $g^{(2)}(\tau)$  непрерывного излучения. Прямоугольником условно показана аппаратная функция схемы совпадений с разрешением  $T_c$ . Штриховая прямая – фон.

вносимых электроникой после детекторов. В стационарном случае КФ  $n$ -го порядка – функция  $n - 1$  временного аргумента. При регистрации совпадений фотоотчетов существенно, что схема  $n$ -кратных совпадений имеет конечное временное разрешение  $T_c$ . При измерении корреляционная функция  $g^{(n)}(\tau_1, \dots, \tau_{n-1})$  интегрируется по ширине аппаратной функции, определяемой  $T_c$ . Если  $T_c/\tau_0 \equiv m \gg 1$ , то измеренная КФ в ее максимуме

$$g_{\text{meas}}^{(n)} \approx 1 + \frac{g^{(n)}(0, \dots, 0) - 1}{m^{n-1}}, \quad (2)$$

где величину  $m$  можно называть числом мод и, как обычно, определять как отношение объема когерентности к объему детектирования\*, однако под временем детектирования нужно в данном случае понимать время разрешения схемы совпадений  $T_c$ , если оно больше постоянной времени детекторов  $T_{\text{det}}$ . В противном случае, если  $T_{\text{det}} > T_c$ , то  $m \equiv T_{\text{det}}/\tau_0$ . Данный результат легко проиллюстрировать на примере КФ второго порядка (рис.1).

Пусть  $g^{(2)}(\tau)$  имеет ширину  $\tau_0$ , а разрешение схемы совпадений  $T_c \gg \tau_0$ . Тогда измеряемая КФ второго порядка будет представлять собой свертку  $g^{(2)}(\tau)$  с аппаратной функцией, имеющей в простейшем случае вид прямоугольника с шириной  $T_c$ . В результате измеренная КФ в ее максимуме будет равна

$$T_c + \int [g^{(2)}(\tau) - 1] d\tau \approx T_c + [g^{(2)}(0) - 1] \tau_0,$$

а ее фоновое значение составит  $T_c$ . После нормировки на это фоновое значение измеренная КФ второго порядка в ее максимуме [13]

$$g_{\text{meas}}^{(2)}(0) = 1 + \frac{g^{(2)}(0) - 1}{m}. \quad (3)$$

Обычно спектр ПР достаточно широк ( $\Delta\lambda \approx 1 - 20$  нм). Следовательно, время когерентности составляет не более сотен фемтосекунд. Поэтому при типичных значениях  $T_{\text{det}}$  около 1 нс число мод при регистрации ПР превышает  $10^3$ . Можно отметить работы, в которых спектр ПР искусственно сужен за счет помещения нелинейного кристалла в резонатор [14]. В этом случае  $m$  может быть близко к единице. Однако в большинстве экспериментов это не так, и при измерении КФ в формуле (1) «выживают» лишь первое и третье слагаемые. «Тепловая» часть КФ может быть зарегистрирована только при  $m \approx 1$ .

Измеренная КФ в ее максимуме при  $m \gg 1$  (см. формулу (3))

$$g_{\text{meas}}^{(2)}(0) = 1 + \frac{1}{mN}. \quad (4)$$

Видно, что если коэффициент параметрического усиления достаточно мал, так что  $N \lesssim m^{-1}$ , то, несмотря на большое число регистрируемых мод, неклассическая часть  $g^{(2)}(\tau)$  все же проявляется при измерении. Однако, если для излучения СПР измеряются КФ высших порядков, «многомодовость» детектирования оказывается

\*В общем числе мод также входит число поперечных мод, определяемое как отношение площади детектирования к площади когерентности. Однако на практике число поперечных мод несложно сделать близким к единице, и далее  $m$  будет считаться полным числом мод.

принципиальной и не позволяет зарегистрировать значения нормированных КФ выше единицы. Это происходит именно из-за того, что в поле СПР нет «истинных» корреляций третьего и более высоких порядков. Подробнее этот вопрос мы рассмотрим в разд.5.

Оказывается, однако, что КФ интенсивности все же можно измерять в одномодовом режиме, если ПР возбуждается в виде последовательности коротких (фемтосекундных) импульсов. Для того чтобы это показать, исследуем КФ интенсивности импульсного излучения.

### 3. КФ интенсивности импульсного излучения

Рассмотрим ситуацию, когда излучение промодулировано периодической последовательностью импульсов, длительность которых  $T_p$  много больше или много меньше времени когерентности исходного излучения  $\tau_0$ . В обоих случаях флуктуации интенсивности, присущие ПР, и модуляция их огибающей происходят в существенно разных временных масштабах, и поэтому их можно считать независимыми.

Пусть исследуемое излучение модулировано последовательностью импульсов с огибающей  $Y(t)$  ( $\int Y(t)dt = 1$ ), разделенных интервалом  $\Delta t$ . Тогда КФ интенсивности второго порядка имеет вид [15]

$$g_{\text{mod}}^{(2)}(\tau) = g^{(2)}(\tau)g_p^{(2)}(\tau), \quad (5)$$

где  $g^{(2)}(\tau)$  – КФ немодулированного излучения, а

$$g_p^{(2)}(\tau) = \Delta t \sum_{j=-\infty}^{\infty} \int Y(t+j\Delta t+\tau)Y(t)dt \quad (6)$$

– КФ интенсивности периодической последовательности импульсов с огибающей  $Y(t)$ . Заметим, что величина  $g_p^{(2)}(\tau)$  во всех ее максимумах,

$$g_p^{(2)}(\tau = j\Delta t) \approx \frac{\Delta t}{T_p},$$

определяется скважностью последовательности импульсов. Это обстоятельство хорошо известно; именно из-за него импульсные поля более эффективны при возбуждении двухфотонных (и многофотонных) процессов, чем непрерывные поля с той же средней интенсивностью.

Для измерения КФ немодулированного излучения в ее максимуме ( $g^{(2)}(0)$ ) можно измерить соответствующую КФ модулированного излучения ( $g_{\text{mod}}^{(2)}(0)$ ), а затем вычислить  $g^{(2)}(0)$  [15]:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle N_c \rangle}{\langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle K}, \quad (7)$$

где  $\langle N_1 \rangle$ ,  $\langle N_2 \rangle$  – средние за импульс числа фотоотсчетов двух детекторов, регистрирующих импульсное излучение, а  $\langle N_c \rangle$  – среднее за импульс число совпадений их фотоотсчетов. Величина  $K$  определяется выражением

$$K \equiv \int_{-T_c/2}^{T_c/2} dt \int Y(t+\tau)Y(t)dt. \quad (8)$$

Рассмотрим отдельно два случая: очень быстрые и очень медленные по сравнению с длительностью импульса флуктуации исследуемого излучения.

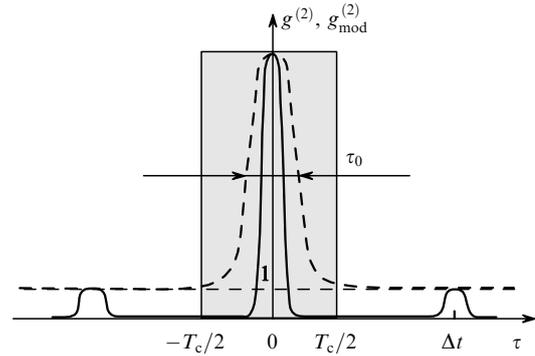


Рис.2. Характерный вид КФ интенсивности  $g^{(2)}(\tau)$  излучения, модулированного последовательностью коротких (по сравнению с шириной КФ) импульсов. Штриховая прямая – фон.

1. Наиболее интересна ситуация, когда  $T_p \ll \tau_0$ , так что флуктуации интенсивности излучения происходят на временах, значительно превышающих длительность импульса. Поэтому они приводят лишь к флуктуациям амплитуды от импульса к импульсу, оставляя форму импульсов постоянной.

В этом случае КФ (5) имеет вид последовательности пиков одинаковой формы. На рис.2 показана форма КФ: штриховой кривой –  $g^{(2)}(\tau)$ , а сплошной кривой –  $g_{\text{mod}}^{(2)}(\tau)$ , нормированная на  $\Delta t/T_p$ . Высота центрального пика  $g_{\text{mod}}^{(2)}(\tau)$  описывается выражением

$$g_{\text{mod}}^{(2)}(0) = g^{(2)}(0)\Delta t \int Y^2(t)dt \approx g^{(2)}(0) \frac{\Delta t}{T_p}, \quad (9)$$

а остальные – выражением

$$g_{\text{mod}}^{(2)}(j\Delta t) = \Delta t \int Y^2(t)dt \approx \frac{\Delta t}{T_p}. \quad (10)$$

При регистрации совпадений фотоотсчетов в измерительной схеме происходит интегрирование КФ по интервалу времени  $T_c$ , определяемому разрешением схемы совпадений. Для того чтобы при этом не менялось соотношение между высотами центрального и боковых пиков, достаточно выполнить условие  $T_c < \Delta t$ . При этом высота центрального пика становится равной  $g^{(2)}(0)\Delta tK$ , а боковых пиков –  $\Delta tK$ .

Видно, что КФ немодулированного процесса в ее максимуме можно найти как отношение высот центрального и бокового пиков КФ модулированного процесса. Если в эксперименте это оказывается невозможным, а форма импульса излучения известна, можно также воспользоваться соотношением (7).

Описанная здесь ситуация имеет место при возбуждении ПР фемтосекундными импульсами накачки, как это делается во многих экспериментах с двухфотонным светом. Обычно в качестве накачки используется излучение второй гармоники титан-сапфирового лазера с частотой повторения порядка 100 МГц или 10 кГц (в случае использования регенеративного усилителя). При этом условие  $T_c < \Delta t$  заведомо выполняется. Поэтому если ПР возбуждается фемтосекундной импульсной накачкой, КФ интенсивности могут быть измерены в одномодовом режиме. Именно по этой причине в работе [16] удалось зарегистрировать эффект группировки для сигнального и холостого излучения ПР по отдельности.

Следует подчеркнуть, что при возбуждении ПР импульсной накачкой форма импульса излучения в общем случае будет отличаться от формы импульса накачки. Однако в линейном режиме ПР (режим СПР) импульсы накачки и излучения имеют одинаковую форму. Далее измерение КФ интенсивности будет рассматриваться именно применительно к линейному режиму ПР.

Аналогичная ситуация была экспериментально реализована в [15] для «квазитеплого» излучения с характерным временем флуктуаций интенсивности порядка миллисекунд, модулированного последовательностью наносекундных импульсов с частотой повторения 50 Гц.

2. Если длительность импульса много больше ширины КФ немодулированного процесса, то КФ модулированного процесса также может быть представлена в виде произведения КФ немодулированного процесса и КФ последовательности импульсов. Результат (в случае нормировки на  $\Delta t/T_p$ ) показан на рис.3 сплошной линией. Штриховая линия по-прежнему изображает КФ немодулированного процесса. Чтобы не усложнять рисунок, боковые максимумы не показаны – важно лишь то, что их высота равна единице.

С точки зрения числа регистрируемых мод данная ситуация качественно не отличается от случая немодулированного излучения: при измерении КФ с низким временным разрешением к «полезной» части КФ неизбежно добавляется фон. Однако число мод может быть уменьшено, если длительность импульса излучения меньше разрешения схемы совпадений.

Интересно, что при измерении КФ в режиме достаточно коротких импульсов (наносекундной длительности или менее) имеется простое соотношение между измеренной КФ в максимуме и средним числом фотонов за импульс. Действительно, в соответствии с соотношением (4), контраст КФ, т. е. отношение максимальной измеренной КФ к ее фоновому значению,

$$g_2 \equiv \frac{g^{(2)}(0)}{g^{(2)}(j\Delta t)} = \frac{1}{mN}, \tag{11}$$

где  $N$  – число фотонов в одной моде излучения, т. е. в объеме когерентности. Данное соотношение справедливо как для случая  $T_p \ll \tau_0$ , так и для случая  $T_p \gg \tau_0$ . При этом в первом случае  $m = 1$ . В знаменателе (11) стоит не что иное как среднее число фотонов в объеме детектирования. Если рассматривать импульсы, длительность которых меньше, чем  $\max\{T_{det}, T_c\}$ , то среднее число фотонов за импульс  $N_p = mN$ , поэтому

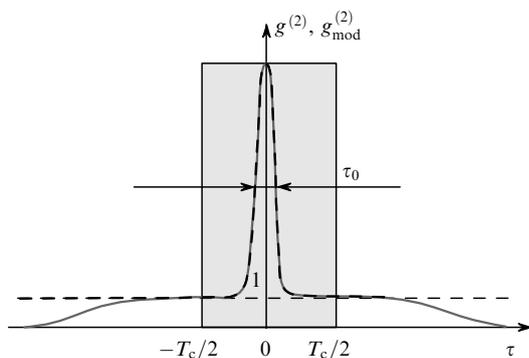


Рис.3. Характерный вид КФ интенсивности  $g^{(2)}(\tau)$  излучения, модулированного последовательностью длинных (по сравнению с шириной КФ) импульсов. Штриховая прямая – фон.

$$N_p = g_2^{-1}. \tag{12}$$

Соотношение (12) показывает, что при измерении КФ интенсивности в импульсном режиме для обеспечения высокого контраста среднее число фотонов за импульс приходится делать очень небольшим, что затрудняет измерения при не очень высокой частоте повторения импульсов.

#### 4. Измерение нормированной КФ второго порядка для ПР в режиме наносекундных импульсов

Нормированная КФ второго порядка была измерена для излучения ПР в режиме наносекундных импульсов. Схема экспериментальной установки показана на рис.4. ПР в кристалле иодата лития возбуждалось в коллинеарном частотно-вырожденном режиме с синхронизмом типа I излучением третьей гармоники Nd:YAG-лазера с частотой повторения 50 Гц и длительностью огибающей импульса 5.6 нс. Мощность накачки регулировалась в пределах от 1 мкВт до 10 мВт с помощью двух призм Главана, установленных перед кристаллом. После кристалла излучение накачки отсекалось УФ зеркалом и фильтром БС-8, а излучение ПР направлялось в измерительную часть установки. Для выделения одной пространственной моды излучения входная диафрагма измерительной части (размером 1 мм) устанавливалась на расстоянии 2.64 м от кристалла, где диаметр пучка накачки составлял 1.2 мм. На входе в измерительную часть также помещался светофильтр (КС-13), пропускавший излучение ПР и отсекавший большую часть паразитных засветок. Излучение ПР регистрировалось двумя лавинными фотодиодами, расположенными после светоделителя, причем сигналы с выходов фотодиодов поступали на стробируемые усилители-формирователи. Строб, длительностью 40 нс, запускался по сигналу фотодиода ФД, регистрирующего импульс накачки. Совпадения фотоотчетов детекторов регистрировались схемой совпадений с разрешением  $T_c = 4.2$  нс. Измерялись средние чис-

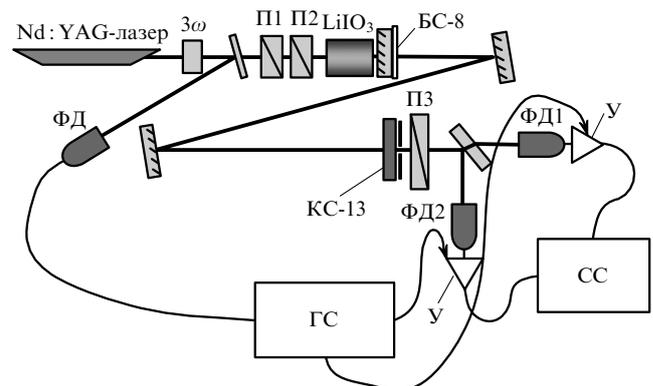


Рис.4. Экспериментальная установка для исследования КФ интенсивности в зависимости от мощности накачки для СПР в импульсном режиме:

3 $\omega$  – блок генерации третьей гармоники Nd:YAG-лазера (длительность огибающей импульсов 5.6 нс, частота их повторения 50 Гц); ФД – фотодиод, сигнал с которого запускает строб регистрирующей системы; П1, П2 – поляризационные призмы; LiIO<sub>3</sub> – нелинейный кристалл; ПЗ – поляризационный фильтр; ФД1, ФД2 – лавинные фотодиоды; Y – усилители-формирователи; GC – генератор строба; CC – схема двойных совпадений; БС-8 – светофильтр; КС-13 – светофильтр, пропускающий излучение ПР.

ла фотоотчетов за импульс в обоих детекторах  $\langle N_1 \rangle$ ,  $\langle N_2 \rangle$  и среднее число совпадений за импульс  $\langle N_c \rangle$ . Для того чтобы при любых интенсивностях накачки средние числа фотонов за импульс были оптимальными для измерения (порядка 0.1), интенсивность регистрируемого излучения ослаблялась перед измерительной частью в известное число раз поворотом поляризационного фильтра.

Прежде всего в эксперименте была измерена зависимость  $\langle N_1 \rangle$ ,  $\langle N_2 \rangle$  от средней мощности накачки  $\bar{P}$  (рис.5). Значение  $\langle N_1 \rangle_{\text{eff}}$ , отложенное по оси ординат, следует понимать как эффективное число фотоотчетов, поскольку измеряемое число фотоотчетов за импульс никогда не превышало 0.1, а  $\langle N_1 \rangle_{\text{eff}}$  вычислялось с учетом пропуска поляризационного фильтра. Зависимость  $\langle N_1 \rangle_{\text{eff}}$  от средней мощности накачки при  $\bar{P} = 1 - 7$  мВт имеет нелинейный характер, что говорит о достижении режима вынужденного ПР.

Используя полученную зависимость, можно определить пиковый коэффициент параметрического усиления  $F_{\text{max}}$  во всей исследуемой области. Действительно, между мгновенной мощностью накачки  $P$  и мгновенным коэффициентом параметрического усиления  $F$  имеется линейная связь:

$$F = \kappa P, \tag{13}$$

где  $\kappa$  – константа, определяемая параметрами кристалла (квадратичная восприимчивость, длина, показатель преломления) и накачки (диаметр пучка и длина волны). В то же время для заданной формы импульса среднее число фотоотчетов  $\langle N_1 \rangle$  за импульс линейно связано с числом фотонов в моде  $N$  в максимуме импульса, которое, в свою очередь, зависит от пикового коэффициента параметрического усиления  $F_{\text{max}}$ :

$$N = \sinh^2 \sqrt{F_{\text{max}}}. \tag{14}$$

Аппроксимируя этой формулой зависимость, представленную на рис.5, удалось получить соотношение между коэффициентом  $F_{\text{max}}$  и мощностью  $\bar{P}$  (в мВт):  $F_{\text{max}} = (0.27 \pm 0.03)\bar{P}$ . При теоретическом расчете  $F_{\text{max}}$  (исходя из справочных данных, а также параметров экспериментальной установки) получается значение  $\kappa = 0.24$ . Заметим, однако, что из-за большого разброса справочных данных по квадратичной восприимчивости точность этой оценки составляет около 30 %.

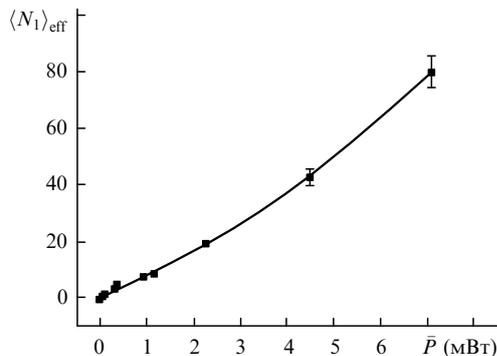


Рис.5. Зависимость среднего сигнала ПР (эффективного среднего числа фотоотчетов за импульс) одного из детекторов от средней мощности накачки. При  $\langle N_1 \rangle_{\text{eff}} > 0.1$  излучение ПР ослаблялось в известное число раз с помощью поляризационного фильтра.

Здесь следует отметить, что, поскольку в эксперименте измеряется интегральное число фотоотчетов за импульс (усредненное по всем импульсам), а в нелинейную зависимость (14) входят максимальные за импульс число фотонов в моде и коэффициент параметрического усиления, при аппроксимации значение  $\langle N_1 \rangle_{\text{eff}}$  нормировалось на поправочный коэффициент

$$\kappa(F) \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sinh^2 \sqrt{FY(x)} dx}{\sinh^2 \sqrt{F}},$$

рассчитанный численно (значения  $\kappa$  для  $\bar{P} = 0 - 7$  мВт составили от 1 до 1.1).

Затем в эксперименте была измерена нормированная КФ интенсивности второго порядка в зависимости от средней мощности накачки. При этом из-за большого числа детектируемых продольных мод имело смысл проводить измерения лишь при очень малых мощностях (в режиме СПР). Нормированная КФ интенсивности вычислялась по формулам (7) и (8), причем форма импульса накачки была измерена с помощью коаксиального фотоэлемента ФЭК-15. Величина  $K$  была получена двумя независимыми способами: по измеренной форме импульса ( $K = 0.62$ ) и по числу совпадений фотоотчетов, измеренному в режиме, когда «неклассическая» корреляция отсутствует, т.к. оба детектора регистрируют лишь сигнальное излучение при частотно-невырожденном СПР ( $K = 0.64 \pm 0.03$ ).

Переходя с помощью соотношения (13) от средней мощности накачки к коэффициенту параметрического усиления, равному (в режиме СПР) числу фотонов в моде в максимуме импульса, можно найти зависимость  $g^{(2)}(N)$  для СПР. Полученная зависимость представлена на рис.6. При аппроксимации ее формулой (4) с единственным варьируемым параметром – числом мод  $m$  – было получено  $m = 43000 \pm 3000$ . Эта величина близка к числу мод, вычисленному исходя из известных параметров кристалла (а следовательно, известной ширины спектра) и значения  $T_c$ :  $m = 46500$ .

Таким образом, измеренная в эксперименте зависимость нормированной КФ второго порядка от числа фотонов в моде хорошо согласуется с соотношением (4). Полученное согласие между экспериментальной и теоретической зависимостями подтверждает применимость предложенного метода измерения КФ интенсивности в импульсном режиме.

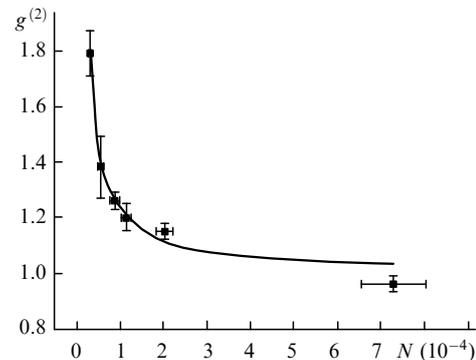


Рис.6. Зависимость корреляционной функции  $g^{(2)}$  в режиме СПР от числа фотонов в моде  $N$  в максимуме импульса (точки). Сплошная кривая – аппроксимация по формуле (10) с числом мод  $m$  в качестве подгоночного параметра.

## 5. КФ четвертого порядка для ПР и проблема ее измерения

Для того чтобы определить характер четырехфотонных корреляций при СПР, необходимо измерить нормированную КФ четвертого порядка. Как следует из (3),

$$g_{\text{meas}}^{(4)} \approx 1 + \frac{g^{(4)}(0, \dots, 0) - 1}{m^3}. \quad (15)$$

В работе [11] было получено выражение для нормированной КФ четвертого порядка при ПР в случае произвольного коэффициента параметрического усиления. Были рассмотрены различные типы синхронизма: одномодовое ПР, двухмодовое ПР, а также ПР, приводящее к генерации перепутанных состояний. Во всех случаях характер зависимостей  $g^{(4)}(0)$  от  $F$  одинаков и они различаются только коэффициентами при степенях гиперболического котангенса:

$$g^{(4)}(F) = k_1 + k_2 \coth^2 \sqrt{F} + k_3 \coth^4 \sqrt{F}. \quad (16)$$

Нормированная КФ четвертого порядка принимает наибольшие значения в одномодовом режиме, когда

$$k_1 = 24, \quad k_2 = 72, \quad k_3 = 9.$$

Из формул (15) и (16) следует, что КФ четвертого порядка при многомодовом детектировании будет иметь заметную величину при  $F \ll 1$ :

$$g_{\text{meas}}^{(4)}(F \ll 1) \approx 1 + \frac{9}{m^3 N^2}. \quad (17)$$

Видно, что для «компенсации» роста числа мод при измерении КФ четвертого порядка придется уменьшать число фотонов в моде не до  $N \sim m^{-1}$ , как при измерении КФ второго порядка, а до  $N \sim m^{-3/2}$ , т. е. до значительно меньших величин. Соотношение между средним числом фотонов за импульс и контрастом КФ четвертого порядка имеет вид

$$g_4 = 9N_p^{-2} m^{-1}. \quad (18)$$

Таким образом, в многомодовом режиме практически невозможно зарегистрировать отличие  $g^{(4)}$  от единицы. Например, при  $m = 10^4$  для обеспечения контраста  $g_4 = 10$  число фотонов за импульс должно составить  $10^{-2}$ .

Заметим, что трудность измерения КФ четвертого порядка при ПР связана именно с тем, что, как видно из (16), (17), нормированная КФ четвертого порядка при малых  $N$  имеет асимптотику не  $N^{-3}$ , как было бы для четырехфотонного света, а  $N^{-2}$  [11].

Нормированную КФ четвертого порядка можно, тем не менее, измерить в режиме фемтосекундных импульсов, когда  $m = 1$  и высокий контраст достигим при средних числах фотонов за импульс порядка единицы или меньше, что при частоте повторения порядка сотни мегагерц не представляет сложности.

## 6. Заключение

Таким образом, в настоящей работе проанализировано влияние многомодовости детектирования на измеряемые КФ интенсивности высших порядков. Показано, что для излучения ПР измерение КФ интенсивности при работе в режиме достаточно коротких (фемтосекундных) импульсов будет эквивалентным ее измерению в одномодовом режиме.

Для измерения нормированной КФ интенсивности в импульсном режиме были получены формулы [15], связывающие ее с измеряемыми величинами – средними числами фотоотчетов за импульс и средним числом совпадений за импульс, а также с параметрами экспериментальной установки – формой импульса и разрежением схемы совпадений. Эти формулы, ранее использовавшиеся только для исследования классических видов излучения (когерентного и квазитеплового), в данной работе применены для измерения КФ второго порядка интенсивности излучения СПР. Полученная зависимость нормированной КФ от числа фотонов в моде находится в согласии с известной из теории зависимостью, что подтверждает применимость метода измерения КФ в импульсном режиме.

Для измерения КФ интенсивности второго порядка в импульсном режиме при условии выделения одной поперечной моды получено простое соотношение: произведение измеряемой КФ в ее максимуме и среднего числа фотонов за импульс равно единице.

Авторы признательны И.Н.Агафонову за помощь при проведении измерений. Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке государственных контрактов 2006-РИ-19.0/001/595 и 2006-РИ-19.0/001/593, РФФИ (гранты № 06-02-16393, 05-02-16391 и 06-02-16769), а также программы поддержки ведущих научных школ (грант № НШ-4586.2006.2).

1. Клышко Д.Н. *УФН*, **166** (6), 613 (1996).
2. Клышко Д.Н. *ЖЭТФ*, **83**, 1313 (1982).
3. Чехова М.В. *Письма в ЖЭТФ*, **75** (5), 271 (2002).
4. Pan J.-W., Bouwmeester D., Daniell M., Weinfurter H., Zeilinger A. *Nature*, **403**, 515 (2000).
5. Lamas-Linares A., Howell J.C., Bouwmeester D. *Nature*, **412**, 887 (2001).
6. Walther P., Pan J.-W., Aspelmeyer M., Ursin R., Gasparoni S., Zeilinger A. *Nature*, **429**, 158 (2004).
7. Mitchell M.W., Lundeen J.S., Steinberg A.M. *Nature*, **429**, 161 (2004).
8. Howell J.C., Lamas-Linares A., Bouwmeester D. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 030401 (2002).
9. Tsujino K., Hofmann H.F., Takeuchi S., Sasaki K. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 153602 (2004).
10. Ou Z.Y. *Phys. Rev. A*, **72**, 053814 (2005).
11. Иванова О.А., Чехова М.В. *ЖЭТФ*, **125** (1), 1 (2004).
12. Eisenberg H.S., Khoury G., Durkin G.A., Simon C., Bouwmeester D. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 193901 (2004).
13. Клышко Д.Н. *Физические основы квантовой электроники* (М.: Наука, 1986).
14. Lu Y.J., Ou Z.Y. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 023601 (2002).
15. Агафонов И.Н., Исхаков Т.Ш., Чехова М.В. *Ученые записки КГУ. Сер. физ.-мат. науки*, **148** (1), 68 (2005).
16. De Riedmatten H., Scarani V., Marcikic I., Acin A., Tittel W., Zbinden H., Gisin N. *J. Mod. Optics*, **51**, 1637 (2004).