

Ускорение электронов при острой фокусировке фемтосекундного лазерного излучения

С.Г.Бочкарев, В.Ю.Быченков

Решена задача об ускорении пробного электрона в поле сильно сфокусированного релятивистского лазерного импульса в случае, когда размер фокального пятна порядка длины волны излучения и необходимо использовать точное решение уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Такое ускорение изучается в зависимости от начального положения электрона в фокальной области и сравнивается с результатами, отвечающими параксиальному приближению для лазерного поля. Найдена предельная энергия, набираемая электроном в лазерном фокусе. Проанализированы зависимости угла вылета электрона от его начального положения вблизи фокуса.

Ключевые слова: короткий лазерный импульс, ускорение электронов, острая фокусировка.

1. Введение

В последнее время в связи с масштабным внедрением мощных лазерных короткоимпульсных установок большое внимание привлекают эксперименты по взаимодействию релятивистски сильных лазерных импульсов с веществом. Здесь и далее под релятивистски сильным понимается такой лазерный импульс, в фокусе которого электрон набирает релятивистскую энергию. Очевидно, что максимальная плотность потока энергии может быть достигнута при предельно острой фокусировке лазерного импульса на мишень, когда размер фокального пятна приближается к дифракционному пределу. Однако до сих пор нет полной ясности, является ли такая острая фокусировка оптимальной с точки зрения наиболее эффективного ускорения частиц в лазерном фокусе. В настоящее время реализована ситуация, когда размер фокального пятна имеет порядок длины волны [1–3]. В условиях такой острой фокусировки характер взаимодействия лазер–плазма определяется своеобразной топологией лазерного поля в фокусе, особенно если речь идет о наномишенях – ультратонких фольгах, нанопроволоках (нанотрубках), наносферах (нанооболочках) или о других, более сложных нанообъектах с характерным размером, существенно меньшим длины волны излучения лазера. Примером может служить также задача о так называемом вакуумном ускорении электронов, которой посвящено множество как теоретических [4–15], так и экспериментальных [16–18] работ.

Наиболее полное исследование ускорения частиц из наномишеней в условиях острой фокусировки может быть проведено с использованием такого мощного современного средства, как численный кинетический метод «частица в ячейке» – PIC-код (particle in cell simulation). PIC-код свободен от ряда упрощений, присущих идеали-

зированным теоретическим моделям. В реальной трехмерной геометрии он требует существенных компьютерных ресурсов, и естественно, что проведение детальных расчетов следует предпослать анализ движения пробной частицы в лазерном фокусе. Заметим, что анализ движения пробных частиц в поле лазерного импульса может достаточно точно отражать поведение всей наномишени, если энергия, которую набирают электроны в лазерном поле, намного превышает их кулоновскую энергию взаимодействия.

К настоящему времени задача о взаимодействии пробного электрона с лазерным полем достаточно полно решена в случае, когда последнее описывается приближением квазиоптики (параксиальное приближение для лазерного пучка [19]). Этому посвящено большинство работ по ускорению электронов локализованным лазерным полем [4, 5, 8, 9, 11–15]. Однако такой подход неправилен для условий острой фокусировки, когда размер фокального пятна оказывается сравнимым с длиной волны излучения лазера. Дальнейшее уточнение модели шло с использованием теории возмущения для параксиального приближения [6, 10, 20–24] по параметру отношения длины волны λ к радиусу фокального пятна ρ_F . Кроме того, разрабатываются и более сложные подходы, претендующие на более последовательное описание лазерного поля в фокусе, такие, например, как модель, предложенная в работе [7], где был найден более общий класс решений уравнений Максвелла, описывающий сфокусированный лазерный пучок. Однако применимость такого подхода требует, тем не менее, выполнения условия $k\rho_F \gg 1$, где $k = 2\pi/\lambda$ (см. условие (2) в [7]). Оно не выполняется для острофокусирующих систем типа рассмотренных в [1–3]. Так, например, для лазера Hercules [3] радиус фокального пятна составляет примерно половину длины волны. В этом случае необходимо прибегнуть к использованию абсолютно точных решений уравнений Максвелла, что до сих пор при описании ускорения пробной частицы фактически не делалось. Решение этой задачи и является целью данной работы. Отметим, что в [25] предложен способ описания лазерного поля при чрезвычайно острой фокусировке применительно к экс-

С.Г. Бочкарев, В.Ю. Быченков. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: bochkar@sci.lebedev.ru

перименту, описанному в [3]. Однако авторы работы [25] не ставили своей целью исследование ускорения частиц в таком поле.

Лазерный пучок с большим по сравнению с длиной волны радиусом фокусировки и с интенсивностью, медленно меняющейся во времени (по сравнению с периодом лазерного поля), в нулевом приближении можно рассматривать как поперечную плоскую электромагнитную волну с медленно меняющейся амплитудой и исследовать ускорение в ней электронов в адиабатическом приближении [26]. Медленные изменения интенсивности лазерного излучения приводят к тому, что электрон сначала ускоряется импульсом на его переднем фронте. После взаимодействия с импульсом электрон теряет набранную энергию из-за торможения на заднем фронте импульса. В результате в соответствии с так называемой теоремой Лоусона – Вудварда [5, 27, 28] набора энергии электроном не происходит. Для того чтобы электрон ускорился, необходимо нарушить условие адиабатичности. Это возможно для лазерного импульса с достаточно большими поперечными градиентами, возникающими, например, при фокусировке лазерного излучения в пятно радиусом в несколько длин волн. Столь острая фокусировка может приводить к потере адиабатичности и заметному ускорению электронов. Последнее недавно наблюдалось в экспериментах [16–18]. В этом случае при теоретическом анализе нельзя пренебрегать продольной компонентой электрического поля, возникающей из-за фокусировки излучения [6, 10, 12–14, 21, 23, 29]. Учет продольного поля приводит к существенным изменениям в эффективности ускорения частиц даже при умеренно острой фокусировке, однако до недавнего времени этим полем при расчетах необоснованно пренебрегали [4, 17]. Возможность нарушения адиабатичности объясняется тем, что для релятивистски сильных стросфокусированных лазерных импульсов амплитуда поперечных осцилляций электрона может быть сопоставима по порядку величины с радиусом фокального пятна. При этом из теории следует, что электрон, набрав значительную энергию, может вылетать из области максимальной интенсивности, [4, 6, 8–10, 12–14].

К настоящему времени разработано множество других схем ускорения электронов лазерным импульсом, основанных на нарушении адиабатичности этого процесса, включая эффекты сильной нестационарности импульса и дополнительных полей. Например, предложена схема, предполагающая использование лазерных импульсов с крутыми фронтами [30] или импульсов длительностью всего несколько оптических периодов [31], схемы с биеением электромагнитных волн близких частот [5], схемы с ускорением электронов в предварительно ионизированной плазме (например, создаваемой более слабым предимпульсом) [11], ускорение в присутствии постоянного магнитного поля [32], ускорение при наложении различных мод (комбинированный гауссов пучок) [8, 15] и т. д. Подчеркнем, что многие из предлагаемых схем сложны в практической реализации. В частности, схема с использованием лазерного импульса с крутым передним фронтом [30] до сих пор не реализована. Вместе с тем схема с предьонизацией, предложенная в [11], вполне реализуема на практике. Отметим, что идея этой схемы близка к предложенной в [30].

В настоящей работе для изучения ускорения пробного электрона в вакууме мы используем точное решение

уравнения Гельмгольца, описывающее острофокусированный световой пучок, и сравниваем результаты с результатами, полученными в параксиальном приближении. При этом рассматривается ускорение частицы в поле лазерного импульса с симметричной во времени огибающей и длительностью $\tau \gg T$, где T – период оптических колебаний, при максимально острой фокусировке лазерного импульса, когда размер фокального пятна оказывается порядка длины волны. Мы изучаем также ускорение пробного электрона в предварительно ионизированной плазме. В этом случае ускорение начинается вблизи максимума интенсивности лазерного импульса (после ионизации). Анализируются эффективность и направление ускорения электрона в зависимости от его начального положения в фокальной области и от фазы ускоряющего поля.

2. Решение волнового уравнения

Для построения решения уравнений Максвелла в вакууме для электромагнитного поля фокусируемого лазерного пучка

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

воспользуемся векторным и скалярным потенциалами \mathbf{A} и Φ ,

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi, \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad (2)$$

удовлетворяющими калибровке Лоренца $\operatorname{div} \mathbf{A} + c^{-1} \times \partial \Phi / \partial t = 0$. Далее, следуя работам [15, 20], будем искать решение уравнений (1) для распространяющейся в направлении z линейно поляризованной ТМ-волны с векторным потенциалом $\mathbf{A} = \{A_x \equiv A, 0, 0\}$. В случае плавной фокусировки (параксиальный подход) ускорение пробного электрона такой волной изучалось в большинстве цитируемых выше работ, например в [10, 15]. Подчеркнем, что выбор такой моды хотя и носит частный характер, но вполне отвечает цели данной работы – демонстрации особенностей ускорения электронов в условиях дифракционного предела, когда имеет место существенно неоднородное распределение интенсивности в фокальной области.

Таким образом, в рамках нашей модели для описания распространения сходящейся электромагнитной волны в свободном пространстве необходимо решить скалярное волновое уравнение

$$\Delta A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

При этом скалярный потенциал Φ легко находится из условия калибровки. В случае квазимонохроматического электромагнитного поля представим векторный и скалярный потенциалы в виде

$$\begin{aligned} A(t, \mathbf{R}) &= \operatorname{Re}[\hat{A}(t, \mathbf{R}) \exp(-i\omega_0 t)], \\ \Phi(t, \mathbf{R}) &= \operatorname{Re}[\hat{\Phi}(t, \mathbf{R}) \exp(-i\omega_0 t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{R} = \{x, y, z\}$ – радиус-вектор; $\hat{A}(t, \mathbf{R})$, $\hat{\Phi}(t, \mathbf{R})$ – медленно меняющиеся комплексные амплитуды поля с несущей частотой ω_0 . Тогда для комплексной амплитуды вектора-потенциала имеем уравнение Гельмгольца

$$\Delta \hat{A} + k_0^2 \hat{A} = 0, \quad (5)$$

где $k_0 = \omega_0/c$. Чтобы найти решение уравнения Гельмгольца (5) по заданному распределению $\hat{A}(r, z=0) = \hat{A}_0(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = \{x, y\}$ на некоторой плоскости $z = 0$, расположенной до фокальной плоскости, разложим последнее в интеграл Фурье:

$$\hat{A}_0(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_0(\mathbf{b}) \exp[ik_0(px + qy)] dp dq, \quad (6)$$

где $\mathbf{b} = \{p, q\}$ имеет смысл безразмерного волнового числа. Комплексную амплитуду вектора-потенциала $\hat{A}(r, z)$ в области пространства $z \geq 0$ будем искать в виде, аналогичном (6):

$$\hat{A}(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(\mathbf{b}, z) \exp[ik_0(px + qy)] dp dq. \quad (7)$$

Согласно (5), (7), уравнение для спектральной амплитуды $\hat{A}(\mathbf{b}, z)$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial z^2} + k_0^2(1 - b^2) \hat{A} = 0, \quad (8)$$

где $b = (p^2 + q^2)^{1/2}$.

Введя безразмерное продольное волновое число m , запишем решение (8) как

$$\hat{A}(\mathbf{b}, z) = C_1 \exp(imk_0z) + C_2 \exp(-imk_0z), \quad (9)$$

где величина m в зависимости от знака $1 - b^2$ определяется следующим образом [6, 21]:

$$m = (1 - b^2)^{1/2}, \quad b^2 \leq 1, \quad (10)$$

$$m = i(b^2 - 1)^{1/2}, \quad b^2 > 1.$$

Здесь среди возможных решений (9) отберем то, которое отвечает волне, распространяющейся со скоростью света вдоль положительного направления оси z , и удовлетворяет рассматриваемому граничному условию при $z = 0$. Поэтому положим в (9) $C_2 = 0$ и $C_1 = \hat{A}_0(\mathbf{b})$. Подчеркнем, что условие $b^2 > 1$ отвечает нераспространяющимся (эванесцентным) волнам, которые появляются в пространственном спектре при фокусировке в пятно диаметром порядка длины волны излучения. В отличие от формул в работе [6], нераспространяющиеся волны учтены полученным решением. Пренебрежение такими волнами оправданно только в условиях плавной фокусировки, $k_0 \rho_F \gg 1$.

Подстановка (9), (10) в (7) позволяет определить \hat{A} и, следовательно, напряженность электрического и индукцию магнитного полей, поскольку $\hat{\Phi} = -ik_0^{-1} \partial \hat{A} / \partial x$. Соответственно комплексные амплитуды напряженности и индукции полей $\hat{E}(\mathbf{R})$, $\hat{B}(\mathbf{R})$ и сами эти величины определяются соотношениями

$$\hat{B} = \left\{ 0, \frac{\partial \hat{A}}{\partial z}, -\frac{\partial \hat{A}}{\partial y} \right\}, \quad (11)$$

$$\hat{E} = \left\{ ik_0 \hat{A} - \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x}, -\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial y}, -\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial z} \right\}, \quad (12)$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{R}) = \text{Re} [\hat{B} \exp(-i\omega_0 t)], \quad \mathbf{E}(t, \mathbf{R}) = \text{Re} [\hat{E} \exp(-i\omega_0 t)], \quad (13)$$

которые в конечном счете записываются через функцию (9), заданную распределением поля на входе (при $z = 0$). Для определенности ниже будем интересоваться случаем заданных на входе гауссова распределения интенсивности лазерного излучения и угла схождения его волнового фронта. Последнее эквивалентно заданию так называемого числа f (в англоязычной литературе – f -number) или его обратной величины, называемой в отечественной литературе светосилой [33]. Естественно, что результаты легко обобщаются на случай произвольного аксиально-симметричного распределения лазерной интенсивности.

Имея в виду все вышесказанное, зададим распределение вектора-потенциала вдали от фокуса (граничное условие) в виде

$$\hat{A}_0(r) \equiv \hat{A}(r, z=0) = A^0 \exp\left(-\frac{ik_0 r^2}{4\rho_0 f}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\rho_0^2}\right),$$

$$A^0 = |A^0| \exp(i\varphi_0) = \text{const}. \quad (14)$$

Здесь $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$; ρ_0 – поперечный радиус пучка; φ_0 – фаза волны при $z = 0$; f – параметр, определяющий угол схождения волнового фронта, который в квазиоптическом приближении связан с координатой фокальной плоскости z_F (т. е. плоскости, в которой поперечный радиус пучка $\rho = \rho_F$ минимален) соотношением $z_F \approx 2\rho_0 f$. Выбор зависимости фазового множителя от r в (14) определяет сходящийся волновой фронт и отвечает стандартной постановке задачи о фокусировке светового пучка [19]. Хорошо известно [34], что на самом деле расстояние от фокуса до фокусирующей системы несколько меньше, чем $2\rho_0 f$, и это различие тем больше, чем меньше параметр $k_0 \rho_0$. Отметим также, что подобная ситуация имеет место даже в случае параксиального пучка [19].

Выражение для спектральной амплитуды (9) при начальном распределении (14) в области $z \geq 0$ принимает следующий вид:

$$\hat{A}(b, z) = \frac{A^0}{2\pi\epsilon_0^2 \alpha} \exp\left(-\frac{b^2}{2\alpha\epsilon_0^2}\right) \exp[i(1 - b^2)^{1/2} k_0 z], \quad b \leq 1, \quad (15)$$

$$\hat{A}(b, z) = \frac{A^0}{2\pi\epsilon_0^2 \alpha} \exp\left(-\frac{b^2}{2\alpha\epsilon_0^2}\right) \exp[-(b^2 - 1)^{1/2} k_0 z], \quad b > 1,$$

где $\alpha = 1 + i(2\epsilon_0 f)^{-1}$; $\epsilon_0 = k_0^{-1} \rho_0^{-1}$. Здесь учтено, что для рассматриваемого аксиально-симметричного распределения $A_0(r)$ на входе амплитуда вектора-потенциала зависит только (r, z) , а спектральная амплитуда вектора-потенциала – только от b и z . Далее, используя формулы (7), (15), переходя к полярным координатам в плоскости (p, q) и выполняя интегрирование по полярному углу, получаем следующее выражение для комплексной амплитуды вектора-потенциала:

$$\hat{A}(r, z) = \int_0^1 Q_1(z, b) J_0(k_0 r b) db + \int_1^\infty Q_2(z, b) J_0(k_0 r b) db, \quad (16)$$

где

$$Q_1 = \frac{A^0 b}{\epsilon_0^2 \alpha} \exp\left(-\frac{b^2}{2\alpha \epsilon_0^2}\right) \exp[i(1 - b^2)^{1/2} k_0 z];$$

$$Q_2 = \frac{A^0 b}{\epsilon_0^2 \alpha} \exp\left(-\frac{b^2}{2\alpha \epsilon_0^2}\right) \exp[-(b^2 - 1)^{1/2} k_0 z];$$

J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Ядра Q_1 и Q_2 описывают вклад от распространяющихся и нераспространяющихся волн соответственно.

После подстановки \hat{A} в (11) получаем следующие выражения для компонент комплексных амплитуд индукции магнитного поля:

$$\hat{B}_x = 0, \quad \hat{B}_y = ik_0 \int_0^1 Q_1(1 - b^2)^{1/2} J_0(k_0 r b) db - k_0 \int_1^\infty Q_2(b^2 - 1)^{1/2} J_0(k_0 r b) db, \quad (17)$$

$$\hat{B}_z = \frac{k_0 y}{r} \left[\int_0^1 Q_1 b J_1(k_0 r b) db + \int_1^\infty Q_2 b J_1(k_0 r b) db \right],$$

где J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка. Аналогично для компонент комплексных амплитуд напряженности электрического поля согласно (12) имеем

$$\hat{E}_x = i \int_0^1 Q_1 \left\{ \frac{b J_1(k_0 r b)}{r} + \frac{b y^2}{r^3} [k_0 r b J_0(k_0 r b) - 2J_1(k_0 r b)] + k_0(1 - b^2) J_0(k_0 r b) \right\} db + i \int_1^\infty Q_2 \left\{ \frac{b J_1(k_0 r b)}{r} + \frac{b y^2}{r^3} [k_0 r b J_0(k_0 r b) - 2J_1(k_0 r b)] + k_0(1 - b^2) J_0(k_0 r b) \right\} db, \quad (18)$$

$$\hat{E}_y = \frac{ixy}{r^3} \left\{ \int_0^1 Q_1 b [2J_1(k_0 r b) - k_0 r b J_0(k_0 r b)] db + \int_0^\infty Q_2 b [2J_1(k_0 r b) - k_0 r b J_0(k_0 r b)] db \right\},$$

$$\hat{E}_z = \frac{k_0 x}{r} \left[\int_0^1 Q_1 b(1 - b^2)^{1/2} J_1(k_0 r b) db + i \int_1^\infty Q_2 b(b^2 - 1)^{1/2} J_1(k_0 r b) db \right].$$

Совокупность формул (17), (18) определяет конфигурацию электромагнитного поля в лазерном пучке без предположения о больших значениях $k_0 \rho_F$, отвечающих широко используемому в литературе параксиальному приближению. Структура полей в окрестности фокуса для случая острой фокусировки рассмотрена ниже в разд.3.

В условиях плавной фокусировки ($k_0 \rho_F \gg 1$) интеграл (16) допускает существенное упрощение. В этом случае угловой спектр излучения узок, т.е. $k_\perp \ll k_0$, где $k_\perp = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ и, поскольку $k_\perp \sim \rho^{-1} < \rho_F^{-1}$, основной вклад в интеграл (16) дает лишь область малых значений $b =$

$k_\perp/k_0 \ll 1$. Тогда из формулы (16) приходим к следующему приближенному выражению для вектора-потенциала:

$$A_x(t, r, z) = |A^0| \frac{\rho_0}{\rho(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{2\rho^2(z)}\right] \cos[\varphi(t, r, z)],$$

$$\varphi = \omega_0 t - k_0 z + \arctan\left[\frac{z z_*^{-1}}{1 - z(2\rho_0 f)^{-1}}\right] + \pi\theta(z - 2\rho_0 f) - \frac{z r^2 [1 + z_*^2 / (2\rho_0 f)^2 - (2z\rho_0 f)^{-1} z_*^2]}{2z_* \rho^2(z)} - \varphi_0, \quad (19)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left[\left(1 - \frac{z}{2\rho_0 f}\right)^2 + \frac{z^2}{z_*^2} \right]^{1/2},$$

где $z_* = k_0 \rho_0^2$; $\theta(z)$ – единичная функция Хэвисайда. Это выражение отвечает так называемому параксиальному приближению, или приближению квазиоптики, широко используемому для описания распространения лазерных пучков [19].

Формула (19) приводит к следующим выражениям для напряженности и индукции полей:

$$B_x = 0, \quad B_y = \frac{k_0 |A^0| \rho_0}{\rho(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{2\rho^2(z)}\right] \sin \varphi,$$

$$B_z = \frac{\epsilon(z_F) k_0 |A^0| y \rho_0}{\rho^2(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{2\rho^2(z)}\right] \cos \varphi_1, \quad E_x = B_y, \quad E_y = 0,$$

$$E_z = \frac{\epsilon(z_F) k_0 |A^0| x \rho_0}{\rho^2(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{2\rho^2(z)}\right] \cos \varphi_1, \quad (20)$$

$$\varphi_1 = \varphi + \arctan\left[\frac{z}{z_* - z z_* (2\rho_0 f)^{-1}}\right] - \arctan\left(\frac{z_*}{2\rho_0 f}\right),$$

$$\epsilon(z_F) = k_0^{-1} \rho_F^{-1}, \quad z_F = \frac{2\rho_0 f}{1 + (2\rho_0 f)^2 z_*^{-2}},$$

причем $\epsilon(z_F) \ll 1$. Подчеркнем, что использование здесь граничного условия (14) в параксиальном пределе можно интерпретировать как задание гауссова пучка с волновым фронтом, отвечающим его фокусировке тонкой линзой [19].

Отметим, что формулы (16)–(20) можно использовать для случая медленно меняющейся амплитуды вектора-потенциала, понимая под ней величину $A^0 = A^0(z - ct)$ [6]. Такая квазистационарная модель описывает заданную форму импульса, характеризующуюся временным масштабом τ , много большим периода лазерной волны, $\omega_0 \tau \gg 1$. При этом также требуется выполнение условия $c\tau \gg \rho(z_F)$ [6, 7]. При нарушении этих неравенств необходимо искать строгое аналитическое решение уравнения (3), в то время как в данной работе мы ограничиваемся рассмотрением квазистационарной модели.

3. Структура электромагнитного поля при острой фокусировке лазерного излучения

При острой фокусировке, когда электромагнитный импульс фокусируется в область пространства, размер которой сравним с длиной волны, структура полей заметно меняется по сравнению с имеющей место в случае

плавной фокусировки, описывающейся парааксиальным приближением. Это в свою очередь является причиной изменения характера ускорения частиц. Для дальнейшей интерпретации результатов численного моделирования ускорения электронов рассмотрим прежде всего структуру лазерного поля вблизи фокуса. Его численное изучение, так же как и последующее исследование траекторий движения частицы, проводилось с использованием пакета прикладных программ «Математика» [35]. Здесь и везде ниже в качестве единиц длины, времени и напряженности электрического поля принимаются k_0^{-1} , ω_0^{-1} и $E_* = m_e c \omega_0 / e$, где m_e , e – масса и заряд электрона. Для определенности будем использовать параметры, характерные для описанной в [3] лазерной установки: $\lambda = 0.8$ мкм, $\rho_F = 0.45\lambda$. При этом будем считать, что $f = 0.5$, $\epsilon_0 = 0.01$; согласно проведенному расчету, этим значениям отвечает $k_0 z_F \approx 82$.

На рис.1 представлены пространственные распределения величин $|\hat{E}_x|^2$, $|\hat{E}_y|^2$, $|\hat{E}_z|^2$, $|\hat{B}_y|^2$ и $|\hat{B}_z|^2$ в фокальной плоскости. Физический смысл квадратов модулей комплексных амплитуд состоит в том, что величина $|\hat{E}_x|^2$, например, связана со средним по периоду световой волны значением $|E_x|^2$ соотношением $\langle E_x^2 \rangle = |\hat{E}_x|^2 / 2$, где угловые скобки означают усреднение по времени. Отметим, что для выбранных параметров распределение $|\hat{E}_x|^2$ (рис.1,а) в фокальной плоскости является анизотропным.

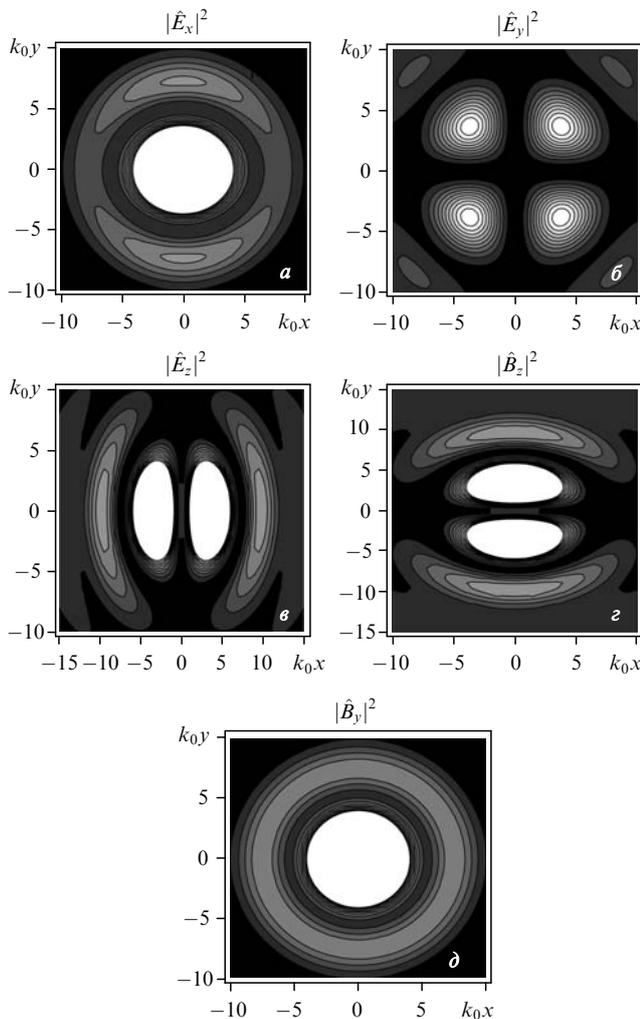


Рис.1. Распределения $|\hat{E}_x|^2$, $|\hat{E}_y|^2$, $|\hat{E}_z|^2$, $|\hat{B}_y|^2$ и $|\hat{B}_z|^2$ в фокальной плоскости, полученные с помощью формул (17) и (18) для $k_0 \rho_F = 2.83$.

Однако эта анизотропия, согласно (20), исчезает в парааксиальном пределе, когда $\hat{E}_x = \hat{B}_y$ и $\hat{E}_y = 0$, что означает хорошо выраженную линейную поляризацию излучения в фокальной области. Уже одно это демонстрирует, что в рассматриваемом случае отличие распределения лазерного поля от «парааксиального» весьма существенно и связано, в свою очередь, с не малостью величины ϵ ($\epsilon(z_F) = 0.35$). Как и в парааксиальном приближении, распределение $|\hat{B}_y|^2$ (рис.1,д) в соответствии с (17) изотропно.

Анизотропия в фокусе для $|\hat{E}_z|^2$ и $|\hat{B}_z|^2$ показана на рис.1,в,г. Из формул (20) (парааксиальное приближение) также вытекает подобная, но не эквивалентная анизотропия продольных полей в фокальной плоскости. При этом в парааксиальном приближении ($k_0 \rho_F \gg 1$) компоненты \hat{E}_z и \hat{B}_z ничтожно малы по сравнению \hat{E}_x . Распределение $|\hat{E}_y|^2$ в фокальной плоскости показано на рис.1,б. Видно, что максимумы $|\hat{E}_y|^2$ смещены от оси z , как и в случае продольных компонент $|\hat{E}_z|^2$, $|\hat{B}_z|^2$. Максимумы распределений $|\hat{E}_z|^2$, $|\hat{B}_z|^2$ в парааксиальном приближении для того же радиуса пятна фокусировки также смещены относительно оси z , но находятся ближе к ней. Так, для $\rho_F = 0.45\lambda$ расстояние между осью и максимумами в два раза меньше, чем это следует из формул (17), (18). Подчеркнем, что при острой фокусировке продольные компоненты полей не малы, и их влияние на ускорение заряженных частиц необходимо последовательно учитывать. Вследствие анизотропии E_z и B_z в плоскости $z = z_F$ поперечной анизотропией будут обладать также поперечные составляющие силы Лоренца. Поэтому следует ожидать, что электроны, в начальный момент времени расположенные в фокальной плоскости на одном и том же расстоянии от оси z , будут ускоряться по-разному (см. разд.4).

Обсудим также распределение модуля вектора Пойнтинга \mathcal{S} , прежде всего анизотропию распределения, вытекающую из точного решения (17), (18). Величина $|\mathcal{S}|$ связана с напряженностью и индукцией полей следующим соотношением:

$$|\mathcal{S}| = \frac{c}{8\pi} \left\{ [\text{Re}(\hat{E}_y \hat{B}_z^* - \hat{E}_z \hat{B}_y^*)]^2 + [\text{Re}(\hat{E}_z \hat{B}_x^* - \hat{E}_x \hat{B}_z^*)]^2 + [\text{Re}(\hat{E}_x \hat{B}_y^* - \hat{E}_y \hat{B}_x^*)]^2 \right\}^{1/2}. \quad (21)$$

Особенностью решения (17), (18) является уменьшение координаты $z = 2\rho_0 f$ фокальной плоскости по сравнению с парааксиальным случаем на величину $\sim 3\lambda$. Поперечное и продольное распределения $|\mathcal{S}|$ в сопоставлении с парааксиальным случаем, соответствующим (20), представлено на рис.2. Так, поперечное распределение, вычисленное по формулам (17), (18), практически симметрично, что видно из рис.2,а. На рис.2,б для сопоставления изображено поперечное распределение $|\mathcal{S}|$ для фокального пятна того же радиуса ($\rho_F = 0.45\lambda$), полученное по формулам парааксиального приближения (20), т. е. вне рамок его применимости. Здесь величина ρ_F определяется по уменьшению $|\mathcal{S}|$ в e раз. Для случая острой фокусировки (рис.2,в,г) видно существенное различие в распределениях $|\mathcal{S}|$, которое заключается в осцилляциях $|\mathcal{S}|$ перед фокусом (рис.2,в), тогда как при использовании «парааксиальных» формул таких осцилляций не возникает (рис.2,г). При этом контрольный расчет для случая $\epsilon(z_F) \ll 1$ показал хорошее совпадение распределений полей, получен-

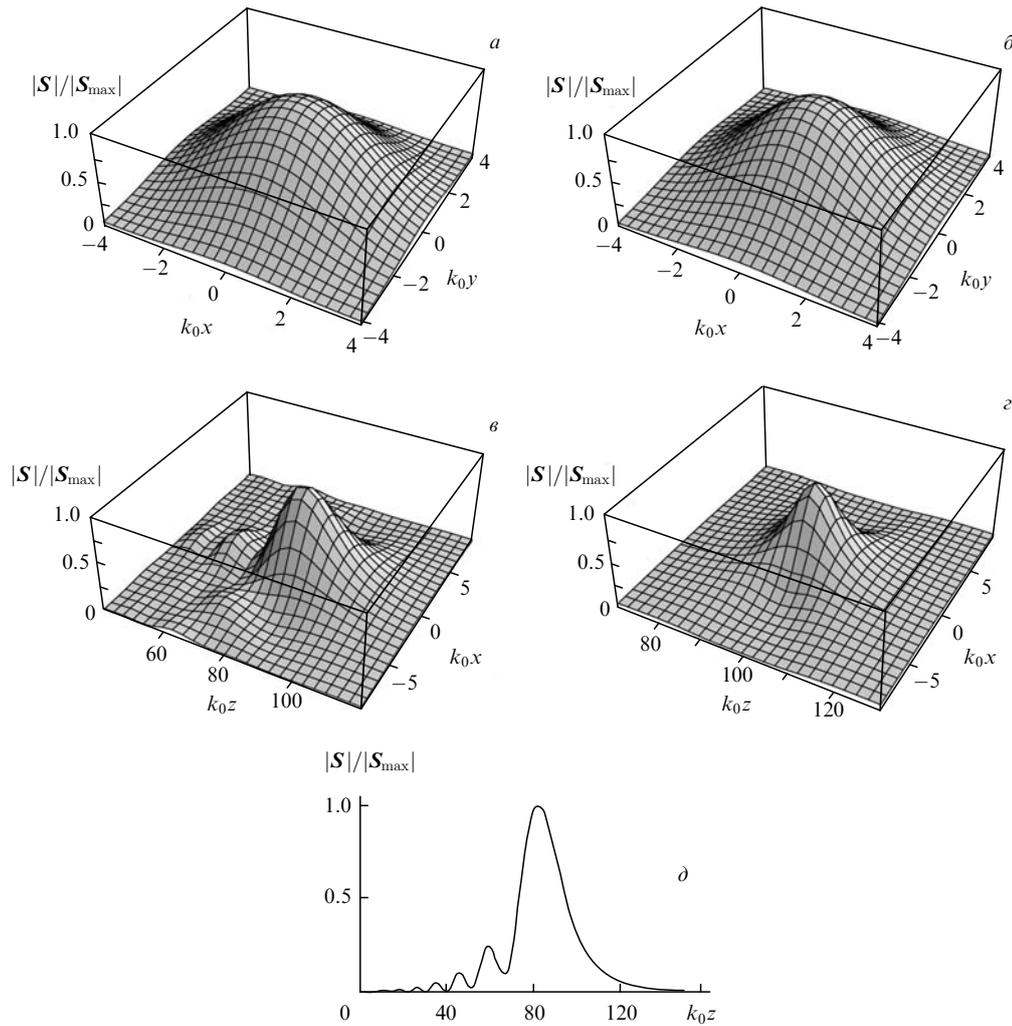


Рис.2. Распределение модуля вектора Пойнтинга в плоскости x, y и соответствующие продольно-поперечные распределения $|S|$ в плоскости x, z , полученные по точным формулам (17), (18), (21) (а, в) и по формулам параксиального приближения (20), (21) (б, г) для пятна фокусировки того же размера $k_0\rho_F = 2.83$; д – распределение $|S|$ на оси z .

ных из (20), и полей, рассчитанных по формулам (17), (18).

4. Ускорение пробного электрона коротким лазерным импульсом

Будем описывать движение электрона в поле острофокусированного лазерного импульса с симметричной огибающей, полагая в (16), что

$$A^0 = A_0 \exp(i\varphi_0) \theta\left(1 - \frac{\sigma}{\omega_0\tau}\right) \theta\left(1 + \frac{\sigma}{\omega_0\tau}\right) \cos^2\left(\frac{\pi \sigma}{2 \omega_0\tau}\right),$$

$$\sigma = k_0z - \omega_0t + \omega_0\tau. \tag{22}$$

Здесь вместо $A^0 = \text{const}$, как в (14) и (16), имеем медленно меняющуюся функцию переменной $k_0z - \omega_0t$. Выражение для огибающей A^0 выбрано в соответствии с работами [4, 6]. Соотношение (22) отвечает лазерному импульсу длительностью τ . Везде ниже предполагается, что начальное положение электрона задается радиусом-вектором $\mathbf{R}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$. В качестве примера выберем длительность импульса, характерную для лазерной установки из работы [3] и составляющую ~ 30 фс по половинной интенсив-

ности. При этом возьмем $a = 100$, где $a = E_x^{\text{max}}/E_*$, а E_x^{max} – максимальное значение E_x в фокусе. Это отвечает плотности потока энергии в максимуме $m_e\omega_0^2c^3a^2/(8\pi e^2) \approx 2 \times 10^{22}$ Вт/см². Такое значение уже достигнуто в эксперименте [3].

Эволюцию движения электрона будем описывать исходя из уравнений Лоренца:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B, \quad \mathbf{F}_E = -e\mathbf{E}, \quad \mathbf{F}_B = -\frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} \equiv \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{\gamma m_e}, \quad \gamma = \left(1 + \frac{\mathbf{p}^2}{m_e^2 c^2}\right)^{1/2}, \tag{23}$$

где \mathbf{v} , \mathbf{p} и $\gamma - 1$ – скорость электрона, его импульс и кинетическая энергия (в единицах $m_e c^2$); \mathbf{F}_E – сила, действующая на электрон со стороны электрического поля, а \mathbf{F}_B – со стороны магнитного (в англоязычной литературе эту компоненту силы Лоренца обычно называют $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ -силой). Переходя к изучению ускорения пробного электрона, выделим несколько его характерных первоначальных положений: электрон в фокальной плоскости ($z_0 = z_F$), перед фокусом ($z_0 < z_F$) и за фокусом ($z_0 > z_F$). Как показывает проведенное ниже исследование, в зависимости от первоначального положения электрона его энергия и

угол вылета из фокальной области могут сильно изменяться.

Для определенности выберем начальную фазу $\varphi_0 = 0$ и прежде всего рассмотрим ситуацию, когда электрон первоначально расположен в фокальной плоскости. При этом рассмотрим варианты: электрон находится точно в фокусе, т. е. его начальное положение определяет вектор $\mathbf{R}_0 = \{0, 0, z_F\}$ – вариант I; электрон смещен относительно центра фокального пятна вдоль оси x параллельно вектору поляризации \mathbf{A} , $\mathbf{R}_0 = \{\lambda/2, 0, z_F\}$ – вариант II и электрон смещен вдоль оси y перпендикулярно вектору поляризации, $\mathbf{R}_0 = \{0, \lambda/2, z_F\}$ – вариант III. Соответственно временная эволюция γ и компонент импульса представлена на рис.3. Видно, что электрон очень быстро, за время порядка нескольких оптических периодов ($T = 2\pi/\omega_0$), набирает релятивистскую энергию. Далее, притормаживая и снова набирая энергию, он вылетает из области сильного поля и в конце концов летит по инерции от фокуса. Для вариантов I–III характерное время ускорения, т. е. время, за которое электрон набирает половину своей максимальной энергии, составляет примерно 110, 20, и 110 фс соответственно. Заметим, что для варианта II электрон набирает наименьшую энергию, но и время его ускорения минимально. Для вариантов I, II электрон все время движется в плоскости (x, z) и лишь незначительно смещается вдоль оси y ($p_y \approx 0$), тогда как для варианта III электрон вылетает с большой составляющей импульса p_y , сравнимой по величине с p_x и p_z . Во всех трех случаях конечные углы отклонения электрона ($\psi = \widehat{\mathbf{p}} \cdot \widehat{\mathbf{p}}_z$) от направления распространения светового импульса (углы вылета) значительны. Так, для вариантов I–III они составляют примерно 30° , 45° и 45° соответственно. Для варианта III скорость набора энергии максимальна (~ 135 ГэВ/м), тогда как в случае варианта II она минимальна (~ 28 ГэВ/м), а для варианта I составляет ~ 90 ГэВ/м. Под скоростью набора энергии здесь понимается величина $(\gamma - 1)/|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0|$, где $\gamma - 1$ и

$|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0|$ – конечная кинетическая энергия в единицах $m_e c^2$ и примерное расстояние, которое проходит электрон, прежде чем начинает двигаться по инерции. Таким образом, скорость набора энергии и сама энергия для электрона, помещенного точно в фокус лазера, оказываются вовсе не максимальными. В случае варианта III электрон за время ~ 250 фс набирает наибольшую энергию, отвечающую $\gamma \approx 22$. Кроме того, полное время ускорения электрона, первоначально помещенного в фокус (вариант I), т. е. время, за которое он переходит к инерциальному режиму движения, превышает времена ускорения в случае вариантов II и III и составляет ~ 500 фс.

В целом можно заключить, что ускоренные электроны вылетают под значительными углами к оси z . Это вызвано тем, что продольные и поперечные компоненты сил $\mathbf{F}_E, \mathbf{F}_B$ оказываются одного порядка. Характеристики вылетающих электронов (угол вылета и энергия) существенно зависят от начального положения электрона в фокальной плоскости, задаваемого его смещением относительно фокуса всего на расстояние порядка длины волны. Это связано с чрезвычайно острой фокусировкой лазерного импульса, обуславливающей сильную зависимость параметров ускоренного электрона от его первоначального положения вблизи фокуса. В частности, рис.3 демонстрирует значительное различие в энергии ускоренного электрона в зависимости от того, был ли он смещен параллельно вектору поляризации (по оси x) или в перпендикулярном направлении (по оси y).

Согласно простейшим представлениям о движении электрона в поле плоской электромагнитной волны [26], его максимальная энергия должна быть весьма велика, $\gamma \sim a^2/2$. Для обсуждаемого здесь примера она составляет ~ 2.5 ГэВ. Однако набираемая электроном энергия оказывается примерно в 200 раз меньшей. Причина этого в том, что электрон, ускоряясь на переднем фронте импульса, быстро покидает фокальную область, прежде чем ощутит воздействие поля в максимуме интенсивно-

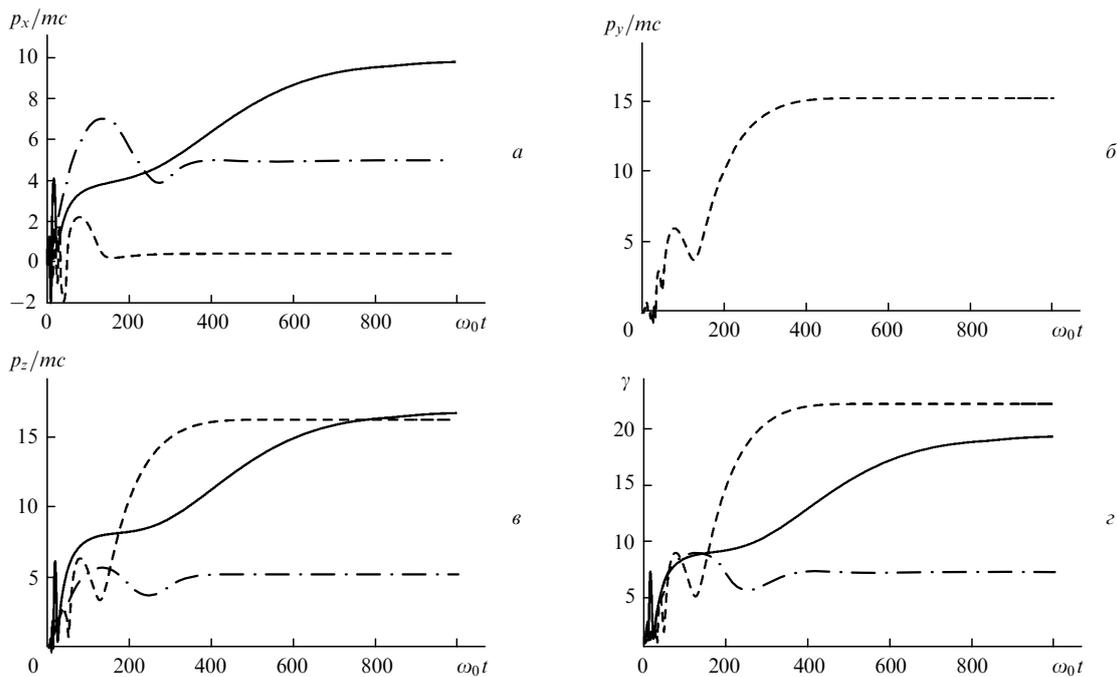


Рис.3. Эволюция компонент импульса (a, б, в) и γ (г) для электрона, ускоряемого полями (17), (18), при его начальном положении, определяемом вариантами I–III, для лазерного импульса длительностью ~ 30 фс симметричной формы (22) с $a = 100$ и $k_0 \rho_F = 2.83$. Сплошная кривая – вариант I, штрих-пунктирная – вариант II, штриховая – вариант III.

сти импульса. Исследование ускорения электрона в лазерном поле параксиального приближения [6] уже показало, что электрон не набирает энергию $\sim a^2/2$, и это значение является лишь оценкой сверху. Вместе с тем и параксиальный подход (для фокального пятна того же размера и той же фокальной интенсивности излучения лазера) дает завышенное максимальное значение энергии электрона, покидающего фокальную область. Если электрон, помещенный вначале в фокальную плоскость, набирает максимальную энергию $\gamma \approx 25$, то параксиальное приближение в этом случае дает значение максимальной энергии примерно на порядок больше. Таким образом, использование формул параксиального приближения для очень острой фокусировки существенно завышает реальное значение максимальной энергии ускоренных электронов. Вместе с тем при расфокусировке излучения импульса эффективность ускорения может быть выше, т. е. при одной и той же энергии лазера характерные энергии электронов в случае более плавной фокусировки могут быть заметно больше, чем при очень острой фокусировке (эта ситуация рассматривается ниже). Например, энергия $\gamma = 18$ для электрона, вначале помещенного в фокус, может быть достигнута при расфокусировке рассматриваемого лазерного импульса до $\rho_F = 5.5\lambda$, когда интенсивность излучения в фокусе оказывается значительно более низкой, чем при острой фокусировке, а именно 1.5×10^{20} Вт/см².

Результаты расчета зависимости энергии и угла вылета электрона от его первоначального положения в фокальной плоскости представлены на рис.4 для случаев начального расположения электрона на оси x и на оси y . Сравнение этих зависимостей с соответствующими зависимостями, отвечающими ускорению в «параксиальных» полях (20), демонстрирует значительное различие как в энергиях, так и в углах вылета. Расчеты показывают, что имеются существенно немонотонные зависимости энер-

гии и угла вылета электрона от его начального положения в фокальной плоскости. В качественном, но не в количественном, плане это соответствует результатам параксиального подхода. Эти эффекты связаны с острой фокусировкой излучения и еще раз демонстрирует влияние продольных компонент полей E_z и B_z на ускорение электрона. Продольные поля в (17), (18), (20) имеют сильно анизотропные распределения в фокальной плоскости, что приводит к анизотропии в распределениях параметров вылета γ, ψ .

В целом прослеживается следующая тенденция: с удалением от оси лазерного пучка электрон после ускорения в фокальной области вылетает под большим углом, как и в случае «параксиальных» полей, хотя данная зависимость и немонотонная. Отметим, что при удалении электрона от оси параллельно направлению поляризации приобретаемая им энергия падает, а в случае его удаления от оси в перпендикулярном вектору поляризации направлении – растет. Естественно, что в периферийной области энергия падает с удалением электрона от оси независимо от его первоначального положения вследствие резкого уменьшения здесь интенсивности лазерного излучения. Если вначале электрон находится в плоскости поляризации, то при ускорении он остается в этой плоскости, что характерно и для параксиального приближения.

Однако для электронов, изначально расположенных на оси y , ситуация меняется. Ускоряясь, они вылетают под различными углами к плоскости поляризации. Это существенным образом отличается от случая ускорения в «параксиальных» полях при $k_0\rho_F \gg 1$, когда приближенно можно пренебречь продольными полями E_z и B_z . При этом движение происходит исключительно в плоскости, параллельной плоскости поляризации. Однако пренебрежение продольными компонентами электрического и магнитного полей, как это делалось в простейших под-

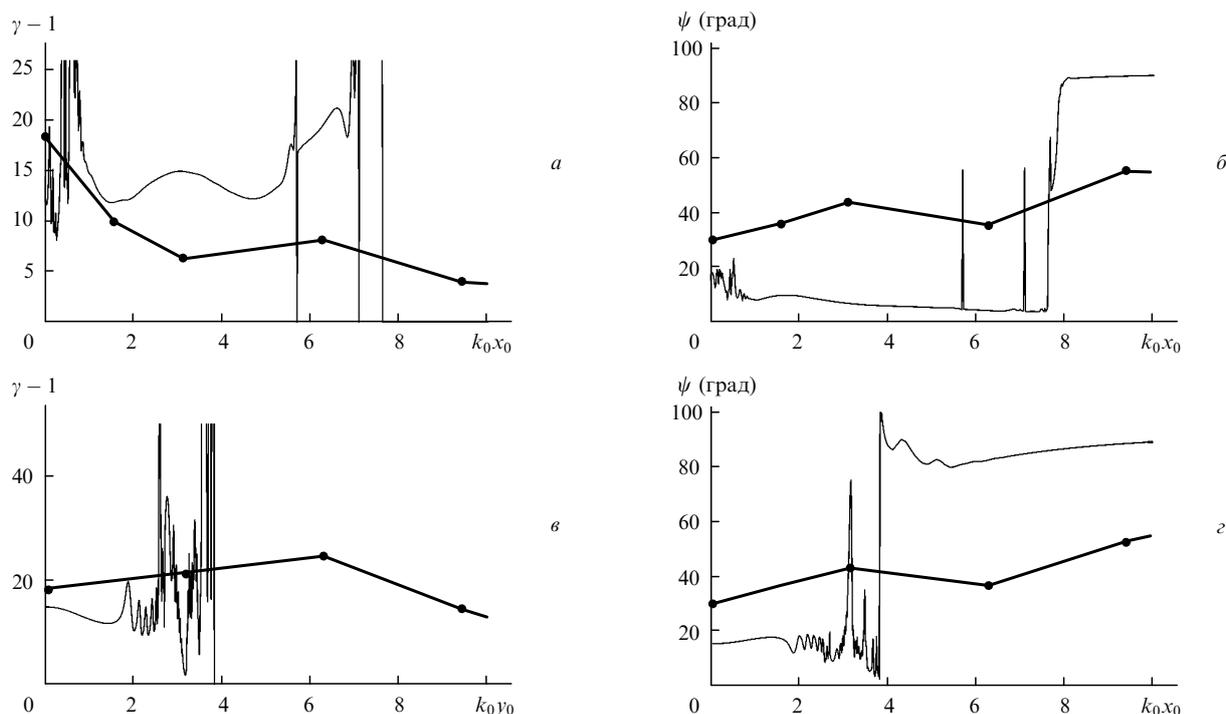


Рис.4. Безразмерная кинетическая энергия электрона (а) и угол его вылета ψ (б) для симметричного импульса в зависимости от положения электрона x_0 в фокальной плоскости на оси x и те же зависимости для электронов, расположенных на оси y (в, г), – жирные кривые; тонкие кривые отвечают ускорению электрона в параксиальных полях (20). Параметры лазерного импульса те же, что и для рис.3.

ходах при не слишком плавной фокусировке, например в [4, 17], приводит к некорректным результатам.

В целом немонотонные зависимости γ от x_0 и y_0 оказываются достаточно плавными, в отличие от результатов, получаемых в парааксиальном приближении. Неправоммерно применяя формулы парааксиального приближения в условиях нарушения сильного неравенства $k_0\rho_F \gg 1$, можно получить весьма необычные зависимости энергии и угла вылета, в частности резкие максимумы (выбросы) в распределениях γ и ψ (рис.4) для некоторых исходных положений электрона. Это ярко демонстрирует некорректность использования «парааксиальных» формул в условиях, когда нарушается сильное условие $k_0\rho_F \gg 1$.

Размер пятна в фокальной плоскости, вылета из которого электрон в парааксиальных полях набирает релятивистскую энергию, оказывается меньшим, чем при корректном описании ускорения электронов в точно определяемых полях, что видно из рис.4,а,в. Причина этого в том, что при использовании формул парааксиального приближения недостаточно аккуратно учитываются дифракционные эффекты, вследствие чего сильное продольное поле сильнее локализовано в приосевой области, чем предписывается точной теорией. Отметим, что средняя энергия ускоренных электронов, первоначально расположенных на оси x , при использовании парааксиальных полей оказывается завышенной, а средняя энергия ускоренных электронов, первоначально расположенных на оси y , примерно та же, что и в случае точно определяемых полей. Хотя парааксиальный подход дает завышенное значение максимальной энергии электронов, следует ожидать, что полное число частиц, ускоряемых в фокальной области, например до релятивистских энергий, будет выше для случая точно определяемых полей по упоминавшейся уже причине неаккуратного учета дифракционных эффектов в парааксиальном подходе.

Проведенное исследование свидетельствует о том, что при $k_0\rho_F \gtrsim 1$ отсутствует жесткая корреляция между параметрами γ и ψ . Такая корреляция характерна для описания движения частицы в условиях плавной фокусировки ($k_0\rho_F \gg 1$) при использовании приближения квазиплоской волны, когда $\cos\psi \simeq [(\gamma - 1)/(\gamma + 1)]^{1/2}$. Она нарушается с уменьшением радиуса фокального пятна, что уже было продемонстрировано при парааксиальном подходе [6, 14]. При острой фокусировке такое нарушение выражено ещё сильнее. Отсутствие корреляции демонстрируется, например, сравнением двух случаев, отвечающих начальными положениями частицы $\mathbf{R}_{01} = \{0, \lambda/4, z_F\}$ и $\mathbf{R}_{02} = \{0, 0, z_F + \lambda/2\}$. В обоих случаях энергия электронов, вылетающих из фокальной области ($\gamma_{1,2}$), достигает ~ 10 . Вместе с тем углы вылета оказываются существенно различными ($\psi_1 \approx 50^\circ$ и $\psi_2 \approx 20^\circ$), тогда как согласно формуле (49) из работы [6] $\psi \approx 25^\circ$.

Строго говоря, сделанные выше выводы относятся к случаю начального расположения покоящегося электрона в фокальной плоскости. Мы изучили также ускорение электрона при его начальном расположении в плоскостях, лежащих как перед фокусом ($z_0 < z_F$), так и за ним ($z_0 > z_F$) на расстояниях порядка длины волны. Было установлено, что электрон по-прежнему ускоряется неэффективно. Общей тенденцией, однако, является то, что для электрона, расположенного перед фокусом, максимальная набираемая энергия оказывается несколько более высокой, чем в случае его начального расположения за фокусом. Этот вывод не зависит от выбора начальной

фазы ($\varphi_0 \neq 0$ в (22)). Причина данной особенности в том, что, находясь изначально перед фокусом, электрон несколько дольше пребывает в сильных ускоряющих полях, поскольку он выдавливается вперед продольной составляющей силы F_B в область фокуса. Если же изначально электрон находится за фокусом, то он ускоряется менее сильными полями. Оптимальное положение электрона перед фокусом на оси z отвечает условию $z_F - z_0 \approx 1.5\lambda$, при этом $\gamma \approx 28$. Подчеркнем, однако, что координата оптимального положения и максимальная энергия несколько варьируются в зависимости от начальной фазы поля, но при этом оптимальным всегда является положение перед фокусом. Качественно такая же ситуация имеет место при использовании парааксиальных полей с теми же фокальной интенсивностью и радиусом фокусировки. Оптимальное положение электрона для этого случая задается условием $z_F - z_0 \approx 1.5\lambda$, а энергия $\gamma \approx 200$, что существенно превышает набираемую частицей энергию.

С целью поиска оптимальных условий фокусировки, приводящих к максимальному ускорению частицы для заданной энергии лазера ($a\rho_F = \text{const} = 45\lambda$), были проведены расчеты для ряда значений ρ_F в диапазоне $(0.5 - 20)\lambda$. Фактически речь идет о расфокусировке лазерного импульса с принятыми выше параметрами $\rho_F = 0.45\lambda$ и $a = 100$. Полученные результаты свидетельствуют о том, что для электрона, помещенного точно в фокус, зависимость предельной энергии от радиуса фокусировки является немонотонной. Оптимальным является значение $\rho_F \approx 3.5\lambda$ ($a \approx 13$), которому отвечает максимальная энергия ускоренного электрона $\gamma \approx 30$. При увеличении радиуса фокусировки по сравнению с оптимальным значением конечная энергия электрона, как и следовало ожидать, падает, а в пределе плоской волны ($k_0\rho_F \gg 1$) набор энергии отсутствует. При малых размерах пятна фокусировки ($\rho_F \leq 3.5\lambda$) энергия ускоренного электрона растет с увеличением ρ_F . Таким образом, для фокального расположения частицы оптимальным является случай умеренно острой фокусировки ($k_0\rho_F > 1$). Имея в виду установленную выше зависимость набираемой электроном энергии от его исходного положения, следует подчеркнуть, что для другого расположения частицы относительно фокуса обсуждаемое условие оптимальности будет другим.

Серия расчетов ускорения электрона, проведенная для разных значений φ_0 , показывает заметную зависимость параметров ускоренного электрона от φ_0 , хотя и не демонстрирует качественного отличия от приведенных выше результатов для выбранного значения $\varphi_0 = 0$. Подобная зависимость получена в работе [36], где для описания движения электрона использовалось парааксиальное приближение. Так, например, для начального расположения электрона в фокусе его энергия в зависимости от фазы меняется в интервале 13–18, т. е. в пределах 30%. В случае смещения начального положения электрона в фокальной плоскости на расстояние $\lesssim \lambda$ от фокуса изменения энергии при изменении начальной фазы также умеренны, в пределах 30%–40%. В случае начального положения электрона на оси лазерного пучка зависимость энергии от фазы для фиксированного положения z_0 является периодической с периодом π . То, что этот период не равен 2π , как может показаться на первый взгляд, связано с тем, что при изменении фазы на π меняется только знак ρ_x , тогда как значение γ остается прежним. Энергия эле-

ктрона, усредненная по φ_0 , как функция координаты z_0 достигает максимального значения $\gamma \approx 18$ при $z_F - z_0 \approx \lambda$.

5. Ускорение пробного электрона лазерным импульсом в предварительно ионизованной плазме

Как отмечалось во Введении, перспективной идеей для получения электронов высоких энергий является использование в качестве мишени плазмы с высокой кратностью ионизации ионов [11]. Такая плазма может быть создана с помощью предимпульса, интенсивность которого недостаточна для полной ионизации среды. Тогда основной, более интенсивный импульс будет «доионизовывать» плазму, высвобождая электроны, которые начнут ускоряться под действием не переднего фронта лазерного импульса, а его центральной части (вблизи максимума интенсивности). Причина этого в том, что атомный потенциал, связывающий электроны с ядром в многозарядных ионах, будет препятствовать ионизации до тех пор, пока напряженность лазерного поля не превысит пороговое значение, достаточное для туннельной фотоионизации иона [37]. Свободные электроны будут изначально находиться под действием почти пикового ускоряющего поля, набирая большую энергию, прежде чем покинуть фокальную область. В этом случае можно существенно повысить эффективность ускорения по сравнению со случаем, рассмотренным в разд.4, когда электрон покидал фокальную область до возникновения там сильного поля.

Таким образом, использование предварительно ионизованной плазмы с высокой кратностью ионизации ионов позволяет повысить энергию электрона в условиях острой фокусировки. Фактически задача об ускорении пробного электрона в предварительно ионизованной плазме сводится к задаче об ускорении электрона полем

лазерного импульса с крутым передним фронтом [30]. В этом разделе мы рассматриваем ускорение электрона полем лазерного импульса той же формы (22) и той же длительности и интенсивности, что и в разд.4. При этом электрон начинает свое движение в момент, когда он уже находится в поле лазерного импульса $E = (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2)^{1/2} = E_{th}$, возросшего до величины, достаточной для фотоионизации заданного иона, в качестве которого рассматривается ион с большой кратностью ионизации Z . Пороговая интенсивность излучения, необходимая для туннельной ионизации иона, пропорциональна U_{ion}^4/Z^2 , где U_{ion} – его потенциал ионизации. В качестве примера рассмотрим ускорение электрона, образующегося при фотоионизации иона титана Ti^{20+} лазерным полем с $E > E_{th} \approx 71E_s$. Для получения плазмы с ионами Ti^{20+} достаточно использовать лазерный предимпульс с интенсивностью не менее 4×10^{19} Вт/см². Для отрыва предпоследнего электрона К-оболочки и образования иона с $Z = 21$ требуется интенсивность 10^{22} Вт/см², а для полной ионизации ($Z = 22$) – интенсивность 1.5×10^{22} Вт/см².

На рис.5 для $\varphi_0 = 0$ представлены зависимости γ и компонент импульса от t , когда, как и прежде, момент времени $t = 0$ соответствует началу ускорения электрона лазерным импульсом (моменту ионизации). Представленные зависимости отвечают начальному положению электронов в фокальной плоскости: $R_0 = \{0, 0, z_F\}$ (вариант IV), $R_0 = \{\lambda/3, 0, z_F\}$ (вариант V) и $R_0 = \{0, \lambda/3, z_F\}$ (вариант VI). Подчеркнем, что отличие варианта IV от варианта I, рассмотренного в разд.4, заключается в существенно большем начальном лазерном поле, которое действует на электрон в момент начала его движения. Для углов вылета электрона и его энергии расчет дает значения $\psi \approx 30^\circ, 16^\circ, 8^\circ$ и $\gamma \approx 10, 84, 76$, соответствующие вариантам IV, V, VI. При этом полное время ускорения примерно одинаково и составляет ~ 100 фс. По сравнению с вариантом I (рис.3) энергия вылетевшего электро-

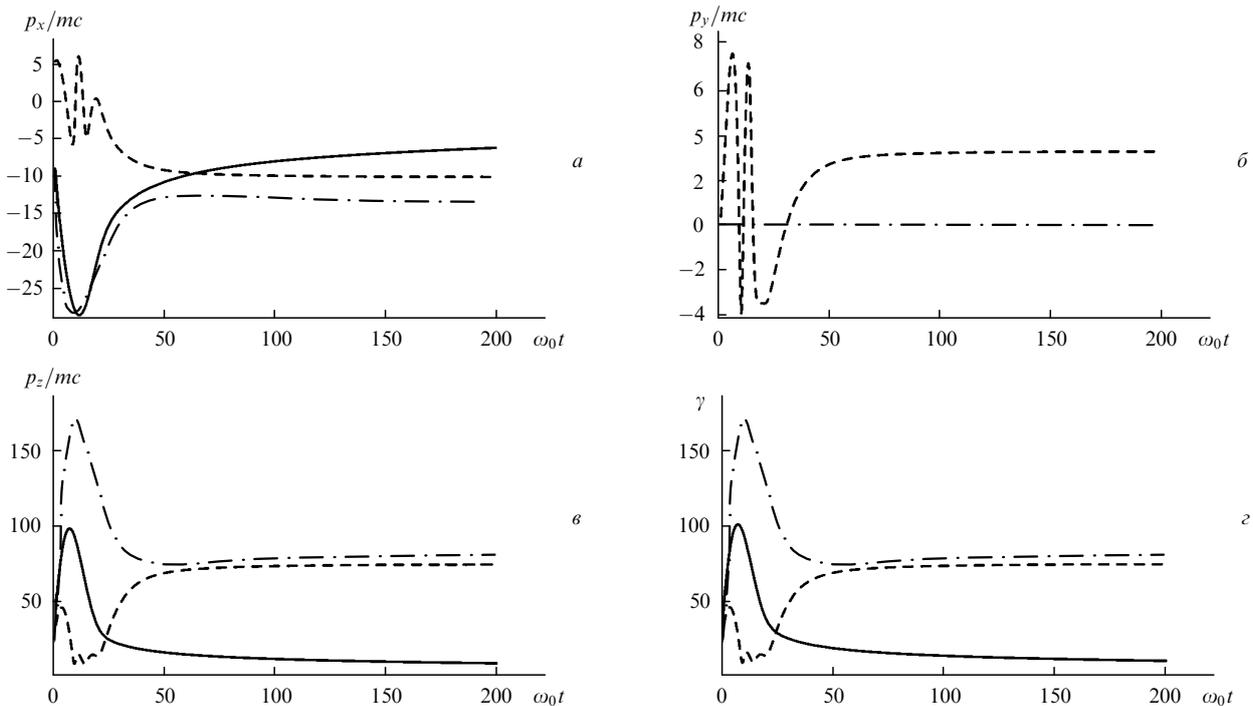


Рис.5. Эволюция компонент импульса (a, b, c) и γ (d) для ускоряемого в предварительно ионизованной плазме электрона при его начальном положении, определяемом вариантами IV–VI, для тех же параметров импульса, что и на рис.3. Сплошные кривые – вариант IV, штрихпунктирные – вариант V, штриховые – вариант VI.

на для варианта IV оказывается даже несколько меньшей, а угол вылета примерно тем же, несмотря на сильное электрическое поле, действующее на электрон при $t = 0$. Фактически начальное расположение электрона точно в лазерном фокусе является неблагоприятным для выбранного значения фазы $\varphi_0 = 0$. Из рис.5 видно, что за время $\sim 2T$ электрон ускоряется до энергии, отвечающей $\gamma \sim 100$, но затем так же быстро теряет энергию вследствие возникновения тормозящего поля. Вместе с тем для вариантов V, VI энергия примерно в пять раз больше, чем для вариантов II, III. Соответственно углы вылета несколько меньше. Стоит подчеркнуть более сильную зависимость параметров ускоренных электронов от их начального положения в окрестности фокуса по сравнению со случаем, обсуждавшимся в разд.4.

Эффективность ускорения электрона, первоначально помещенного точно в лазерный фокус, повышается при благоприятной начальной фазе поля, что выражается в увеличении энергии и уменьшении угла вылета. Так, при благоприятной начальной фазе поля эффективность ускорения по энергии вылетевшего электрона в несколько раз выше, чем в случае ускорения первоначально свободного электрона (разд.4). Например, варианту IV при $\varphi_0 = \pi/4$ отвечают значения $\gamma \approx 67$ и $\psi \approx 23^\circ$. Для сравнения при $\varphi_0 = \pi/2$ имеем $\gamma \approx 36$ и $\psi \approx 27^\circ$. Сильная зависимость параметров вылетевшего электрона от начальной фазы при его начальном расположении в лазерном фокусе объясняется острой фокусировкой излучения и, как следствие, влиянием продольного поля на движение электрона вблизи фокуса. Даже если изначально электрон находится точно в фокусе, где продольное поле равно нулю, при ускорении он оказывается под воздействием полей, зависящих от начальной фазы. Её вариация в условиях острой фокусировки сильно изменяет ускорение электрона в окрестности фокуса. В то же время при смещении начального положения электрона от оси (в пределах фокальной плоскости) на расстояние $\sim \lambda$ и варьировании фазы в диапазоне $0 - 2\pi$ изменение γ невелико ($\sim 10\%$). Это связано с быстрым вылетом электронов из фокальной области.

Расчеты, проведенные для различных начальных положений электрона на лазерной оси и начальных фаз поля, показали возможность достижения энергии $\gamma \approx 100$. Это реализуется для оптимального начального положения электрона $z_F - z_0 \simeq 1.3\lambda$. Таким образом, возможная энергия электрона в предьонизованной плазме оказывается в 3–4 раза большей, чем в случае ускорения свободного электрона (см. разд.4). При использовании выражений для напряженности и индукции полей в параксиальном приближении для пятна фокусировки этого же размера получаем значительно завышенную (на порядок) максимально возможную энергию ускоренного электрона.

6. Заключение

Поскольку нас прежде всего интересовало, к каким практическим результатам приведет значительное увеличение фокальной интенсивности излучения лазера, ставшее возможным благодаря развитию современных лазерных технологий, мы в данной работе исследовали прямое ускорение пробного электрона в условиях острой фокусировки, когда параксиальное приближение неприменимо для описания лазерного поля в фокусе. При этом лазерное поле вблизи фокуса описывается решением ура-

внений Максвелла (16)–(18), полученным для нестационарного лазерного импульса фемтосекундной длительности при выполнении условия $ct \gg \rho(z_F)$ (разд.3). Рассмотрено ускорение первоначально покоящегося электрона коротким симметричным лазерным импульсом, когда в начальный момент времени на электрон действует поле переднего фронта импульса (разд.4). Рассмотрен также случай ускорения электрона, возникающего при ионизации многозарядного иона, когда электрон рождается и начинает ускорение, находясь «внутри импульса» вблизи максимума его интенсивности (разд.5).

Проведенный анализ показывает, что при ускорении свободных электронов остросфокусированным импульсом с симметричной огибающей они вылетают под значительными углами к оси лазерного пучка. Это связано с тем, что продольные и поперечные компоненты сил F_E , F_B оказываются одного порядка. При этом энергия вылетающего электрона много меньше энергии, набираемой электронами в поле плоской электромагнитной волны ($\sim m_e c^2 a^2 / 2$). Кроме того, отсутствует жесткая корреляция между энергией и углом вылета электронов, характерная для ускорения электронов в приближении квазиплоской волны. Однако общей тенденцией является уменьшение угла при увеличении энергии вылета. Первоначально свободные электроны, расположенные изначально в окрестности фокуса, ускоряются на переднем фронте импульса и очень быстро, всего за несколько оптических периодов, покидают область фокуса. Это происходит до начала воздействия на них центральной, интенсивной части импульса. В результате, несмотря на чрезвычайно высокую концентрацию лазерной энергии, эффективного ускорения электронов не возникает. Фактически больших значений энергии электрона можно достичь при умеренной фокусировке, когда электрон дольше остается в фокальной области. Проведенное исследование представляет интерес для анализа работы и применений современных лазерных установок, допускающих острую фокусировку интенсивных лазерных импульсов, типа описанной в [3].

Сравнение полученных результатов по ускорению первоначально свободного электрона коротким релятивистски сильным импульсом в точно определяемых полях (17), (18) с результатами, полученными при использовании параксиального приближения для лазерного поля (20), показывает, что последнее приводит к завышенному значению максимальной энергии ускоренных электронов. В то же время для ансамбля частиц, находящихся вблизи фокуса, число электронов, ускоряемых до релятивистских энергий ($\gamma > 2$), оказывается выше, чем при использовании параксиального приближения. Из расчетов следует, что для частиц, расположенных перед фокусом в момент времени $t = 0$, энергия вылетающих электронов максимальна. Расчеты подтверждают также выводы работы [6] о квазиизотропном вылете электронов из фокального объема. В частности, это означает, что частицы, первоначально находящиеся на оси, перпендикулярной направлению поляризации, вовсе не движутся в плоскости, параллельной плоскости поляризации, как это утверждалось в работе [17], авторы которой при расчетах продольными полями пренебрегали. Таким образом, проведенные исследования подтверждают необходимость корректного учета продольных полей.

В соответствии с идеей авторов [11] в настоящей работе рассмотрено ускорение фотоэлектронов из пред-

варительно ионизованной плазмы. При этом, в отличие от [11], для случая острой фокусировки рассмотрено ускорения электронов с использованием не «параксиальных», а точно определяемых полей. В целом, так же как и в случае использования «параксиальных» полей, проведенные расчеты подтверждают выводы о том, что освобождаемый при ионизации электрон набирает значительно большую энергию, чем первоначально свободный электрон. Расчеты параметров электронов, образующихся при ионизации ионов Ti^{20+} , подтверждают целесообразность применения предложенной ранее схемы.

Авторы благодарны Н.Н.Демченко и Ю.В.Сенатскому за полезное обсуждение проблемы, а также К.В.Попову, сделавшему ряд численных тестовых расчетов по острой фокусировке излучения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №06-02-16103) и гранта МНТЦ (№ 2289). Один из нас (С.Г.Б.) признателен Благотворительному общественному Фонду содействия отечественной науке и Учебно-научному комплексу ФИАН, Программе Президиума РАН «Поддержка молодых ученых» и фонду некоммерческих программ «Династия».

1. Schwoerer H., Pfothner S., Jaëckel O. *Nature*, **439**, 445 (2006); Karsch S., Düsterer S., Schwoerer H. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 015001 (2003).
2. Albert O., Wang H., Liu D., et al. *Opt. Lett.*, **25**, 1125 (2000).
3. Bahk S.-W., Rousseau P., Planchon T.A. *Opt. Lett.*, **29**, 2837 (2004).
4. Hartemann F.V., Fochs S.N., LeSage G.P., et al. *Phys. Rev. E*, **51**, 4833 (1995).
5. Esarey E., Sprangle P., Krall J. *Phys. Rev. E*, **52**, 5443 (1995).
6. Quesnel V., Mora M. *Phys. Rev. E*, **58**, 3719 (1998).
7. Нарожный Н.Б., Фофанов М.С. *ЖЭТФ*, **117**, 867 (2000); Narozhny N.B., Fofanov M.S. *Phys. Lett. A*, **295**, 87 (2002).
8. Stupakov G.V., Zolotarev M.S. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 5274 (2001).
9. Wang P.X., Ho Y.K., Yuan X.Q., et al. *Appl. Phys.*, **91**, 856 (2002).
10. Salamin Y.I., Keitel C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 095005 (2002).
11. Hu S.X., Starace A.F. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 245003 (2002); *Phys. Rev. E*, **73**, 066502 (2006).
12. Maltsev A., Ditmire T. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 053002 (2003).
13. Бахари В.Д., Таранухин В.Д. *Квантовая электроника*, **33**, 563 (2003); **34**, 129 (2004).
14. Masuda S., Kando M., Kotaki H. *Phys. Plasmas*, **12**, 013102 (2005).
15. Wang W., Wang P.X., Ho Y.K., et al. *Europhys. Lett.*, **73**, 211 (2006).
16. Malka G., Miquel J.L. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 75 (1996).
17. Malka G., Lefebvre E., Miquel J.L. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3314 (1997).
18. Moore C.I., Ting A., McNaught S.J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1688 (1999).
19. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. *Физическая оптика* (М.: Изд-во МГУ, 1998, с. 467).
20. Davis L.W. *Phys. Rev. A*, **19**, 1177 (1979).
21. Agrawal G.P., Pattanayak D.N. *J. Opt. Soc. Am.*, **69**, 575 (1979).
22. Barton J.P., Alexander D.R. *J. Appl. Phys.*, **66**, 2800 (1989).
23. Cicchitelli L., Hora H., Postle R. *Phys. Rev. A*, **41**, 3727 (1990).
24. Duan K., Wang B., Lü B. *J. Opt. Soc. Am. A*, **22**, 1976 (2005).
25. Bahk S.-W., Rousseau P., Planchon T.A. *Appl. Phys. B*, **80**, 823 (2005).
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988, с. 160).
27. Lawson J.D. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-26**, 4217 (1979); Woodward P.M. *J. Inst. Electr. Eng.*, **93**, 1554 (1947).
28. Wang J.X., Scheid W., Hoelss M., et al. *Phys. Rev. E*, **65**, 028501 (2002).
29. Mora P., Quesnel V. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1351 (1998).
30. Cheng Ya, Xu Zhizhan. *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 2116 (1999).
31. Rau B., Tajima T., Hojo H. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3310 (1997).
32. Милантьев В.П., Шаар Я.Н. *ЖТФ*, **70**, 100 (2000).
33. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973, с. 183).
34. Greene P.L., Hall D.G. *Opt. Express*, **10**, 411 (1999).
35. <http://library.wolfram.com/>.
36. He X., Li R.X. *Phys. Plasmas*, **12**, 073101 (2005).
37. Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П. *ЖЭТФ*, **91**, 2008 (1986).