

Расчет распределения освещенности в фокальном пятне фокусирующей системы с учетом aberrаций этой системы и расходимости фокусируемого лазерного пучка

А.В.Гитин

Методом элементарных отображений проанализирована зависимость размеров фокального пятна «глубокого» параболического зеркального отражателя от расходимости лазерного пучка. Описана зависимость диаметра фокального пятна идеальной фокусирующей оптической системы от параметров лазерного пучка. Предложена формула для расчета распределения освещенности в фокальном пятне «глубокого» зеркального отражателя, учитывающая как aberrации и светосилу этого отражателя, так и расходимость фокусируемого лазерного пучка.

Ключевые слова: функция Вигнера, расходимость лазерного пучка, параболический отражатель, фокусировка.

1. Введение

Взаимодействие света с веществом зависит как от мощности лазерного излучения, так и от возможности сконцентрировать его на площадке минимального размера. Для концентрации излучения используют светосильные фокусирующие оптические системы, обычно «глубокий» параболический отражатель. Применяемые в настоящее время в лазерной технике методики расчета распределения освещенности в фокальном пятне параболического отражателя учитывают его aberrации [1, 2], поляризацию фокусируемого излучения [3, 4], но не учитывают самое главное – расходимость фокусируемого волнового пучка.

Необходимость учета расходимости светового пучка при расчете переноса и концентрации световой энергии в оптических системах в острой полемической форме изложил Г.Г.Слюсарев в книге «О возможном и невозможном в оптике» [5]. В предлагаемом им радиометрическом подходе акцентируется внимание на том, что сфокусировать в геометрическую точку можно только параллельный пучок световых лучей (плоская волна), но он не может переносить энергию. Энергию может переносить расходящийся пучок лучей, но его невозможно сфокусировать в точку. С этой радиометрической точки зрения излучаемые лазерами почти дифракционно-ограниченные волновые пучки могут переносить энергию только благодаря своей расходимости.

В традиционной радиометрии используются теоретические положения самых разных технических дисциплин: энергетического расчета оптических систем, светотехники, теории теплового излучения и т. д. [6], кроме того, в основе многих ее базовых теоретических положений лежит априорное предположение о ламбертовой диаграмме направленности излучения источников. Чтобы логически упорядочить построение теории радиометрии и

обобщить ее результаты на случай источников с неламбертовой диаграммой направленности (в частности, лазерных источников), в работе [7] ее базовые соотношения были выведены из гамильтоновой оптики. В литературе [8] этот подход называется «описание переноса энергии излучения в фазовом пространстве». Другой, альтернативный подход к построению теории обобщенной радиометрии неламбертовых источников, в том числе и лазерных пучков, предложил Вальтер [9], опираясь на соотношения фурье-оптики, теорию частичной когерентности и математические свойства функции Вигнера. Важно, что математический формализм обеих теорий так называемой обобщенной радиометрии заимствован из механики, поэтому они взаимно дополняют и обогащают друг друга. Гамильтонова радиометрия позволяет использовать для энергетических расчетов математический аппарат вычислительной оптики – теорию эйконалов, а обобщенная радиометрия Вальтера – уточнить границы применимости соотношений гамильтоновой радиометрии в случае дифракционно-ограниченных лазерных волновых пучков.

Исходя из положений обобщенной радиометрии, проанализируем влияние расходимости лазерного пучка на размер фокального пятна в фокусе оптической системы и выведем формулу для расчета распределения освещенности в этом фокальном пятне, которая учитывала бы как aberrации светосильного зеркального отражателя, так и расходимость фокусируемого лазерного пучка.

2. Метод элементарных отображений

Оценим влияние расходимости волнового пучка на размеры фокального пятна, формируемого «глубоким» зеркальным отражателем. Выраженные в длинах волн размеры лазерного отражателя примерно те же, что и в СВЧ антеннах, поэтому при расчетах отражателей лазерный волновой пучок можно представить как пучок световых лучей с малой расходимостью, подчиняющийся законам геометрической оптики [10, 11].

Прежде чем приступать к решению поставленной задачи, рассмотрим решение обратной задачи – оценим влияние размеров шарообразного светящегося тела на

A.V.Gitin. Max-Born-Institut für Nichtlineare Optik und Kurzzeitspektroskopie, Max-Born-Str. 2A, 12489 Berlin, Germany; www.mbi-berlin.de; e-mail: andrey.gitin@gmx.de

расходимость пучка, формируемого «глубоким» зеркальным отражателем. В светотехнике, как и в лазерной технике, в качестве «глубокого» зеркального отражателя широко используется параболический отражатель, который обладает тем свойством, что если в его фокусе F поместить точечный источник, то отраженный пучок световых лучей будет параллелен оптической оси отражателя [12]. Меридиональное сечение этого отражателя имеет вид параболы, которая в полярной системе координат $R\varphi$ с центром в точке F описывается уравнением

$$R(\varphi) = \frac{2f}{1 + \cos \varphi},$$

где f – фокусное расстояние параболического отражателя. Для расчета влияния размеров шарообразного светящегося тела на расходимость пучка от зеркального отражателя в светотехнике применяется метод элементарных отображений [13], суть которого заключается в том, что каждая точка зеркального отражателя P рассматривается как центр двух элементарных гомоцентрических пучков световых лучей: падающего от шаровидного источника и отраженного в пространство (рис.1). Согласно закону отражения телесные углы этих гомоцентрических пучков равны, поэтому, если точечный источник, находящийся в фокусе параболического отражателя заменить шаровидным, то точка $P(R, \varphi)$ этого отражателя будет излучать гомоцентрический пучок световых лучей с осью, направленной вдоль оси симметрии параболы, и расходимостью

$$\Theta(\varphi) \approx \frac{d}{R(\varphi)} = \Theta_0(1 + \cos \varphi),$$

где $\Theta_0 \equiv d/(2f)$ – расходимость параксиального пучка световых лучей; d – диаметр шаровидного источника.

Вернемся к исходной задаче, когда на параболический зеркальный отражатель падает пучок однородно расходящихся лучей: $\Theta_0 = \text{const}$. В этом случае размер фокального пятна $d(\varphi)$, формируемого тонким пучком параллельных лучей, падающих на параболический отражатель в окрестности точки $P(R, \varphi)$, тем больше, чем дальше от фокуса F параболоида расположена точка P , т.е. чем больше угол φ :

$$d(\varphi) \approx \frac{2f\Theta_0}{1 + \cos \varphi}.$$

Изменение размеров фокального пятна столь велико, что, в отличие от линзы, «глубокий» (светосильный) параболический отражатель не в состоянии сформировать

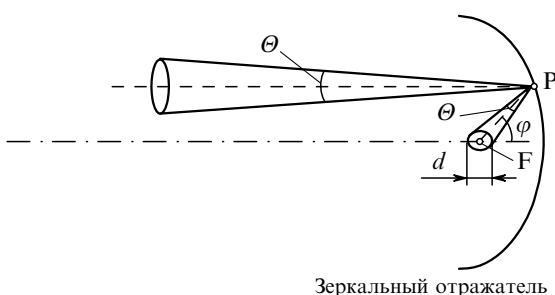


Рис.1. Схема элементарных отображений в случае параболического отражателя.

четкое изображение объекта. (Фокальное пятно в фокусе параболического отражателя получается в результате суперпозиции фокальных пятен, формируемых элементарными пучками параллельных лучей.)

3. Функция Вигнера и фазовая яркость

Измерение параметров лазерного пучка, в том числе и его расходимости, в настоящее время выполняется по международным стандартам [14–16], в основу которых положены математические свойства функции Вигнера. Опишем связь расходимости и возможностей фокусировки лазерного пучка со свойствами функции Вигнера более подробно.

Для простоты рассмотрим одномерный случай и ограничимся скалярным квазимонохроматическим приближением, т.е. пренебрежем поляризационными эффектами и спектральным составом излучения. Пусть ось z примерно совпадает с направлением распространения излучения, а ось x перпендикулярна ей. При этих допущениях волновое поле в сечении лазерного пучка z описывается комплексной амплитудой $U(x)$, где x – пространственная координата. Пространственную когерентность этой световой волны характеризует двухточечная корреляционная функция – взаимная интенсивность

$$\Gamma(x_1, x_2) \equiv \langle U(x_1)U^*(x_2) \rangle.$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю, а знак $*$ – комплексное сопряжение. Если перейти к средней переменной $x = (x_1 + x_2)/2$ и разностной переменной $\zeta = x_2 - x_1$, то с помощью преобразования Фурье от разностной переменной можно получить математически эквивалентную взаимной интенсивности, но более удобную характеристику пространственной когерентности излучения – функцию Вигнера (Wigner distribution function) [9, 17]

$$W(x, u) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma\left(x + \frac{\zeta}{2}, x - \frac{\zeta}{2}\right) \exp(-i\zeta u) d\zeta, \quad (1)$$

где u – пространственная частота.

Например, если волновое поле в сечении дифракционно-ограниченного пучка гауссовой формы описывается выражением [17]

$$U(x) = \left(\frac{2}{\rho^2}\right)^{1/4} \exp\left[-\frac{\pi}{\rho^2}(x - x_0)^2 + iu_0x\right],$$

где ρ – положительная величина, то функция Вигнера этого волнового поля W^G примет вид

$$W^G(x, u) = 2 \exp\left[-\frac{2\pi}{\rho^2}(x - x_0)^2 - \frac{\rho^2}{2\pi}(u - u_0)^2\right]. \quad (2)$$

Линия уровня на высоте $1/e$ функции W^G имеет форму эллипса с центром в точке x_0, u_0 плоскости xu , при этом его оси симметрии параллельны координатным осям x и u . Проекция функции W^G в плоскостях Wx и Wu имеют гауссову форму, т.е. среднеквадратичная ширина пучка

$$\sigma_x^G = \left(\frac{1}{2} \frac{\rho^2}{2\pi}\right)^{1/2},$$

а среднеквадратичная ширина спектра

$$\sigma_u^G = \left(\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\rho^2} \right)^{1/2}.$$

Из симметрии среднеквадратичных величин σ_x^G и σ_u^G следует, что для гауссова волнового пучка справедливо тождество

$$\sigma_x^G \sigma_u^G = \frac{1}{2}. \quad (3)$$

В плоскости xu функция Вигнера волнового поля в произвольном сечении реального лазерного пучка также обычно имеет форму эллипса, но произведение его среднеквадратичных размеров (3) больше (или равно) $1/2$, а его оси симметрии в общем случае не совпадают с координатными осями x и u .

Известно, что если на синусоидальную дифракционную решетку с периодом d_0 по нормали падает плоская монохроматическая волна с длиной волны в вакууме λ , то дифрагировавшая волна отклоняется на угол θ (рис.2). При этом в оптически однородной среде с показателем преломления n проекция волнового вектора k дифрагировавшей волны на плоскость дифракционной решетки, т. е. $k_{\perp} = kn \sin \theta$, равна пространственной частоте этой решетки $u = 2\pi/d_0$ [18]:

$$u = k_{\perp} = kp, \quad (4)$$

где $p = n \sin \theta$ – «импульс» (оптический орт); $k \equiv |k| = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Таким образом, при фиксированной длине волны в вакууме $\lambda = 2\pi$ (здесь для удобства λ нормировано так, чтобы $k = 1$) и выполнении условия $k > u$ «импульс» p дифрагировавшей волны пропорционален пространственной частоте u дифракционной решетки. Эта пропорциональность, известная как «двойной смысл пространственных частот» [19], позволяет легко переходить от представлений волновой оптики к представлениям гамильтоновой оптики и радиометрии.

В одномерной гамильтоновой радиометрии поток (мощность) излучения Φ от источника распределен по координате x и по «импульсу» $p \in [-n, n]$. Распределение потока излучения Φ в фазовой плоскости xp описывается фазовой яркостью [7]:

$$d^2\Phi = \mathcal{B}(x, p) dx dp. \quad (5)$$

При этом соотношение (4) связывает фазовую яркость $\mathcal{B}(x, p)$ в (5) с функцией Вигнера $W(x, u)$ (1) преобразованием подобия:

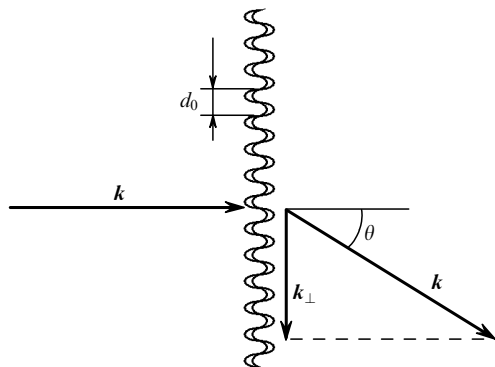


Рис.2. Двойной смысл пространственных частот.

$$\mathcal{B}(x, p) = kW(x, kp)\chi_n(p), \quad (6)$$

где

$$\chi_n(p) \equiv \begin{cases} 1 & \text{при } |p| \leq n, \\ 0 & \text{при } |p| > n. \end{cases}$$

Отмеченная пропорциональность p и u позволяет нам вместо функции Вигнера использовать фазовую яркость.

Заметим, что двойной смысл пространственных частот, описываемый формулой (4), позволяет записать тождество (3), справедливое для дифракционно-ограниченных гауссовых волновых пучков, не в координатно-частотном представлении, а в координатно-импульсном:

$$\sigma_x^G \sigma_p^G = \frac{\sigma_x^G \sigma_u^G}{k} = \frac{1}{2k} = \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (7)$$

Рассмотрим матрицы первых и вторых моментов фазовой яркости [16–18]:

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \begin{pmatrix} x \\ p \end{pmatrix} \mathcal{B}(x, p) dx dp \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \mathcal{B}(x, p) dx dp \right]^{-1}, \quad (8)$$

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & m_{xp} \\ m_{px} & \sigma_p^2 \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \begin{pmatrix} (x - \bar{x})(x - \bar{x})^* & (x - \bar{x})(p - \bar{p})^* \\ (p - \bar{p})(x - \bar{x})^* & (p - \bar{p})(p - \bar{p})^* \end{pmatrix} \mathcal{B}(x, p) dx dp \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \mathcal{B}(x, p) dx dp \right]^{-1}.$$

Отметим, что квадратные корни из элементов главной диагонали матрицы пучка Σ характеризуют ширину пучка σ_x и его расходимость σ_p .

В матричной оптике [20, 21] положение и ориентация светового луча в меридиональной плоскости оптической системы описывается матрицей-столбцом, а его преобразование в оптической системе – $ABCD$ -матрицей:

$$\begin{pmatrix} x' \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ p \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Здесь и ниже переменные со штрихами относятся к пространству изображений оптической системы, а переменные без штрихов – к пространству объектов. При прохождении волнового пучка через оптическую систему изменяется как его фазовая яркость, так и соответствующая матрица Σ . Преобразование матрицы вторых моментов Σ (8) при прохождении через оптическую $ABCD$ -систему (9) описывается выражением [16–18]

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & m_{x'p'} \\ m_{p'x'} & \sigma_{p'}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & m_{xp} \\ m_{px} & \sigma_p^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Важно отметить, что поскольку детерминант $ABCD$ -матрицы равен единице [20, 21],

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} = 1,$$

то детерминант матрицы вторых моментов Σ фазовой

яркости один и тот же в произвольном сечении волнового пучка [18]:

$$\det \begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & m_{x'p'} \\ m_{p'x'} & \sigma_{p'}^2 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \det \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & m_{xp} \\ m_{px} & \sigma_p^2 \end{pmatrix} \\ \times \det \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & m_{xp} \\ m_{px} & \sigma_p^2 \end{pmatrix} = I^2 = \text{const.}$$

Таким образом, детерминант матрицы вторых моментов I – инвариант лазерного пучка (аналог инварианта Лагранжа – Гельмгольца [21] в классической оптике).

Известно, что в окрестности задней фокальной точки фокусирующей оптической системы формируется область перетяжки волнового пучка. Эта область обладает плоскостью зеркальной симметрии \tilde{z} , в которой расположена так называемая обобщенная перетяжка пучка [16]. Рассмотрим линию уровня на высоте $1/e$ фазовой яркости реального лазерного пучка в фазовой плоскости $\tilde{x}\tilde{p}$, соответствующей обобщенной перетяжке пучка. Для функции Вигнера гауссова волнового пучка (2) эта линия уровня имеет форму эллипса, оси симметрии которого совпадают с координатными осями фазовой плоскости $\tilde{x}\tilde{p}$, и поэтому соответствующая матрица вторых моментов Σ диагональна:

$$I = \det \begin{pmatrix} \sigma_{\tilde{x}}^2 & m_{\tilde{x}\tilde{p}} \\ m_{\tilde{p}\tilde{x}} & \sigma_{\tilde{p}}^2 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \sigma_{\tilde{x}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\tilde{p}}^2 \end{pmatrix} = \sigma_{\tilde{x}}^2 \sigma_{\tilde{p}}^2. \quad (11)$$

Таким образом, именно в этой плоскости симметрии \tilde{z} проще всего вычислять инвариант I лазерного пучка. В частности, согласно равенству (7) в плоскости симметрии \tilde{z} инвариант гауссова волнового пучка

$$I^G = \sigma_{\tilde{x}} \sigma_{\tilde{p}} = \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (12)$$

4. M^2 -фактор

Поскольку дифракционно-ограниченный гауссов лазерный пучок – это идеальный пучок, то его инвариант I^G всегда меньше, чем у реального лазерного пучка:

$$I \geq I^G = \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (13)$$

Поэтому реальный волновой пучок удобно характеризовать M^2 -фактором [15, 16], т. е. отношением инварианта измеряемого реального лазерного пучка I к инварианту эталонного дифракционно-ограниченного гауссова пучка I^G :

$$M^2 \equiv \frac{I}{I^G} = \left(\frac{\det \Sigma}{\det \Sigma^G} \right)^{1/2} = \frac{4\pi}{\lambda} (\det \Sigma)^{1/2} = \frac{4\pi}{\lambda} \sigma_{\tilde{x}} \sigma_{\tilde{p}}. \quad (14)$$

В малоугловом приближении ($p \approx n\theta$) выражению (14) можно придать более привычный вид [14]:

$$M^2 \equiv \frac{I}{I^G} \approx \frac{\pi n}{\lambda} \frac{d\Theta}{4}. \quad (15)$$

В рассматриваемом одномерном случае «обобщенный диаметр» [16] d и «обобщенная угловая расходимость» Θ определяются соотношениями

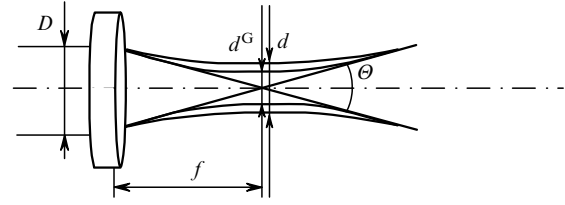


Рис.3. Влияние M^2 -фактора на размер фокального пятна.

$$d = 4\sigma_x, \quad \Theta \approx \frac{4}{n} \sigma_p.$$

Покажем, что именно M^2 -фактор характеризует возможности фокусировки реального лазерного пучка лучей. Для этого рассмотрим идеальную фокусирующую оптическую систему с фокусным расстоянием f . Пусть эта оптическая система фокусирует сначала реальный волновой пучок, а потом, для сравнения, дифракционно-ограниченный волновой пучок того же диаметра D . Сходимость волнового пучка определяет отношение диаметра пучка лучей D к переднему фокальному отрезку оптической системы f , и поэтому расходимости реального ($4\sigma_{p'}$) и гауссова ($4\sigma_{p'}^G$) пучков одинаковы (рис.3):

$$4\sigma_{p'} = 4\sigma_{p'}^G \approx n\Theta \approx \frac{D}{f}. \quad (16)$$

В этом случае M^2 -фактор равен отношению «обобщенных диаметров» фокальных пятен реального ($d = 4\sigma_x$) и гауссова ($d^G = 4\sigma_x^G$) лазерных пучков:

$$M^2 = \frac{d}{d^G}. \quad (17)$$

Используемое при вычислении M^2 -фактора произведение параметров пучка $d\Theta$ можно измерить двумя способами.

Однолинзовый метод измерения. Искомая область перетяжки волнового пучка формируется в окрестности задней фокальной плоскости идеальной оптической системы. В плоскости симметрии этой перетяжки \tilde{z} можно измерить диаметр волнового пучка d и его угловую расходимость Θ [14–16] (рис.4).

Двухлинзовый метод измерения. Для упрощения измерения угловой расходимости Θ лазерного пучка в плоскости симметрии перетяжки за первой фокусирующей оптической системой разместим вторую оптическую систему так, чтобы передняя фокальная плоскость этой второй оптической системы совпадала с плоскостью симметрии перетяжки. Известно, что распределение освещенности в задней фокальной плоскости второй оптической системы, создаваемое расходящимся волновым пучком, такое же, как если бы его создавал точечный ис-

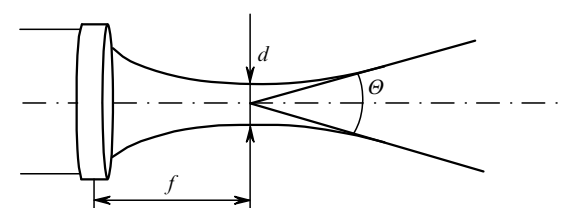


Рис.4. Схема, иллюстрирующая однолинзовый метод измерения $d\Theta$.

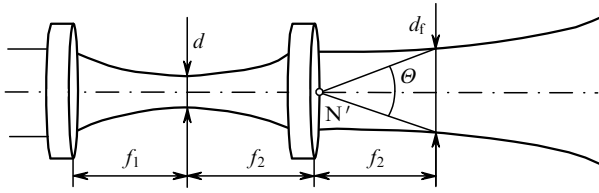


Рис.5. Схема, иллюстрирующая двухлинзовый метод измерения $d\theta$.

точник с той же расходимостью, помещенный в заднюю узловую точку N' этой оптической системы [22, 23]. Поэтому если измерить диаметр волнового пучка d_f в задней фокальной плоскости этой второй оптической системы (рис.5), то мы получим искомую угловую расходимость θ из формулы

$$\theta = \frac{d_f}{f_2}. \tag{18}$$

Диаметр волнового пучка d , как и ранее, измеряем в плоскости симметрии перетяжки, сформированной первой фокусирующей системой [24] (рис.4).

5. Расчет распределения освещенности в фокальном пятне светосильной фокусирующей оптической системы

На размеры фокального пятна реальной фокусирующей системы, например «глубокого» параболического отражателя, влияет не только расходимость фокусируемого лазерного пучка, но и ее aberrации. Поэтому M^2 -фактор для расчетов размеров фокального пятна светосильного зеркального отражателя бесполезен. Выведем формулу для расчета распределения освещенности в фокальном пятне светосильного зеркального отражателя.

Предположим, что нам известна фазовая яркость $\mathcal{B}(x, p)$ лазерного пучка в плоскости объектов зеркального отражателя. Известно, что aberrации оптической системы, в частности зеркального отражателя, исчерпывающе характеризует точечный эйконал $S(x, x'_f)$ – опти-

ческая длина кратчайшего пути, соединяющего точку x в плоскости объектов с точкой x'_f в задней фокальной плоскости (рис.6). Точечный эйконал обладает дифференциальными свойствами [20]:

$$p \equiv -\frac{\partial S(x, x'_f)}{\partial x}, \quad p'_f \equiv -\frac{\partial S(x, x'_f)}{\partial x'_f}. \tag{19}$$

Зная точечный эйконал $S(x, x'_f)$ фокусирующей оптической системы и ее апертурный угол в пространстве изображений $2\alpha'$, путем объединения формул (5) и (19) получим искомую формулу для расчета влияния функции Вигнера лазерного пучка в плоскости объектов на распределение поля E в фокальном пятне фокусирующей оптической системы [7, 21, 25–27]:

$$E(x'_f) \equiv \frac{d\Phi}{dx'_f} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{B}\left(x, -\frac{\partial S}{\partial x}\right) \chi_{\alpha'}\left(\frac{\partial S}{\partial x'_f}\right) \left| \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial x'_f} \right| dx, \tag{20}$$

где

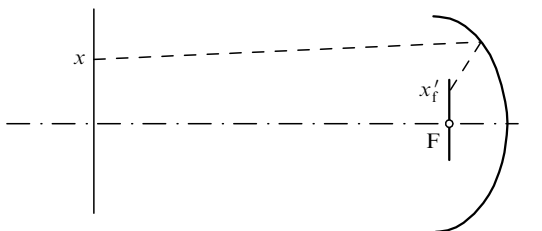
$$\chi_{\alpha'}(p'_f) = \begin{cases} 1 & \text{при } |p'_f| \leq \alpha', \\ 0 & \text{при } |p'_f| > \alpha'. \end{cases}$$

6. Обобщение результатов на двумерный случай

Рассмотрим двумерное обобщение полученных результатов на случай осесимметричной оптической системы и светового пучка с координатами x и y в сечении z , направление которого в пространстве описывается двумя оптическими ортами («импульсами») $p = n \sin \theta_x$ и $q = n \sin \theta_y$. В этом случае матрицы первого и второго порядка фазовой яркости $\mathcal{B}(x, y, p, q)$ примут вид

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{p} \\ \bar{q} \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \int_{-n}^n \begin{pmatrix} x \\ y \\ p \\ q \end{pmatrix} \mathcal{B}(x, y, p, q) dx dy dp dq \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \int_{-n}^n \mathcal{B}(x, y, p, q) dx dy dp dq \right]^{-1},$$

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & m_{xi} & m_{xp} & m_{xq} \\ m_{yx} & \sigma_y^2 & m_{yp} & m_{yq} \\ m_{px} & m_{py} & \sigma_p^2 & m_{pq} \\ m_{qx} & m_{qy} & m_{qp} & \sigma_q^2 \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \int_{-n}^n \begin{pmatrix} (x-\bar{x})(x-\bar{x})^* & (x-\bar{x})(y-\bar{y})^* & (x-\bar{x})(p-\bar{p})^* & (x-\bar{x})(q-\bar{q})^* \\ (y-\bar{y})(x-\bar{x})^* & (y-\bar{y})(y-\bar{y})^* & (y-\bar{y})(p-\bar{p})^* & (y-\bar{y})(q-\bar{q})^* \\ (p-\bar{p})(x-\bar{x})^* & (p-\bar{p})(y-\bar{y})^* & (p-\bar{p})(p-\bar{p})^* & (p-\bar{p})(q-\bar{q})^* \\ (q-\bar{q})(x-\bar{x})^* & (q-\bar{q})(y-\bar{y})^* & (q-\bar{q})(p-\bar{p})^* & (q-\bar{q})(q-\bar{q})^* \end{pmatrix} \times \mathcal{B}(x, y, p, q) dx dy dp dq \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-n}^n \int_{-n}^n \mathcal{B}(x, y, p, q) dx dy dp dq \right]^{-1}$$



Зеркальный отражатель

Рис.6. Координаты x и x'_f светового луча в плоскости объекта и в фокальной плоскости зеркального отражателя соответственно.

соответственно. Детерминант матрицы второго порядка гамильтоновой яркости – инвариант лазерного пучка, поэтому его M^2 -фактор вычисляется по формуле

$$M^2 = \frac{4\pi}{\lambda} (\det \Sigma)^{1/4}$$

или по формуле (15), если «обобщенный диаметр» и «обобщенную угловую расходимость» пучка вычислять, согласно стандартам [14–16], по формулам

$$d = 2\sqrt{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)^{1/2}, \quad \theta \approx 2\sqrt{2}n^{-1}(\sigma_p^2 + \sigma_q^2)^{1/2}.$$

Столь же легко получить двумерное обобщение формулы (20):

$$E(x'_f, y'_f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{B} \left(x, y, -\frac{\partial S}{\partial x}, -\frac{\partial S}{\partial y} \right) \times \\ \chi_{x'} \left(\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x'_f} \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y'_f} \right)^2 \right]^{1/2} \right) \det \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial x'_f} & \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y'_f} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial x'_f} & \frac{\partial^2 S}{\partial y \partial y'_f} \end{pmatrix} dx dy,$$

где $S(x, y, x'_f, y'_f)$ – точечный эйконал двумерной оптической системы.

Таким образом, в данной работе предложена формула для расчета распределения интенсивности в фокальном пятне зеркального отражателя с учетом его aberrаций (точечный эйконал $S(x, y, x', y')$), светосилы (апертурный угол в пространстве изображений $2\alpha'$) и расходимости лазерного пучка (фазовая яркость $\mathcal{B}(x, y, p, q)$).

1. Bank S.-W., Rousseau P., Planchon T.A., Chvykov V., Kalintchenko G., Maksimchuk A., Mourou G.A., Yanovsky V. *Appl. Phys. B*, **80**, 823 (2005).
2. Varga P., Török P. *J. Opt. Soc. Am. A*, **17**, 2081 (2001).
3. Quabis S., Dorn R., Eberler M., Glöckl O., Leuchs G. *Opt. Commun.*, **179**, 1 (2000).
4. Quabis S., Dorn R., Eberler M., Glöckl O., Leuchs G. *Appl. Phys. B*, **72**, 109 (2001).
5. Слюсарев Г.Г. *О возможном и невозможном в оптике* (М.–Л.:

Изд-во АН СССР, 1944, с. 100).

6. Nicodemus F.E. *J. Opt. Soc. Am.*, **59** (3), 243 (1969).
7. Гитин А.В. *Оптический журнал*, № 2, 45 (1998).
8. Gross H. *Handbook of Optical Systems. V.1. Fundamentals of Technical Optics* (Weinheim: Wiley-VCH, 2005, pp 263–268).
9. Walther A. *J. Opt. Soc. Am.*, **58** (9), 1256 (1979).
10. Корнблит С. *СВЧ оптика* (М.: Связь, 1980, с. 360).
11. Корнблит С. *Труды ИИЭР*, **71** (4), 27 (1983).
12. Гитин А.В. *Светотехника*, № 7, 7 (1994).
13. Гитин А.В. *Оптический журнал*, № 3, 69 (1996).
14. *Международный стандарт ISO/FDIS 11146-1:2005 (E)* (http://gosstandart.gov.by/eng/tech/pdf/stb_iso_11146-1_pr.pdf).
15. *Международный стандарт ISO/FDIS 11146-2:2005 (E)* (http://gosstandart.gov.by/eng/tech/pdf/stb_iso_11146-2_pr.pdf).
16. *Международный стандарт ISO/FDIS 11146-3:2004 (E)* (http://gosstandart.gov.by/eng/tech/pdf/stb_iso_11146-3_pr.pdf).
17. Bastiaans M.J. *Proc. Workshop on Laser Beam Characterization* (Madrid, Optical Society of Spain, 1993, pp 65–87).
18. Nemes G. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4932**, 624 (2003).
19. Зверев В.А. *Радиооптика* (М.: Сов. радио, 1975, с. 304).
20. Джеррард А., Бёрч Дж.М. *Введение в матричную оптику* (М.: Мир, 1978, с. 343).
21. Brouwer W., Walther A., in *Advanced Optical Techniques* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co, 1967, pp 503–570).
22. Гитин А.В. *Оптика и спектроскопия*, **63** (1), 183 (1987).
23. Гитин А.В. *Оптика и спектроскопия*, **76** (1), 174 (1994).
24. Berger D., Eichler H.J., Schwartz J. *Proc Int. Conf. on Laser'98* (Tucson, Arizona, USA, 1998, pp 792–798).
25. Тарнакин И.Н. *Труды ГОИ*, **46** (180), 20 (1978).
26. Тарнакин И.Н. *Оптика и спектроскопия*, **44** (4), 793 (1978).
27. Гитин А.В. *Труды ГОИ*, **64** (198), 67 (1987).

ПОПРАВКА

А.П.Свиридов. Статистика отклонения света в случайно-неоднородной двухфазной среде («Квантовая электроника», 2007, т. 37, № 1, с. 1–8).

На стр. 3 в формуле (3) допущена опечатка: в нижней строке формулы вместо

$$\arctan \left(\frac{n \sin \gamma}{n \cos \gamma - 1} \right) \text{ при } n < 1$$

следует читать

$$\arctan \left(\frac{n \sin \gamma}{n \cos \gamma - 1} \right) \text{ при } n \geq 1.$$