

# Замкнутые траектории лазерных пучков в плоскосферических резонаторах с гауссовыми диафрагмами

А.А.Малютин

*Дано аналитическое описание замкнутых траекторий гауссова пучка в плоскосферических вырожденных и невырожденных резонаторах с двумя гауссовыми диафрагмами (двумя зонами накачки с гауссовым распределением коэффициента усиления) и найдены условия существования таких траекторий. Предполагалось, что гауссовы диафрагмы (зоны усиления) находились в плоскости плоского зеркала и располагались на равных расстояниях по обе стороны от оси резонатора, а размеры диафрагм были такими, что их действие ограничивалось соответствующей полуплоскостью.*

**Ключевые слова:** плоскосферический резонатор, гауссов пучок, гауссова диафрагма, продольная диодная накачка лазерных сред.

## 1. Введение

Лазерным резонаторам с гауссовыми диафрагмами (ГД) и зеркалами (ГЗ) посвящено множество публикаций, в подавляющем большинстве которых рассматриваются резонаторы неустойчивого типа. В них показано, что применение элементов, имеющих гауссов профиль пропускания или отражения, дает целый ряд полезных практических результатов (см., напр., [1]). Наибольшее число работ по неустойчивым резонаторам лазеров с ГД и ГЗ пришлось на 1985–1995 гг., хотя отдельные работы, посвященные данной теме, продолжают регулярно появляться в печати [2–5]. Относительно немногочисленные эксперименты с ГД и ГЗ в устойчивых резонаторах, где они служат в основном для селекции поперечных мод, не продемонстрировали особых преимуществ их использования [6–8], что привело к значительному сокращению исследований по этой тематике.

Возвращением к вопросу о свойствах устойчивых резонаторов с ГД можно считать использование в лазерах продольной диодной накачки, при которой профиль усиления в четырехуровневой активной среде можно аппроксимировать функцией

$$G(x, y) = 1 + (G_0 - 1) \exp \left[ -2 \frac{(x - x_g)^2 + y^2}{w_g^2} \right], \quad (1)$$

где  $w_g$  – характерный размер распределения усиления;  $x_g$ ,  $G_0$  – положение максимума усиления и его величина соответственно. При  $G_0 \gg 1$  и для трехуровневых сред распределение (1) можно переписать в виде

$$G(x, y) \approx G_0 \exp \left[ -2 \frac{(x - x_g)^2 + y^2}{w_g^2} \right], \quad (2)$$

т. е. рассматривать комбинацию ГД и активной среды с усилением, не зависящим от координат. Основание для такого рассмотрения дают результаты численного моделирования диодной накачки активной среды лазера [9].

В указанной работе было обнаружено, что в случае внеосевой диодной накачки вида (1) с двумя зонами усиления (в точках  $\pm x_g$ ) в плоскосферическом невырожденном резонаторе лазера возможно существование лазерных пучков, имеющих параметры моды  $TEM_{00}$  и совершающих периодический обход резонатора по замкнутой траектории. Наличие таких типов колебаний в пустых вырожденных резонаторах известно достаточно давно [10]. Наблюдались они также экспериментально в лазерах при диодной [11] и ламповой [12] накачках активной среды, но опять же в случае вырожденных резонаторов. В пустом невырожденном резонаторе их существование невозможно, т. к. при параметре стабильности  $\psi = \arccos[(A+D)/2] \neq 2\pi r/s$  (где  $r$  и  $s$  – целые числа,  $A$  и  $D$  – элементы  $ABCD$ -матрицы резонатора, угол  $\psi$  – фаза Гун, аккумулярованная собственным гауссовым пучком (ГП) при полном обходе резонатора) ни при каком числе обходов резонатора внеосевой пучок не может повторить своей траектории.

Рассмотрение распространения ГП вне оси ГД позволило дать качественное объяснение вышеупомянутым замкнутым траекториям пучка в невырожденном резонаторе лазера [9]. Аналитическое решение задачи о собственных пучках плоскосферического резонатора с двумя гауссовыми диафрагмами представлено в настоящей работе. Однако прежде чем перейти к анализу конкретной схемы резонатора, рассмотрим особенности прохождения произвольного ГП через децентрированную ГД более детально, чем в работе [9].

## 2. Прохождение гауссова пучка через децентрированную гауссову диафрагму

Пусть ГП с радиусом перетяжки  $w_0 = w(z=0)$  смещен от оптической оси  $z$  на расстояние  $x_0$  и на его пути в точке  $z_g$  установлена ГД с пропусканием, описываемым

А.А.Малютин. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: amal@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 10 января 2007 г., после доработки – 11 сентября 2007 г.

экспонентой из соотношения (2). Легко показать, что после прохождения децентрированной ГД пучок остается гауссовым и распределение амплитуды поля в нем задается в виде

$$A(x, z_g) \sim \exp\left[-\frac{(x - x_t)^2}{w_t^2}\right] \exp\left[-\frac{(x_g - x_0)^2}{w^2(z_g) + w_g^2}\right], \quad (3)$$

где

$$w^2(z_g) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{z_g}{z_R}\right)^2\right], \quad z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda},$$

а соотношения

$$x_t = x_0 + \frac{(x_g - x_0)w^2(z_g)}{w^2(z_g) + w_g^2}, \quad (4)$$

$$w_t^2 = \frac{w^2(z_g)w_g^2}{w^2(z_g) + w_g^2} \quad (5)$$

определяют положение и размер ГП на выходе диафрагмы. Как следует из (4), изменение положения оси ГП ( $x_t - x_0$ ) линейно зависит от исходного взаимного расположения осей пучка и диафрагмы, а радиус ГП после ГД (5) обусловлен только  $w(z_g)$  и  $w_g$ . Поэтому, поскольку всегда возможен выбор системы координат, в которой оси ГП и ГД лежат в одной плоскости, зависимость от  $y$  далее учитываться не будет.

Гауссова диафрагма, оказывая влияние на амплитуду поля ГП, не меняет распределения его фазы, для которой, оставив только член, зависящий от поперечной координаты, получаем

$$\Phi(x, z_g) = -i \frac{\pi(x - x_0)^2}{R(z_g)}. \quad (6)$$

Обозначив  $x_1 = x - x_t$ , представим (6) в виде

$$\Phi(x_1, z_g) = -i \frac{\pi x_1^2}{R_t} - i \frac{2\pi x_1(x_t - x_0)}{R_t} - i \frac{\pi(x_t - x_0)^2}{R_t}, \quad (7)$$

где

$$R_t = R(z_g) = z_g \left[1 + \left(\frac{z_R}{z_g}\right)^2\right]. \quad (8)$$

Первый член в (7) описывает сферический волновой фронт, второй – направление распространения ГП после ГД, а третий – некоторый постоянный фазовый сдвиг (значение фазы в точке максимума поля без учета фазы Гуи). Угол наклона к оси  $z$  направления распространения ГП после ГД в паракиальном приближении есть

$$\alpha_t = \alpha_0 + \frac{x_t - x_0}{R_t}, \quad (9)$$

где  $\alpha_0$  – угол наклона ГП перед ГД.

Пучок, описываемый распределениями поля (3) и фазы (7), можно назвать децентрированным ГП (ДГП). Его не следует путать с ГП, который может быть получен его поворотом в декартовой системе координат, например с помощью замены

$$\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}, \quad (10)$$

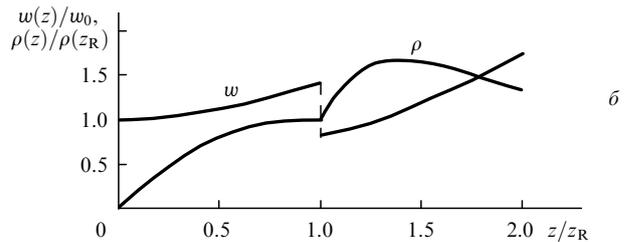
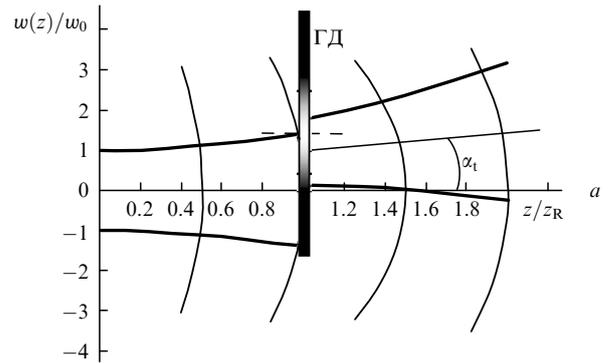


Рис.1. Прохождение гауссова пучка через децентрированную ГД (жирные линии – каустическая поверхность (уровень интенсивности  $e^{-2}$ ) ГП, тонкие линии – его волновой фронт, штриховая линия – положение оси диафрагмы) (а) и изменения радиуса пучка и кривизны его волнового фронта в зависимости от координаты  $z$  (б).

когда максимум поля и вершина волновой поверхности распространяются в пространстве в одном направлении. У ГП после ГД (на рис.1,а диафрагма расположена на расстоянии  $z_R$  от перетяжки пучка, а центр ГД отмечен штриховой линией) эти направления не совпадают. Причем в плоскости ГД размер ГП меняется скачком, в связи с чем зависимость кривизны его волнового фронта от  $z$  имеет излом (рис.1,б). Такой пучок не следует смешивать также с ДГП, введенным формальным образом в работе [13]\*, хотя и в том и в другом случае исходно круговая симметрия пучка (соответственно после ГД и смещения  $p$ ) в плоскостях, ортогональных оси  $z$ , сохраняется (после замены (10) она становится эллиптической), а вершина волновой поверхности ДГП [13] перемещается в пространстве по гиперболе. Следствием формального подхода авторов [13] является еще одна особенность рассматриваемого ими ДГП: в выражении для интенсивности пучка появляется член  $\sim \exp(2b^2/w_0^2)$ , т. е. интенсивность пучка тем выше, чем больше модуль мнимой части смещения  $p$ . Действие какого реального оптического элемента на ГП эквивалентно смещению  $p$ , в работе [13] не обсуждается. В дальнейшем мы будем рассматривать только ДГП, получающиеся после прохождения гауссовой диафрагмы.

### 3. Распространение децентрированного гауссова пучка

Чтобы получить формулы, описывающие распространение ДГП через характеризуемую  $ABCD$ -матрицей оптическую систему в традиционном виде [14], нужно иметь в виду, что при известных радиусах пучка  $w(z)$  и радиусе кривизны его волнового фронта  $R(z)$  в некото-

\* ДГП получают в результате поперечного смещения ГП на величину  $p = a - ib$ .

рой произвольной плоскости  $z$  рэлеевская длина ГП дается соотношением

$$z_R = \frac{\pi w^2(z)/\lambda}{1 + [\pi w^2(z)/R(z)\lambda]^2}. \quad (11)$$

Этот параметр и  $R(z)$  полностью определяют комплексную кривизну ДГП на входе в оптическую систему и на ее выходе соответственно:

$$q^{-1} = R^{-1}(z) - iz_R^{-1}, \quad \bar{q}^{-1} = \frac{C + Dq^{-1}}{A + Bq^{-1}}. \quad (12)$$

Входные и выходные координаты центра пучка и углы его наклона к оси связаны преобразованием

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Соотношение (13) однако неприменимо, если  $ABCD$ -матрица содержит комплексные элементы, в частности для ГД, матрица которой

$$M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -i\lambda/\pi w_g^2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

В принципе описание распространения ДГП можно свести к задаче о разъюстированном резонаторе [15], но данный подход представляется в нашем случае излишне сложным. Поэтому для определения изменений положения центра и наклона оси ДГП после ГД мы воспользуемся простыми формулами (4) и (9) из разд.2.

#### 4. Плоскосферический резонатор с двумя гауссовыми диафрагмами

Схема резонатора, который рассматривается в настоящей работе, приведена на рис.2. Он имеет длину  $L$  и образован плоским зеркалом 31 и сферическим зеркалом 32 радиусом  $r$ . Диафрагмы расположены симметрично относительно оптической оси ( $x_{g1} = -x_{g2}$ ) в плоскости зеркала 31, а их радиус  $w_g$  полагается достаточно малым по сравнению с величиной  $x_g$ , так что пропускание излучения в верхней полуплоскости  $xz$  не зависит от пропускания диафрагмы в нижней полуплоскости, и наоборот\*.

В разд.2 было показано, что при смещении ГП относительно ГД на входе в последнюю радиус пучка и

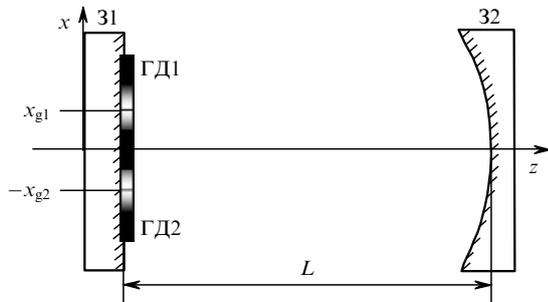


Рис.2. Схема плоскосферического резонатора с двумя ГД (зонами накачки с гауссовым распределением коэффициента усиления).

\* При  $x_g > 1.86w_g$  пропускание ГД по интенсивности составляет менее  $10^{-3}$ .

кривизна его волнового фронта на выходе ГД не изменяются. Это позволяет найти радиус собственного пучка резонатора и кривизну его волнового фронта исходя из  $ABCD$ -матрицы лишь для одного прохода. Для нее, используя (14), можно записать

$$M = M_g M_0 M_g, \quad (15)$$

где

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 - 2L/r & 2L(1 - L/r) \\ -2/r & 1 - 2L/r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & a \end{bmatrix} \quad (16)$$

– матрица для пустого плоскосферического резонатора.

Подстановка (14) и (16) в (15) дает для элементов матрицы  $M$

$$A = D = a - \frac{ib}{f_g}, \quad B = b, \quad C = c - \frac{b}{f_g} - \frac{ia}{f_g}, \quad (17)$$

где  $f_g = \pi w_g^2/\lambda$  – фокусное расстояние ГД.

Процедура нахождения параметров собственных пучков ряда оптических схем, содержащих линзы и ГД, описана в работе [16] в связи с рассмотрением дробных преобразований Фурье комплексного порядка. Поскольку резонатор, схема которого представлена на рис.2, является лишь одним из частных случаев оптической реализации такого преобразования, приведенные в [16] формулы полностью применимы. Исключение составляет лишь определение потерь излучения, т. к. схема резонатора на рис.2, в отличие от схем в [16], не является осесимметричной. Поэтому в нем, согласно численному моделированию [9], при  $\psi$  в окрестности значения  $\psi = \pi/2$  ( $r \approx 2L$ ) ГП распространяется по траектории, состоящей из четырех полных проходов по резонатору, на каждом из которых пучок проходит через ГД дважды. Кроме того, центр ГП не совпадает с осями ГД, что, согласно (3), вносит дополнительные потери.

В обозначениях, использованных в (17), радиус собственного пучка резонатора и кривизна его волнового фронта таковы:

$$w_e = |F| \left( \frac{\lambda}{\pi |\operatorname{Re} F|} \right)^{1/2}, \quad (18)$$

$$\rho_e = - \frac{\operatorname{Im} F}{|F|^2}, \quad (19)$$

где  $F = (-B/C)^{1/2}$ . Теперь при известных  $w_e$  и  $\rho_e$  найдем траекторию пучка в резонаторе (см. рис.2).

Пусть начальное положение оси ГП перед ГД1 дается координатой  $x_0 > 0$  и углом  $\alpha_0$ . Полагая угол малым, согласно результатам разд.2 и 3 после ГД1 имеем

$$w_1^2 = \frac{w_e^2 w_g^2}{w_e^2 + w_g^2}, \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 + (x_g - x_0)\gamma_1 \\ \alpha_0 + (x_g - x_0)\gamma_1 \rho_e \end{pmatrix},$$

$$\gamma_1 = \frac{w_e^2}{w_e^2 + w_g^2}.$$

После одного прохода по резонатору

$$w_2^2 = \frac{w_g^2 w_c^2}{w_g^2 - w_c^2}, \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = M_0 \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = M_0 \begin{pmatrix} x_0 + (x_g - x_0)\gamma_1 \\ \alpha_0 + (x_g - x_0)\gamma_1 \rho_c \end{pmatrix},$$

причем окажется ли в этом случае пучок перед ГД1 с координатой  $x_g$  или перед ГД2 с координатой  $-x_g$  определяется знаком  $x_2$ . Пусть  $x_2 < 0$ , тогда после ГД2 получим

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - (x_g + x_2)\gamma_2 \\ \alpha_2 - (x_g + x_2)\gamma_2 \rho_c \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \frac{w_c^2}{w_g^2}. \quad (22)$$

Дальнейшее решение задачи зависит от того, какую траекторию пучка мы ищем, – состоящую из двух, четырех или большего числа  $n$  полных обходов резонатора. В реальном случае конкретное значение  $n$  определится автоматически: установится то число проходов, при котором данной геометрии резонатора соответствует минимум потерь излучения. В нашем случае, исходя из симметрии задачи,  $n$  может быть только четным.

Допустим, что ищется решение при  $n = 2$ . В этом случае  $x_2$  должно быть меньше нуля и для пучка после ГД2, имеющего координаты (22), необходимо выполнение условия

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Проделав необходимые подстановки в (23), получим систему уравнений

$$x_0(m_{11} + 1) + \alpha_0 m_{12} = s_1, \quad (24)$$

$$x_0 m_{21} + \alpha_0(m_{22} + 1) = s_2,$$

где

$$m_{11} = a(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2) - b\rho_c \gamma_1(1 - \gamma_2);$$

$$m_{12} = b(1 - \gamma_2);$$

$$m_{21} = a\rho_c(\gamma_1 \gamma_2 - \gamma_2 - \gamma_1) + b\gamma_1 \gamma_2 \rho_c^2 + c(1 - \gamma_1); \quad (25)$$

$$m_{22} = a - \gamma_2 b \rho_c;$$

$$s_1 = x_g[\gamma_2 - \gamma_1(1 - \gamma_2)(a + b\rho_c)];$$

$$s_2 = x_g\{\rho_c[\gamma_2 - a\gamma_1(1 - \gamma_2)] - \gamma_1(c - \gamma_2 b \rho_c^2)\};$$

$a, b, c$  – элементы матрицы  $M_0$ . При заданном размере диафрагм и их положении в резонаторе система уравнений (24) дает соответствующие  $n = 2$  значения  $x_0$  и  $\alpha_0$ , для которых, согласно симметрии задачи, помимо выполнения равенств  $\text{sign}(x_0) = \text{sign}(x_g)$  и  $\text{sign}(x_2) = \text{sign}(-x_g)$  необходимо выполнение условий параксиальности.

Для  $n = 4$  задача решается лишь немногим сложнее. В этом случае на каждом из зеркал должно быть по четыре точки, соответствующие положениям центров ГП. При этом, как легко проверить, каждая из точек на каком-либо зеркале после отражения от противоположного зеркала должна быть соединена траекториями с двумя точками: с одной – в той же полуплоскости, со второй – в противоположной.

Зададим вторую точку для пучка перед ГД1 координатами  $x'_0 > 0$  и  $\alpha'_0$ . Для нее уравнения (20) и (21) имеют

тот же вид, что и для точки  $(x_0, \alpha_0)$ , а (22) следует изменить в соответствии со сказанным выше, т. е. учитывая, что  $x_2 < 0$ , а  $x'_2 > 0$ :

$$\begin{pmatrix} x'_3 \\ \alpha'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_2 + (x_g - x'_2)\gamma_2 \\ \alpha'_2 + (x_g - x'_2)\gamma_2 \rho_c \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Система уравнений для  $n = 4$  будет получена из условий

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x'_0 \\ \alpha'_0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x'_3 \\ \alpha'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

что в окончательном виде даст

$$x_0 m_{11} + \alpha_0 m_{12} + x'_0 = s_1,$$

$$x_0 m_{21} + \alpha_0 m_{22} + \alpha'_0 = s_2, \quad (28)$$

$$-x_0 + x'_0 m_{11} + \alpha'_0 m_{12} = s_3,$$

$$-\alpha_0 + x'_0 m_{21} + \alpha'_0 m_{22} = s_4,$$

где в дополнение к (25) введены обозначения

$$s_3 = -x_g[\gamma_2 + \gamma_1(1 - \gamma_2)(a + b\rho_c)], \quad (29)$$

$$s_4 = -x_g\{\rho_c[\gamma_2 + a\gamma_1(1 - \gamma_2)] + \gamma_1(c - \gamma_2 b \rho_c^2)\}.$$

## 5. Плоскосферический резонатор с одной гауссовой диафрагмой

Прежде чем обсудить результаты решения систем (24) и (28), рассмотрим еще одну задачу, а именно условие существования траектории ГП с числом полных обходов резонатора  $n = 1$ . Такие траектории возникают в плоскосферическом резонаторе с одной ГД, смещенной от оси. При решении задачи надо повторить все рассуждения, приведенные выше, начиная с абзаца перед формулой (20) до формулы (21). Далее следует учесть, что при  $n = 1$  начальной и конечной является точка, заданная координатами  $(x_0, \alpha_0)$ , и, кроме того, знак  $x_2$  не имеет значения, поскольку в резонаторе имеется единственная ГД с координатой  $x_g$ , действие которой распространяется на обе полуплоскости относительно оси  $z$ . Поэтому  $(x_3, \alpha_3)$  дается соотношениями, аналогичными (26),

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + (x_g - x_2)\gamma_2 \\ \alpha_2 + (x_g - x_2)\gamma_2 \rho_c \end{pmatrix}, \quad (30)$$

и условием существования замкнутой траектории будет

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}, \quad (31)$$

что приведет к системе уравнений

$$x_0(m_{11} - 1) + \alpha_0 m_{12} = s_3, \quad (32)$$

$$x_0 m_{21} + \alpha_0(m_{22} - 1) = s_4,$$

где использованы обозначения (25) и (29).

### 6. Обсуждение результатов

Рассмотрение решений для замкнутых траекторий ГП в плоскосферическом резонаторе начнем со случая  $n = 1$ , т. е. одной ГД, смещенной от оси резонатора. Для такого резонатора решения существуют при всех значениях радиуса кривизны сферического зеркала, соответствующих как устойчивым ( $r > L$ ), так и неустойчивым ( $r < L$ ) конфигурациям. Исключение составляет точка  $r = L$ . Эта особенность (в том числе при  $n = 2$  и  $4$ ) вполне естественна, поскольку резонатор имеет полусферическую геометрию и ГП не является его собственным пучком.

Графики значений  $x_0$ ,  $\alpha_0$ , являющихся решением системы (32), и величины потерь  $\mathcal{L}$  излучения при  $w_g = 2w_0$ ,  $x_g = w_0$  ( $w_0 = (\lambda L/\pi)^{1/2}$ ) в диапазоне  $r = 5 - 50$  см даны на рис.3,а. На рис.3,б приведены зависимости потерь для полуконфокального резонатора ( $r = 2L$ ) в зависимости от положения ГД для нескольких значений  $w_g/w_0$ , а на рис.3,в – траектория ГП на прямом и обратном проходах в этом резонаторе при  $w_g = 2w_0$ ,  $x_g = w_0$ .

Для двух ГД замкнутые траектории с  $n = 2$  возможны при всех неустойчивых конфигурациях резонатора ( $0 < r < L$ ), но их существование ограничено некоторым предельным радиусом кривизны сферического зеркала  $r'$  при  $r > L$  (рис.4,а). Вид траекторий центра ГП для устойчивого ( $r = 10.25$  см) и неустойчивого ( $r = 9.7$  см)

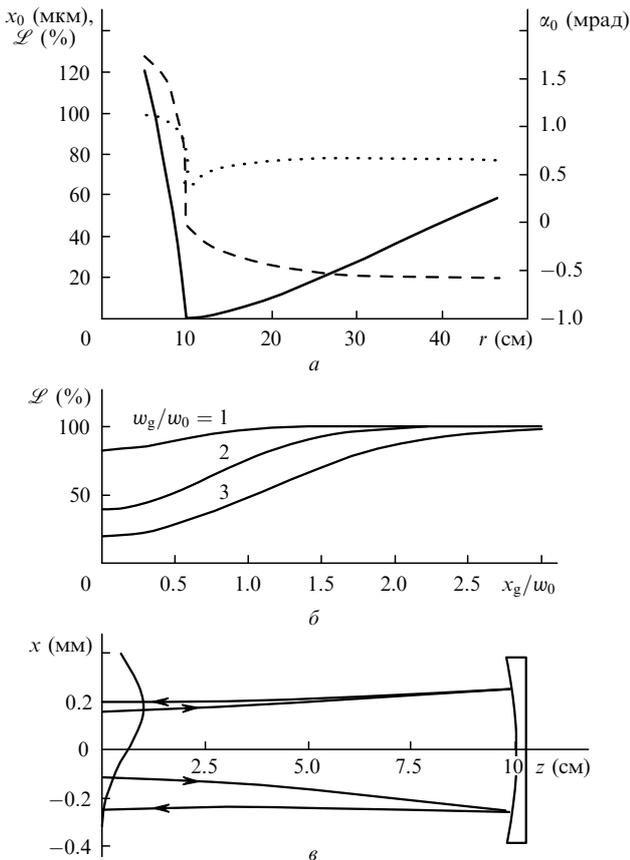


Рис.3. Зависимости потерь излучения (пунктир), положения оси пучка на плоском зеркале (сплошная кривая) и угла его поворота (штриховая кривая) от радиуса кривизны сферического зеркала плоскосферического резонатора при  $w_g = 2w_0$ ,  $x_g = w_0$  (а), а также зависимости потерь излучения в полуконфокальном резонаторе от положения ГД для ряда значений  $w_g/w_0$  (б); в – положение ГП (уровень интенсивности  $e^{-2}$ ) в полуконфокальном резонаторе с  $L = 10$  см,  $w_g = 2w_0$ ,  $x_g = w_0$  и  $w_0 = (\lambda L/\pi)^{1/2}$  (показана также часть кривой пропускания ГД).

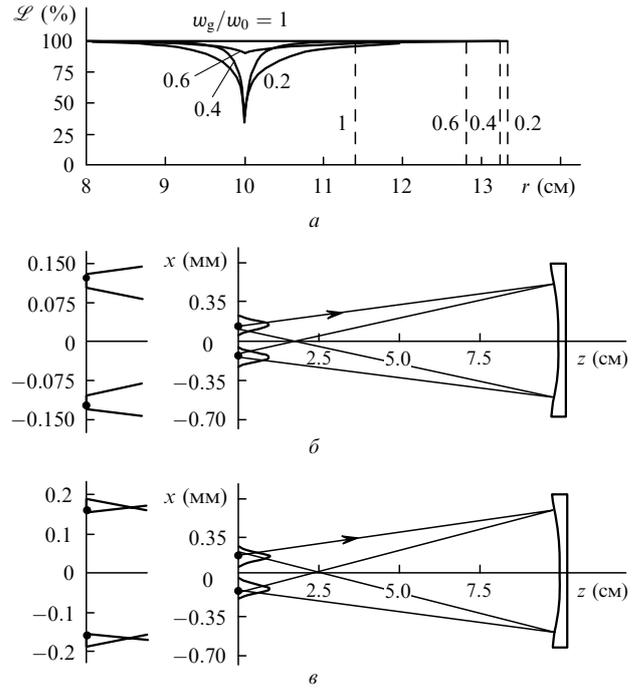


Рис.4. Плоскосферический резонатор с двумя ГД и  $n = 2$ . Потери излучения при некоторых значениях  $w_g/w_0$ ,  $x_g = 2w_0$  (штриховые линии – граничные значения  $r$  для существования решения системы уравнений (24)) (а) и траектории осевой точки пучка в устойчивом ( $r = 10.25$  см) (б) и неустойчивом ( $r = 9.7$  см) (в) резонаторах при  $w_g = 0.4w_0$ ,  $x_g = \pm 0.8w_0$ . Слева на рис.б, в траектории осевой точки ГП при прохождении ГД показаны в увеличенном масштабе.

резонаторов дан на рис.4,б,в при  $w_g = 0.4w_0$  и  $x_g = 0.8w_0$ . Обе траектории характеризуются достаточно высокими потерями (рис.4,а). Низкие потери могут быть реализованы только в ближайшей окрестности точки  $r = L$ .

Величина  $r'$  зависит от размера ГД и при  $w_g \rightarrow 0$  приближается к  $4L/3$  (при  $L = 10$  см  $r' \rightarrow 13.33$  см). Предельное значение  $r' = 4L/3$  соответствует  $\psi = 120^\circ$ , т. е. траектории пучка, которая даже для резонатора без ГД требует трехмерного рассмотрения. Отсутствие решений при  $r > r'$  возникает при нарушении условия  $\text{sign}(x_2) = \text{sign}(-x_g)$ , что можно трактовать как недостаточную оптическую силу комбинации ГД ( $P_g = \lambda/\pi w_g^2$ ) и сферического зеркала ( $P_m = 2/r$ ).

Для  $n = 4$  также существуют ограничения на допустимый диапазон изменений радиуса кривизны сферического зеркала. В этом случае, однако,  $r' = 4L/3$  при  $w_g \rightarrow 0$  ограничивает этот диапазон снизу. Верхней же границей диапазона является  $r'' = 4L$ , которому соответствует  $\psi = 60^\circ$ . Область малых потерь (рис.5,а) локализована вблизи значения  $r = 2L$  (полуконфокальный резонатор, вторая экспонента в (3) равна единице) и сужается с ростом  $w_g$ . При полуконфокальной геометрии резонатора решения системы уравнений (28) существуют для любой комбинации  $w_g$ ,  $x_g$ . Пример рассчитанной траектории оси гауссова пучка в резонаторе с  $r = 22$  см при  $w_g = 1.5w_0$  и  $x_g = \pm 2.8w_0$  показан на рис.5,б. Она полностью соответствует результатам работы [9], полученным численным методом.

Ограничения области существования решений систем уравнений (24) и (28) для периодического обхода ГП резонатора с  $n = 2$  и  $4$  вытекают из принятого условия, что действие каждой ГД лимитировано лишь той полуплоскостью, где она расположена. Так как это ограниче-

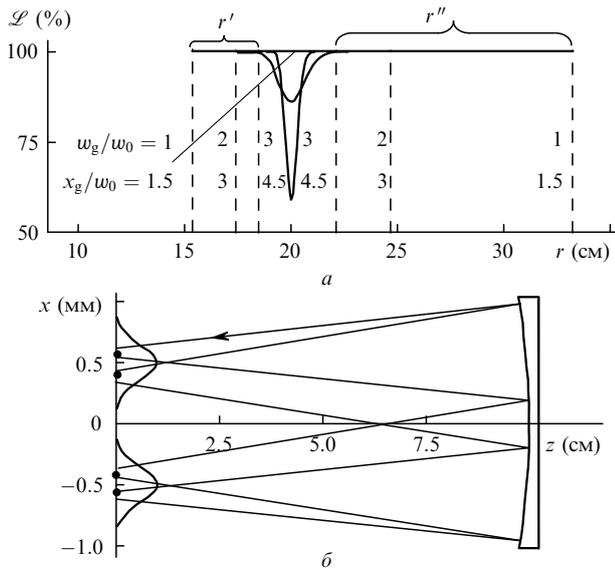


Рис.5. Плоскосферический резонатор с двумя ГД и  $n = 4$ . Потери излучения при некоторых значениях  $w_g/w_0$  и  $x_g/w_0$  (штриховые линии – граничные значения  $r'$  и  $r''$  для существования решения системы уравнений (28) (а) и траектория осевой точки ГП в резонаторе с  $r = 22$  см ( $w_g = 1.5w_0$ ,  $x_g = \pm 2.8w_0$ ) (б).

ние введено лишь для упрощения решения задачи, на практике в резонаторах лазеров с двумя ГД или при расположении у плоского зеркала активной среды с распределением зон усиления, которые могут быть описаны соотношением (2), будет возбуждаться набор мод, имеющих минимальные потери (максимальное усиление). Это может быть ГП (низшая мода) или другие типы мод при распределении коэффициента усиления вида (1) и относительно малых  $G_0$  [9]. Прежде всего это относится к области отсутствия решения систем (24) и (28). Можно, однако, утверждать, что в окрестности  $r = L$  и  $r = 2L$ , как показывает численный эксперимент [9], в плоскосферическом резонаторе возбуждаются ГП, точно соответствующие решениям систем уравнений (24) и (28): при  $n = 2$  и  $n = 4$  в резонаторе будут присутствовать соответственно два и четыре независимо распространяющихся ГП, параметры которых в плоскости зеркала заданы значениями  $\pm x_0$ ,  $\pm \alpha_0$  в первом случае и  $\pm x_0$ ,  $\pm \alpha_0$  и  $\pm x'_0$ ,  $\pm \alpha'_0$  – во втором (координаты  $\pm x_0$ ,  $\pm x'_0$  на рис.4,б,в и рис.5,б отмечены точками).

## 7. Заключение

Использование двух ГД в плоскосферическом или каком-либо другом резонаторе вряд ли практически целесообразно. Однако рассмотренная в настоящей статье задача непосредственно связана с вопросами, относящимися к лазерам с продольной диодной накачкой активных сред, в которых распределение коэффициента усиления может быть аппроксимировано гауссовым распределением вида (2) (или (1) – при высоких значениях  $G_0$ ). Можно полагать, что аппроксимация усиления или потерь гауссовой кривой, как это было подтверждено при исследованиях действия профилированных зеркал и диафрагм в резонаторах лазеров, не является критичной.

Более важен вопрос, в каких случаях может быть полезной внеосевая накачка с двумя или, в общем трехмерном случае, даже с большим количеством зон усиления, смещенных от оси резонатора. Такие схемы, как представляется, могут способствовать увеличению мощности излучения лазеров и снижению тепловых искажений их резонаторов. При этом разгрузку резонатора (вывод излучения) можно осуществлять лишь для одного пучка, а для остальных пучков коэффициент отражения зеркал должен приближаться к 100%. Подобная схема использовалась, например, в лазере на  $\text{CO}_2$  [17]. Свойства же ГД (распределения усиления), результатом которых является однонаправленное распространение ГП по траектории внутри невырожденного резонатора (для вырожденного резонатора – два направления распространения) обеспечивают вывод действительно единственного пучка. Разумеется, наименьшие потери будет иметь полуконфокальный вырожденный резонатор, т.к. для него рассогласование между осью пучка и положением максимумов усиления отсутствует. Однако, как показывают результаты данной работы, некоторое отступление от геометрии вырожденного резонатора можно допустить или даже осуществить намеренно: траектории ГП при снятии вырождения останутся замкнутыми, а излучение будет выходить лишь в одном направлении, совпадая с направлением циркуляции энергии излучения в резонаторе. Другие особенности и некоторые перспективы использования лазеров с внеосевым многопроходным распространением излучения в резонаторе обсуждались ранее в статье [18].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-02-16818) и гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-8283.2006.2.

1. Morin M. *Opt. Quantum Electron.*, **29**, 819 (1997).
2. Сенатский Ю.В., Быковский Н.Е. и др. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **66**, 919 (2002).
3. Coyle D.B., Kay R.B., Stysley R.R., Poullos D. *Appl. Opt.*, **43**, 5236 (2004).
4. Zou S., Gong M., Liu Q., Chen G. *Opt. Express*, **13**, 776 (2005).
5. Deng D., Wei C., et al. *Opt. Commun.*, **258**, 43 (2006).
6. Hodgson N., Weber H. *Optical Resonators: Fundamentals, Advanced Concepts and Applications* (New York: Springer Verlag, 1997).
7. Lukishova S.G., Ermakov A.A., Ilichev N.N. *Pure Appl. Opt.*, **3** (4), 457 (1994).
8. Завалов Ю.Н., Капцов Л.Н. и др. *Квантовая электроника*, **27**, 57 (1999).
9. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **37**, 299 (2007).
10. Herriott D., Kogelnik H., Kompfner R. *Appl. Opt.*, **3**, 523 (1964).
11. Dingjan J., van Exter M.P., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **188**, 345 (2001).
12. Volodchenko K.V., Kurdoglyan M.S., Kim C-M., Kim G.U. *Appl. Opt.*, **43**, 4768 (2004).
13. Al-Rashed A-A.R., Saleh В.Е.А. *Appl. Opt.*, **34**, 6819 (1995).
14. Джерард А., Берч Дж.М. *Введение в матричную оптику* (М.: Мир, 1978).
15. Доронин В.Г., Пипченко В.П. *ЖПС*, **35**, 9 (1981).
16. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **34**, 960 (2004).
17. Васильев А.Б., Корниенко Л.С., Короленко П.В. *Оптика и спектроскопия*, **63**, 214 (1987).
18. Короленко П.В., Федотов Н.Н., Шарков В.Ф. *Квантовая электроника*, **22**, 562 (1995).