

Оптические свойства атома в присутствии кластера из двух наносфер

В.В.Климов, Д.В.Гузатов

Исследованы оптические характеристики атома, находящегося вблизи кластера из двух наносфер произвольного состава с произвольным взаимным расположением. Рассмотрены изменение скоростей спонтанных распадов возбужденных состояний и сдвиг частоты излучения при различных ориентациях дипольного момента и положениях атома относительно кластера. Показано, что кластер из двух наносфер можно использовать для эффективного управления скоростями спонтанных распадов возбужденных состояний атома, изменяя расстояние между сферами. Установлено, что скорости спонтанных распадов возбужденных состояний атома, расположенного в пространстве между серебряными наносферами и имеющего дипольный момент, который направлен по оси, соединяющей центры сфер, могут возрастать в 10^5 раз и более при сближении наносфер.

Ключевые слова: нанооптика, наноплазмоника, спектроскопия, наночастицы.

Содержание

1. Введение.	209
2. Элементы теории спонтанного излучения атома в присутствии нанотел	210
3. Квазистатическая задача для диполя вблизи кластера из двух наносфер	211
3.1. Система рекуррентных уравнений в случае произвольных сфер	
3.2. Решение в случае кластера из двух идеально проводящих наносфер	
4. Собственные колебания в кластере из двух наносфер	214
5. Скорость спонтанного распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух наносфер	215
5.1. Общее выражение для радиационной составляющей скорости спонтанного распада	
5.2. Общее выражение для нерадиационной составляющей скорости спонтанного распада	
5.3. Скорость спонтанного распада в случае идеально проводящих наносфер	
5.4. Оптические свойства атома при больших расстояниях между сферами	
5.5. Графические иллюстрации и обсуждение результатов	
6. Сдвиг частоты излучения атома, расположенного вблизи кластера из двух наносфер	225
6.1. Сдвиг частоты в общем случае слабо поглощающих наносфер	
6.2. Сдвиг частоты спонтанного излучения в случае идеально проводящих наносфер	
6.3. Графические иллюстрации и обсуждение результатов	
7. Заключение.	229
8. Литература.	230

1. Введение

В последнее время появилось значительное число работ, посвященных исследованию спектроскопических характеристик дипольного источника (атома, молекулы) в присутствии мезо- и наноструктур. С теоретической точки зрения эта задача является весьма сложной, т. к. атом взаимодействует с сильно неоднородными в нанометровом масштабе оптическими полями. При плазмон-поляритонном [1, 2] и фонон-поляритонном [3] резонансах имеет место очень сильное увеличение локального поля. Рассматривается целый ряд возможных приложений, ос-

нованных на этом эффекте. Наиболее разработаны приложения, в которых используются большие локальные поля вблизи неровной поверхности для увеличения сечения комбинационного рассеяния [4]. Изменение свойств излучающих атомов, находящихся вблизи нанотел различной формы и различного состава, является основой для создания нанобиосенсоров [5–7], нанолазеров [8], микроскопов, с помощью которых можно обнаружить отдельные молекулы [9], приборов для расшифровки структуры ДНК [10], химических сенсоров [11–13] и многих других приборов [14]. К настоящему времени довольно подробно исследованы оптические свойства атомов вблизи отдельных наносфер, нанопроволок, наносфероидов [15–18]. Следует также отметить работу, посвященную исследованию радиационной скорости распада возбужденного состояния атома вблизи трехосного эллипсоида [19], на основе которой могут быть созданы новые типы искусственных флуорофоров.

В.В.Климов, Д.В.Гузатов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: vklim@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 19 июня 2006 г.

Особенно перспективны исследования оптических свойств кластеров из двух и более металлических наночастиц, т. к. изменение геометрии кластера дает возможность эффективно управлять спектром плазмонных (фононных) колебаний. Исследованию оптических свойств кластеров, состоящих из двух наночастиц, посвящен целый ряд теоретических [20–32] и экспериментальных [33–36] работ. Случай почти соприкасающихся наночастиц является наиболее интересным, поскольку в промежутке между наночастицами возникает особенно большое усиление локального поля, и одновременно наиболее сложным. Взаимодействие атома с кластером из наночастиц приводит к возбуждению особых плазмонных колебаний [21], которые сильно локализованы между сферами и исчезают при больших расстояниях.

Цель настоящей работы – исследование оптических свойств атома (или молекулы) вблизи кластера из двух сферических наночастиц произвольных размеров с произвольным взаимным расположением (рис.1). В разд.2 кратко изложены особенности теории спонтанного излучения атома, находящегося вблизи нанотел. В разд.3 получено решение квазистатической задачи для электрического поля, возбуждаемого атомом вблизи кластера. Там же приведено аналитическое решение в случае идеально проводящих наносфер. В разд.4 рассмотрены резонансные свойства кластера из двух металлических наносфер, или, точнее говоря, из двух сфер, сделанных из материала с диэлектрической проницаемостью $\epsilon < 0$. Раздел 5 посвящен исследованию скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома, расположенного вблизи кластера. В нем получены общие решения для сфер произвольного состава с произвольным взаимным расположением. Там же исследованы асимптотические выражения для скорости спонтанного распада при больших и малых расстояниях между наносферами. В конце разд.5 приведены графические результаты и их обсуждение. В разд.6 исследован сдвиг частоты излучения атома в присутствии кластера, рассмотрены асимптотические выражения для сдвига частоты (при малых и больших расстояниях между сферами), а также приведены графические иллюстрации и обсуждаются полученные результаты.

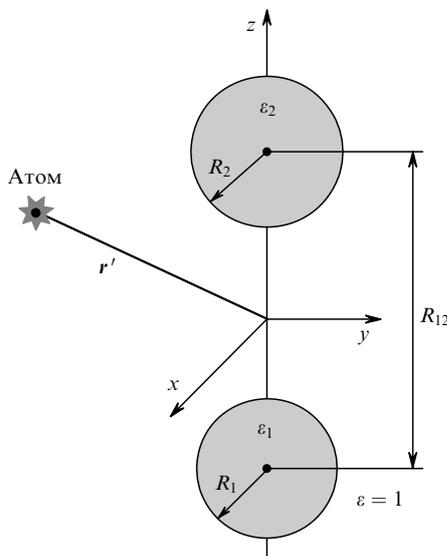


Рис.1. Геометрия задачи.

2. Элементы теории спонтанного излучения атома в присутствии нанотел

При слабом взаимодействии атома и нанотела, т. е. в том случае, когда спонтанный распад является экспоненциальным, выражение для ширины γ_a возбужденного уровня a атома, расположенного в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ (в дальнейшем координаты со штрихом будут обозначать положение атома) имеет вид [37]

$$\gamma_a = \gamma_{0a} + \frac{2}{\hbar} \sum_n d_{0\alpha}^{(an)} d_{0\beta}^{(na)} \text{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'; \omega_{na}) \Theta(\omega_{an}), \quad (1)$$

где γ_{0a} – ширина уровня в свободном пространстве в отсутствие нанотела; $d_{0\alpha}^{(an)}$ – матричный элемент оператора дипольного момента между состояниями a и n ; $\omega_{na} = (W_n - W_a)/\hbar$ – частота перехода между состояниями n и a ; $G_{\alpha\beta}$ – отраженная часть функции Грина классической задачи, которая связана с отраженным полем E_x^r соотношением

$$E_x^r(\mathbf{r}) = G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega_{na}) d_{0\beta}^{(na)}; \quad (2)$$

$\alpha, \beta = x, y, z$ (по повторяющимся индексам здесь и далее предполагается суммирование); Θ – функция единичного скачка (функция Хевисайда). В дальнейшем при исследовании ширины линии излучения мы будем рассматривать лишь один из каналов распада возбужденного состояния, например переход $e \rightarrow g$. Для учета возможности распада в различные состояния надо будет лишь просуммировать парциальные ширины линий всех возможных переходов. Выражение, которое можно получить в классической (лоренцевской) теории атома для относительной ширины линии, т. е. для ширины линии, нормированной на ширину линии в свободном пространстве [38, 39], совпадает с соответствующим квантово-механическим выражением (1).

Выражение для сдвига уровня энергии δW_a произвольного состояния a атома имеет вид [40]

$$\delta W_a = \delta W_a^{\text{cl}} + \delta W_a^{\text{vdW}}, \quad (3)$$

где

$$\delta W_a^{\text{cl}} = - \sum_n d_{0\alpha}^{(an)} d_{0\beta}^{(na)} \text{Re} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'; \omega_{na}) \Theta(\omega_{an}); \quad (4)$$

$$\delta W_a^{\text{vdW}} = - \frac{\hbar}{2\pi} \int_0^\infty d\xi G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'; \omega = i\xi) \Pi_{\alpha\beta}^{(a)}(\omega = i\xi);$$

$$\Pi_{\alpha\beta}^{(a)}(\omega) = \frac{2}{\hbar} \sum_n \frac{\omega_{na} d_{0\alpha}^{(an)} d_{0\beta}^{(na)}}{\omega_{na}^2 - (\omega + i0^+)^2} \quad (5)$$

– поляризуемость состояния a . Заметим, что рассматриваемые выражения (1) и (3) получены в рамках самых общих предположений и поэтому имеют очень большую область применения.

Таким образом, задача нахождения спектроскопических характеристик атома вблизи любого тела сводится к нахождению отраженного поля или функции Грина и анализу выражений (2) и (4).

В случае нанотел часто можно использовать теорию возмущений по малому параметру $2\pi b/\lambda \ll 1$, где b –

характерный размер нанотела, а λ – длина волны излучения (теория Рэлея). В этом случае функция Грина отраженного поля может быть представлена в виде ряда по степеням волнового числа k :

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + kG_{\alpha\beta}^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2G_{\alpha\beta}^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + ik^3G_{\alpha\beta}^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \dots, \quad (6)$$

где $G_{\alpha\beta}^{(j)}$ ($j = 0, 1, 2, \dots$) – коэффициенты, которые могут быть найдены из решения соответствующих квазистатических задач [41]; $k = \omega/c$. Заметим, что при построении ряда (6) зависимость $\varepsilon(\omega)$ учитывать не следует. Первые три члена в (6) описывают ближние поля, а члены, начиная с четвертого, – поля излучения. Подставляя разложение (6) в (1), для полной скорости спонтанного перехода из состояния e в состояние g вблизи нанотела получим следующее выражение:

$$\gamma = \underbrace{\frac{2}{\hbar} d_{0\alpha}^{(eg)} d_{0\beta}^{(ge)} \text{Im}[G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') + \dots]}_{\text{нерадиационные потери}} + \underbrace{\gamma_0 + \frac{2}{\hbar} d_{0\alpha}^{(eg)} d_{0\beta}^{(ge)} \text{Re}[k_0^3 G_{\alpha\beta}^{(3)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') + \dots]}_{\text{радиационные потери}}, \quad (7)$$

где $k_0 = \omega_{eg}/c$; γ_0 – ширина линии перехода в отсутствие нанотела. В выражении (7) первый член отличен от нуля только для поглощающих сред и описывает нерадиационные потери, в то время как оставшиеся члены отличны от нуля и в отсутствие поглощения. Эти члены описывают в основном радиационные потери. Следовательно, для нахождения главных членов нерадиационных и радиационных потерь нужно найти $G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}')$ и $G_{\alpha\beta}^{(3)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}')$ соответственно.

Для нахождения члена, описывающего нерадиационные потери, достаточно решить квазистатическую задачу электродинамики с дипольным источником. Определение радиационных потерь, описываемых членами третьего порядка по k , прямым путем представляется сложной задачей. Однако если атом расположен близко к нанотелу, излучение является дипольным, а полный дипольный момент системы атом + нанотело может снова быть найден из анализа функции $G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ на больших расстояниях от системы. Таким образом, в присутствии наносфер радиационная ширина линии перехода $e \rightarrow g$ будет описываться выражением

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)^{\text{rad}} = \frac{|\mathbf{d}_{\text{tot}}|^2}{d_0^2}, \quad (8)$$

где $\mathbf{d}_{\text{tot}} = \mathbf{d}_0 + \delta\mathbf{d}$ – полный дипольный момент системы атом + нанотело; \mathbf{d}_0 – вектор дипольного момента перехода; $\delta\mathbf{d}$ – наведенный дипольный момент. Можно показать справедливость (8) в рамках квантово-механического подхода [17].

Аналогично, подставляя разложение (6) в выражение для сдвига уровня (3) любого состояния a , можно получить соотношение

$$\delta W_a = -\frac{1}{2} \langle a | d_{0\alpha} d_{0\beta} | a \rangle \text{Re}[G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}')] - \frac{1}{2} \sum_n d_{0\alpha}^{(an)} d_{0\beta}^{(na)} \text{Im}[G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \frac{\omega_{an}}{|\omega_{an}|} + \dots \quad (9)$$

В случае вещества с малыми потерями вторым членом в (9) всегда можно пренебречь по сравнению с первым. Тогда для сдвига частоты излучения при переходе атома из состояния e в состояние g вблизи нанотела получим выражение

$$\Delta\omega = -\frac{1}{2\hbar} (\langle e | d_{0\alpha} d_{0\beta} | e \rangle - \langle g | d_{0\alpha} d_{0\beta} | g \rangle) \text{Re}[G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}')] + \dots \quad (10)$$

В результате для нахождения изменения скорости спонтанных распадов и сдвигов частоты в присутствии любого нанобъекта с малыми потерями ($\varepsilon'' \ll \varepsilon'$, $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$), все размеры которого малы по сравнению с длиной волны излучения, достаточно решить квазистатическую задачу о диполе вблизи этого нанобъекта и найти функцию $G_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Значение этой функции при совпадающих аргументах согласно (10) и (7) даст сдвиг частоты и нерадиационную составляющую скорости перехода соответственно, а дипольный момент, найденный из асимптотики данной функции на бесконечности, согласно (8) даст скорость радиационного распада.

3. Квазистатическая задача для диполя вблизи кластера из двух наносфер

Для того чтобы найти главные члены асимптотических выражений для скорости спонтанных распадов и смещения частоты излучения атома в присутствии произвольного нанотела, достаточно решить квазистатическую задачу для потенциала Φ поля атома, расположенного вблизи нанотела:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi, \quad (11)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi \exp(-i\omega t) (\mathbf{d}_0 \nabla') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

где ∇, ∇' – градиенты по координатам \mathbf{r} и \mathbf{r}' соответственно; Δ – оператор Лапласа. В дальнейшем экспоненциальный множитель $\exp(-i\omega t)$ будем опускать.

Уравнение (11) в случае двух наносфер удобно решать в бисферической системе координат (рис.2). Координаты бисферической системы $-\infty < \eta < \infty, 0 < \xi \leq \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi$ связаны с декартовыми координатами соотношениями [42, 43]

$$x = f \frac{\sin \xi \cos \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \quad y = f \frac{\sin \xi \sin \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \quad (12)$$

$$z = f \frac{\sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \xi}.$$

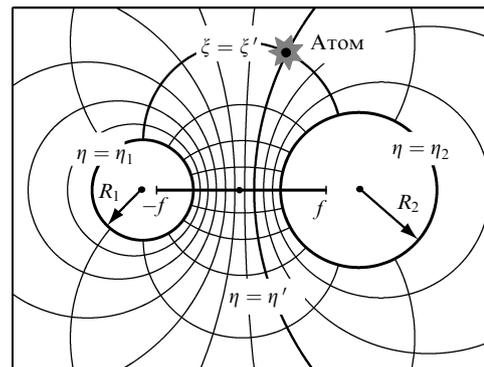


Рис.2. Бисферические координаты.

Соотношение $\eta = \eta_1 < 0$ задает в декартовой системе координат сферу радиусом $R_1 = f/|\sinh \eta_1|$. Центр ее расположен в точке с координатами $x_1 = y_1 = 0, z_1 = f \times \coth \eta_1$. Вторую сферу можно задать аналогично равенством $\eta = \eta_2 > 0$. При этом ее радиус $R_2 = f/\sinh \eta_2$, а центр расположен в точке с координатами $x_2 = y_2 = 0, z_2 = f \coth \eta_2$. Размерная постоянная f – половина расстояния между полюсами бисферической системы координат. Она определена положительным корнем уравнения $R_{12} = (R_1^2 + f^2)^{1/2} + (R_2^2 + f^2)^{1/2}$, где $R_{12} = z_2 - z_1$ есть расстояние между центрами первой и второй сфер, которое, как и радиусы сфер, задается произвольно ($R_{12} \geq R_1 + R_2$).

Уравнение (11) для потенциала $\Phi = (d_0 \nabla') \tilde{\Phi}$ можно записать в более удобном виде:

$$\Delta \tilde{\Phi} = 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{13}$$

Решением уравнения (13) будет

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}^r + G_0, \tag{14}$$

где $\tilde{\Phi}^r$ – потенциал отраженного поля, возбуждаемого точечным единичным зарядом; G_0 – функция Грина точечного единичного заряда в свободном пространстве. В бисферической системе координат выражение для G_0 может быть представлено в виде [42, 43]

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) |\eta - \eta'| \right] P_n^m(\cos \xi) \times (c_{mn} \cos m\varphi + d_{mn} \sin m\varphi), \tag{15}$$

где

$$\begin{pmatrix} c_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} = [2 - \delta(m, 0)] \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (\cosh \eta' - \cos \xi')^{1/2} \times P_n^m(\cos \xi') \begin{pmatrix} \cos m\varphi' \\ \sin m\varphi' \end{pmatrix}; \tag{16}$$

P_n^m – присоединенные функции Лежандра; $\delta(m, 0)$ – символ Кронекера.

Выражение для индуцированного потенциала $\tilde{\Phi}^r$ в пространстве вне сфер ($\eta_1 < \eta < \eta_2$) ищем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}^r &= \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \xi) \\ &\times \left\{ \left\{ \alpha_{mn} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] + \gamma_{mn} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] \right\} \cos m\varphi \right. \\ &\left. + \left\{ \beta_{mn} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] + \delta_{mn} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] \right\} \sin m\varphi \right\}. \end{aligned} \tag{17}$$

Выражения для потенциалов внутри первой ($\eta < \eta_1 < 0$) и второй ($\eta > \eta_2 > 0$) сфер можно представить в виде

$$\tilde{\Phi}^{(1)} = \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] \times$$

$$\times P_n^m(\cos \xi) [a_{mn}^{(1)} \cos m\varphi + b_{mn}^{(1)} \sin m\varphi], \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}^{(2)} &= \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta \right] \\ &\times P_n^m(\cos \xi) [a_{mn}^{(2)} \cos m\varphi + b_{mn}^{(2)} \sin m\varphi]. \end{aligned}$$

В формулах (17) и (18) $\alpha_{mn}, \beta_{mn}, \gamma_{mn}, \delta_{mn}$ и $a_{mn}^{(1)}, b_{mn}^{(1)}, a_{mn}^{(2)}, b_{mn}^{(2)}$ – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

3.1. Система рекуррентных уравнений в случае произвольных сфер

Уравнения для неизвестных коэффициентов можно получить с помощью обычных условий сопряжения на поверхностях сфер. Потенциалы (18) и полный потенциал $\tilde{\Phi}^r + G_0$ на поверхности каждой из наносфер совпадают, отсюда получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} a_{mn}^{(1)} \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] &= \alpha_{mn} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \\ &+ \gamma_{mn} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] + c_{mn} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) |\eta_1 - \eta'| \right], \\ a_{mn}^{(2)} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] &= \alpha_{mn} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \\ &+ \gamma_{mn} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] + c_{mn} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) |\eta_2 - \eta'| \right]. \end{aligned} \tag{19}$$

Уравнения для коэффициентов $b_{mn}^{(1)}$ и $b_{mn}^{(2)}$ можно получить из (19) с помощью замены $a_{mn}^{(1)} \rightarrow b_{mn}^{(1)}, a_{mn}^{(2)} \rightarrow b_{mn}^{(2)}$ и $c_{mn} \rightarrow d_{mn}$. Для того чтобы упростить дальнейшие выкладки, не ограничивая общности, рассмотрим атом, расположенный в полупространстве $z' \geq 0$ вне второй сферы ($\eta_2 > \eta' > 0$).

Пусть первая ($\eta = \eta_1$) и вторая ($\eta = \eta_2$) сферы имеют диэлектрические проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 соответственно; диэлектрическую проницаемость среды, в которую погружены сферы, примем равной единице. Используя граничные условия для нормальных производных потенциалов на поверхности каждой из сфер, получим еще два уравнения для неизвестных коэффициентов. Исключая затем из этих уравнений коэффициенты $a_{mn}^{(1)}$ и $a_{mn}^{(2)}$ с помощью (19), находим уравнения для коэффициентов α_{mn} и γ_{mn} :

$$\begin{aligned} (n-m) \cosh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left\{ \epsilon_1 - \tanh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \right\} \alpha_{m,n-1} \\ - (2n+1) \cosh \eta_1 \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \\ \times \left\{ \epsilon_1 - \tanh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] + (\epsilon_1 - 1) \frac{\tanh \eta_1}{2n+1} \right\} \alpha_{mn} \\ + (n+m+1) \cosh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_1 \right] \\ \times \left\{ \epsilon_1 - \tanh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_1 \right] \right\} \alpha_{m,n+1} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (n-m) \sinh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left\{ \varepsilon_1 - \coth \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \right\} \gamma_{mn-1} \\
 & - (2n+1) \cosh \eta_1 \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_1 - \coth \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] + (\varepsilon_1 - 1) \frac{\tanh \eta_1}{2n+1} \right\} \gamma_{mn} \\
 & + (n+m+1) \sinh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_1 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_1 - \coth \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_1 \right] \right\} \gamma_{mn+1} = -(\varepsilon_1 - 1)(n-m) \\
 & \times \exp \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) (\eta_1 - \eta') \right] c_{mn-1} + (\varepsilon_1 - 1)(2n+1) \\
 & \times \cosh \eta_1 \left(1 + \frac{\tanh \eta_1}{2n+1} \right) \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_1 - \eta') \right] c_{mn} \\
 & - (\varepsilon_1 - 1)(n+m+1) \exp \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) (\eta_1 - \eta') \right] c_{mn+1} \quad (20)
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 & (n-m) \cosh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \left\{ \varepsilon_2 + \tanh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \right\} \alpha_{mn-1} \\
 & - (2n+1) \cosh \eta_2 \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_2 + \tanh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] - (\varepsilon_2 - 1) \frac{\tanh \eta_2}{2n+1} \right\} \alpha_{mn} \\
 & + (n+m+1) \cosh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_2 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_2 + \tanh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_2 \right] \right\} \alpha_{mn+1} \\
 & + (n-m) \sinh \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \left\{ \varepsilon_2 + \coth \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \right\} \gamma_{mn-1} \\
 & - (2n+1) \cosh \eta_2 \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_2 + \coth \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] - (\varepsilon_2 - 1) \frac{\tanh \eta_2}{2n+1} \right\} \gamma_{mn} \\
 & + (n+m+1) \sinh \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_2 \right] \\
 & \times \left\{ \varepsilon_2 + \coth \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \eta_2 \right] \right\} \gamma_{mn+1} = -(\varepsilon_2 - 1)(n-m) \\
 & \times \exp \left[- \left(n - \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] c_{mn-1} + (\varepsilon_2 - 1)(2n+1) \\
 & \times \cosh \eta_2 \left(1 - \frac{\tanh \eta_2}{2n+1} \right) \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] c_{mn} -
 \end{aligned}$$

$$- (\varepsilon_2 - 1)(n+m+1) \exp \left[- \left(n + \frac{3}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] c_{mn+1}. \quad (21)$$

Уравнения для коэффициентов β_{mn} и δ_{mn} могут быть получены из (20) и (21) с помощью замены $\alpha_{mn} \rightarrow \beta_{mn}$, $\gamma_{mn} \rightarrow \delta_{mn}$ и $c_{mn} \rightarrow d_{mn}$.

Рекуррентные уравнения (20) и (21) построены таким образом, что для заданного индекса $m = m'$ возникает бесконечная система уравнений с $n \geq m'$ для неизвестных коэффициентов. Из структуры уравнений (20) и (21) следует, что при больших значениях индекса n ($n \gg 1$) коэффициенты α_{mn} и γ_{mn} будут стремиться к нулю. Это позволяет при вычислениях заменить бесконечную систему уравнений на конечную с $m \leq n \leq N$, где N выбирается, исходя из заданной точности.

3.2. Решение в случае кластера из двух идеально проводящих наносфер

В случае идеально проводящих сфер можно получить следующие явные выражения для коэффициентов α_{mn} , β_{mn} и γ_{mn} , δ_{mn} [27]:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \alpha_{mn}^{\text{ic}} \\ \beta_{mn}^{\text{ic}} \end{pmatrix} &= - \begin{pmatrix} c_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} \left\{ \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_1 - \eta') \right] \right. \\
 & \times \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] - \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] \\
 & \times \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left. \right\} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \\
 & - \delta(m, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \left\{ A_1 \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \right. \\
 & - A_2 \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left. \right\} \\
 & \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \gamma_{mn}^{\text{ic}} \\ \delta_{mn}^{\text{ic}} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} \left\{ \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_1 - \eta') \right] \right. \\
 & \times \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] - \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] \\
 & \times \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left. \right\} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \\
 & + \delta(m, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \left\{ A_1 \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \right. \\
 & - A_2 \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \left. \right\} \\
 & \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1}, \quad (23)
 \end{aligned}$$

где

$$A_1 = -\frac{(C_{22} + C_{21})B_1 + C_{12}B_2}{C_{12}C_{22} + C_{21}C_{11} + C_{11}C_{22}};$$

$$A_2 = -\frac{C_{21}B_1 + (C_{11} + C_{12})B_2}{C_{12}C_{22} + C_{21}C_{11} + C_{11}C_{22}};$$

$$B_1 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} c_{0n} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta') \right] \right. \\ \left. \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \right\} \exp \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right];$$

$$B_2 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} c_{0n} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta' - \eta_1) \right] \right. \\ \left. \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \right\} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right];$$

$$C_{11} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right] \right. \\ \left. \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \right\} \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right];$$

$$C_{12} = C_{21} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \\ \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1};$$

$$C_{22} = -2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_1 \right] \right. \\ \left. \times \left\{ \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) (\eta_2 - \eta_1) \right] \right\}^{-1} \right\} \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \eta_2 \right].$$

Результаты анализа выражений (22)–(25) будут представлены ниже.

4. Собственные колебания в кластере из двух наносфер

Для исследования влияния кластера на оптические свойства атомов и молекул необходимо знать свойства его собственных колебаний. Собственные колебания кластера (и, вообще говоря, любой системы) возможны только при некоторых (отрицательных) значениях диэлектрической проницаемости материала, из которого состоит кластер. Для нахождения резонансных значений диэлектрической проницаемости необходимо решить однородный вариант системы (20) и (21) с $c_{mn} = 0$, рассматривая диэлектрическую проницаемость как собственное значение. В случае кластера из двух одинаковых наносфер ($R_1 = R_2 = R_0$, $-\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$) система рекуррентных уравнений (20) и (21) может быть представлена в виде двух независимых систем уравнений для каждого из коэффициентов α_{mn} (β_{mn}) и γ_{mn} (δ_{mn}). Моды, возбуждаемые однородным электрическим полем, направленным вдоль оси симметрии кластера (продольные моды), будем назы-

вать L-модами. Моды, наблюдаемые при возбуждении кластера однородным полем, направленным перпендикулярно оси (поперечные моды), назовем T-модами. Резонансные значения диэлектрической проницаемости и соответствующие значения частоты для L- и T-мод можно найти, например, в рамках метода гибридизации плазмонных колебаний отдельных сфер [20]. В кластере из двух наносфер могут существовать также M-моды [21], которые практически не возбуждаются плоской волной и имеют заметно меньший эффективный объем, чем L- и T-моды.

На рис.3 представлены несколько зависимостей резонансной диэлектрической проницаемости ϵ_{mn} от расстояния между одинаковыми наносферами при $m = 0$ и 1. Видно, что при увеличении расстояния между наносферами резонансные диэлектрические проницаемости, соответствующие T- и L-модам, стремятся к хорошо известным значениям $-(n + 1)/n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) [23, 24], соответствующим модам различной мультипольности, возбуждаемым в одиночной сфере. Что касается M-мод, то они могут существовать только при условии $R_{12} \times (2R_0)^{-1} \leq 1.2$. Возникновение этих мод связано с образованием связанного состояния двух плазмонов, как это имеет место при образовании молекул в случае сближения атомов.

Из рис.3 также видно, что поведение спектров в области почти соприкасающихся сфер становится очень сложным. Тем не менее в этом случае можно найти асимптотические выражения для резонансной диэлектрической проницаемости ϵ_{mn} . Для M-мод имеем

$$\epsilon_{mn}^M = -(n + m + \delta_m)\eta_0 + \dots, \tag{26}$$

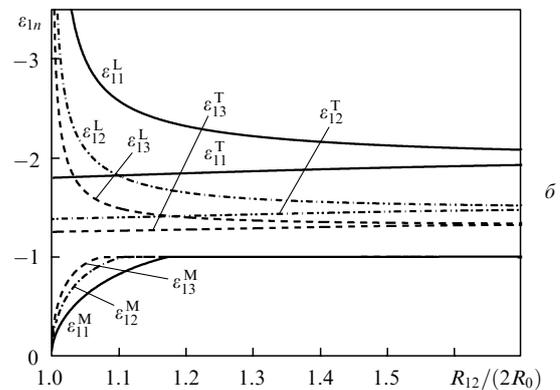
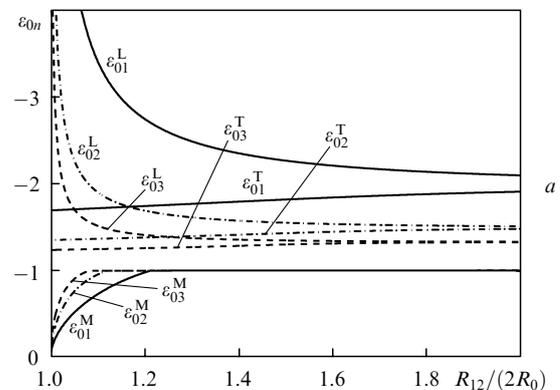


Рис.3. Резонансная диэлектрическая проницаемость ϵ_{mn} для L-, T- и M-мод как функция нормированного расстояния $R_{12}/(2R_0)$ между двумя одинаковыми наносферами для $m = 0$ (a) и 1 (б).

где $n = 1, 2, 3, \dots$; $\delta_0 = 1/2$, $\delta_1 \approx -0.086, \dots$. Для L-мод можно получить следующее аналитическое решение:

$$\varepsilon_{mn}^L = -(n+m-1/2)^{-1} \eta_0^{-1} + \dots, \quad (27)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$; $m = 0, 1, 2, 3$. В случае T-мод аналитическое решение получить не удастся. Приведем несколько первых значений резонансной проницаемости [21]:

$$\varepsilon_{01}^T \approx -1.696, \quad \varepsilon_{02}^T \approx -1.355, \quad \varepsilon_{03}^T \approx -1.237, \quad (28)$$

$$\varepsilon_{11}^T \approx -1.799, \quad \varepsilon_{12}^T \approx -1.386, \quad \varepsilon_{13}^T \approx -1.182.$$

Собственные векторы M- и L-мод, соответствующие резонансным диэлектрическим проницаностям (26) и (27), в пределе близко расположенных сфер также вычисляются аналитически:

$$\alpha_{0n}^M = \begin{cases} -\frac{1}{\mathcal{M} \cosh[(n+1/2)\eta_0]}, & n \leq \mathcal{M}-1, \\ \frac{1}{\cosh[(\mathcal{M}+1/2)\eta_0]}, & n = \mathcal{M}, \\ 0, & n > \mathcal{M}, \end{cases} \quad (29)$$

$$\gamma_{mn}^L = \frac{\delta(n-m+1, \mathcal{L})}{\sinh[(\mathcal{L}+m-1/2)\eta_0]},$$

где \mathcal{M} и \mathcal{L} – номера M- и L-мод; $\mathcal{M}, \mathcal{L} = 1, 2, 3, \dots$; $m, n = 0, 1, 2, \dots$. Отметим, что аналогичное выражение для δ_{mn}^L совпадает с выражением (29) для γ_{mn}^L , а $\beta_{0n}^M = 0$. Этим векторам соответствуют выражения для собственных функций потенциала, которые получаются подстановкой (29) в (17) и (18). Для собственных функций осесимметричной M-моды ($m = 0$) в пространстве между сферами получим выражение

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{0,\mathcal{M}}|_{\eta_0 \rightarrow 0} &\approx -\frac{1}{\mathcal{M}f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \\ &\times \sum_{n=0}^{\mathcal{M}-1} \frac{\cosh[(n+1/2)\eta]}{\cosh[(n+1/2)\eta_0]} P_n(\cos \xi) + \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \\ &\times \frac{\cosh[(\mathcal{M}+1/2)\eta]}{\cosh[(\mathcal{M}+1/2)\eta_0]} P_{\mathcal{M}}(\cos \xi). \end{aligned} \quad (30)$$

Для собственных функций внутри первой сферы имеем соотношение

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{0,\mathcal{M}}^{(1)}|_{\eta_0 \rightarrow 0} &\approx -\frac{1}{\mathcal{M}f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \\ &\times \sum_{n=0}^{\mathcal{M}-1} \exp\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)(\eta+\eta_0)\right] P_n(\cos \xi) \\ &+ \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \exp\left[\left(\mathcal{M}+\frac{1}{2}\right)(\eta+\eta_0)\right] P_{\mathcal{M}}(\cos \xi). \end{aligned} \quad (31)$$

Для собственных функций внутри второй сферы получим аналогичное выражение.

Для собственных функций L-моды в пространстве между сферами и внутри первой сферы имеем соответственно выражения

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{m,\mathcal{L}}|_{\eta_0 \rightarrow 0} &\approx \frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \\ &\times \frac{\sinh[(\mathcal{L}+m-1/2)\eta]}{\sinh[(\mathcal{L}+m-1/2)\eta_0]} P_{\mathcal{L}+m-1}^m(\cos \xi) \cos m\varphi, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{m,\mathcal{L}}^{(1)}|_{\eta_0 \rightarrow 0} &\approx -\frac{1}{f} (\cosh \eta - \cos \xi)^{1/2} \\ &\times \exp\left[\left(\mathcal{L}+m-\frac{1}{2}\right)(\eta+\eta_0)\right] P_{\mathcal{L}+m-1}^m(\cos \xi) \cos m\varphi. \end{aligned} \quad (33)$$

Для собственных функций внутри второй сферы получается аналогичное выражение.

5. Скорость спонтанного распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух наносфер

Как следует из общей теории, изложенной в разд.2, скорость спонтанного распада вблизи нанотела имеет радиационную и нерadiационную составляющие (см. формулу (7)). В данном разделе мы отдельно обсудим как радиационную, так и нерadiационную составляющую скорости распада.

5.1. Общее выражение для радиационной составляющей скорости спонтанного распада

Чтобы найти радиационную составляющую скорости спонтанного распада, как это следует из (8), необходимо вычислить полный дипольный момент системы атом + две наносферы. Для нахождения дипольного момента получим асимптотику потенциала (17) при больших расстояниях от атома до кластера и сравним ее с известным выражением для потенциала диполя на больших расстояниях ($d_{\text{tot}}R$)/ R^3 .

Пусть R, ϑ и φ – координаты сферической системы. Тогда с точностью до членов второго порядка малости ($R \rightarrow \infty$) выражения для координат бисферической системы примут следующий вид: $\eta \approx 2(f/R) \cos \vartheta$ и $\xi \approx 2 \times (f/R) \sin \vartheta$. Подставляя эти выражения в (17), после разложения полученного выражения по малому параметру f/R ($f/R \ll 1$) и сравнения его с потенциалом диполя на больших расстояниях, находим следующие соотношения для наведенного дипольного момента рассматриваемого кластера из двух наносфер:

$$\begin{aligned} \delta d_x &= -\sqrt{2} f (\mathbf{d}_0 \nabla') \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \alpha_{1n}, \\ \delta d_y &= -\sqrt{2} f (\mathbf{d}_0 \nabla') \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \beta_{1n}, \\ \delta d_z &= 2\sqrt{2} f (\mathbf{d}_0 \nabla') \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2) \gamma_{0n}. \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, как видно из (34), для нахождения наведенного дипольного момента необходимо вычислить соответствующие производные от коэффициентов α_{1n} , β_{1n} и γ_{0n} . Зная эти производные, по формуле (8) находим радиационную составляющую скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома, расположенного вблизи кластера из двух наносфер, изготовлен-

ных из произвольного материала и имеющих различные радиусы.

5.2. Общее выражение для нерадикационной составляющей скорости спонтанного распада

Используя формулу (7), можно найти главный член выражения для нерадикационной составляющей скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух наносфер, определяемый вкладом отраженного поля в квазистатическом приближении. Для этого необходимо соответствующим образом продифференцировать (17). В результате для нерадикационной составляющей скорости распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух наносфер для характерных направлений дипольного момента атома получим следующие выражения ($\varphi' = 0$).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_x$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_x^{\text{nrad}} &= -\frac{3(\cosh \eta' - \cos \xi')^{1/2}}{2(k_0 f)^3} \\ &\times \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \cosh \eta' \sin^2 \xi' \right. \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &- \frac{1}{2} \cosh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') + \sinh^2 \eta' \sin^2 \xi' \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &- \sinh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &- \sinh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} \frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (\cosh \eta' \cos \xi' - 1)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} \frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'}. \end{aligned} \tag{35}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси y ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_y$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_y^{\text{nrad}} &= -\frac{3}{2(k_0 f)^3} \frac{(\cosh \eta' - \cos \xi')^{5/2}}{\sin^2 \xi'} \\ &\times \text{Im} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n m \left\{ \frac{\partial \beta_{mn}}{\partial \varphi'} \Big|_{\varphi'=0} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] + \frac{\partial \delta_{mn}}{\partial \varphi'} \Big|_{\varphi'=0} \right. \right. \\ &\times \left. \left. \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \right\}. \end{aligned} \tag{36}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)_z^{\text{nrad}} &= -\frac{3(\cosh \eta' - \cos \xi')^{1/2}}{2(k_0 f)^3} \\ &\times \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} \sinh \eta' \cos \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \right. \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &+ \frac{1}{2} \sinh^2 \eta' \sin \xi' \cos \xi' \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') + (\cosh \eta' \cos \xi' - 1)^2 \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &+ \sinh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &+ \sinh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} P_n^m(\cos \xi') \\ &+ \sinh \eta' \sin \xi' (\cosh \eta' \cos \xi' - 1) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \eta'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \eta'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \left\{ \frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'} + \sinh^2 \eta' \sin^2 \xi' \right. \\
 & \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ \frac{\partial \alpha_{mn}}{\partial \xi'} \cosh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial \xi'} \sinh \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \eta' \right] \right\} \frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'} \right\}. \quad (37)
 \end{aligned}$$

Как видно из выражений (35)–(37), чтобы найти нерadiационную составляющую скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух наносфер, необходимо вычислить соответствующие производные от коэффициентов α_{mn} , β_{mn} и γ_{mn} , δ_{mn} , для чего надо решить систему уравнений, получаемую дифференцированием (20) и (21) по соответствующей координате. При этом оба индекса m и n принимают все значения от 0 до N , что приводит к существенному увеличению числа решаемых систем по сравнению с числом систем уравнений для радиационной составляющей скорости спонтанного распада, где используются уравнения только с двумя индексами m : $m = 0$ и 1. Тем не менее, поскольку искомые коэффициенты обращаются в нуль при $n < m$, для большего индекса m при вычислении с заданной точностью и заданным положением атома требуется решать системы все с меньшим числом уравнений, что обеспечивает сравнительно небольшое время счета на современных персональных компьютерах. Отметим также, что в случае атома, расположенного на полярной оси ($\xi' = 0$ или π), для вычисления производных от коэффициентов нужно решать всего две системы уравнений с индексами $m = 0$ и 1, поскольку в выражениях (35)–(37) используются функции Лежандра и их производные, обращающиеся на оси в нуль для всех $m > 1$.

Однако в случае приближения атома к поверхности одной из наносфер для достижения заданной точности требуется решать системы со все большим числом уравнений N . Поэтому в случае атома, находящегося в непосредственной близости к поверхности, для нахождения нерadiационной составляющей скорости распада (и сдвига частоты) выражения (35)–(37) применять нецелесообразно. С другой стороны, при малых расстояниях от атома до поверхности наносферы ее можно с хорошей точностью аппроксимировать плоскостью. Данная аппроксимация позволяет найти главные члены в выражениях, описывающих вклады в нерadiационную составляющую скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома. Пусть атом находится в среде с диэлектрической проницаемостью, равной единице, вблизи плоской границы раздела со средой с проницаемостью ε , тогда решение для нерadiационной составляющей скорости распада хорошо известно и для тангенциальной и радиальной (нормальной) ориентаций дипольного момента атома имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_{\text{tang}}^{\text{nrad}} &= \frac{3}{16(k_0 \Delta)^3} \text{Im} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}, \\
 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_{\text{norm}}^{\text{nrad}} &= 2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_{\text{tang}}^{\text{nrad}}, \quad (38)
 \end{aligned}$$

где Δ – расстояние от границы раздела до атома. Выражение (38) справедливо для атома, находящегося вне кла-

стера. Если атом находится в пространстве между сферами, главный член в выражении для вклада в нерadiационную составляющую скорости распада вычисляется аналогичным способом – заменой сферических поверхностей плоскими. В данном случае атом будет расположен в пространстве с проницаемостью $\varepsilon = 1$ между двумя полубесконечными средами с проницаемостями ε_1 и ε_2 . Выражения для нерadiационной составляющей скорости распада для такого атома примут следующий вид.

Дипольный момент атома ориентирован тангенциально поверхности сферы:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_{\text{tang}}^{\text{nrad}} &= \frac{3}{128k_0^3} \text{Im} \left\{ \beta_2 \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_1 \beta_2)^n \right. \\
 & \times \left. \left\{ \frac{8}{[2(n+1/2)z_0 - z']^3} - \frac{\beta_1}{(n+1)^3 z_0^3} \right\} \right\} + \frac{3}{128k_0^3} \quad (39) \\
 & \times \text{Im} \left\{ \beta_1 \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_1 \beta_2)^n \left\{ \frac{8}{[2(n+1/2)z_0 + z']^3} - \frac{\beta_2}{(n+1)^3 z_0^3} \right\} \right\}.
 \end{aligned}$$

Дипольный момент атома ориентирован нормально к поверхности сферы:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_{\text{norm}}^{\text{nrad}} &= \frac{3}{64k_0^3} \text{Im} \left\{ \beta_2 \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_1 \beta_2)^n \right. \\
 & \times \left. \left\{ \frac{8}{[2(n+1/2)z_0 - z']^3} + \frac{\beta_1}{(n+1)^3 z_0^3} \right\} \right\} + \frac{3}{64k_0^3} \quad (40) \\
 & \times \text{Im} \left\{ \beta_1 \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_1 \beta_2)^n \left\{ \frac{8}{[2(n+1/2)z_0 + z']^3} + \frac{\beta_2}{(n+1)^3 z_0^3} \right\} \right\}.
 \end{aligned}$$

В выражениях (39) и (40)

$$\beta_1 = \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 1}; \quad \beta_2 = \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 1};$$

z' – координата точки нахождения атома, отсчитываемая от центра зазора; $2z_0$ – расстояние между границами сред.

5.3. Скорость спонтанного распада в случае идеально проводящих наносфер

Несмотря на то что в этом случае квазистатическая задача имеет явное решение, общие выражения для скорости распада будут громоздкими и труднообозримыми. Поэтому ниже рассмотрим частный случай двух одинаковых идеально проводящих наносфер ($-\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$).

5.3.1. Общие выражения для скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома вблизи кластера из двух одинаковых идеально проводящих наносфер

В случае идеально проводящих наносфер можно воспользоваться соотношениями (22) и (23) и из (34) получить явные выражения для наведенного дипольного момента:

$$\delta d_x = 2\sqrt{2}f(\mathbf{d}_0 \nabla') \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)c_{1n} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}, \\ \delta d_y &= 2\sqrt{2}f(\mathbf{d}_0\nabla') \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)d_{1n} \\ & \times \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \delta d_z &= -4\sqrt{2}f(\mathbf{d}_0\nabla') \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)c_{0n} \\ & \times \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} + 2\sqrt{2}f(\mathbf{d}_0\nabla')(A_1 - A_2) \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}, \end{aligned}$$

где

$$A_1 - A_2 = \frac{4}{2C_{12} + C_{11}} \sum_{n=0}^{\infty} c_{0n} \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}; \quad (42)$$

$$C_{11} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}; \quad (43)$$

$$C_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\exp[2(2n+1)\eta_0] - 1}.$$

Затем с помощью формулы (8) найдем явное выражение для скорости спонтанного распада (нерадиационный распад в случае идеально проводящих нанотел отсутствует).

5.3.2. Асимптотические выражения для скорости спонтанного распада при малых расстояниях между сферами

Несмотря на явный вид выражений для приведенного дипольного момента (41), их исследование является отдельной задачей. Тем не менее в наиболее интересном случае близко расположенных наносфер можно найти простые асимптотические выражения для индуцированного дипольного момента и скорости распада.

Атом расположен в центре кластера

Особый интерес представляет симметричная задача, т.е. случай, когда атом расположен посередине между двумя одинаковыми сферами ($\eta' = 0$ и $\xi' = \pi$). Не ограничивая общности, можно положить $\varphi' = 0$ и рассмотреть два случая ориентации дипольного момента атома.

Дипольный момент ориентирован вдоль оси x ($\mathbf{d}_0 = d_0\mathbf{e}_x$). Индуцированный дипольный момент можно найти с помощью выражений (41). Используя преобразование Ватсона, которое позволяет преобразовать медленно сходящийся ряд ($\eta_0 \rightarrow 0$) в быстро сходящийся, находим следующее выражение ($\delta d_y = \delta d_z = 0$) [27]:

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_x}{d_0} &= -1 + \frac{\pi}{\eta_0} \sum_{k=0}^{\infty} \left[1 + \frac{\pi^2}{\eta_0^2} (2k+1)^2 \right] \\ & \times \left\{ \cosh \left[\frac{\pi^2}{2\eta_0^2} (2k+1) \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (44)$$

Оставляя в (44) несколько первых членов, получим хорошую асимптотику в области малых η_0 :

$$\frac{\delta d_x}{d_0} = -1 + \frac{2\pi^3}{\eta_0^3} \exp\left(-\frac{\pi^2}{2\eta_0}\right) + \dots \quad (45)$$

Таким образом, при достаточном сближении наносфер скорость спонтанного распада расположенного между ними атома с дипольным моментом, направленным перпендикулярно оси, соединяющей центры сфер, оказывается близкой к нулю из-за того, что индуцированный на сферах дипольный момент полностью компенсирует дипольный момент атома.

Дипольный момент ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0\mathbf{e}_z$). В этом случае, используя преобразование Ватсона, получаем из (41) выражение ($\delta d_x = \delta d_y = 0$) [27]

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_z}{d_0} &= -1 + \frac{8\pi^3}{\eta_0^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{\cosh(\pi^2 k/\eta_0)} \\ & + \frac{2\sqrt{2}f}{d_0} (\mathbf{d}_0\nabla')(A_1 - A_2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}, \end{aligned} \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_0\nabla')(A_1 - A_2) &= \frac{8\sqrt{2}d_0}{(C_{11} + 2C_{12})f} \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}. \end{aligned}$$

Оставшиеся ряды в (46) в случае малых η_0 могут быть просуммированы с помощью преобразования Меллина, использование которого для нахождения асимптотик рядов подробно описано в книге Бухгольца [42]. В результате получаем следующую асимптотику ($\eta_0 \rightarrow 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_z}{d_0} &\approx -1 + \frac{16\pi^3}{\eta_0^3} \left[\exp\left(-\frac{\pi^2}{\eta_0}\right) + 4 \exp\left(-\frac{2\pi^2}{\eta_0}\right) + \dots \right] \\ & + \frac{2\zeta(2)}{[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]\eta_0^2} - \frac{1}{6[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \\ & \times \left\{ 1 + \zeta(2) + \frac{\zeta(2)}{6[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \\ & \times \left\{ \frac{1}{72} [\zeta(2) - 1] + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \right\} \\ & \times \left\{ \frac{1}{432} + \frac{43}{21600} \zeta(2) + \frac{\zeta(2)}{2592[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} \eta_0^2 + \dots \end{aligned} \quad (47)$$

Здесь ζ – дзета-функция Римана; $\gamma_E \approx 0.577216$ – постоянная Эйлера. Таким образом, скорость спонтанного распада атома, расположенного точно между сферами и имеющего дипольный момент, который направлен по линии, соединяющей центры сфер, неограниченно возрастает при сближении наносфер.

Атом расположен на поверхности одной из наносфер

Случай тангенциальной к поверхности ориентации дипольного момента тривиален: граничные условия приводят к тому, что скорости распадов возбужденного сос-

тояния атома становятся равными нулю. С физической точки зрения это связано с тем, что наведенный на сферах дипольный момент равен дипольному моменту атома.

Случай нормальной к поверхности сферы ориентации диполя ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$) более сложен, и мы рассмотрим только те ситуации, когда атом расположен на самой удаленной от центра системы ($\xi' \rightarrow 0$) и на самой близкой к нему ($\xi' = \pi$) точка поверхности. Не ограничивая общности, положим $\varphi' = 0$.

Для атома на самой удаленной от центра точке поверхности сферы ($\xi' \rightarrow 0$) выражение для наведенного дипольного момента имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_z}{d_0} &= 2 + \cosh \eta_0 + 16 \sinh^3 \left(\frac{\eta_0}{2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \\ &\times \frac{\exp[-(n+1/2)\eta_0]}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} + \frac{2\sqrt{2}f}{d_0} (\mathbf{d}_0 \nabla') (A_1 - A_2) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}, \end{aligned} \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_0 \nabla') (A_1 - A_2) &= - \frac{\sqrt{2} d_0}{(C_{11} + 2C_{12})f} \\ &\times \left\{ \sinh \eta_0 + 8 \sinh^3 \left(\frac{\eta_0}{2} \right) \right. \\ &\times \left. \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\exp[-(n+1/2)\eta_0]}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}. \end{aligned}$$

Для атома в самой близкой к центру точке поверхности ($\xi' = \pi$) с использованием преобразованием Ватсона выражение для наведенного дипольного момента принимает вид [27]

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_z}{d_0} &= -1 + \frac{8\pi^3}{\eta_0^3} \cosh^3 \left(\frac{\eta_0}{2} \right) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k^2}{\cosh(\pi^2 k / \eta_0)} \\ &+ \frac{2\sqrt{2}f}{d_0} (\mathbf{d}_0 \nabla') (A_1 - A_2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}, \end{aligned} \quad (49)$$

где

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_0 \nabla') (A_1 - A_2) &= \frac{8\sqrt{2} d_0}{(C_{11} + 2C_{12})f} \cosh^3 \left(\frac{\eta_0}{2} \right) \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\exp[(n+1/2)\eta_0]}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1}. \end{aligned}$$

Остальные компоненты дипольного момента по соображениям симметрии равны в обоих случаях нулю: $\delta d_x = \delta d_y = 0$.

Суммируя ряды (48) и (49) с помощью преобразования Меллина, в важном частном случае двух близко расположенных наносфер получим для наведенного дипольного момента достаточно простые выражения:

$$\frac{\delta d_z}{d_0} \approx -1 + \frac{7}{2} \zeta(3) - \frac{3\zeta^2(2)}{4[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} +$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{16} \left\{ 7\zeta(3) + \frac{\zeta(2)}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \right. \\ &\times \left. \left\{ 1 - \frac{3}{2} \zeta(2) + \frac{\zeta(2)}{6[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} \right\} \eta_0^2 + \dots \quad (\xi' \rightarrow 0), \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta d_z}{d_0} &\approx -1 - \frac{2\pi^3}{\eta_0^3} (8 + 3\eta_0^2 + \dots) \\ &\times \left[\exp\left(-\frac{\pi^2}{\eta_0}\right) - 4 \exp\left(-\frac{2\pi^2}{\eta_0}\right) + \dots \right] \\ &+ \frac{2\zeta(2)}{[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]\eta_0^2} - \frac{1}{6[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \\ &\times \left\{ 1 - 5\zeta(2) + \frac{\zeta(2)}{6[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \\ &\times \left\{ \frac{1}{72} [11\zeta(2) - 5] + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left\{ \frac{1}{432} - \frac{257}{21600} \zeta(2) \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\zeta(2)}{2592[\gamma_E + \ln(2/\eta_0)]} \right\} \right\} \eta_0^2 + \dots \quad (\xi' = \pi). \end{aligned} \quad (51)$$

Таким образом, если атом имеет дипольный момент, направленный по линии, соединяющей две идеально проводящие сферы, и находится на этой линии на поверхности одной из сфер, то при их сближении скорость спонтанного распада атома может как неограниченно возрастать (если атом находится на внутренней поверхности одной из наносфер), так и принимать конечные значения (если атом расположен на внешней поверхности сферы). В последнем случае скорость спонтанного распада увеличивается в $(7\zeta(3)/2)^2 \approx 17.7$ раза по сравнению со случаем расположения атома в свободном пространстве, что почти в два раза превышает увеличение скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома, расположенного на поверхности одиночной сферы, где имеет место увеличение в девять раз [15, 16].

5.4. Оптические свойства атома при больших расстояниях между сферами

В данном случае выражения для скорости спонтанного распада могут быть получены и без использования бисферических координат. Суть этого подхода заключается в замене сфер точечными диполями, поляризуемости которых равны поляризуемостям соответствующих сфер в однородном поле. Эта замена корректна, т. к. при больших расстояниях между сферами электрическое поле вблизи сфер почти однородно. После такой аппроксимации можно найти самосогласованным образом индуцированные на сферах дипольные моменты и связанные с ними отраженные поля. Далее, используя соотношения (7), (8) и (10), можно получить выражения для радиационной и нерадационной составляющих скорости спонтанного распада.

При выводе самосогласованной системы уравнений будем считать, что атом расположен в точке \mathbf{r}' ($\mathbf{r}' \equiv \mathbf{r}_0$) и имеет дипольный момент \mathbf{d}_0 . Обозначим дипольные моменты наносфер через \mathbf{d}_1 и \mathbf{d}_2 соответственно. Для большего удобства выберем в качестве полярной оси ось z . Пусть центры первой и второй сфер находятся в точках с

координатами z_1 и z_2 . В таком случае самосогласованная система уравнений для дипольных моментов будет иметь вид

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1 &= \alpha_1 [\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_1) + \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1)], \\ \mathbf{d}_2 &= \alpha_2 [\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_2) + \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2)], \\ \mathbf{E}_j(\mathbf{r}) &= -\frac{\mathbf{d}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|^3} + 3 \frac{(\mathbf{d}_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j))(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|^5} \quad (j = 0, 1, 2), \end{aligned} \tag{52}$$

где

$$\alpha_1 = \left(\frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2} \right) R_1^3, \quad \alpha_2 = \left(\frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2} \right) R_2^3$$

– поляризуемости сфер.

Система может быть решена в общем виде, но это решение довольно громоздко. В характерных случаях выражения для индуцированных дипольных моментов принимают сравнительно простой вид. Полагая $y' = 0$, получим при различных ориентациях дипольного момента следующие выражения.

Дипольный момент ориентирован вдоль оси x ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_x$):

$$\begin{aligned} d_{1x} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \\ &\times \left[-\frac{1}{\alpha_2 \rho_1^3} + \frac{1}{R_{12}^3 \rho_2^3} + 3x'^2 \left(\frac{1}{\alpha_2 \rho_1^5} - \frac{1}{R_{12}^3 \rho_2^5} \right) \right], \\ d_{2x} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \\ &\times \left[-\frac{1}{\alpha_1 \rho_2^3} + \frac{1}{R_{12}^3 \rho_1^3} + 3x'^2 \left(\frac{1}{\alpha_1 \rho_2^5} - \frac{1}{R_{12}^3 \rho_1^5} \right) \right], \end{aligned} \tag{53}$$

$$d_{1z} = 3d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - 4R_{12}^{-6}]^{-1} \left(\frac{z' - z_1}{\alpha_2 \rho_1^5} + 2 \frac{z' - z_2}{R_{12}^3 \rho_2^5} \right) x', \tag{54}$$

$$d_{2z} = 3d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - 4R_{12}^{-6}]^{-1} \left(\frac{z' - z_2}{\alpha_1 \rho_2^5} + 2 \frac{z' - z_1}{R_{12}^3 \rho_1^5} \right) x'.$$

Дипольный момент ориентирован вдоль оси y ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_y$):

$$\begin{aligned} d_{1y} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \left(-\frac{1}{\alpha_2 \rho_1^3} + \frac{1}{R_{12}^3 \rho_2^3} \right), \\ d_{2y} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \left(-\frac{1}{\alpha_1 \rho_2^3} + \frac{1}{R_{12}^3 \rho_1^3} \right). \end{aligned} \tag{55}$$

Дипольный момент ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$):

$$\begin{aligned} d_{1x} &= 3d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \left(\frac{z' - z_1}{\alpha_2 \rho_1^5} - \frac{z' - z_2}{R_{12}^3 \rho_2^5} \right) x', \\ d_{2x} &= 3d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - R_{12}^{-6}]^{-1} \left(\frac{z' - z_2}{\alpha_1 \rho_2^5} - \frac{z' - z_1}{R_{12}^3 \rho_1^5} \right) x', \\ d_{1z} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - 4R_{12}^{-6}]^{-1} \left\{ -\frac{1}{\alpha_2 \rho_1^3} - \frac{2}{R_{12}^3 \rho_2^3} + \right. \end{aligned} \tag{56}$$

$$\left. + 3 \left[\frac{(z' - z_1)^2}{\alpha_2 \rho_1^5} + 2 \frac{(z' - z_2)^2}{R_{12}^3 \rho_2^5} \right] \right\}, \tag{57}$$

$$\begin{aligned} d_{2z} &= d_0 [(\alpha_1 \alpha_2)^{-1} - 4R_{12}^{-6}]^{-1} \left\{ -\frac{1}{\alpha_1 \rho_2^3} - \frac{2}{R_{12}^3 \rho_1^3} \right. \\ &\left. + 3 \left[\frac{(z' - z_2)^2}{\alpha_1 \rho_2^5} + 2 \frac{(z' - z_1)^2}{R_{12}^3 \rho_1^5} \right] \right\}. \end{aligned}$$

В (53)–(57) величина $\rho_{1,2} = [x'^2 + (z' - z_{1,2})^2]^{1/2}$, а все не указанные компоненты индуцированного дипольного момента равны нулю.

Замечательной особенностью выражений (53)–(57) является то, что они справедливы при любом расположении атома относительно сфер, в том числе и на их поверхностях. Это связано с тем, что в квазистатическом режиме дипольный момент наносферы всегда равен произведению поляризуемости на поле диполя (атома) в центре сферы. С помощью выражений (53)–(57) можно найти полный дипольный момент системы $\mathbf{d}_{\text{tot}} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2$, а с помощью (8) – скорость спонтанного распада.

Знание индуцированных дипольных моментов наносфер позволяет найти возбуждаемое или отраженное поле и затем, в соответствии с (7), скорость нерадиационного распада. В случае $y' = 0$ имеем следующие выражения.

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_x$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_x^{\text{nrad}} &= \frac{3}{2k_0^3 d_0} \text{Im} \left\{ -\frac{d_{1x}}{\rho_1^3} - \frac{d_{2x}}{\rho_2^3} + 3x'^2 \left(\frac{d_{1x}}{\rho_1^5} + \frac{d_{2x}}{\rho_2^5} \right) \right. \\ &\left. + 3x' \left[\frac{d_{1z}(z' - z_1)}{\rho_1^5} + \frac{d_{2z}(z' - z_2)}{\rho_2^5} \right] \right\}. \end{aligned} \tag{58}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси y ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_y$):

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_y^{\text{nrad}} = \frac{3}{2k_0^3 d_0} \text{Im} \left(-\frac{d_{1y}}{\rho_1^3} - \frac{d_{2y}}{\rho_2^3} \right). \tag{59}$$

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right)_z^{\text{nrad}} &= \frac{3}{2k_0^3 d_0} \\ &\times \text{Im} \left\{ -\frac{d_{1z}}{\rho_1^3} - \frac{d_{2z}}{\rho_2^3} + 3 \left[\frac{d_{1z}(z' - z_1)^2}{\rho_1^5} + \frac{d_{2z}(z' - z_2)^2}{\rho_2^5} \right] \right. \\ &\left. + 3x' \left[\frac{d_{1x}(z' - z_1)}{\rho_1^5} + \frac{d_{2x}(z' - z_2)}{\rho_2^5} \right] \right\}. \end{aligned} \tag{60}$$

Поскольку выражения (58)–(60) получены в приближении дипольного взаимодействия, они будут совпадать только с главными членами асимптотических выражений, которые можно получить из (17) с помощью непосредственного решения рекуррентных уравнений (20) и (21) в пределе двух малых сфер ($R_1, R_2 \ll R_{12}$), т. к. более точная асимптотическая формула должна учитывать высшие мультипольные члены (квадрупольные, октупольные и т. д.), присутствующие в поле излучения кластера из двух наносфер, как это следует из общих выра-

жений (35)–(37). При этом асимптотические формулы для нерadiационной составляющей скорости распада будут непригодны при малом расстоянии от атома до одной из наносфер. Эти параметры для атома, находящегося вблизи поверхности нанотела, могут неограниченно возрастать (см. формулы (35)–(37)), в то время как их значения, получаемые из модели трех диполей, всегда остаются конечными. Полный дипольный момент атома и наносферы вычисляется в приближении дипольного взаимодействия независимо от положения атома и от вещества, из которого изготовлена сфера. Таким образом, асимптотические выражения (35)–(37) и, как следствие, выражения для радиационной составляющей скорости спонтанного распада пригодны и в случае атома, находящегося на поверхности одной из наносфер.

Отметим также, что в случае кластера из идеально проводящих наносфер асимптотические выражения для скорости спонтанного распада можно получить из (53)–(57) с помощью (8), если положить $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \rightarrow -\infty$ ($\alpha_1 = R_1^3$, $\alpha_2 = R_2^3$).

5.5. Графические иллюстрации и обсуждение результатов

На рис.4 представлена зависимость радиационной составляющей скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома, расположенного в центре кластера из двух одинаковых серебряных сфер, от длины волны. Диэлектрические проницаемости серебра для различных длин волн [44] были стандартным образом интерполированы, для того чтобы обеспечить гладкость зависи-

мости. Видно, что значительное ускорение радиационного распада происходит в основном для атома с z -ориентацией дипольного момента (рис.4,б). При поперечной относительно оси z ориентации диполя ускорение распада также происходит (рис.4,а), однако в отличие от атома с продольной ориентацией дипольного момента эта зависимость имеет другой характер. Если сферы расположены достаточно близко одна к другой, то диполь с поперечной ориентацией, расположенный между сферами, практически не испытывает радиационного распада. При удалении сфер друг от друга радиационная составляющая скорости распада сначала возрастает, а затем медленно убывает до единицы, т. е. до значения, соответствующего относительной скорости распада в свободном пространстве. Кроме того, существуют определенные длины волн, на которых происходит значительное ускорение радиационного распада. Это ускорение связано с возбуждением в кластере плазмонных колебаний, свойства которых определяются расстоянием между наносферами [21]. Задавая расстояние между наночастицами, можно выделять длину волны, для которой радиационная составляющая скорости распада будет существенно увеличиваться. Это свойство можно использовать, например, при создании нового типа наносенсоров на основе пар наночастиц, способных детектировать отдельные атомы.

На рис.5 представлены зависимости радиационной составляющей скорости спонтанного распада атома, находящегося вблизи кластера из двух серебряных наносфер (для серебра $\varepsilon = -7.06 + i0.213$ при $\lambda = 450.8$ нм [44])

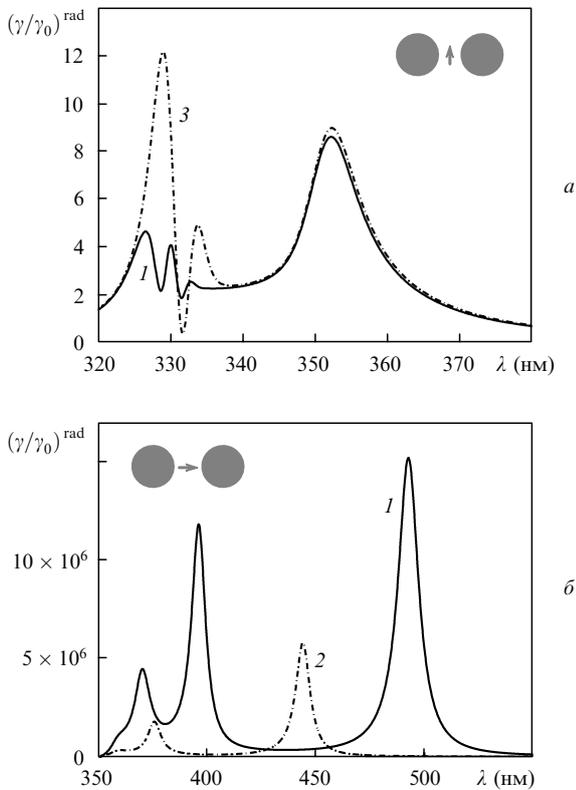


Рис.4. Зависимости радиационной составляющей скорости спонтанного распада для атома, находящегося вблизи кластера из двух серебряных наносфер [44], от длины волны. Атом расположен в центре кластера и имеет дипольный момент, направленный перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояния между их центрами $R_{12} = 101$ (1), 102 (2) и 103 нм (3).

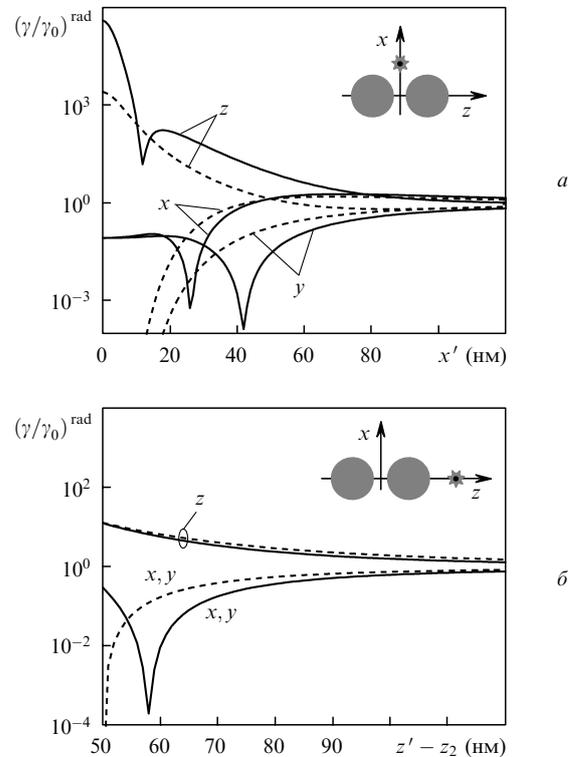


Рис.5. Радиационная составляющая скорости спонтанного распада как функция расстояния от атома до кластера из двух серебряных наносфер (сплошные кривые). Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Атом удаляется по оси x (а) и по оси z (б). Дипольные моменты атома направлены вдоль осей x , y и z . Штриховые кривые соответствуют кластеру из двух идеально проводящих наносфер.

от расстояния от атома до кластера. Видно, что по мере удаления атома от кластера радиационная составляющая скорости спонтанного распада стремится к значению, соответствующему скорости распада в свободном пространстве. Наиболее интересен здесь немонотонный характер зависимостей с провалами в некоторых диапазонах x' , которые возникают для атома с поперечной ориентацией дипольного момента и соответствуют уменьшению радиационной составляющей скорости спонтанного распада. Для атома с продольной ориентацией дипольного момента при его удалении с поверхности наносферы по оси z (рис.5,б) зависимость для радиационной составляющей скорости спонтанного распада имеет монотонный характер, как и в случае идеально проводящих сфер.

На рис.6 показаны зависимости нерадиационной составляющей скорости распада от длины волны излучения. Из рис.6,а хорошо видно, что для атома, находящегося в центре кластера из серебряных наносфер и имеющего поперечную ориентацию дипольного момента, преобладающим будет нерадиационный распад, как это следует из сравнения с рис.4,а. Сравнивая зависимости радиационной и нерадиационной составляющих скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома с продольной ориентацией дипольного момента от длины волны (рис.4,б и 6,б), замечаем, что при малом расстоянии между сферами нерадиационный распад преобладает в основном в коротковолновой (УФ) области спектра. Для двух резонансов на $\lambda \sim 396$ и ~ 493 нм при рас-

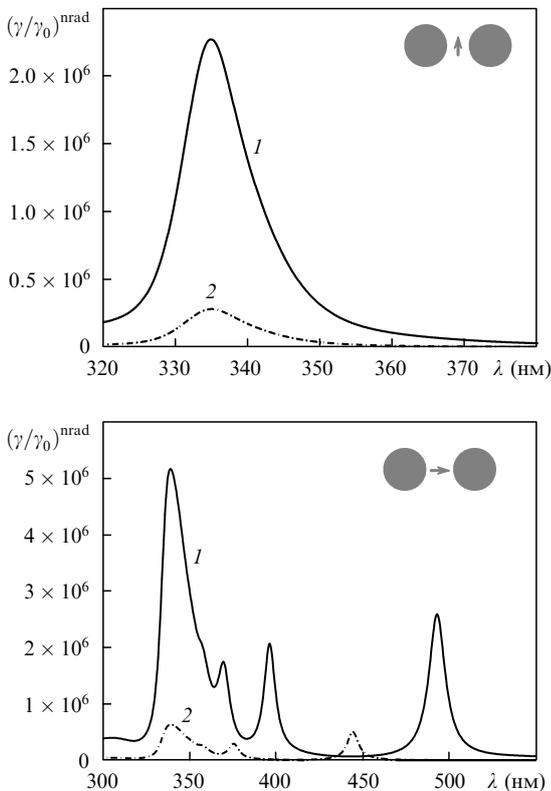


Рис.6. Зависимости нерадиационной составляющей скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома, находящегося вблизи кластера из серебряных наносфер [44], от длины волны. Атом расположен в центре кластера и имеет дипольный момент, направленный перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояния между их центрами $R_{12} = 101$ (1) и 102 нм (2).

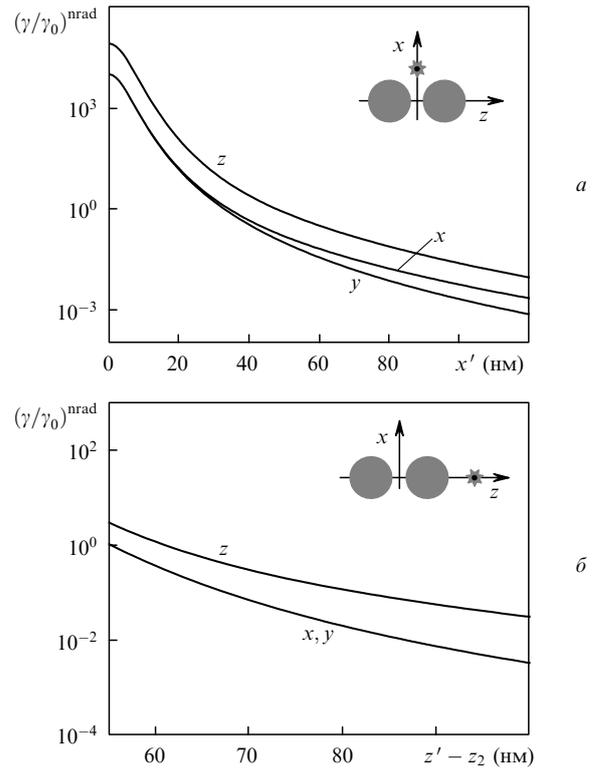


Рис.7. Нерадиационная составляющая скорости спонтанного распада как функция расстояния от атома до кластера из двух серебряных наносфер. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Атом удаляется по оси x (а) и по оси z (б). Дипольные моменты атома направлены вдоль осей x , y и z .

стоянии между центрами сфер 101 нм преобладающим будет радиационный распад. Эти две длины волны соответствуют модам, для которых заряд скапливается в основном на внутренней поверхности наносфер в кластере [21].

На рис.7 представлено поведение нерадиационной составляющей скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома при его удалении от кластера из двух серебряных наносфер с $\epsilon = -7.06 + i0.213$ ($\lambda = 450.8$ нм [44]). Хорошо видно, что данные зависимости являются монотонно убывающими. При удалении атома по оси z (полярной оси) с поверхности одной из сфер (рис.7,б) уже на расстояниях $\sim 0.1R_0$ от поверхности можно пренебречь нерадиационными потерями, поскольку в этом случае для атома с продольной ориентацией дипольного момента (ср. с рис.5,б) радиационная составляющая скорости спонтанного распада почти на порядок больше нерадиационной. Для атома с поперечной ориентацией дипольного момента (рис.5,б и 7,б) необходимо учитывать нерадиационную составляющую скорости распада, поскольку на кривой на рис.5,б имеется область существенного уменьшения радиационной составляющей скорости распада. Пренебречь нерадиационной составляющей скорости распада здесь можно уже на расстояниях $\sim 0.4R_0$ от поверхности. В случае атома с продольной ориентацией дипольного момента, удаляющегося от центра кластера по оси x (рис.7,а), в результате имеющегося в пространстве между сферами увеличения как радиационной, так и нерадиационной составляющей скорости распада расстояние, начиная с которого можно пренебречь нерадиационной составляющей скорости, равно $\sim 1.6R_0$. Для атома с поперечной ориентацией ди-

польного момента это расстояние приблизительно такое же.

Хотя серебро и является материалом с относительно малым поглощением, структура плазмонных резонансов в кластере из двух серебряных наносфер только в самых общих чертах согласуется со спектрами, показанными на рис.3. Для более яркой демонстрации спектров следует использовать металл с меньшим поглощением. На рис.8 представлены зависимости от длины волны радиационной составляющей скорости спонтанного распада для атома в центре кластера из двух одинаковых наносфер, расположенных в среде с диэлектрической проницаемостью, равной единице, и изготовленных из гипотетического материала с $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''/30$, где ϵ' и ϵ'' – действительная и мнимая части проницаемости серебра [44]. Тонкую структуру резонансов (рис.4) для кластера из серебряных наносфер проясняет рис.8. Если дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно полярной оси, то в спектре радиационной составляющей скорости распада присутствуют Т- и М-моды (рис.8,а), а L-моды не возбуждаются. Очевидно, что возбуждение только этих мод объясняется симметрией индуцированного заряда на поверхности сфер относительно плоскости $z = 0$ [21]. Если же дипольный момент атома направлен вдоль полярной оси (рис.8,б), то ситуация меняется на обратную: возбуждаются только L-моды, что, в свою очередь, также обусловлено симметрией источника возбуждения – распределение заряда на сферах должно быть анти-

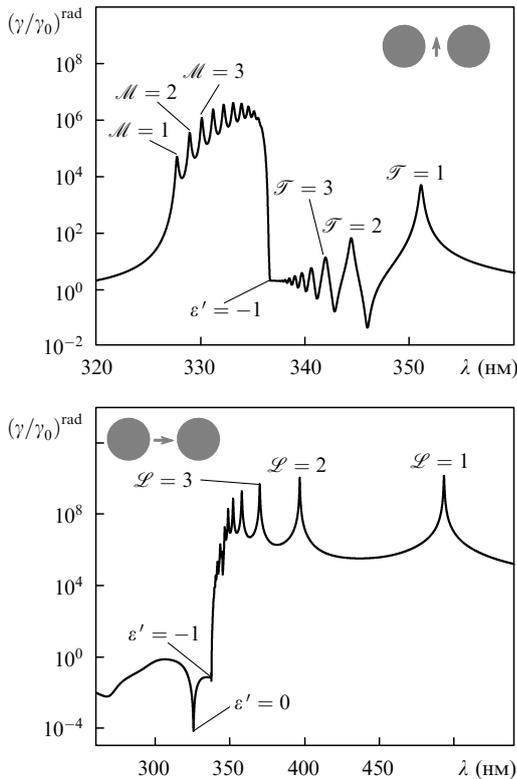


Рис.8. Радиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, находящегося в центре кластера из двух наносфер, изготовленных из гипотетического материала с проницаемостью $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''/30$, где ϵ' и ϵ'' – действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости серебра [44], как функция длины волны. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Указаны резонансы, отвечающие возбуждению соответствующих мод (L-, M- и Т-мод).

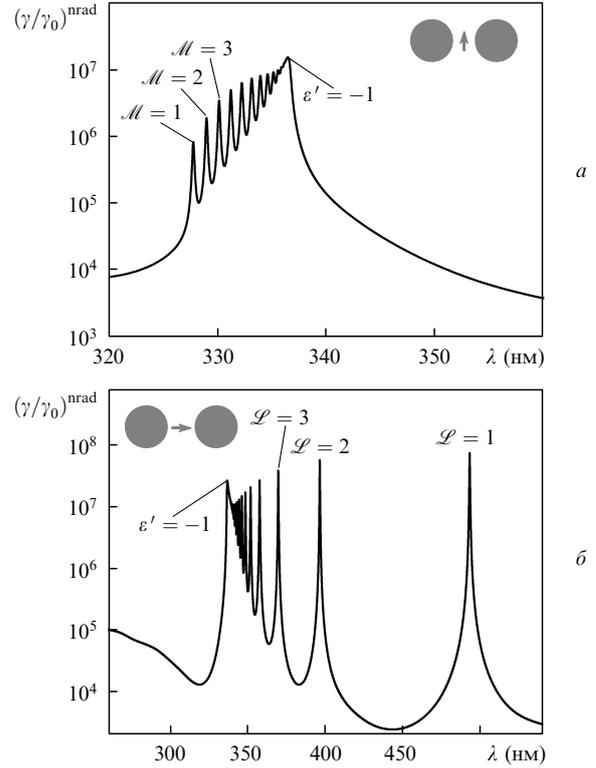


Рис.9. Нерадиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, находящегося в центре кластера из двух наносфер, изготовленных из гипотетического материала типа серебра (см. подпись к рис.8), как функция длины волны. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сферы равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм.

симметричным по отношению к плоскости $z = 0$. Отметим также, что при уменьшении длины волны (при переходе через точку, соответствующую $\epsilon' = -1$) для атома с поперечной ориентацией дипольного момента Т-моды сменяются М-модами (рис.8,а). В случае возбуждения атома с продольной относительно оси z ориентацией дипольного момента (рис.8,б) резонансные явления при аналогичном переходе через точку, соответствующую $\epsilon' = -1$, не наблюдаются, характерным является лишь провал в зависимости, соответствующий $\epsilon' = 0$. Следует также отметить, что при достаточном увеличении расстояния между наносферами ($R_{12}/(2R_0) \geq 1.2$) для атома, расположенного в центре кластера и имеющего поперечную ориентацию дипольного момента, радиационный распад будет происходить только по Т-модам, как это следует из соответствующих зависимостей для резонансной диэлектрической проницаемости М-мод (рис.3).

На рис.9 представлены зависимости нерадиационной составляющей скорости распада для атома, расположенного в центре кластера из двух сферических наночастиц, изготовленных из гипотетического вещества типа серебра. Видно, что нерадиационный распад происходит только по М-модам (рис.9,а) и L-модам (рис.9,б). Для атома с поперечной ориентацией дипольного момента при увеличении длины волны возникает медленно спадающая огибающая (рис.9,а), а распад по Т-модам при переходе через точку, соответствующую $\epsilon' = -1$, не наблюдается. Отличительной особенностью Т-мод является то, что при малых расстояниях между наносферами заряд, отвечающий данной моде, сосредоточен, в основном, на

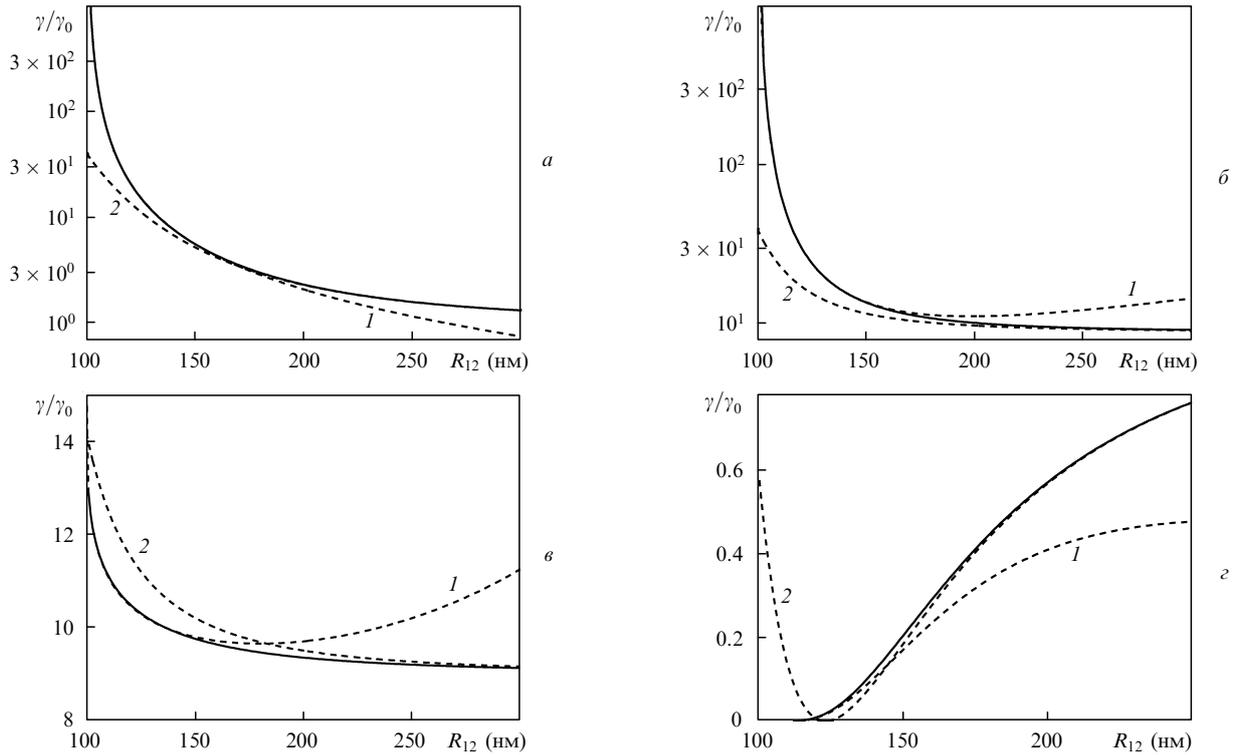


Рис. 10. Скорость спонтанного распада возбужденного состояния атома как функция расстояния между идеально проводящими наносферами (сплошные кривые). Радиусы сфер равны 50 нм. Атом с z -ориентацией дипольного момента расположен в центре кластера (a), на поверхности одной из сфер с внутренней ($б$) и с внешней ($в$) стороны, атом с x -ориентацией дипольного момента расположен в центре кластера ($г$). Штриховые кривые 1 и 2 – асимптотики при $\eta_0 \rightarrow 0$ и $\eta_0 \rightarrow \infty$ соответственно.

внешней поверхности наносфер [21], а на внутренней поверхности (наиболее близкой к рассматриваемому положению атома) заряда практически нет. Это обуславливает отсутствие нерадиационного распада по Т-модам (см. рис.9,а).

Заметим, что, как и в случае радиационного распада, справедливо утверждение о связи симметрии положения источника и распределения поверхностного заряда относительно плоскости $z = 0$, что приводит к возбуждению только М-, Т- или только Л-мод в зависимости от ориентации дипольного момента атома. Заметим также, что если сместить атом с оси, то вследствие изменения симметрии положения источника следует ожидать возбуждения всех возможных типов мод как для радиационного, так и для нерадиационного спонтанного распада возбужденного состояния атома.

На рис.10 даны зависимости скорости распада для атома, находящегося в характерных точках системы, от расстояния между идеально проводящими сферами и соответствующие им асимптотики. Хорошо видно значительное увеличение при уменьшении R_{12} скорости распада атома с z -ориентацией дипольного момента, находящегося внутри кластера (рис.10,а, б). Из рис.10 также следует, что полученные в данной работе асимптотические выражения (47), (50) и (51) вместе с (53)–(60) позволяют описать весь диапазон изменения скорости спонтанного распада для атома, находящегося вблизи двух сфер.

На рис.11,а представлена радиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, расположенного вблизи кластера из двух наносфер, при большом расстоянии между сферами в зависимости от ϵ . Видно, что асимптотические формулы для наведенного дипольного момента (53)–(57), полученные с помощью модели

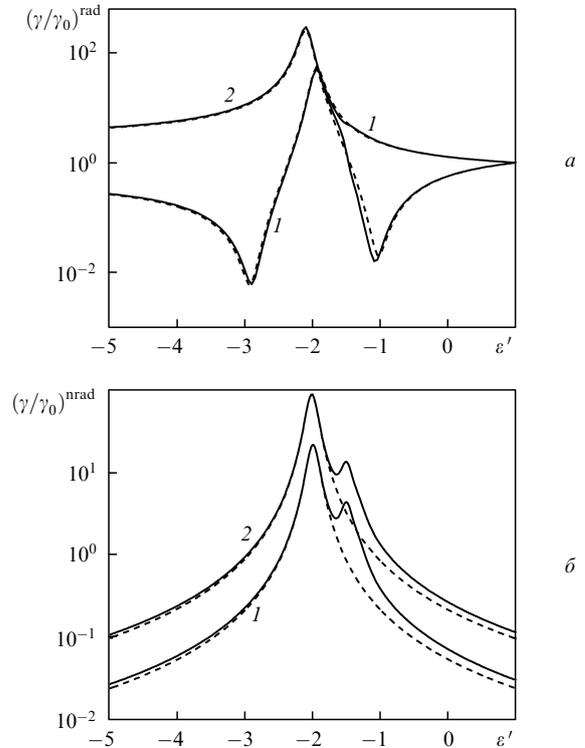


Рис.11. Асимптотические зависимости, полученные по модели трех диполей (52) (штриховые кривые) и зависимости, полученные с помощью точного решения рекуррентных уравнений (20) и (21) (сплошные кривые), от диэлектрической проницаемости $\epsilon = \epsilon' + i0.1$ для радиационной составляющей скорости спонтанного распада и $R_{12} = 200$ нм (a), а также нерадиационной составляющей скорости и $R_{12} = 400$ нм, $k_0 R_0 = 0.1$ ($б$). Радиусы сфер 50 нм. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (1) и параллельно (2) полярной оси.

трех диполей (52), достаточно хорошо описывают радиационную составляющую скорости уже на расстояниях $R_{12} \simeq 4R_0$ (для одинаковых сфер), на которых наносферы можно рассматривать как точечные диполи.

В случае нерадиационной составляющей скорости спонтанного распада (рис.11,б) асимптотические выражения (58) – (60), полученные с помощью модели трех диполей и соответственно учитывающие только дипольный вклад, отличаются от решения, полученного с помощью рекуррентных уравнений. Видно, что дипольные вклады почти полностью отвечают дипольным членам точного решения уже на расстояниях $R_{12} \geq 8R_0$. Резонансы в зависимостях, соответствующие $\varepsilon' = -3/2, -4/3, \dots$, определяются вкладом квадрупольных, октупольных и других мультипольных членов. Учесть их в рамках модели трех диполей не представляется возможным.

До сих пор мы рассматривали скорость спонтанного распада в предположении малости радиуса наночастицы по сравнению с длиной волны излучения. Очевидно, что учет конечности размера частицы изменит вид рассматриваемых зависимостей. Проследим это изменение на конкретном примере. На рис.12 представлена радиационная составляющая скорости спонтанного распада, вычисленная исходя из используемой в данной работе модели (сплошные кривые) и полученная численным решением полной системы уравнений Максвелла (штриховые кривые) [26]. В качестве примера рассматривался кластер из двух наносфер с радиусами 50 нм, т. е. общий размер кластера был равен ~ 200 нм, что не очень мало по сравнению с длиной волны излучения. Хорошо видно, что учет конечного размера наночастиц приводит к изменению амплитуды резонанса и сдвигу резонансной длины волны. При этом первое изменение объясняется учетом вкладов малых мнимых поправок по волновому числу в резонансную диэлектрическую проницаемость кластера. Сдвиг положения резонанса определяется вкладом действительных поправок.

Выше для демонстрации сложной структуры плазмонных резонансов мы использовали гипотетический материал типа серебра, поскольку не нашли подходящего металла с малыми потерями в оптической области. Однако в ИК области подходящие характеристики имеет SiC за счет существования фонон-поляритонных резонансов [3]. На рис.13 представлена радиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, расположенного в центре кластера из двух наносфер из SiC [45], как функция длины волны. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Указаны резонансы, отвечающие возбуждению соответствующих мод (L-, M- и T-мод).

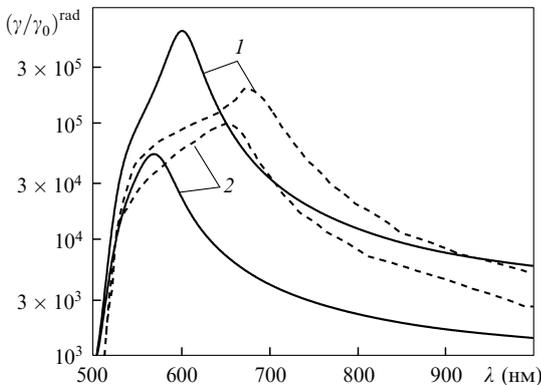


Рис.12. Радиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, расположенного посередине между двумя золотыми наносферами [44] и имеющего дипольный момент, направленный вдоль полярной оси, как функция длины волны. Штриховые кривые соответствуют данным, взятым из работы [26]. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ (1) и 102 нм (2).

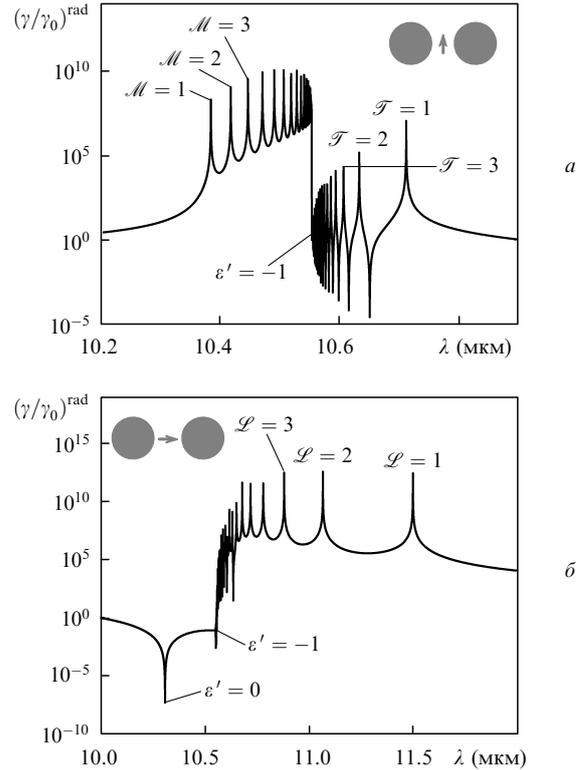


Рис.13. Радиационная составляющая скорости спонтанного распада для атома, расположенного в центре кластера из двух наносфер из SiC [45], как функция длины волны. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Указаны резонансы, отвечающие возбуждению соответствующих мод (L-, M- и T-мод).

вляющая скорости спонтанного распада для атома, расположенного между двумя наносферами из SiC (диэлектрическая проницаемость взята из работы [45]). Наблюдается качественное совпадение картин возбуждаемых резонансов для SiC и гипотетического вещества (см. рис.8).

6. Сдвиг частоты излучения атома, расположенного вблизи кластера из двух наносфер

6.1. Сдвиг частоты в общем случае слабо поглощающих наносфер

В этом случае можно пренебречь мнимой частью функции Грина по сравнению с ее действительной частью и, в соответствии с (10), необходимо вычислить средний дипольный момент перехода между рассматриваемыми уровнями. В случае одноэлектронных (водородоподобных) атомов выражения для средних могут быть получены в общем виде. В качестве примера рассмотрим переход из P-состояния с волновой функцией $|P\rangle$ в S-состояние с волновой функцией $|S\rangle$.

Состояние S – сферически симметричное, для него мы легко получим выражение

$$\langle S|d_{0\alpha}d_{0\beta}|S\rangle = e^2 r_0^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad (61)$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера; $r_0 = \hbar^2 / (m_e e^2 Z)$ – характерное атомное расстояние; e, m_e – заряд и масса электрона; Z – номер ядра в системе Менделеева.

Состояние P трижды вырождено по проекции M орбитального квантового числа, например, на ось z. Мы будем рассматривать линейные комбинации волновых функций этих состояний, чтобы описать состояния атома с определенной ориентацией дипольного момента перехода вдоль различных осей:

$$\begin{aligned}
 |P, x\rangle &= \frac{|P, M = 1\rangle + |P, M = -1\rangle}{\sqrt{2}}, \\
 |P, y\rangle &= \frac{|P, M = 1\rangle - |P, M = -1\rangle}{i\sqrt{2}}, \\
 |P, z\rangle &= |P, M = 0\rangle.
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

Для этих состояний

$$\langle P, x | d_{0x} d_{0\beta} | P, x \rangle = 6e^2 r_0^2 \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},
 \tag{63}$$

$$\langle P, y | d_{0x} d_{0\beta} | P, y \rangle = 6e^2 r_0^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},
 \tag{64}$$

$$\langle P, z | d_{0x} d_{0\beta} | P, z \rangle = 6e^2 r_0^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.
 \tag{65}$$

Таким образом, для перехода P → S вклад будут давать только диагональные члены функции Грина G_{αβ}⁽⁰⁾(r', r') (α = β). Следовательно, в соответствии с (10) сдвиг частоты излучения для различных ориентаций дипольного момента будет определяться выражениями

$$\begin{aligned}
 \Delta\omega_x &= -\frac{1}{2\hbar} e^2 r_0^2 \text{Re} [17G_{xx}^{(0)} + 5G_{yy}^{(0)} + 5G_{zz}^{(0)}], \\
 \Delta\omega_y &= -\frac{1}{2\hbar} e^2 r_0^2 \text{Re} [5G_{xx}^{(0)} + 17G_{yy}^{(0)} + 5G_{zz}^{(0)}], \\
 \Delta\omega_z &= -\frac{1}{2\hbar} e^2 r_0^2 \text{Re} [5G_{xx}^{(0)} + 5G_{yy}^{(0)} + 17G_{zz}^{(0)}].
 \end{aligned}
 \tag{66}$$

В случае классического (лоренцевского) атома сдвиг частоты излучения относительно центральной частоты ω₀ дается следующим выражением [38]:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3 d_0^2} \text{Re} [d_{0x} d_{0\beta} G_{\alpha\beta}^{(0)}(r', r') + \dots].
 \tag{67}$$

В частных случаях ориентации дипольного момента перехода имеем соотношения

$$\begin{aligned}
 \Delta\omega_x &= -\frac{3\gamma_0}{4k_0^3} \text{Re} G_{xx}^{(0)}, \\
 \Delta\omega_y &= -\frac{3\gamma_0}{4k_0^3} \text{Re} G_{yy}^{(0)}, \\
 \Delta\omega_z &= -\frac{3\gamma_0}{4k_0^3} \text{Re} G_{zz}^{(0)}.
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

Сравнивая (66) и (68), легко видеть, что, зная классические сдвиги частоты (68), несложно найти их квантово-механические аналоги (66). Поэтому, не ограничивая общности, далее мы будем рассматривать классическое выражение для сдвига частоты (67).

Сравнивая выражения для нерадиационной составляющей скорости распада (7) с выражением для смещения частоты (67), видим, что для нахождения главного члена в (67), определяемого квазистатическим вкладом поля, в формулах (35)–(37) множители Im{...} нужно заменить на множители Re{...} и умножить полученные выражения на -1/2. Поэтому приводить данные выражения в явном виде здесь не будем.

6.2. Сдвиг частоты спонтанного излучения в случае идеально проводящих наносфер

В случае идеально проводящих наносфер из (67) можно получить явные выражения для сдвига частоты. Для этого требуется определить отраженное поле в точке нахождения атома. В общем случае наносфер разного радиуса эти выражения оказываются чрезвычайно громоздкими, поэтому для большей наглядности целесообразно рассмотреть частный случай двух одинаковых наносфер. В данном частном случае получим следующие выражения (φ' = 0) [28].

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси x (d₀ = d₀e_x):

а) атом расположен на оси x (η' = 0):

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} &= -\frac{3}{4k_0^3} \text{Re} G_{xx}^{(0)}(x', x') = -\frac{3(1 - \cos \xi')}{4(k_0 f)^3} \\
 &\times \left\{ \frac{1}{2} \sin^2 \xi' \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [2 - \delta(m, 0)] \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \right. \\
 &+ (1 - \cos \xi') \sin \xi' \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [2 - \delta(m, 0)] \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \\
 &\times \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \frac{\partial [P_n^m(\cos \xi')]^2}{\partial \xi'} + 2(1 - \cos \xi')^2 \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [2 - \delta(m, 0)] \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \\
 &\times \left. \left[\frac{\partial P_n^m(\cos \xi')}{\partial \xi'} \right]^2 \right\} + \frac{3(1 - \cos \xi')}{C_{11}(k_0 f)^3} \\
 &\times \left\{ \frac{1}{2} \sin \xi' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_n(\cos \xi')}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + (1 - \cos \xi') \right. \\
 &\times \left. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} \frac{\partial P_n(\cos \xi')}{\partial \xi'} \right\}^2;
 \end{aligned}
 \tag{69}$$

б) атом расположен на оси z:

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} &= -\frac{3}{4k_0^3} \text{Re} G_{xx}^{(0)}(z', z') = -\frac{3(\cosh \eta' \pm 1)^3}{4(k_0 f)^3} \\
 &\times \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\},
 \end{aligned}
 \tag{70}$$

где верхний знак соответствует атому, расположенному между сферами ($\xi' = \pi$), а нижний – атому, расположенному за одной из сфер ($\xi' \rightarrow 0$).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси y ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_y$):

атом расположен на оси x ($\eta' = 0$):

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3} \operatorname{Re} G_{yy}^{(0)}(x', x') = -\frac{3(1 - \cos \xi')^3}{(k_0 f)^3 \sin^2 \xi'} \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n m^2 \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}. \quad (71)$$

Случаи, когда атом расположен на оси z между сферами и за одной из сфер, идентичны случаям, описываемым формулой (70).

Дипольный момент атома ориентирован вдоль оси z ($\mathbf{d}_0 = d_0 \mathbf{e}_z$):

а) атом расположен на оси x ($\eta' = 0$):

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3} \operatorname{Re} G_{zz}^{(0)}(x', x') = -\frac{3(1 - \cos \xi')^3}{2(k_0 f)^3} \times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n [2 - \delta(m, 0)] \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{[P_n^m(\cos \xi')]^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} + \frac{3(1 - \cos \xi')^3}{(k_0 f)^3 (2C_{12} + C_{11})} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{P_n(\cos \xi')}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}^2;$$

б) атом расположен на оси z :

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{3}{4k_0^3} \operatorname{Re} G_{zz}^{(0)}(z', z') = -\frac{3(\cosh \eta' \pm 1)}{2(k_0 f)^3} \times (\tilde{A}_1 \tilde{B}_1 + \tilde{A}_2 \tilde{B}_2) - \frac{3(\cosh \eta' \pm 1)}{4(k_0 f)^3} \times \left\{ \frac{1}{2} \sinh^2 \eta' \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} + \sinh \eta' (\cosh \eta' \pm 1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) \times \sinh[(2n+1)\eta'] \left\{ \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{1}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} + 2(\cosh \eta' \pm 1)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \times \left\{ \frac{\sinh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\cosh^2[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} \right\}, \quad (73)$$

где

$$\tilde{A}_1 = -\frac{C_{11} \tilde{B}_1 + C_{12} (\tilde{B}_1 + \tilde{B}_2)}{(2C_{12} + C_{11}) C_{11}}; \quad (74)$$

$$\tilde{A}_2 = -\frac{C_{12} (\tilde{B}_1 + \tilde{B}_2) + C_{11} \tilde{B}_2}{(2C_{12} + C_{11}) C_{11}};$$

выражения для C_{11} и C_{12} даны в (43);

$$\tilde{B}_1 = \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} - \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} + (\cosh \eta' \pm 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2}\right) \times \left\{ \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} - \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}; \quad (75)$$

$$\tilde{B}_2 = \frac{1}{2} \sinh \eta' \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\} + (\cosh \eta' \pm 1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(n + \frac{1}{2}\right) \times \left\{ \frac{\sinh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1} + \frac{\cosh[(n+1/2)\eta']}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}. \quad (76)$$

В выражениях (73), (75) и (76) верхний знак соответствует атому, расположенному между сферами ($\xi' = \pi$), а нижний – атому, расположенному за одной из сфер ($\xi' \rightarrow 0$).

6.2.1. Асимптотические выражения при малых расстояниях между сферами

В случае малых расстояний между сферами удается получить простые асимптотические выражения для сдвига частоты, не используя общие соотношения (69)–(73). Тем не менее просуммировать возникающие ряды удается не всегда. Рассмотрим частный случай, когда атом расположен посередине между сближающимися сферами. Воспользовавшись, например, формулами (71) и (72), получим следующие выражения ($\varphi' = 0$).

Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно полярной оси:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{6}{(k_0 f)^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{\exp[(2n+1)\eta_0] + 1}. \quad (77)$$

Дипольный момент атома ориентирован параллельно полярной оси:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{12}{(k_0 f)^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1/2)^2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} + \frac{24}{(2C_{12} + C_{11})(k_0 f)^3} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1/2}{\exp[(2n+1)\eta_0] - 1} \right\}^2. \quad (78)$$

В случае двух сближающихся сфер ($\eta_0 \rightarrow 0$) выражения (77) и (78) можно просуммировать с помощью преобразования Меллина. В результате получим следующие выражения [28].

Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно полярной оси:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = -\frac{1}{(k_0 R_0)^3} \left\{ \frac{9\zeta(3)}{8\eta_0^6} - \frac{3}{16\eta_0^4} [3\zeta(3) + 4 \ln 2] + \frac{1}{320\eta_0^2} [51\zeta(3) + 120 \ln 2 + 17] - \frac{1}{160} \left[\frac{457}{84} \zeta(3) + 17 \ln 2 + \frac{1685}{504} \right] + \dots \right\}. \quad (79)$$

Дипольный момент атома ориентирован параллельно полярной оси:

$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_0} = & -\frac{1}{(k_0 R_0)^3} \\ & \times \left\{ \frac{3\zeta(3)}{\eta_0^6} - \frac{1}{2\eta_0^4} \left[3\zeta(3) + \frac{3}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} - 1 \right] + \frac{1}{480\eta_0^2} \right. \\ & \times \left\{ 204\zeta(3) + \frac{10}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left[30 + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \right] - 127 \right\} \\ & - \frac{1}{604800} \left\{ 54840\zeta(3) + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left\{ 103320 \right. \right. \quad (80) \\ & \left. \left. + \frac{1}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \left[5103 + \frac{175}{\gamma_E + \ln(2/\eta_0)} \right] \right\} - 46940 \right\} + \dots \end{aligned}$$

Из формул (79) и (80) видно, что сдвиг частоты спонтанного излучения атома, расположенного между наносферами, при их сближении неограниченно возрастает по степенному закону. При этом, если расстояние между сферами достаточно мало, сдвиг частоты для атома с дипольным моментом, направленным вдоль полярной оси, происходит в $8/3 \approx 2.7$ раз быстрее, чем для атома с дипольным моментом, ориентированным перпендикулярно этой оси. Физически это можно объяснить тем, что нормальная компонента отраженного поля вблизи наносферы в точке расположения диполя больше тангенциальной.

Следует отметить, что главные члены асимптотических выражений (78) и (79) соответствуют решению задачи о сдвиге частоты атома, расположенного в полости между двумя идеально проводящими параллельными плоскостями. Действительно, умножив выражения (39) и (40) на $-1/2$ и заменив в них сомножители $\text{Im}\{\dots\}$ на сомножители $\text{Re}\{\dots\}$, в частном случае двух идеально проводящих плоскостей ($\beta_1 = \beta_2 = 1$) для атома, находящегося в центре между плоскостями ($z' = 0$), мы получим главные члены выражений (79) и (80) соответственно.

6.2.2. Асимптотические выражения при больших расстояниях между сферами

Асимптотические выражения для сдвига частоты при больших расстояниях между сферами можно получить из соотношений (58)–(60), если заменить в них сомножители $\text{Im}\{\dots\}$ на сомножители $\text{Re}\{\dots\}$ и умножить полученные выражения на $-1/2$. Поэтому данные выражения здесь приводить не будем.

6.3. Графические иллюстрации и обсуждение результатов

На рис.14 представлена зависимость сдвига частоты спонтанного излучения атома, находящегося вблизи кластера из двух одинаковых серебряных наносфер [44] от длины волны. Видно, что сдвиг частоты может быть как положительным, так и отрицательным, а на некоторых длинах волн при расстоянии между центрами наносфер 101 нм – равным нулю. Последнее обстоятельство может оказаться существенным при конструировании наносенсоров, в которых используются кластеры сферических наночастиц из серебра.

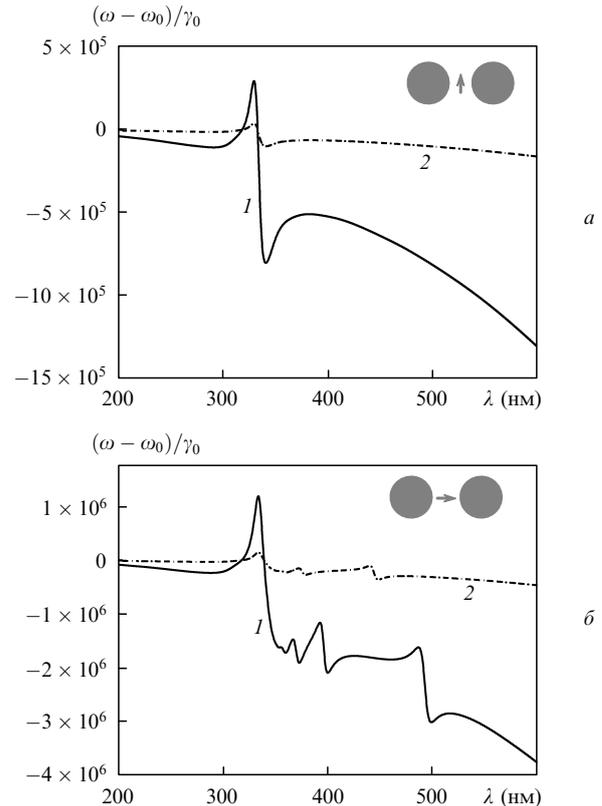


Рис.14. Зависимости сдвига частоты спонтанного излучения атома, находящегося вблизи кластера из серебряных наносфер [44], от длины волны. Атом расположен в центре кластера и имеет дипольный момент, направленный перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояния между их центрами $R_{12} = 101$ (1) и 102 нм (2).

На рис.15 показан сдвиг частоты излучения атома в зависимости от расстояния от атома до кластера из двух серебряных наносфер. Там же приведены зависимости для идеально проводящих сфер (штриховые кривые). Видно, что для атома, удаляющегося по оси x (рис.15,а), смещения частоты атома, расположенного вблизи сфер из реального металла и вблизи идеально проводящих сфер, почти совпадают. Этот результат есть следствие того, что действительная часть диэлектрической проницаемости серебра для рассматриваемой длины волны ($\lambda = 450.8$ нм) достаточно велика в сравнении с мнимой частью. Для других длин волн это соотношение изменяется, и вследствие этого изменяется сдвиг частоты, который может быть отрицательным, положительным или близким к нулю. Также следует отметить, что, как и в случае кластера из идеально проводящих сфер, в случае кластера из металлических сфер для атома с продольной ориентацией дипольного момента сдвиг частоты происходит быстрее, чем для атома с поперечной ориентацией.

На рис.16 представлен сдвиг частоты спонтанного излучения атома, расположенного в центре кластера из двух сферических наночастиц, изготовленных из гипотетического вещества с проницаемостью $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''/30$ (ϵ' и ϵ'' – действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости серебра [44]), в зависимости от длины волны излучения. Видно, что, как и для нерезонансной составляющей скорости спонтанного распада (рис.9), возбуждаются только резонансы, соответствующие М-модам (рис.16,а) и L-модам (рис.16,б), распад по Т-модам не наблюдается.

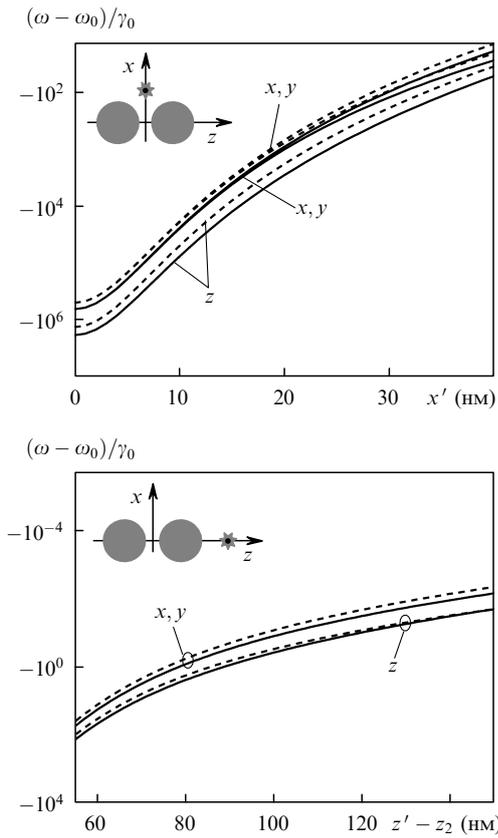


Рис.15. Сдвиг частоты спонтанного излучения атома как функция расстояния от атома до кластера из двух серебряных наносфер (сплошные кривые). Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Атом удаляется по оси x (а) и по оси z (б). Дипольный момент атома направлен вдоль осей x , y и z . Штриховые кривые – смещение частоты для атома, расположенного вблизи идеально проводящих сфер.

На рис.17 показаны зависимости сдвига частоты излучения расположенного в центре кластера атома с дипольным моментом, направленным перпендикулярно (рис.17,а) и параллельно (рис.17,б) полярной оси, от расстояния между идеально проводящими сферами. Там же приведены и соответствующие им асимптотики при малых (см. формулы (79) и (80)) и больших ((58)–(60)) расстояниях между сферами. Видно, что, как и для скорости спонтанных распадов, использование асимптотических выражений позволяет описать весь диапазон сдвига частоты излучения атома.

7. Заключение

В настоящей работе в рамках квазистатического приближения исследованы скорости спонтанного распада возбужденного состояния атома (молекулы), находящегося вблизи кластера из двух наносфер с произвольными составом и взаимным расположением. Построенная теория позволяет найти скорости распадов для различных ориентаций дипольного момента и расположений атомного диполя относительно кластера. Показано, что существенное увеличение скоростей распадов происходит на резонансных частотах, соответствующих частотам плазмонных колебаний кластера, определяемым взаимным расположением наносфер. Наибольшее увеличение скоростей спонтанных распадов имеет место для атома, расположенного в центре кластера, при малых расстояниях

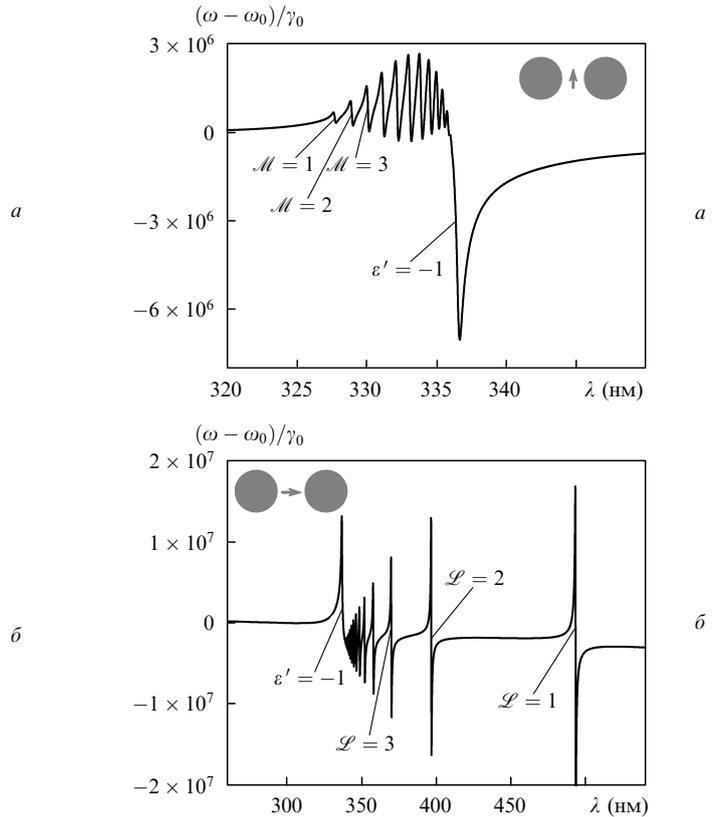


Рис.16. Сдвиг частоты спонтанного излучения атома, находящегося в центре кластера из двух наносфер, изготовленных из гипотетического материала типа серебра (см. подпись к рис.8), как функция длины волны. Дипольный момент атома ориентирован перпендикулярно (а) и параллельно (б) полярной оси. Радиусы сфер равны 50 нм, расстояние между их центрами $R_{12} = 101$ нм. Отмечены точки, которые соответствуют резонансным длинам волн, отвечающих возбуждению L- и M-мод.

между наносферами. Установлено, что, изменяя расстояние между наносферами кластера, можно эффективно управлять скоростью спонтанных распадов для атома, находящегося в пространстве между сферами. На этой основе может быть создан новый тип наносенсоров на базе пар наночастиц, позволяющий детектировать отдельные атомы (молекулы) с высоким отношением сигнал/шум, т. к. наносенсоры такого типа будут малочувствительными к однородным внешним полям. Исследован сдвиг частоты излучения атома, расположенного в произвольной точке и имеющего в общем случае произвольно ориентированный относительно кластера дипольный момент. Рассмотрены асимптотические выражения как для скоростей спонтанных распадов, так и для сдвига частоты. Показано, что уже при расстояниях между центрами одинаковых наносфер более восьми их радиусов для вычисления основных вкладов в исследуемые характеристики можно пользоваться моделью, в которой сферы заменяются точечными диполями с поляризуемостями, равными поляризуемости каждой из сфер в однородном поле.

В целом результаты настоящей работы позволяют провести оперативные оценки оптических свойств кластера из двух наносфер и их влияния на оптические свойства атомов и молекул.

Авторы выражают благодарность РФФИ (гранты № 04-02-16211 и 05-02-19647) и Программе Президиума РАН «Влияние атомно-кристаллической и электронной

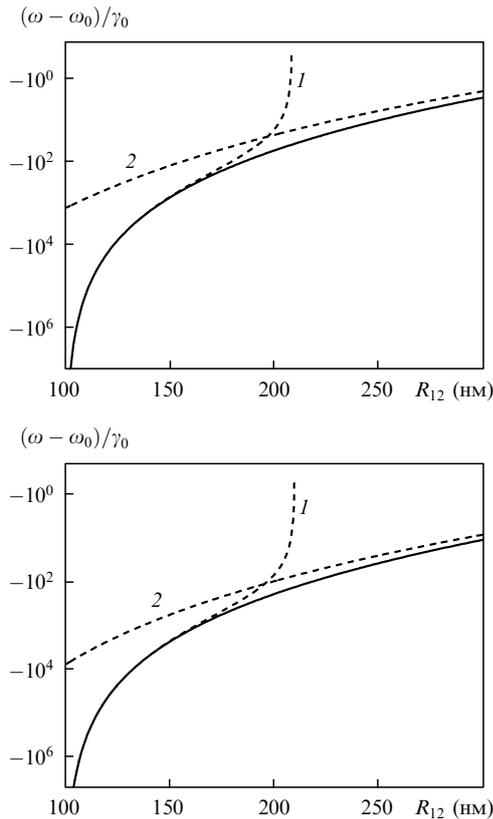


Рис.17. Сдвиг частоты спонтанного излучения атома (молекулы) как функция расстояния между идеально проводящими наносферами кластера (сплошные кривые). Радиусы сфер равны 50 нм, $k_0 R_0 = 0.1$. Дипольный момент атома, расположенного в центре кластера, имеет z -ориентацию (а) и x -ориентацию (б). Штриховые кривые 1 и 2 – асимптотики при $\eta_0 \rightarrow 0$ и $\eta_0 \rightarrow \infty$ соответственно.

структуры на свойства конденсированных сред» за частичную финансовую поддержку настоящей работы. Один из авторов (Д.В.Г.) также выражает благодарность Программе поддержки молодежи УНК ФИАН и Программе Президиума РАН «Поддержка молодых ученых» за частичное финансирование данной работы.

Литература

1. Raether H. *Surface Plasmons* (Berlin: Springer-Verlag, 1998).
2. Kreibig U., Vollmer M. *Optical Properties of Metal Clusters* (Berlin: Springer-Verlag, 1995).
3. Hillenbrand R., Taubner T., Keilmann F. *Nature*, **418**, 159 (2002).
4. Moskovits M., Tay L.-L., Yang J., Haslett T. *Top. Appl. Phys.*, **82**, 215 (2002).
5. Liu Y., Bishop J., Williams L., Blair S., Herron J. *Nanotechnology*, **15**, 1368 (2004).
6. Chah S., Hammond M.R., Zare R.N. *Chemistry & Biology*, **12**, 323 (2005).
7. Brongersma M. *Nat. Mater.*, **2**, 296 (2003).
8. Protsenko I.E., Uskov A.V., Zaimidoroga O.A., Samoilov V.N., O'Reilly E.P. *Phys. Rev. A*, **71**, 063812 (2005).
9. Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *Chem. Phys. Lett.*, **358**, 192 (2002).
10. Lakowicz J.R., Malicka J., Gryczynski I., Gryczynski Z., Geddes C.D. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**, R240 (2003).
11. Kneipp K., Kneipp H., Itzkan I., Dasari R.R., Feld M.S. *Chem. Rev.*, **99**, 2957 (1999).
12. Xu H.X., Bjerneld E.J., Kall M., Borjesson L. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 4357 (1999).
13. Vo-Dinh T. *Trends Anal. Chem.*, **17**, 557 (1998).
14. *Nanophotonics: Assessment of Technology and Market Opportunities* (Mountain View, CA: Strategies Unlimited, 2005).
15. Климов В.В., Дюкля М., Летохов В.С. *Квантовая электроника*, **31**, 569 (2001).
16. Климов В.В. *УФН*, **173**, 1008 (2003).
17. Klimov V.V., Ducloy M. *Phys. Rev. A*, **69**, 013812 (2004).
18. Metiu H. *Prog. Surf. Sci.*, **17**, 153 (1984).
19. Guzatov D.V., Klimov V.V. *Chem. Phys. Lett.*, **412**, 341 (2005).
20. Nordlander P., Oubre C., Prodan E., Li K., Stockman M.I. *Nano Lett.*, **4**, 899 (2004).
21. Klimov V.V., Guzatov D.V. *Phys. Rev. B*, **75**, 024303 (2007).
22. Olivares I., Rojas R., Claro F. *Phys. Rev. B*, **35**, 2453 (1987).
23. Claro F. *Phys. Rev. B*, **25**, 7875 (1982).
24. Ruppin R. *Phys. Rev. B*, **26**, 3440 (1982).
25. Ruppin R. *J. Phys. Soc. Jpnl*, **58**, 1446 (1989).
26. Blanco L.A., Garcia de Abajo F.J. *J. Quant. Spectr. Rad. Transfer*, **89**, 37 (2004).
27. Гузатов Д.В., Климов В.В. *Квантовая электроника*, **35**, 891 (2005).
28. Гузатов Д.В. *Квантовая электроника*, **35**, 901 (2005).
29. Paley A.V., Radchik A.V., Smith G.B. *J. Appl. Phys.*, **73**, 3446 (1993).
30. Xu H., Kall M. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 246802 (2002).
31. Genov D.A., Sarychev A.K., Shalaev V.M., Wei A. *Nano Lett.*, **4**, 153 (2004).
32. Chaumet P.C., Dufour J.P. *J. Electrostat.*, **43**, 145 (1998).
33. Su K.-H., Wei Q.-H., Zhang X. *Nano Lett.*, **3**, 1087 (2003).
34. Rechberger W., Hohenau A., Leitner A., Krenn J.R., Lamprecht B., Aussenegg F.R. *Opt. Commun.*, **220**, 137 (2003).
35. Tamaru H., Kuwata H., Miyazaki H.T., Miyano K. *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 1826 (2002).
36. Prikulis J., Svedberg F., Kall M., Enger J., Ramser K., Goksor M., Hanstorp D. *Nano Lett.*, **4**, 115 (2004).
37. Wylie J.M., Sipe J.E. *Phys. Rev. A*, **30**, 1185 (1984).
38. Haroshe S., in *Fundamental Systems in Quantum Optics* (Amsterdam: Elsevier, 1992).
39. Chance R.R., Prock A., Sylbey R. *Adv. Chem. Phys.*, **37**, 1 (1978).
40. Wylie J.M., Sipe J.E. *Phys. Rev. A*, **32**, 2030 (1985).
41. Stevenson A.F. *J. Appl. Phys.*, **24**, 1134 (1953).
42. Бухгольд Г. *Расчет электрических и магнитных полей* (М.: ИЛ, 1961).
43. Морс Ф.М., Фешбах Г. *Методы теоретической физики* (М.: ИЛ, 1960).
44. Johnson P.B., Christy R.W. *Phys. Rev. B*, **6**, 4370 (1972).
45. Engelbrecht F., Helbig R. *Phys. Rev. B*, **48**, 698 (1993).