

Динамика резонатора Фабри – Перо в поле плоской гравитационной волны

С.П.Тарабрин

Вне длинноволнового приближения проанализировано взаимодействие слабой плоской гравитационной волны с резонатором Фабри – Перо в локально-лоренцевой системе отсчета входного зеркала с учетом силы светового давления. Получены обобщенные формулы для коэффициента пондеромоторной оптической жесткости, закона движения подвижного зеркала резонатора и функции отклика резонатора. Показано, что последняя есть сумма двух фазовых сдвигов циркулирующей световой волны: набега фазы при отражении от подвижного зеркала и набега фазы вследствие прямого взаимодействия гравитационной и световой волн внутри резонатора. Рассмотрена возможность резонансного детектирования высокочастотных гравитационных волн за счет эффекта оптической жесткости.

Ключевые слова: гравитационные волны, гравитационно-волновые детекторы, резонатор Фабри – Перо.

1. Введение

В настоящее время поиск гравитационно-волнового (ГВ) излучения от астрофизических источников осуществляется с помощью наземных лазерных интерферометров Майкельсона с длинами плеч от нескольких сотен метров (300 м в японской антенне TAMA-300 и 600 м в англо-германской GEO-600) до нескольких километров (3 км в франко-итальянской антенне VIRGO и 4 км в американских LIGO) [1, 2]. Вариации расстояний между зеркалами интерферометра, вызываемые как гравитационными волнами, так и флуктуациями различной природы, ограничивающими чувствительность ГВ детекторов, регистрируются по изменению интерференционной картины на фотодетекторе. В рабочий частотный диапазон наземных интерферометров ($f_{GW} \approx 50 - 1000$ Гц) попадают такие источники ГВ излучения, как двойные системы нейтронных звезд и черных дыр, несимметричные взрывы сверхновых, вращающиеся пульсары и др. Гравитационные волны в указанном диапазоне частот будем далее называть низкочастотными. Для них выполняется соотношение $L \ll \lambda_{GW}$, где L – длина плеча интерферометра, причем соответствующее приближение называется длинноволновым.

Для усиления отклика на низкочастотные ГВ сигналы в плечи интерферометра Майкельсона помещают дополнительные (входные) зеркала, превращая их в резонаторы Фабри – Перо. Оптический резонансный выигрыш по порядку величины можно оценить как τ^*/τ , где τ^* – время релаксации резонатора, а $\tau = L/c$ – время пролета фотона вдоль плеча интерферометра (для LIGO $\tau^* \approx 1.6 \times 10^{-3}$ с, $\tau \approx 1.3 \times 10^{-5}$ с). Было показано, что в рабочем диапазоне частот наземных интерферометров (т. е. в длинноволновом приближении) световое давление на подвижные зеркала (пробные массы) в расстроенном

резонаторе эффективно превращает свободные пробные массы в линейные осцилляторы за счет эффекта пондеромоторной оптической жесткости [3–13], позволяя получить дополнительный механический резонансный выигрыш на некоторых частотах.

Кроме того, в литературе было продемонстрировано, что усиление отклика на ГВ сигнал в резонаторе Фабри – Перо осуществляется также и вблизи частот, кратных межмодовому интервалу резонатора (для LIGO $f_{FSR} = 37.5$ кГц) [14, 15]. Для гравитационных волн на этих частотах длинноволновое приближение нарушается, т. е. $\lambda_{GW} = 2L$ при $f_{GW} = f_{FSR} = c/2L$. И хотя в современной астрофизике практически неизвестны источники высокочастотного ГВ излучения ($f_{GW} > 10$ кГц), некоторые струнные космологические модели [16–18] предсказывают существование реликтового гравитационного фона со спектром в диапазоне частот $f_{GW} \approx 10^{-6} - 10^{10}$ Гц. Поскольку поиск и регистрация ГВ фона планируется уже на детекторах Advanced LIGO, в работе которых будет использовано явление оптической жесткости, то рассмотрение возможности резонансного детектирования высокочастотных волн является актуальной задачей.

В данной работе рассчитан и проанализирован отклик резонатора Фабри – Перо на гравитационную волну произвольной частоты (т. е. вне длинноволнового приближения) с учетом силы светового давления на зеркала, которая приводит к эффекту пондеромоторной оптической жесткости. Проанализирована также возможность механического резонансного детектирования ГВ сигнала вблизи частоты межмодового интервала резонатора.

2. Электромагнитная волна в поле гравитационной волны

В общей теории относительности гравитационное поле отождествляется с метрическими свойствами пространства-времени. Полно слабой плоской + -поляризованной гравитационной волны в локально-лоренцевой системе отсчета некоторого физического тела соответствует следующая метрика [19]:

С.П.Тарабрин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: tarabrin@phys.msu.ru

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(x)dx^\alpha dx^\beta = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 + \frac{1}{2c^2} (x^2 - y^2) \ddot{h}(c dt - dz)^2. \quad (1)$$

Здесь $h = h(t - z/c)$; $|h| \ll 1$ — гравитационно-волновая функция; греческие индексы пробегает значения 0, 1, 2, 3, или ct, x, y, z .

Волновое уравнение для z -компоненты 4-потенциала электромагнитного поля $A^\mu = (0, 0, 0, A)$ с наложенной на него калибровкой Кулона в метрике (1) принимает вид [20]

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \frac{x^2}{c^2} \ddot{h}(t) \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Данное уравнение с достаточной для нас точностью описывает распространение вдоль оси x линейно поляризованного вдоль оси z лазерного пучка с радиусом ~ 10 см и длиной волны ~ 1 мкм в поле гравитационной волны с частотой $f_{GW} = 10^2 - 10^5$ Гц (что соответствует $\lambda_{GW} = 10^3 - 10^6$ м).

Решение уравнения (2), полученное в работе [20] методом последовательных приближений, с точностью до членов порядка Ω/ω_0 имеет вид

$$A(x, t) = A_+(x, t) + A_-(x, t), \quad (3)$$

$$A_\pm(x, t) = A_{\pm 0} [1 + g_\pm(x, t)] \times \exp[-i(\omega_0 t \mp k_0 x)] + \text{компл. сопр.},$$

где

$$g_\pm(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{4} \omega_0 \Omega \frac{x^2}{c^2} h(\Omega) \mp i \frac{1}{2} k_0 x h(\Omega) + \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{\Omega} h(\Omega) \left[\exp\left(\pm i \Omega \frac{x}{c}\right) - 1 \right] \right\} \exp(-i \Omega t) \frac{d\Omega}{2\pi}; \quad (4)$$

$k_0 = \omega_0/c$. Функция A_+ описывает световую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси x , а A_- — волну, распространяющуюся в противоположном направлении. Амплитуды $A_{\pm 0}$ и частота ω_0 выводятся из начально-краевой задачи, поставленной и решенной в следующем разделе.

3. Электромагнитная волна в резонаторе Фабри–Перо в поле гравитационной волны

Рассмотрим теперь световую волну, циркулирующую внутри резонатора Фабри–Перо длиной L в поле гравитационной волны (рис.1). Будем называть одно из зеркал резонатора входным, а второе — подвижным. Свяжем с входным зеркалом нашу систему отсчета (иначе говоря, будем работать в локально-лоренцевой системе отсчета этого зеркала) и положим, что оно частично пропускает оптическое излучение с соответствующим амплитудным коэффициентом $T \ll 1$, а подвижное зеркало является абсолютно отражающим. Для простоты мы пренебрегаем оптическими потерями в обоих зеркалах.

Пусть линейно поляризованная плоская световая волна $A_{in}(x, t)$ падает на входное зеркало. Запишем её в виде суммы «большой» волны с амплитудой A_{in0} и частотой ω_0 и «малой» добавки $a_{in}(x, t)$, соответствующей оптическим шумам (для простоты мы рассматриваем только классические электромагнитные поля и их флуктуации):

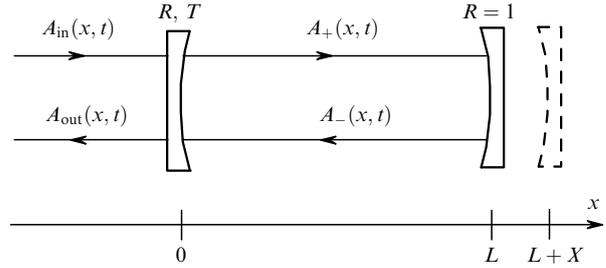


Рис.1. Резонатор Фабри–Перо с абсолютно отражающим подвижным правым зеркалом. Левое зеркало неподвижно и обладает амплитудным коэффициентом пропускания T . Изолированный резонатор без накачки имеет фиксированную длину L , координата подвижного зеркала $x(t) = L + X(t)$, $X \ll L$.

$$A_{in}(x, t) = A_{in0} \exp[-i(\omega_0 t - k_0 x)] + a_{in}(x, t) \exp[-i(\omega_0 t - k_0 x)] + \text{компл. сопр.},$$

$$a_{in}(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{in}(\Omega + \omega_0) \exp\left[-i\Omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \frac{d\Omega}{2\pi}.$$

Оптическое поле внутри резонатора представим в виде суммы волн, бегущих в положительном ($A_+(x, t)$) и отрицательном ($A_-(x, t)$) направлениях оси x , причем каждое из слагаемых разобьем на три части: «большую» компоненту с амплитудой $A_{\pm 0}$, «малую» добавку, соответствующую прямому взаимодействию гравитационной и световой волн (см. формулу (3)), и «малую» неизвестную функцию $a_\pm(x, t)$, описывающую оптические шумы и сдвиг фазы циркулирующей внутри резонатора волны (в дальнейшем членами вида $h \times a_\pm \sim h^2$ мы пренебрегаем):

$$A_\pm(x, t) = A_{\pm 0} \exp[-i(\omega_0 t \mp k_0 x)] + A_{\pm 0} g_\pm(x, t) \exp[-i(\omega_0 t \mp k_0 x)] + a_\pm(x, t) \exp[-i(\omega_0 t \mp k_0 x)] + \text{компл. сопр.},$$

$$a_\pm(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_\pm(\Omega + \omega_0) \exp\left[-i\Omega\left(t \mp \frac{x}{c}\right)\right] \frac{d\Omega}{2\pi}.$$

Отраженная от резонатора волна $A_{out}(x, t)$ включает в себя как волну, отраженную от входного зеркала, так и вышедшую из резонатора волну. В последней содержится информация о ГВ сигнале (и маскирующих его шумах). Отраженную волну также представим в виде суммы «большой» и «малой» компонент:

$$A_{out}(x, t) = A_{out0} \exp[-i(\omega_0 t + k_0 x)] + a_{out}(x, t) \exp[-i(\omega_0 t + k_0 x)] + \text{компл. сопр.},$$

$$a_{out}(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{out}(\Omega + \omega_0) \exp\left[-i\Omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \frac{d\Omega}{2\pi}.$$

Для нахождения связи между выписанными оптическими полями наложим граничные условия: условие непрерывности вектора-потенциала на поверхностях входного зеркала и условие равенства нулю касательной компоненты вектора напряженности электрического поля на поверхности подвижного зеркала в его собственной системе отсчета [21]:

$$A_{out}(0, t) = R A_{in}(0, t) + T A_-(0, t),$$

$$A_+(0, t) = T A_{in}(0, t) - R A_-(0, t),$$

$$A_+[L + X(t - \tau), t - \tau] + A_-[L + X(t - \tau), t - \tau] = 0.$$

Здесь $\tau = L/c$. Решение этой системы уравнений получено в работе [20] методом последовательных приближений:

$$\begin{aligned} A_{+0} &= \frac{T}{1 - R \exp(2i\omega_0\tau)} A_{in0}, \\ A_{-0} &= -\frac{T \exp(2i\omega_0\tau)}{1 - R \exp(2i\omega_0\tau)} A_{in0}, \\ A_{out0} &= \frac{R - \exp(2i\omega_0\tau)}{1 - R \exp(2i\omega_0\tau)} A_{in0} \end{aligned}$$

в нулевом приближении и

$$\begin{aligned} a_+(\Omega + \omega_0) &= a_{in}(\Omega + \omega_0) \frac{T}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} \\ &+ \frac{R \exp(2i\omega_0\tau) A_{+0}}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} i[\delta\Psi_{mir}(\Omega) + \delta\Psi_{GW+EMW}(\Omega)], \\ a_-(\Omega + \omega_0) &= -a_{in}(\Omega + \omega_0) \frac{T \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} \\ &+ \frac{A_{-0}}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} i[\delta\Psi_{mir}(\Omega) + \delta\Psi_{GW+EMW}(\Omega)], \\ a_{out}(\Omega + \omega_0) &= a_{in}(\Omega + \omega_0) \frac{R - \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} \\ &+ \frac{TA_{-0}}{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]} i[\delta\Psi_{mir}(\Omega) + \delta\Psi_{GW+EMW}(\Omega)] \end{aligned} \quad (5)$$

в первом приближении.

Здесь мы ввели удобные обозначения для фазовых сдвигов при однократном отражении согласно их физическому смыслу:

$$\delta\Psi_{mir}(\Omega) = 2k_0 X(\Omega) \exp(i\Omega\tau)$$

соответствует фазовому сдвигу световой волны при отражении от зеркала, движущегося по закону $X = X(t)$ (или $X(\Omega)$ в спектральном представлении), который будет получен ниже;

$$\begin{aligned} \delta\Psi_{GW+EMW}(\Omega) &= i[g_-(L, \Omega + \omega_0) - g_+(L, \Omega + \omega_0)] \\ &\times \exp(i\Omega\tau) \approx -k_0 Lh(\Omega) \left(1 - \frac{\sin \Omega\tau}{\Omega\tau}\right) \exp(i\Omega\tau) \end{aligned}$$

описывает фазовый сдвиг световой волны (EMW), вычисленный в приближении $\Omega \sim \omega_{GW} \ll \omega_0$, за счет её прямого взаимодействия с гравитационной волной. Заметим, что качественно данный эффект можно интерпретировать как появление эффективного показателя преломления, зависящего от координаты и времени.

4. Уравнение движения зеркала

Уравнение движения зеркала в поле гравитационной волны (1) с учетом силы светового давления имеет вид [20]

$$m \left[\frac{d^2 X}{dt^2} - \frac{1}{2} L \ddot{h}(t) \right] = \frac{S}{8\pi} \left[\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=L+X(t)}^{(1)}, \quad (6)$$

где m — масса зеркала; S — площадь поперечного сечения лазерного пучка; $A = A(x, t)$ — потенциал электромагнитного поля внутри резонатора.

Уравнение (6) удобно решать в спектральном представлении методом последовательных приближений. Нас интересует только первое приближение, т. к. в нулевом приближении сила давления постоянна и может быть скомпенсирована. Правую часть этого уравнения (обозначим ее F) можно разбить на два слагаемых согласно их физическому смыслу (пренебрегая флуктуационной составляющей силы, пропорциональной a_{in}) [20]:

$$F(\Omega) = F_{pm}(\Omega) + F_{GW+EMW}(\Omega),$$

где

$$F_{pm}(\Omega) = -\mathcal{K}(\Omega)X(\Omega) = -K(\Omega)X(\Omega) + 2i\Omega\Gamma(\Omega)X(\Omega) \quad (7)$$

– пондеромоторная составляющая силы светового давления;

$$F_{GW+EMW}(\Omega) = \frac{1}{2} \mathcal{K}(\Omega) \left(1 - \frac{\sin \Omega\tau}{\Omega\tau}\right) Lh(\Omega) \quad (8)$$

– поправка к силе на прямое взаимодействие гравитационной и световой волн;

$$K(\Omega) = \frac{4k_0 S W_{FP} R \exp(2i\Omega\tau) \sin(2\omega_0\tau)}{1 - 2R \exp(2i\Omega\tau) \cos(2\omega_0\tau) + R^2 \exp(4i\Omega\tau)} \quad (9)$$

– коэффициент оптической жесткости [7, 8, 22];

$$\Gamma(\Omega) = \frac{S W_{FP}}{c} \frac{1 - R^2 \exp(4i\Omega\tau)}{1 - 2R \exp(2i\Omega\tau) \cos(2\omega_0\tau) + R^2 \exp(4i\Omega\tau)} \quad (10)$$

– коэффициент радиационного трения [22]; $W_{FP} = k_0^2 (A_{+0} \times A_{+0}^* + A_{-0} A_{-0}^*) / 2\pi$ – плотность энергии световой волны, циркулирующей внутри резонатора Фабри–Перо.

Отметим, что пондеромоторная сила включает в себя слагаемые, описывающие жесткость (K) и трение (Γ). Последнее является релятивистской поправкой и появляется при учете членов, пропорциональных \dot{X}/c . Оба эффекта возникают с некоторой временной задержкой (порядка времени релаксации резонатора). Разделение пондеромоторной силы на возвращающую силу и силу трения условно, поскольку оба слагаемых имеют как действительные, так и мнимые части. Обычно оптической жесткостью называют величину $\Re(K)$. Так как $2i\Omega\Gamma \sim (\Omega/\omega_0)K$, то в большинстве случаев трение Γ маскируется мнимой частью жесткости и в дальнейшем может быть опущено. Единственным исключением является случай оптического резонанса $\omega_0\tau = \pi n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, при котором $K = 0$. В расстроенном резонаторе в зависимости от выбора рабочей точки на резонансной кривой возможны следующие случаи [3, 4]: либо $\Re[K(\Omega)] > 0$ и $\Im[K(\Omega)] < 0$, либо $\Re[K(\Omega)] < 0$ и $\Im[K(\Omega)] > 0$. Данные неравенства отражают тот факт, что появление пондеромоторной жесткости может сопровождаться возникновением неустойчивости.

5. Закон движения зеркала и отклик резонатора

Решение уравнения (6) в спектральном представлении с учетом формул (7)–(10) имеет вид

$$X(\Omega) = \frac{1}{2} \frac{Lh(\Omega)}{m\Omega^2 - \mathcal{K}(\Omega)} \left[m\Omega^2 - \mathcal{K}(\Omega) \left(1 - \frac{\sin \Omega\tau}{\Omega\tau} \right) \right], \quad (11)$$

а соответствующий отклик детектора (5) (мы пренебрегаем членом, пропорциональным a_{in} и описывающим флуктуации оптического поля)

$$a_{out}(\Omega + \omega_0) = -A_{in0} \times \frac{T^2 \exp(2i\omega_0\tau)}{[1 - R \exp(2i\omega_0\tau)] \{1 - R \exp[2i(\Omega + \omega_0)\tau]\}} \times \frac{m\Omega^2}{m\Omega^2 - \mathcal{K}(\Omega)} ik_0 Lh(\Omega) \frac{\sin \Omega\tau}{\Omega\tau} \exp(i\Omega\tau). \quad (12)$$

В большинстве случаев в формулах (11) и (12) можно заменить $\mathcal{K}(\Omega) \rightarrow K(\Omega)$.

Из полученных выражений непосредственно следует, что при взаимодействии с резонатором гравитационных волн с частотами $\Omega = \omega_{GW} \approx n\omega_{FSR}$ ($\omega_{FSR} = \pi c/L$ – межмодовый интервал резонатора) возможно параметрическое возбуждение дополнительных оптических мод.

6. Отклик расстроенного резонатора вблизи частоты межмодового интервала

Проанализируем функцию отклика резонатора вблизи частоты межмодового интервала, введя следующие обозначения: $\Delta = \Omega - \omega_{FSR}$, $|\Delta| \ll \omega_{FSR}$ – отстройка от частоты межмодового интервала, δ – отстройка от частоты пика выбранной рабочей моды резонатора (т.е. $\omega_0 = \pi n_0/\tau + \delta$, n_0 фиксировано), $\gamma = (1 - R)/(2\tau)$ – полуширина резонансной кривой, \mathcal{E}_{FP} – полная энергия электромагнитного поля внутри резонатора. В этих обозначениях формулы для коэффициента оптической жесткости (9) и функции отклика резонатора (12) принимают следующий вид:

$$K(\Delta) = \frac{2\omega_0 \mathcal{E}_{FP}}{L^2} \frac{\delta}{\delta^2 + (\gamma - i\Delta)^2},$$

$$a_{out}(\omega_{FSR} + \Delta + \omega_0) \approx -A_{in0} \frac{\gamma/\tau}{\gamma - i\delta} \frac{1}{\gamma - i(\delta + \Delta)}$$

$$\times \frac{m\omega_{FSR}^2}{m\omega_{FSR}^2 - K(\Delta)} \frac{\Delta}{\omega_{FSR}} ik_0 Lh(\omega_{FSR} + \Delta).$$

Условием резонансного режима детектирования является равенство $m\omega_{FSR}^2 - \Re[K(\Delta)] = 0$. Отношение $\Re[K(\Delta)]/(m\omega_{FSR}^2)$ по порядку величины можно оценить как $\sim 10^{-4}$ [20] при следующих значениях параметров, планируемых в детекторах Advanced LIGO: $L = 4$ км, $\omega_0/2\pi = 3 \times 10^{14}$ Гц, $\delta/2\pi = 100$ Гц, $\gamma/2\pi = 1$ Гц (узкополосный режим работы), $\mathcal{E}_{FP} = 20$ Дж, $m = 40$ кг и $\omega_{FSR}/2\pi = 37.5$ кГц. Поэтому для получения механического резонансного выигрыша при детектировании высокочастотных гравитационных волн с $f_{GW} \approx 30$ кГц необходимо увеличивать циркулирующую оптическую мощность и уменьшать массу зеркала и ширину резонансной кривой. Отметим, что даже при выполнении равенства $m\omega_{FSR}^2 - \Re[K(\Delta)] = 0$ резонансный выигрыш будет ограничен величиной $m\omega_{FSR}^2/\Im[K(\Delta)]$.

7. Заключение

В данной работе было проанализировано взаимодействие слабой плоской +-поляризованной гравитационной волны с резонатором Фабри–Перо в локально-лоренцевой системе отсчета его входного зеркала с учетом силы светового давления вне рамок длинноволнового приближения. Получены обобщенные формулы для коэффициента оптической жесткости, закона движения зеркала и функции отклика резонатора на гравитационные волны произвольных частот, в том числе и высокочастотные (~ 10 кГц), предсказываемые некоторыми современными космологическими моделями. На основе полученных формул была рассмотрена возможность резонансного детектирования высокочастотных гравитационных волн и показано, что для получения механического резонансного выигрыша потребуется увеличивать циркулирующую в резонаторе оптическую мощность и уменьшать значения пробных масс и ширины резонансной кривой.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность С.П.Вятчанину, Ф.Я.Халили, В.И.Денисову, Ш.Л.Данилишину и М.Рахманову за ценные советы и замечания. Работа выполнена при поддержке Министерства промышленности и науки РФ (контракты № 5178.2006.2 и 02.445.11.7423), а также NSF и Caltech (грант PHY-0353775).

1. Abramovici A. et al. *Science*, **256**, 325 (1992).
2. Ju L., Blair D.G., Zhao C. *Rep. Prog. Phys.*, **63**, 1317 (2000).
3. Брагинский В.Б., Манукин А.Б. *ЖЭТФ*, **52**, 986 (1967).
4. Брагинский В.Б., Манукин А.Б., Тихонов М.Ю. *ЖЭТФ*, **58**, 1549 (1970).
5. Braginsky V.B., Gorodetsky M.L., Khalili F.Ya. *Phys. Lett. A*, **232**, 340 (1997).
6. Braginsky V.B., Khalili F.Ya. *Phys. Lett. A*, **257**, 241 (1999).
7. Rakhmanov M., *Ph.D. Thesis* (Pasadena, California: California Institute of Technology, 2000); <http://www.ligo.caltech.edu/docs/P/P000002-00.pdf>.
8. Khalili F.Ya. *Phys. Lett. A*, **288**, 251 (2001); arXiv:gr-qc/0107084.
9. Buonanno A., Chen Y. *Phys. Rev. D*, **64**, 042006 (2001); arXiv:gr-qc/0102012.
10. Buonanno A., Chen Y. *Phys. Rev. D*, **65**, 042001 (2001); arXiv:gr-qc/0107021.
11. Buonanno A., Chen Y. *Phys. Rev. D*, **67**, 062002 (2003); arXiv:gr-qc/0208048.
12. Lazebny V.I., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **344**, 7 (2005).
13. Khalili F.Ya., Lazebny V.I., Vyatchanin S.P. *Phys. Rev. D*, **73**, 062002 (2006); arXiv:gr-qc/0511008.
14. Markowicz J., Savage R., Schwinberg P. *LIGO Technical Document T030186-00*, 2003; <http://www.ligo.caltech.edu/docs/T/T030186-00.pdf>.
15. Sigg D., Savage R. *LIGO Technical Document T030296-00*, 2003; <http://www.ligo.caltech.edu/docs/T/T030296-00.pdf>.
16. Bruestein R. et al. *Phys. Lett. B*, **361**, 45 (1995); arXiv:hep-th/9507017.
17. Allen B., Bruestein R. *Phys. Rev. D*, **55**, 3260 (1997); arXiv:gr-qc/9609013.
18. Buonanno A., Maggiore M., Ungarelli C. *Phys. Rev. D*, **55**, 3330 (1997); arXiv:gr-qc/9605072.
19. Blandford R., Thorne K.S. *Ph 136: Applications of Classical Physics, Ch. 26*, 2003; <http://www.pma.caltech.edu/Courses/ph136/yr2002/chap26/0226.1.pdf>.
20. Tarabrin S.P. *Phys. Rev. D*, **75**, 102002 (2007); arXiv:gr-qc/0701156.
21. Law C.K. *Phys. Rev. A*, **51**, 2537 (1995).
22. Matsko A.B., Zubova E.A., Vyatchnin S.P. *Opt. Commun.*, **131**, 107 (1996).