

Параметрическая колебательная неустойчивость в интерферометре LIGO с зеркалом рециркуляции сигнала

С.П.Вятчанин, С.Е.Стрыгин

Детально проанализирован нежелательный эффект параметрической колебательной неустойчивости в лазерной гравитационно-волновой антенне LIGO с зеркалом рециркуляции сигнала, проявляющийся в возбуждении стоксовой оптической моды и упругой механической моды зеркала. Показано, что в случае различающихся собственных частот резонаторов Фабри–Перо в плечах интерферометра эффект параметрической неустойчивости достаточно мал из-за малой ширины полосы пропускания.

Ключевые слова: квантовая теория измерений, гравитационно-волновой интерферометр LIGO, гравитационные волны.

1. Введение

В настоящее время чувствительность интерферометрической лазерной гравитационно-волновой антенны LIGO, выраженная через амплитуду вариации метрики, примерно в три раза лучше ее планируемого значения $h \simeq 1 \times 10^{-21}$ в полосе частот 100 Гц [1, 2]. После дальнейшего усовершенствования системы изоляции от различного рода шумов в зеркалах 4-километровых оптических резонаторов Фабри–Перо и увеличения оптической мощности W волны, циркулирующей в резонаторах, до ~ 830 кВт планируется достичь чувствительности $h \simeq 1 \times 10^{-22}$.

В работе [3] был проанализирован нежелательный эффект параметрической колебательной неустойчивости в интерферометре Фабри–Перо, который, в свою очередь, может вызвать значительное уменьшение чувствительности антенны. Этот эффект появляется в том случае, если оптическая мощность W_c волны, циркулирующей в основной оптической моде, превышает определенное пороговое значение при условии, что разность частот $\omega_0 - \omega_1$ основной оптической моды и стоксовой моды близка к частоте ω_m упругой моды зеркала резонатора. Взаимодействие между этими тремя модами возникает благодаря пондеромоторному давлению света в оптической и стоксовой модах и параметрическому воздействию механических колебаний зеркала на оптические моды. Если значение световой мощности W_c превышает критическое, амплитуда механических колебаний, как и оптическая мощность в стоксовой оптической моде, возрастает экспоненциально. Позже в работе [4] было показано, что если учитывать влияние антистоксовой моды с частотой $\omega_{1a} = \omega_0 + \omega_m$, то эффект параметрической колебательной неустойчивости будет значительно ослаблен или даже полностью исключен.

С.П.Вятчанин, С.Е.Стрыгин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: svyatchanin@phys.msu.ru, strigin@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 5 июля 2007 г., после доработки – 15 августа 2007 г.

В [5] был представлен детальный анализ, основанный на модели интерферометра LIGO с зеркалом рециркуляции мощности, и показано, что антистоксова мода не может полностью подавить параметрическую колебательную неустойчивость. Одним из предложенных способов избавления от этого эффекта является изменение формы зеркал или внесение низкошумящего затухания [6]. Другой значимой идеей с точки зрения уменьшения роли эффекта параметрической неустойчивости является нагрев пробных масс для изменения радиуса кривизны зеркал интерферометра и последующий контроль величины расстроек, а также уменьшение факторов перекрытия оптических и упругих мод [7–9]. Стоит отметить, что недавно параметрическая неустойчивость была обнаружена в эксперименте [10].

В работе [11] был проведен детальный анализ параметрической неустойчивости в интерферометре LIGO с зеркалом рециркуляции сигнала при условии, что резонаторы Фабри–Перо в его плечах одинаковы. Однако на практике данные резонаторы имеют в общем случае разные собственные частоты из-за различия радиусов кривизны зеркал в разных плечах в несколько метров ($\sim 0.1\%$). Например, для частот ω_{qmn} мод Гаусса–Эрмита в резонаторе Фабри–Перо с радиусами кривизны зеркал R_1, R_2 и расстоянием L между ними имеем [12]

$$\omega_{qmn} = \frac{\pi c}{L} \left[q + (m + n + 1) \frac{\phi}{\pi} \right], \quad (1)$$

$$\phi \equiv \arccos \left[\pm (g_1 g_2)^{1/2} \right], \quad g_{1,2} = 1 - \frac{L}{R_{1,2}}. \quad (2)$$

Здесь $q = 0, 1, 2, \dots$ – продольный коэффициент и m, n – поперечные индексы оптических мод соответственно; g_1 и g_2 – g -факторы; c – скорость света. В формуле для ϕ знак «+» выбирается при $g_1 > 0$ и $g_2 > 0$, знак «–» отвечает $g_1 < 0$ и $g_2 < 0$; различные знаки (т.е. $g_1 g_2 < 0$) соответствуют неустойчивому резонатору.

Для усовершенствованной схемы LIGO, в которой

$$R_{1,2} = 2076 \pm 3 \text{ м}, \quad L = 4 \text{ км}, \quad (3)$$

$$g_{1,2} = g \simeq -0.926 \pm 3 \times 10^{-3}, \quad \phi \simeq 0.385, \quad (4)$$

частоты оптических мод будут различаться на величину

$$\Delta f_{qmn} = \pm \frac{\Delta\omega_{qmn}}{2\pi} \simeq \pm(m+n+1)100 \text{ Гц}. \quad (5)$$

Если вспомнить, что частотный интервал чувствительности усовершенствованной схемы интерферометра LIGO планируется между 50 и 500 Гц, а коэффициент затухания оптических мод в интерферометре равен $\sim 2 \text{ с}^{-1}$, это значение достаточно велико. Стоит отметить, что основные моды резонаторов Фабри–Перо в двух плечах настраиваются в резонанс системой обратной связи. Дополнительные же оптические моды, играющие роль стоксовых мод, при этом немного отличаются друг от друга по частотам, а резонаторы Фабри–Перо в плечах не являются оптически одинаковыми, как это и полагалось в [13].

В настоящей работе проанализирован эффект параметрической неустойчивости в усовершенствованной схеме интерферометра LIGO с оптически разными плечами. Показано, что небольшая расстройка плеч приводит к сдвигу частот нормальных мод полного интерферометра, однако вероятность параметрической неустойчивости несущественно отличается от случая оптически одинаковых плеч. С одной стороны, это приводит к появлению возможности параметрической неустойчивости в интерферометре при малой оптической мощности (несколько ватт) и малой расстройке $\Delta = \omega_0 - \omega_S - \omega_m$, а с другой стороны, вероятность параметрической колебательной неустойчивости оказывается крайне малой из-за малости коэффициента затухания оптических мод (несколько герц).

2. Интерферометр LIGO с зеркалом рециркуляции сигнала и оптически неодинаковыми резонаторами Фабри–Перо в плечах

На рис.1 показан интерферометр LIGO с зеркалами рециркуляции сигнала и мощности (РС- и РМ-зеркала соответственно).

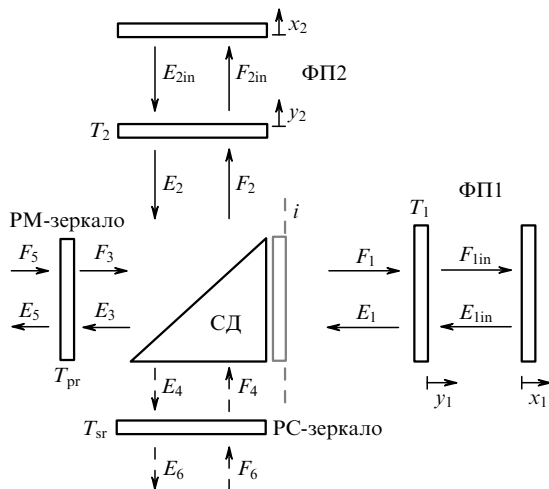


Рис.1. Усовершенствованная схема интерферометра LIGO: ФП1, ФП2 – первый и второй резонаторы Фабри–Перо в плечах интерферометра; СД – светоделитель; T_{pr} , T_{sr} – коэффициенты прозрачности РМ- и РС-зеркал.

Пренебрежем оптическими потерями и шумами подвесов в зеркалах и будем считать, что собственные частоты стоксовых мод ω_1 и ω_2 в резонаторах Фабри–Перо в плечах немного отличаются от средней частоты $\omega_S = (\omega_1 + \omega_2)/2$ на величину расстройки плеч $d \equiv (\omega_1 - \omega_2)/2$, т.е. $\omega_{1,2} = \omega_S \pm d$. Для простоты также предположим, что коэффициенты затухания и прозрачности входных зеркал одинаковы: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $T_1 = T_2 = T$. Расстояния между входными зеркалами резонаторов Фабри–Перо и светоделителем, а также между светоделителем и РС- и РМ-зеркалами достаточно малы (около нескольких метров), поэтому будем считать, что фазовые набеги световых волн, циркулирующих между этими зеркалами, постоянны и не зависят от частоты. Интерферометр накачивается через порт F_5 .

Введем средние и малые флуктуационные амплитуды световых полей. Например, для амплитуды в первом резонаторе Фабри–Перо $F_{1in} = \mathcal{F}_0 + f_{1in}$, где усредненное поле \mathcal{F}_0 соответствует основной моде с частотой ω_0 , а флуктуационное поле f_{1in} – стоксовой моде со средней частотой ω_S . Детальные расчеты данной конфигурации интерферометра были представлены в работе [13]:

$$f_{1in}(\Omega) = \mathcal{F}_1 f_1(\Omega) + N_1 \mathcal{F}_0 \frac{\mathcal{F}_1 2ikz_1^*(\Delta - \Omega)}{i\sqrt{T}}, \quad (6)$$

$$e_1(\Omega) = \mathcal{R}_1 f_1(\Omega) - N_1 \mathcal{F}_0 \mathcal{T}_1 2ikz_1^*(\Delta - \Omega), \quad (7)$$

$$\mathcal{F}_1 = \frac{2i\gamma}{\sqrt{T}[\gamma - i(\Omega - d)]}, \quad \mathcal{R}_1 = \frac{\gamma + i(\Omega - d)}{\gamma - i(\Omega - d)}, \quad (8)$$

$$\Delta = \omega_0 - \omega_S - \omega_m, \quad \omega_S = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad d = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2},$$

$$f_{2in}(\Omega) = \mathcal{F}_2 f_2(\Omega) + N_2 \mathcal{F}_0 \frac{\mathcal{F}_2 2ikz_2^*(\Delta - \Omega)}{i\sqrt{T}}, \quad (9)$$

$$e_2(\Omega) = \mathcal{R}_2 f_2(\Omega) - N_2 \mathcal{F}_0 \mathcal{T}_2 2ikz_2^*(\Delta - \Omega), \quad (10)$$

$$\mathcal{F}_2 = \frac{2i\gamma}{\sqrt{T}[\gamma - i(\Omega + d)]}, \quad \mathcal{R}_2 = \frac{\gamma + i(\Omega + d)}{\gamma - i(\Omega + d)},$$

$$z_{1,2}(\Omega) \equiv x_{1,2}(\Omega) - y_{1,2}(\Omega), \quad \gamma = \frac{cT}{4L}, \quad (11)$$

$$E_1 = R_1 F_1, \quad E_2 = R_2 F_2, \quad R_{1,2} = \mathcal{R}_{1,2}(\Omega = 0).$$

Здесь f_{1in} , e_1 , f_{2in} и e_2 – флуктуационные составляющие полей F_{1in} , E_1 , F_{2in} и E_2 ; $N_{1,2}$ – безразмерные факторы перекрытия оптических и упругих мод; $k = \omega_S/c$ – волновой вектор оптической стоксовой моды; $x_{1,2}$, $y_{1,2}$ – механические смещения зеркал резонаторов Фабри–Перо [13]; Δ – расстройка мод при параметрической неустойчивости. Формулы (6)–(11) записаны в частотном представлении для случая медленно меняющейся амплитуды механических смещений $\bar{z}_1(t) = z_1(t) \exp(-i\omega_m t) + z_1^*(t) \times \exp(i\omega_m t)$.

Обозначим через F_3 , E_3 и F_4 , E_4 амплитуды световых полей на светоделителе (рис.1). Предположим, что прозрачность светоделителя $T_{bs} = 1/2$, а фаза, возникающая из-за циркуляции волны между вторым резонатором Фабри–Перо и светоделителем, удовлетворяет соотно-

шению $\exp(i\phi_2) = 1$, а между первым резонатором Фабри–Перо и светоделителем – $\exp(i\phi_1) = i$. Для простоты введем плоскость i (рис. 1), в которой фазовый набег до светоделителя таков, что $\exp(i\phi_1) = i$, а до входного зеркала первого резонатора Фабри–Перо он равен 2π . Тогда амплитуды F_1, E_1 полей на входном зеркале первого резонатора Фабри–Перо (и в плоскости i), F_2, E_2 на входном зеркале второго резонатора Фабри–Перо и F_3, E_3, F_4, E_4 на светоделителе будут связаны соотношениями

$$F_1 = \frac{-F_3 - iF_4}{\sqrt{2}}, \quad F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-F_3 + iF_4), \quad (12)$$

$$F_3 = \frac{-F_1 - F_2}{\sqrt{2}}, \quad F_4 = \frac{i}{\sqrt{2}}(F_1 - F_2), \quad (13)$$

$$E_3 = \frac{-E_1 - E_2}{\sqrt{2}}, \quad E_4 = \frac{i(-E_1 + E_2)}{\sqrt{2}}. \quad (14)$$

Для РМ-зеркала запишем:

$$F_3 \exp(-i\phi_{\text{pr}}) = iT_{\text{pr}}^{1/2}F_5 - (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}E_3 \exp(i\phi_{\text{pr}}), \quad (15)$$

$$E_5 = iT_{\text{pr}}^{1/2}E_3 \exp(i\phi_{\text{pr}}) - (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}F_5, \quad (16)$$

$$\phi_{\text{pr}} = (\omega_S + A_{\text{pr}} + \Omega) \frac{l_{\text{pr}}}{c}, \quad (17)$$

где T_{pr} – коэффициент прозрачности РМ-зеркала; A_{pr} – расстройка резонатора, образованного светоделителем и РМ-зеркалом. Предположим также, что этот резонатор находится в резонансе и $\exp(i\phi_{\text{pr}}) = i$, а ϕ_{pr} не зависит от частоты Ω из-за его малых размеров ($l_{\text{pr}} \ll L$). Следовательно,

$$F_3 = (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}E_3 - T_{\text{pr}}^{1/2}F_5, \quad (18)$$

$$E_5 = -T_{\text{pr}}^{1/2}E_3 - (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}F_5. \quad (19)$$

Для РС-зеркала запишем аналогичные соотношения:

$$F_4 \exp(-i\phi) = iT_{\text{sr}}^{1/2}F_6 - (1 - T_{\text{sr}})^{1/2}E_4 \exp(i\phi), \quad (20)$$

$$E_6 = iT_{\text{sr}}^{1/2}E_4 \exp(i\phi) - (1 - T_{\text{sr}})^{1/2}F_6, \quad (21)$$

где T_{sr} – коэффициент прозрачности РС-зеркала. Пусть резонатор, образованный светоделителем и РС-зеркалом, находится не в резонансе и $\phi = (\omega_S + \Omega)l_{\text{sr}}/c$ – произвольный набег фазы, но ϕ также не зависит от частоты Ω из-за малых размеров резонатора ($l_{\text{sr}} \ll L$).

Для нахождения выражений для световых полей $f_{\text{in}}, f_{2\text{in}}$ подставим (13), (14) в систему уравнений (18), (20), после чего с учетом (6), (7), (9), (10) получим

$$\begin{aligned} f_{\text{in}}[\gamma_+ - i(\Omega - d)] + f_{2\text{in}}[\gamma_+ - i(\Omega + d)] &= \mathcal{Z}_+, \\ f_{\text{in}}[\Gamma_- - i(\Omega - d)] - f_{2\text{in}}[\Gamma_- - i(\Omega + d)] &= \mathcal{Z}_-, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\mathcal{Z}_1 = \frac{icN_1\mathcal{F}_0kz_1^*}{L}, \quad \mathcal{Z}_2 = \frac{icN_1\mathcal{F}_0kz_2^*}{L},$$

$$\gamma_+ = \gamma \frac{1 - (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}}{1 + (1 - T_{\text{pr}})^{1/2}}, \quad \mathcal{Z}_{\pm} = \mathcal{Z}_1 \pm \mathcal{Z}_2,$$

$$\Gamma_- \equiv \gamma_- - i\delta = \gamma \frac{1 - \exp(2i\phi)(1 - T_{\text{sr}})^{1/2}}{1 + \exp(2i\phi)(1 - T_{\text{sr}})^{1/2}}. \quad (23)$$

Здесь δ – расстройка антисимметричной моды, зависящая от расположения РС-зеркала, а γ_+ и Γ_- имеют простой физический смысл. При переходе к случаю интерферометра с оптически одинаковыми плечами (при $d \rightarrow 0$) $\Gamma_- \rightarrow \gamma$, а γ_+ и γ_- описывают коэффициенты затухания симметричной ($\sim F_1 + F_2$) и антисимметричной ($\sim F_1 - F_2$) мод [11]. Суммируя и вычитая данные уравнения, получаем

$$f_{\text{in}}[g_+ - i(\Omega - d)] + f_{2\text{in}}g_- = \mathcal{Z}_1, \quad (24)$$

$$f_{\text{in}}g_- + f_{2\text{in}}[g_+ - i(\Omega + d)] = \mathcal{Z}_2, \quad (25)$$

$$g_{\pm} = \frac{\gamma_+ \pm \Gamma_-}{2} = \frac{\gamma_+ \pm \gamma_- \mp i\delta}{2}. \quad (26)$$

Добавив теперь механические уравнения с пондеромоторной силой светового давления, найдем [13]

$$\dot{\mathcal{Z}}_1 + \gamma_m \mathcal{Z}_1 = 2\mathcal{Z} f_{\text{in}}(t) \exp(i\Delta t), \quad (27)$$

$$\dot{\mathcal{Z}}_2 + \gamma_m \mathcal{Z}_2 = 2\mathcal{Z} f_{2\text{in}}(t) \exp(i\Delta t), \quad (28)$$

$$2\mathcal{Z} = \frac{2\omega_S |N_1|^2 |\mathcal{F}_0|^2}{m\epsilon_0 \omega_m L}, \quad \mu = \frac{1}{V} \int |\mathbf{u}(\mathbf{r})|^2 dV, \quad (29)$$

где γ_m – коэффициент затухания упругой моды зеркала; m – масса зеркала; V – объем зеркала; $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ – вектор деформации упругой моды.

Поскольку система уравнений (24), (25) описывает связанные осцилляторы, целесообразно ввести в рассмотрение нормальные моды с комплексными амплитудами ξ, η и собственными значениями λ_1, λ_2 соответственно. Переписав систему уравнений (24), (25) и уравнения (27), (28) во временном представлении [13],

$$(1 + \kappa^2)(\partial_t - \lambda_1)\xi = z_{\xi} \exp(-i\Delta t), \quad (30)$$

$$\dot{z}_{\xi} + \gamma_m z_{\xi} = 2\mathcal{Z}(1 + \kappa^2)\xi(t) \exp(i\Delta t), \quad (31)$$

$$(1 + \kappa^2)(\partial_t - \lambda_2)\eta = z_{\eta} \exp(-i\Delta t), \quad (32)$$

$$\dot{z}_{\eta} + \gamma_m z_{\eta} = 2\mathcal{Z}(1 + \kappa^2)\eta(t) \exp(i\Delta t), \quad (33)$$

$$\xi = \frac{f_{\text{in}} - \kappa f_{2\text{in}}}{1 + \kappa^2}, \quad \eta = \frac{\kappa f_{\text{in}} + f_{2\text{in}}}{1 + \kappa^2}, \quad (34)$$

$$z_{\xi} = \mathcal{Z}_1 - \kappa \mathcal{Z}_2, \quad z_{\eta} = \kappa \mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2, \quad (35)$$

$$\lambda_{1,2} = -g_{\pm} \pm (g_{\pm}^2 - d^2)^{1/2}, \quad \kappa = \frac{(g_{-}^2 - d^2)^{1/2} + id}{g_{-}}, \quad (36)$$

получим, как и в случае двух оптически одинаковых резонаторов Фабри–Перо в плечах интерферометра, две независимые пары уравнений. При этом в пределе $d \rightarrow 0$ мода ξ преобразуется в антисимметричную моду (т. е. $\xi \rightarrow (f_{\text{in}} - f_{2\text{in}})/2$, $z_{\xi} \rightarrow \mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_2$), а мода η – в симметричную моду (т. е. $\eta \rightarrow (f_{\text{in}} + f_{2\text{in}})/2$, $z_{\eta} \rightarrow \mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2$).

Для наиболее вероятного случая мы имеем строгое условие $|\gamma_+ - \gamma_-| \ll \delta$ (коэффициенты затухания γ_{\pm} лежат

в интервале $1-10 \text{ с}^{-1}$, а расстройка δ , зависящая от положения РС-зеркала, равна примерно 10^3 с^{-1} и можем использовать следующие приближения для собственных значений мод (36):

$$\lambda_{1,2} \simeq \left[-\frac{\gamma_+ + \gamma_-}{2} \pm \frac{\delta(\gamma_+ - \gamma_-)}{2D} \right] + i \left(\frac{\delta}{2} \pm D \right), \quad (37)$$

$$\kappa \simeq \frac{2(d+D)}{\delta}, \quad D = \left[d^2 + \left(\frac{\delta}{2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (38)$$

В случае одинаковых зеркал, имеющих одну и ту же массу и собственные упругие частоты, можно независимо анализировать две пары уравнений – (30), (31) и (32), (33). Например, для системы уравнений (30), (31), используя подстановки $\xi = \xi \exp(\lambda t - i\Delta t)$ и $z_\xi = z_\xi \exp(\lambda t)$, получаем характеристическое уравнение

$$2\mathcal{Q} = (\lambda - i\Delta - \lambda_1)(\lambda + \gamma_m). \quad (39)$$

Поскольку известно [13], что

$$\gamma_m \ll \gamma_+, \gamma_-, \quad (40)$$

будем искать корень характеристического уравнения, близкий к коэффициенту затухания упругой моды: $|\lambda| \sim \gamma_m$. Поэтому, используя (40), перепишем характеристическое уравнение (39), полагая, что $\lambda = 0$ во всех скобках, где есть γ_+ , γ_- (или λ_1):

$$\lambda \simeq -\gamma_m - \frac{2\mathcal{Q}}{i\Delta + \lambda_1}. \quad (41)$$

Условие параметрической неустойчивости соответствует ситуации, когда $\text{Re} \lambda < 0$, откуда находим

$$\frac{2\mathcal{Q}}{\gamma_m} \text{Re} \left(\frac{-1}{\lambda_1 + i\Delta} \right) \geq 1. \quad (42)$$

В случае неодинаковых зеркал, собственные частоты упругих мод которых не совпадают, рассмотрим смещение только одного зеркала, например смещение x_1 заднего зеркала первого резонатора Фабри–Перо, и введем величину $\mathcal{X}_1 = icN_1 \mathcal{F}_0 k \lambda_1^* / L$. В этом случае уравнения (27), (28), (30), (32) преобразуются к следующему виду:

$$(1 + \kappa^2)(\partial_t - \lambda_1)\xi = \mathcal{X}_1 \exp(-i\Delta t), \quad (43)$$

$$(1 + \kappa^2)(\partial_t - \lambda_2)\eta = \kappa \mathcal{X}_1 \exp(-i\Delta t), \quad (44)$$

$$\dot{\mathcal{X}}_1 + \gamma_m \mathcal{X}_1 = \mathcal{Q}(\xi(t) + \kappa \eta(t)) \exp(i\Delta t). \quad (45)$$

Решая уравнения (27)–(45), мы должны учесть, что эффективная сила светового давления должна быть в два раза меньше, т. к. она действует только на одно зеркало. Полагая, что $\xi = \xi \exp(\lambda t - i\Delta t)$, $\eta = \eta \exp(\lambda t - i\Delta t)$ и $\mathcal{X}_1 = \mathcal{X}_1 \exp(\lambda t)$, получаем характеристическое уравнение в форме, сходной со случаем оптически одинаковых резонаторов Фабри–Перо ($d = 0$) [11]:

$$\lambda + \gamma_m = \frac{\mathcal{Q}}{1 + \kappa^2} \left(\frac{1}{\lambda - i\Delta - \lambda_1} + \frac{\kappa^2}{\lambda - i\Delta - \lambda_2} \right). \quad (46)$$

Используя (40), найдем условие параметрической неустойчивости в виде

$$\frac{\mathcal{Q}}{\gamma_m} \text{Re} \left[\frac{1}{1 + \kappa^2} \left(\frac{-1}{i\Delta + \lambda_1} + \frac{-\kappa^2}{i\Delta + \lambda_2} \right) \right] \geq 1. \quad (47)$$

Стоит отметить, что во всех расчетах были использованы следующие значения коэффициентов затухания (см. Приложение С в [13]): коэффициент затухания упругих мод $\gamma_m \simeq 6 \times (10^{-4} - 10^{-2}) \text{ с}^{-1}$, коэффициенты затухания симметричной и антисимметричной мод $\gamma_+ \simeq 1.5 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_- \geq 2 \text{ с}^{-1}$ и коэффициент затухания одиночного резонатора Фабри–Перо $\gamma \simeq 100 \text{ с}^{-1}$.

Заметим также, что условия параметрической неустойчивости для усовершенствованной схемы интерферометра LIGO с оптически неодинаковыми плечами точно соотносятся с полученными ранее в [11] условиями неустойчивости для интерферометра с одинаковыми плечами ($d = 0$). Действительно, условия (42), (47) перейдут соответственно в уравнения (2.16), (2.30) в [11], если предположить, что

$$\lambda_1 \rightarrow -\gamma_- + i\delta, \quad \lambda_2 \rightarrow -\gamma_+. \quad (48)$$

Зависимость собственных значений нормальных мод $\lambda_{1,2}$ от расстройки плеч d дает полную информацию о вероятности наступления параметрической неустойчивости по сравнению со случаем оптически одинаковых плеч. Кривые на рис.2 качественно иллюстрируют эту зависимость. Хорошо видно, что реальные части $\lambda_{1,2}$ (с обратным знаком), которые являются коэффициентами затухания нормальных мод интерферометра, слабо меняются во всем диапазоне изменения расстроек плеч d . Поэтому сильная зависимость параметрической неустойчивости Δ от расстройки мод сохраняется и в случае усовершенствованной схемы интерферометра LIGO с оптически неодинаковыми плечами (47), т. е. эффект параметрической неустойчивости может наблюдаться, если величина Δ относительно мала: $|\Delta + \text{Im}(\lambda_{1,2})| < \gamma_+, \gamma_- \simeq 2 \text{ с}^{-1}$.

С одной стороны, в случае параметрического резонанса (общая расстройка мала) параметрическая неустойчивость в интерферометре с РС-зеркалом возникает при относительно малой оптической мощности. Например, если $|\Delta + \text{Im}(\lambda_1)| \ll \gamma_+, \gamma_-$ и $|\Delta + \text{Im}(\lambda_2)| \gg \gamma_+, \gamma_-$ (т. е. второе слагаемое в (47) пренебрежимо мало), то параметрическая колебательная неустойчивость имеет место даже при малой мощности ($W_c \simeq 5 \text{ Вт}$) волны, цирку-

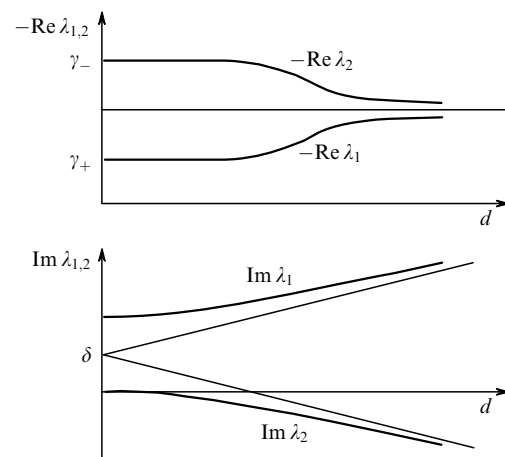


Рис.2. Качественные зависимости реальной и мнимой частей собственных значений нормальных мод от расстройки плеч d интерферометра LIGO.

лирующей в плечах (для $\omega_m = 10^5 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_m = 6 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, $|N_1|^2/\mu \simeq 1$) [13].

С другой стороны, для больших расстроек мод ($|D + \text{Im}(\lambda_1)| > \gamma_+$, γ_-) возникновение параметрической неустойчивости требует значительно больших оптических мощностей ($W_c \sim |D + \text{Im}(\lambda_1)|^2$). Например, если расстройка составляет около 1 кГц (т.е. $|D + \text{Im}(\lambda_1)| \simeq 6 \times 10^3 \text{ с}^{-1}$), то при тех же параметрах, что и в [13], получим, что параметрическая неустойчивость имеет место при $W_c \simeq 10^8 \text{ Вт}$.

Из нижней кривой рис.2 видно, что расстройка плеч d может сильно изменять частоты нормальных мод интерферометра LIGO. В то же время расстройка не меняет плотности оптических мод в резонаторах Фабри–Перо, а следовательно, вероятности наступления параметрической неустойчивости.

3. Заключение

Таким образом, в настоящей работе проанализирован эффект параметрической неустойчивости в усовершенствованной схеме интерферометра LIGO с зеркалом рециркуляции сигнала и оптически разными плечами, игнорирование которого может привести к значительно уменьшению чувствительности гравитационной волновой антенны. Получены условия параметрической неустойчивости как в случае, когда все зеркала имеют одинаковые массы и собственные упругие частоты, так и в случае, когда эти частоты различны.

Проведенные в работе расчеты показывают, что хотя расстройка плеч d интерферометра LIGO и изменяет частоты нормальных мод интерферометра, однако вероятность наступления параметрической неустойчивости практически та же, что и в случае интерферометра LIGO с оптически одинаковыми плечами. Кроме того, параметрическая неустойчивость в данном интерферометре относительно мала из-за малой ширины полосы пропускания интерферометра.

Отметим также, что наиболее эффективным методом избавления от параметрической неустойчивости является прямой эксперимент. Для обнаружения параметриче-

ской неустойчивости в эксперименте в интерферометре с РС-зеркалом мы можем менять расстройку резонатора с РС-зеркалом, а также расстройку плеч (δ и d). Методы изменения расстройки δ путем изменения положения РС-зеркала, а также расстройки плеч d путем изменения радиуса кривизны зеркал из-за их неоднородного нагрева были предложены в работах [7–9, 11]. Использование этих методов позволяет детально изучить относительно широкий спектральный интервал частот с целью обнаружения параметрических неустойчивостей. Эти методы совместно с расчетами собственных упругих мод зеркал дают очень важную информацию о возможности исключения параметрической неустойчивости в интерферометре LIGO.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность В.Б.Брагинскому, А.Мелиссиносу, У.Келлсу за ценные советы и замечания. Данная работа была поддержана грантом Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук № МК-195.2007.2, государственными контрактами Министерства промышленности и науки РФ № 5178.2006.2 и 02.445.11.7423, а также грантом NSF PHY-0353775.

1. Abramovici A. et al. *Science*, **256**, 325 (1992).
2. Abramovici A. et al. *Phys. Lett. A*, **218**, 157 (1996).
3. Braginsky V.B., Strigin S.E., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **287**, 331 (2001).
4. D'Ambrosio E., Kells W. *Phys. Lett. A*, **299**, 326 (2002).
5. Braginsky V.B., Strigin S.E., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **305**, 111 (2002).
6. Braginsky V.B., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **293**, 228 (2002).
7. Zhao C., Ju L., Degallaix J., Gras S., Blair D.G. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 121102 (2005).
8. Ju L., Gras S., Zhao C., Degallaix J., Blair D.J. *Phys. Lett. A*, **354**, 360 (2006).
9. Ju L., Zhao C., Gras S., Degallaix J., Blair D. J., Munch J., Reitze D.H. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 231101 (2006).
10. Corbitt T., Ottaway D., Innerhofer E., Pelc J., Mavalvala N. *Phys. Rev. A*, **74**, 021802 (2006).
11. Gurkovsky A.G., Strigin S.E., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **362**, 91 (2007).
12. Siegman A.E. *Lasers* (London: University Science Book, 1986).
13. Strigin S.E., Vyatchanin S.P. *Phys. Lett. A*, **365**, 10 (2007).