

Усиление импульсов среднего и дальнего ИК диапазонов в низкоразмерных гетероструктурах с синхронной накачкой

В.А.Кукушкин

Рассмотрено синхронное распространение оптических импульсов и импульсов среднего или дальнего ИК диапазона в волноведущих низкоразмерных полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами. Показано, что даже при комнатной температуре в данной системе возможно существенное усиление низкочастотного излучения за счёт создания мощным высокочастотным импульсом кратковременной инверсии населённостей на соответствующем низкочастотном переходе, формируемом уровнями размерного квантования полупроводника. Определены оптимальные параметры накачивающего оптического импульса и гетероструктуры, при которых пикосекундные импульсы среднего или дальнего ИК диапазона с входными пиковыми мощностями порядка 100 мВт или 0.1 мВт соответственно могут быть усилены по мощности более чем в 100 раз без существенного изменения их длительности и формы.

Ключевые слова: квантовые ямы, межподзонные переходы, синхронная накачка, усиление ИК излучения.

1. Введение

Создание источников мощных и коротких импульсов в среднем и дальнем ИК диапазонах является одним из приоритетных направлений современной квантовой электроники благодаря их высокой востребованности как для фундаментальных исследований (например, изучение поверхностных плазмонно-поляритонных волн и когерентный контроль межподзонных переходов в полупроводниковых наноструктурах), так и для многочисленных приложений (неразрушающее зондирование слабопроводящих материалов и биологических тканей, электромагнитная терапия, спектроскопия органических молекул, модуляция оптического излучения на терагерцевых частотах и др.). Среди многочисленных вариантов подобных устройств низкоразмерные полупроводниковые гетероструктуры – квантовые ямы (КЯ), квантовые проволоки и точки – являются одними из наиболее эффективных и удобных для практических применений. Главные причины этого – сравнительная лёгкость манипуляции частотами переходов между их уровнями размерного квантования (соответствуют вакуумным длинам волн от единиц до сотен микрон) путём подбора толщины и химического состава слоёв и простота токовой накачки, используемой для создания инверсии населённостей на лазерном переходе.

К сожалению, поглощение на свободных электронах и дырках, а также дифракционное уширение пучка ведут к сильному нерезонансному ослаблению мощности и интенсивности ИК излучения в подобных устройствах, которое быстро растёт с увеличением длины волны. В результате лазерная генерация в таких структурах становится возможной лишь при достижении достаточно

большого коэффициента усиления, требуемого для компенсации высоких потерь. Однако создание необходимой для этого значительной инверсии населённостей на низкочастотном лазерном переходе (образован уровнями размерного квантования, лежащими в одной и той же зоне полупроводника) осложняется характерной для низкоразмерных гетероструктур малостью времени жизни верхнего лазерного состояния, которое может быть сравнимым или меньшим аналогичной величины для нижнего состояния. Одно из решений указанной проблемы достигнуто в квантовых каскадных лазерах (ККЛ) [1], где нижний лазерный уровень быстро опустошается за счёт туннелирования находящихся на нём носителей на отделённый от него энергетическим барьером смежный уровень или их перехода на нижележащие уровни с излучением оптического фонона (ОФ). К сожалению, реализация таких схем требует изготовления сложных гетероструктур, состоящих из большого числа слоёв с контролируемыми параметрами, а также охлаждения до температур значительно ниже комнатной.

Тем не менее достаточно большую инверсию на лазерном переходе в импульсном режиме можно создать на временах, меньших времени жизни его верхнего уровня. Это время определяется рассеянием носителей друг на друге (при обсуждаемых ниже концентрациях оно превышает 5 пс [2]), излучением ОФ (~1 пс [3]), рассеянием на примесях (для рассматриваемых структур 4–5 с [4]) или рассеянием на шероховатостях поверхностей КЯ (для обсуждаемых далее КЯ толщиной 150–250 Å оно лежит в диапазоне 4–50 пс [5] и, будучи сравнимым с двумя последними временами или большим их, в нижеследующих оценках не учитывается). Конкретно это может быть реализовано путём воздействия мощного накачивающего оптического импульса на систему электронных состояний, образуемую возникающими в КЯ уровнями размерного квантования. Такой импульс приводит к выравниванию населённостей подзон, находящихся в валентной зоне и зоне проводимости полупроводника, тем самым создавая инверсию на внутризонном ИК лазер-

В.А.Кукушкин. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: vakuk@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2007 г., после доработки – 18 июня 2007 г.

ном переходе в зоне проводимости. В результате становится возможным усиление ИК импульса соответствующей частоты, распространяющегося совместно с накачивающим оптическим импульсом и имеющего примерно одинаковую с ним длительность. Как будет показано ниже, этот эффект может быть получен в намного более простых гетероструктурах, чем используемые для ККЛ, и для его реализации не требуется охлаждение до температур ниже комнатной. Кроме того, в отличие от ККЛ в подобной схеме свободные носители присутствуют только в квантовых ямах, что значительно снижает нерезонансные потери ИК излучения и тем самым увеличивает эффективность его генерации.

Здесь необходимо отметить, что инвертирование лазерного перехода мощными накачивающими импульсами с длительностями, меньшими времени жизни его верхнего уровня, успешно осуществлено в лазерах с синхронной накачкой на красителях [6], центрах окраски в щелочно-галлоидных кристаллах [7] и волоконных световодах [8] (см. также обзор этих и других работ по лазерам с синхронной накачкой в [9]). Применение этого метода для низкоразмерных полупроводниковых гетероструктур осложнено спецификой строения их уровней размерного квантования, проявляющейся, в частности, в характерном для этих уровней сравнительно малом неоднородном уширении лазерного перехода и в большом неоднородном уширении линии поглощения накачки (см. ниже). В результате последняя заселяет не только верхнее, но и нижнее лазерное состояние, что может привести к уменьшению коэффициента усиления ниже уровня потерь и сделать работу усилителя невозможной. Однако, как показано в настоящей работе, при определённом под-

боре параметров поглощение ИК импульса на лазерном переходе за счёт указанного эффекта оказывается нерезонансным и потому подавленным.

Конечно, для практической реализации предлагаемого метода необходимо найти оптимальные параметры возбуждающего оптического импульса и гетероструктуры в зависимости от длины волны усиливаемого ИК импульса. Это и составляет предмет настоящей статьи.

2. Усиление ИК сигнала в волноведущих гетероструктурах с КЯ, накачиваемых оптическим импульсом

Для реализации данной схемы конверсии оптических импульсов в импульсы ИК диапазона необходима волноведущая структура, обеспечивающая поперечное удержание их полей и обладающая небольшим коэффициентом поглощения на обеих длинах волн. Её роль может играть одноплазмонный волновод, успешно используемый в ККЛ среднего и дальнего ИК диапазонов [10, 11] и модифицированный для поддержания оптической моды с длиной волны $\lambda_1 \approx 0.8$ мкм [12] (рис. 1). Обозначим электромагнитные поля распространяющихся в нём оптического и ИК импульсов как E_1, B_1 и E_2, B_2 соответственно. Они могут быть выражены через комплексные амплитуды \tilde{E}_n, \tilde{B}_n ($n = 1, 2$) в следующем виде:

$$E_n, B_n \equiv \frac{1}{2} \tilde{E}_n, \tilde{B}_n \exp(-i\omega_n t) + \text{компл. сопр.} \quad (1)$$

Не учитывая вытекающее из волновода и излучаемое во внешнее пространство поле (которое много меньше по-

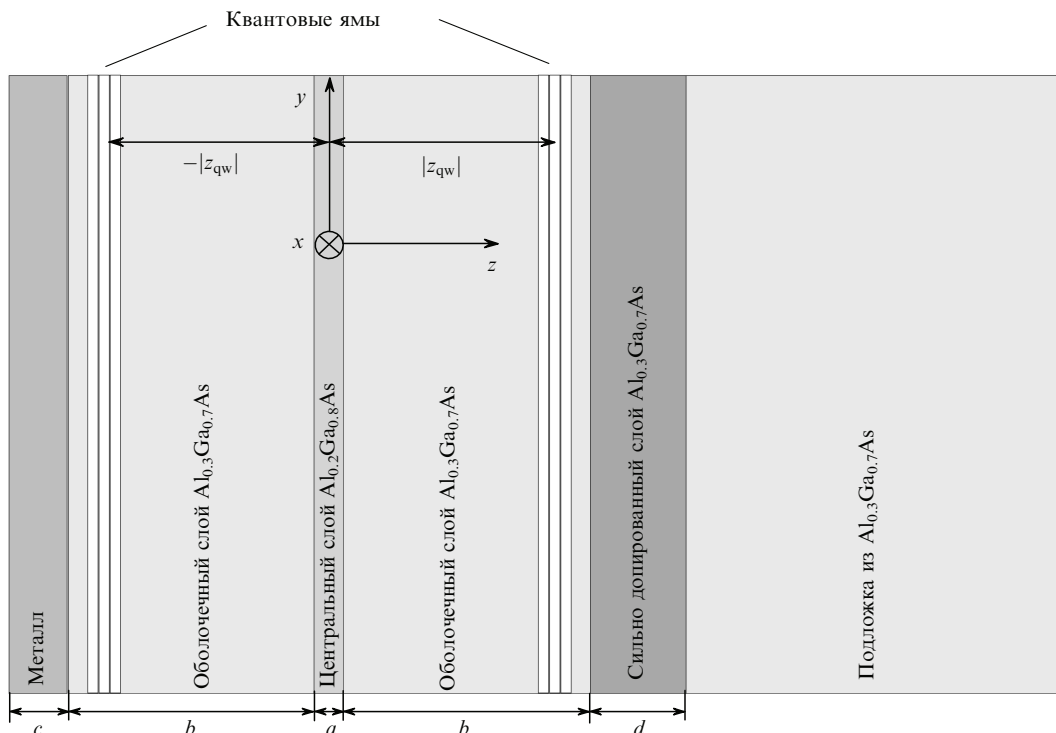


Рис. 1. Схема полостковой волноведущей гетероструктуры с КЯ, состоящей из сердцевины из $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ и внешней оболочки, формируемой двумя слоями $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$, $\epsilon_{Al_{0.2}Ga_{0.8}As} > \epsilon_{Al_{0.3}Ga_{0.7}As}$ (диэлектрический волновод), поверхностного металлического покрытия и высокодопированного слоя $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ (одноплазмонный волновод), слабопроводящей подложки из $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ и двух слоёв с КЯ, отвечающими за конверсию оптического импульса в ИК импульс ($c \sim 10 - 100$ нм, $d \sim 2$ мкм; оптимальные значения параметров a, b и $|z_{qw}|$ найдены в разд.3).

лей волноводных мод), комплексные амплитуды обеих полей можно разложить по волноводным модам $e_{nlk} \equiv \tilde{e}_{nlk}(y, z) \exp(ikx)$, $b_{nlk} \equiv \tilde{b}_{nlk}(y, z) \exp(ikx)$ [13]:

$$\tilde{E}_n = \sum_{lk} \mathcal{E}_{nlk} e_{nlk}, \quad (2)$$

$$\tilde{B}_n = \sum_{lk} \mathcal{E}_{nlk} b_{nlk}, \quad (3)$$

где индекс l обозначает поляризацию моды ($l = 1$ для ТЕ и $l = 2$ для ТМ), а k (вообще говоря, многозначная функция n и l) является её волновым индексом вдоль направления x . Следуя стандартной теории возбуждения волноводов [13], величины \mathcal{E}_{nlk} можно найти из уравнений

$$d\mathcal{E}_{nlk}/dx = \int \tilde{j}_n e_{nl-k} dS / N_{nlk}, \quad (4)$$

где $\tilde{j}_n \equiv -i\omega_n \tilde{P}_n$ – комплексные амплитуды плотностей токов, которые выражаются через комплексные амплитуды соответствующих поляризаций \tilde{P}_n , создаваемых на оптическом и ИК переходах; $dS \equiv dydz$; формулы для e_{nl-k} даны в [13]; N_{nlk} – норма моды с индексами nlk (согласно определению в [13], $N_{nlk} < 0$). Далее уравнение (4) будет анализироваться для волновода типичной конструкции, размеры которого вдоль поперечного направления y (рис.1) не превышают ~ 10 мкм. При таких параметрах для оптического поля с $\lambda_1 \simeq 0.8$ мкм возможна только одна вариация вдоль y , и волноводные моды могут быть приближенно описаны в рамках теории бесконечно широкого по оси y полоскового волновода [13], в соответствии с которой \tilde{e}_{nlk} , \tilde{b}_{nlk} являются функциями только z . Согласно оценкам (см. разд.3), оптимальная толщина центрального слоя достаточно мала, так что волновод будет поддерживать распространение только двух поперечных оптических мод (ТЕ и ТМ). При этом далее рассматривается типичная для гетеролазеров на КЯ ситуация, когда поля E_1 и E_2 формируются ТЕ- и ТМ-модами соответственно, так что для оптического поля всегда $l = 1$, $k = k_1$, а для ИК излучения $l = 2$, $k = k_2$ и потому индексы могут быть опущены.

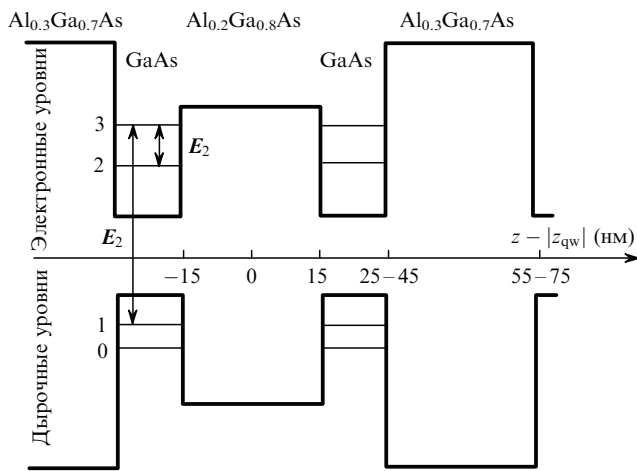


Рис.2. Схема электронных (дырочных) уровней размерного квантования в КЯ, в которой происходит усиление слабого импульса ИК излучения (E_2) за счёт конверсии распространяющегося одновременно с ним сильного оптического импульса (E_1). Каждый уровень представляет собой подзону электронных состояний с различными проекциями квазиимпульсов p_x, p_y на плоскость КЯ.

Для решения уравнения (4) необходимо выразить $\tilde{j}_n \equiv -i\omega_n \tilde{P}_n$ через \mathcal{E}_n . Это может быть сделано на основе рассмотрения динамики носителей в КЯ, образующихся, например, в системе $Al_xGa_{1-x}As$ (рис.2). Для целей настоящей работы достаточно рассматривать в каждой КЯ лишь четыре подзоны: в валентной зоне – одну подзону тяжелых или лёгких дырок (0), критерий выбора которой указан ниже, и наиболее высоколежащую подзону тяжелых дырок (1), а в зоне проводимости – две наиболее низколежащих электронных подзоны (2 и 3), которые формируют лазерный переход для усиления ИК излучения (рис.2). При этом можно не учитывать другие присутствующие в рассматриваемой гетероструктуре низкочастотные переходы по причине существенного отклонения их частот от несущей частоты ИК поля, резонансной с частотой перехода $3 \rightarrow 2$. Межзонные переходы в такой схеме соответствуют длинам волн $\lambda \sim 0.7 - 0.8$ мкм, тогда как межподзонный переход $3 \rightarrow 2$ лежит в области более 10 мкм^{*}). Хорошо известно, что для рассматриваемых здесь асимметричных КЯ с разными высотами левого и правого барьеров все пять переходов ($2 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 0$ и $3 \rightarrow 0$) являются дипольно разрешенными и имеют большие недиагональные матричные элементы порядка $0.3 - 1$ нм для межзонных переходов и $1 - 3$ нм для межподзонных [15].

Будем считать, что энергия $\tilde{\epsilon}_i$ электронов в каждой подзоне ($i = 0, 1, 2, 3$) зависит только от их квазиимпульса в плоскости КЯ $p_{||} \equiv (p_x^2 + p_y^2)^{1/2}$ (изотропное приближение [16, 17]), так что $\tilde{\epsilon}_i = \tilde{\epsilon}_{i0} + p_{||}^2 / (2m_i)$, где $\tilde{\epsilon}_{i0}$ – энергия электронов с нулевым $p_{||}$, а m_i – эффективная масса (рис.3). Пусть $p_{||0}$ – значение $p_{||}$, при котором частота перехода $3 \rightarrow 1$ (т.е. величина $(\tilde{\epsilon}_3 - \tilde{\epsilon}_1)/\hbar$) совпадает с частотой ω_1 . Обозначив через Δ отклонение частоты

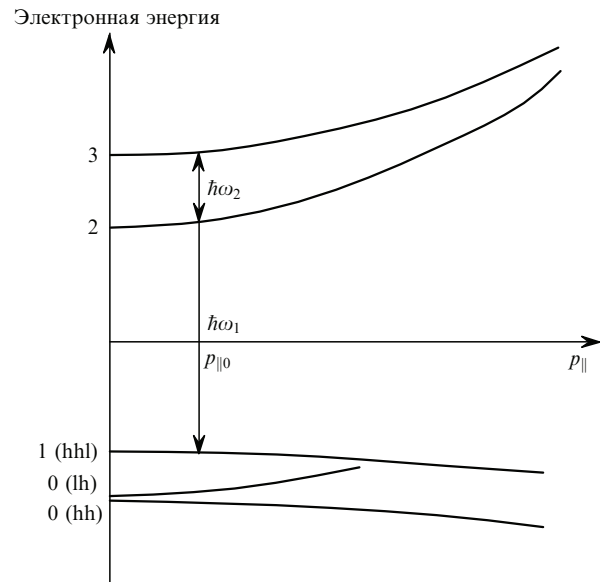


Рис.3. Схема зонной структуры GaAs около Г-точки с КЯ, выращенными в направлении (001) ($p_{||} \equiv (p_x^2 + p_y^2)^{1/2}$). Энергия отсчитывается от середины запрещенной зоны; 0 – подзона лёгких (lh) или тяжелых (hh) дырок; 1 – наиболее высоколежащая подзона тяжелых дырок (hh1); 2 и 3 – наиболее низколежащие электронные подзоны.

^{*}) Конечно, всё дальнейшее рассмотрение может быть легко перенесено на случай, когда лазерный переход формируется не электронными, а дырочными подзонами [14] и соответствует длинам волн свыше 70 мкм [15].

перехода $3 \rightarrow 1$ от ω_1 , видим, что p_{\parallel} однозначно выражается через $\Delta \equiv (p_{\parallel}^2 - p_{\parallel 0}^2)[1/(2m_3) + 1/(2m_1)]/\hbar$, причем Δ полностью характеризует неоднородное уширение в данной системе, определяя отклонение частот всех остальных переходов в рассматриваемой четырёхуровневой схеме от их значений при $p_{\parallel} = p_{\parallel 0}$. Простой расчёт показывает, что число (на единичный объём) электронных состояний с различными p_x, p_y , такими, что частота перехода $3 \rightarrow 1$ лежит в интервале от $\omega_1 + \Delta$ до $\omega_1 + \Delta + d\Delta$, равно $Nd\Delta$, где

$$N \simeq m_1 m_3 / [2\pi\hbar(m_1 + m_3)\Delta z_{\text{qw}}] \quad (5)$$

– соответствующая плотность состояний; $m_1 \simeq 0.5m$; $m_3 \simeq 0.07m$ [17, 18]; m – масса свободного электрона; Δz_{qw} – ширина КЯ. Считая, что ω_2 равна частоте перехода $3 \rightarrow 2$ при $\Delta = 0$, в результате элементарного вычисления легко показать, что отклонение частоты перехода $3 \rightarrow 2$ от ω_2 равно $-\eta\Delta$, где

$$\eta = m_1(m_3 - m_2) / [m_2(m_1 + m_3)] \lesssim 0.1, \quad (6)$$

и оценка для η сделана с использованием простых аналитических формул для эффективных электронных масс m_2 и m_3 в бесконечно глубокой КЯ шириной свыше 150 \AA [18]. Здесь следует отметить, что, как и в ККЛ [1], $\eta > 0$ и $\eta \ll 1$ вследствие слегка большей эффективной массы электронов в подзоне 3 по сравнению с подзоной 2. Таким образом, неоднородное уширение перехода $3 \rightarrow 2$ значительно меньше, чем $3 \rightarrow 1$.

Теперь можно определить критерий выбора обозначенной выше индексом 0 подзоны лёгких или тяжелых дырок. Из рис.3 и проведённого выше рассмотрения очевидно, что оптическое поле заселяет подзону 2 при Δ , лежащих вблизи его резонансов с переходами между подзоной 2 и подзоной 1 или дырочными подзонами, лежащими ниже подзоны 1. Это приводит, конечно, к поглощению ИК поля на переходе $3 \rightarrow 2$ в указанной области Δ и является нежелательным. Однако, как следует из предыдущего рассмотрения, частота перехода $3 \rightarrow 2$ уменьшается с ростом Δ за счёт отличного от нуля коэффициента η , тем самым отстраиваясь от резонанса с ИК полем. В результате при указанных Δ эта отстройка может стать больше однородной ширины линии для перехода $3 \rightarrow 2$, вычисленной с учётом поля сильного оптического импульса (что, как показывают оценки с использованием найденных в следующем разделе оптимальных для усиления ИК поля параметров, действительно имеет место), и поглощение ИК излучения на нём может оказаться подавленным. При этом очевидно, что наибольший вклад в поглощение ИК поля внесёт та дырочная подзона (выше она обозначена индексом 0), для которой указанное значение Δ (а потому и соответствующее изменение $-\eta\Delta$ частоты перехода $3 \rightarrow 2$) минимально. Простой анализ, основанный на результатах работы [18], показывает, что наименьшее $\Delta = (0.3 \div 1)\omega_2$.

В результате каждая КЯ может быть описана в виде четырёхуровневой схемы с матрицей плотности ρ_{ij} , зависящей только от Δ . Её недиагональные элементы могут быть представлены как произведения быстро меняющихся экспоненциальных факторов с соответствующими резонансными частотами $\omega_{1,2}$ (для межзонных и межподзонных переходов соответственно) и медленно меняю-

щихся амплитуд $\tilde{\rho}_{ij}$. Последние могут быть найдены из системы уравнений [19]

$$\begin{aligned} d\tilde{\rho}_{21}/dt + \Gamma_{21}\tilde{\rho}_{21} &= -ie_1\tilde{\rho}_{32}^* + ie_2^*\tilde{\rho}_{31}, \\ d\tilde{\rho}_{31}/dt + \Gamma_{31}\tilde{\rho}_{31} &= ie_1n_{13} + ie_2\tilde{\rho}_{21}, \\ d\tilde{\rho}_{20}/dt + \Gamma_{20}\tilde{\rho}_{20} &= ie_1n_{02} + ie_2^*\tilde{\rho}_{30}, \\ d\tilde{\rho}_{30}/dt + \Gamma_{30}\tilde{\rho}_{30} &= -ie_1\tilde{\rho}_{32} + ie_2\tilde{\rho}_{20}, \\ d\tilde{\rho}_{32}/dt + \Gamma_{32}\tilde{\rho}_{32} &= ie_2n_{23} + ie_1\tilde{\rho}_{21}^* - ie_1^*\tilde{\rho}_{30}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{21} = \Gamma_{31} = \gamma + i\Delta; \Gamma_{20} = \Gamma_{30} = \gamma + i[\Delta - (0.3 \div 1)\omega_2]; \\ \Gamma_{32} = \gamma - i\eta\Delta; \end{aligned} \quad (8)$$

$n_{ij} = \rho_{ii} - \rho_{jj}$ – разности населённостей; $e_1 \equiv \mathcal{E}_1 \mathbf{d}_{\text{opt}} e_1 / (2\hbar)$ и $e_2 \equiv \mathcal{E}_2 \mathbf{d}_{\text{IR}} e_2 / (2\hbar)$ – частоты Раби для оптического и ИК полей соответственно; $\mathbf{d}_{31} \simeq \mathbf{d}_{20} \equiv \mathbf{d}_{\text{opt}}$, $\mathbf{d}_{32} \equiv \mathbf{d}_{\text{IR}}$ – дипольные моменты для межзонных и межподзонных переходов; для упрощения дальнейших формул принято, что скорости релаксации поляризации на всех переходах между уровнями 0, 1, 2 и 3 одинаковы и равны γ , т. е. $\gamma_{21} = \gamma_{31} = \gamma_{20} = \gamma_{30} = \gamma_{32} \equiv \gamma$.

Поскольку длительности оптического и ИК импульсов больше времени релаксации $\sim 1/\gamma$ (или, в крайнем случае, сравнимы с ним, см. разд.3), для оценок достаточно получить стационарное решение системы (7). Считая поле ИК импульса много меньшим оптического, можно применить теорию возмущений по малому параметру $|\mathcal{E}_2|/|\mathcal{E}_1| \ll 1$, удерживая в ней лишь члены нулевого и первого порядков по \mathcal{E}_2 . Это даст

$$\tilde{\rho}_{31} = ie_1 n_{13} / \Gamma_{31}, \quad (9)$$

$$\tilde{\rho}_{20} = ie_1 n_{02} / \Gamma_{20}, \quad (10)$$

$$\tilde{\rho}_{32} = ie_2 \frac{n_{23} - n_{13}|e_1|^2 / (\Gamma_{31}^* \Gamma_{21}^*) + n_{02}|e_1|^2 / (\Gamma_{20} \Gamma_{30})}{\Gamma_{32} + |e_1|^2 / \Gamma_{21}^* + |e_1|^2 / \Gamma_{30}}. \quad (11)$$

Входящие в (10), (11) разности населённостей могут быть определены из уравнений [19]

$$dn_{13}/dt + r(n_{13} - \bar{n}_{13}) = -4\text{Im}(e_1^* \tilde{\rho}_{31}) - 2\text{Im}(e_2^* \tilde{\rho}_{32}), \quad (12)$$

$$dn_{02}/dt + r(n_{02} - \bar{n}_{02}) = -4\text{Im}(e_1^* \tilde{\rho}_{20}) + 2\text{Im}(e_2^* \tilde{\rho}_{32}), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} dn_{23}/dt + r(n_{23} - \bar{n}_{23}) &= -2\text{Im}(e_1^* \tilde{\rho}_{31}) + 2\text{Im}(e_1^* \tilde{\rho}_{20}) \\ &\quad - 4\text{Im}(e_2^* \tilde{\rho}_{32}). \end{aligned} \quad (14)$$

Так как всё дальнейшее рассмотрение ведётся на временах, много меньших времени безызлучательных переходов электронов между уровнями 3 и 2 (и тем более значительно меньших времени спонтанных излучательных переходов электронов с этих уровней в валентную зону), то в релаксационных членах уравнений (12)–(14) учитываются лишь процессы внутривидовой релакса-

ции, скорость r которых, принимаемая для оценок одинаковой для всех подзон, значительно выше, чем для межподзонных процессов [20]. Величины $\bar{n}_{ij} \equiv \bar{\rho}_{ii} - \bar{\rho}_{jj}$, $i = 0, 1, 2, 3$, являются при этом квазиравновесными разностями населённостей, определяемыми квазиравновесными фермиевскими распределениями электронов $\bar{\rho}_{ij}$. Последние, будучи функциями полных чисел электронов в подзонах (в течение импульса накачки эти числа растут в подзонах 3 и 2 и уменьшаются в подзонах 0 и 1), медленно (в масштабе $1/r$) меняются со временем. Однако, согласно [2], вследствие достаточной высокой плотности электронных состояний в КЯ функции $1 - \bar{\rho}_{00}$, $1 - \bar{\rho}_{11}$, а также $\bar{\rho}_{22}$ и $\bar{\rho}_{33}$ становятся сравнимыми с единицей лишь при поверхностных концентрациях возбуждённых электронов в подзоне 3 или 2 (или дырок в подзоне 1 или 0) свыше $2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Как показано в разд.3, оптимальные для усиления ИК импульса значения этого параметра (даже в конце импульса накачки) существенно меньше указанной величины. В результате в (12)–(14) можно положить $\bar{n}_{13} \simeq \bar{n}_{02} \simeq 1$ и $\bar{n}_{23} \simeq 0$. В итоге за время $\sim 1/r$, существенно меньшее длительности импульсов накачки и ИК поля (см. разд.3), решения уравнений (12)–(14) становятся практически стационарными и сохраняются таковыми вплоть до окончания импульсов.

Для их нахождения с помощью теории возмущений по малому параметру $|\mathcal{E}_2|/|\mathcal{E}_1| \ll 1$ следует учесть, что, согласно (11), слагаемое $\text{Im}(e_2^* \tilde{\rho}_{32})$ в (13), (14) пропорционально по крайней мере $|e_2|^2$ и поэтому в линейном по e_2 приближении может быть отброшено. В результате стационарные решения уравнений (12), (13) и (14) принимают вид

$$n_{13} = \frac{1}{1 + 4(\gamma/r)|e_1|^2/(\gamma^2 + \Delta^2)}, \quad (15)$$

$$n_{02} = \frac{1}{1 + 4(\gamma/r)|e_1|^2/\{\gamma^2 + [\Delta - (0.3 \div 1)\omega_2]^2\}}, \quad (16)$$

$$n_{23} = -\frac{2(\gamma/r)|e_1|^2}{4(\gamma/r)|e_1|^2 + \gamma^2 + \Delta^2} + \frac{2(\gamma/r)|e_1|^2}{4(\gamma/r)|e_1|^2 + \gamma^2 + [\Delta - (0.3 \div 1)\omega_2]^2} \quad (17)$$

и могут быть подставлены в выражения (9)–(11) для получения явных частотных зависимостей $\tilde{\rho}_{31}$, $\tilde{\rho}_{20}$ и $\tilde{\rho}_{32}$. Зависимости $n_{23}(x=0)$ от безразмерной отстройки Δ/γ показаны на рис.4. Видно, что $n_{23} < 0$ (т. е. переход $3 \rightarrow 2$ инвертирован и возможно усиление ИК импульса) при достаточно малых $|\Delta|$, когда импульс накачки эффективно заселяет подзону 3. При этом наибольшая инверсия достигается при $\Delta = 0$ и составляет примерно -0.45 . Обратная ситуация ($n_{23} > 0$, т. е. поглощение ИК импульса) имеет место при достаточно больших Δ в окрестности $(0.3 \div 1)\omega_2$ за счёт заполнения импульсом накачки подзоны 2. Однако, как было сказано выше, этот эффект оказывается существенно подавленным вследствие уменьшения частоты перехода $3 \rightarrow 2$ с ростом Δ .

Комплексные амплитуды поляризации на межзонных и межподзонном переходах могут быть представлены как

$$\tilde{P}_1 = \mathbf{d}_{\text{opt}} \int_{-\infty}^{+\infty} N(\tilde{\rho}_{31} + \tilde{\rho}_{20})d\Delta, \quad (18)$$

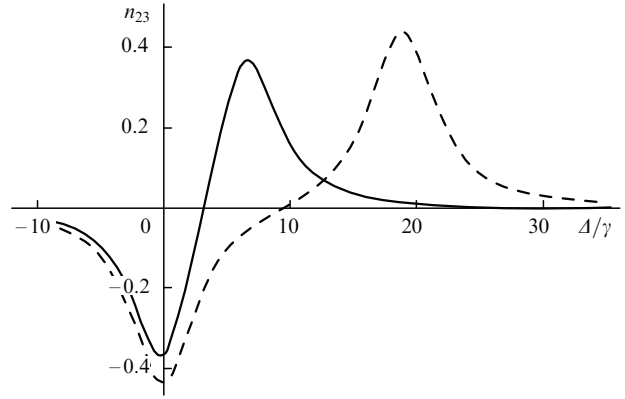


Рис.4. Зависимости $n_{23}(x=0)$ (уравнение (17)) от безразмерной отстройки Δ/γ при оптимальных значениях $2|e_1(x=0)|/\sqrt{\gamma r} \simeq 3$ и ω_2 , соответствующих $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$ (сплошная кривая, $\gamma \simeq 4 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$) и 60 мкм (штриховая кривая, $\gamma \simeq 0.5 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$), см. разд.3.

$$\tilde{P}_2 = \mathbf{d}_{\text{IR}} \int_{-\infty}^{+\infty} N\tilde{\rho}_{32}d\Delta. \quad (19)$$

Здесь необходимо отметить, что вследствие малости толщины КЯ поперечные вариации оптического и ИК полей на её протяжении можно не учитывать. В результате всё вышеизложенное можно легко обобщить на случай нескольких смежных КЯ путём умножения правых частей уравнений (18), (19) на полное число КЯ q . Согласно рис.1 это число поровну распределено между двумя активными областями, расположенными симметрично относительно центрального волноводного слоя.

Используя уравнения (18), (19), определение $\tilde{j}_n \equiv -i\omega_n \tilde{P}_n$ и уравнение (4), можно найти пространственную эволюцию \mathcal{E}_n . Так, для оптического излучения (4) принимает вид

$$d\mathcal{E}_1/dx = -\alpha_1 \mathcal{E}_1 / (1 + |\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2), \quad (20)$$

где $\mathcal{E}_{1s} \equiv \sqrt{\gamma r \hbar} / [d_{\text{opt}} e_1(x, z_{\text{qw}})]$ – амплитуда насыщающего межзонных переходов поля;

$$\alpha_1 \equiv -2\pi q \omega_1 N S_{\text{qw}} |d_{\text{opt}} \tilde{e}_1(z_{\text{qw}})|^2 / (2\hbar N_1) \quad (21)$$

– ненасыщенный коэффициент поглощения E_1 за счёт КЯ; S_{qw} – площадь КЯ в плоскости yz ; z_{qw} – z -координата центра левой или правой группы КЯ (см. рис.1); $\tilde{e}_1(z_{\text{qw}}) = -\tilde{e}_1(-z_{\text{qw}})$ вследствие симметрии оптической моды. Для ИК поля из уравнения (4) следует, что

$$\frac{1}{\alpha_2} \frac{d \ln |\mathcal{E}_2|}{dx} = \frac{\Theta(4 + 4\sqrt{1 + \Theta} + 2\Theta - \zeta\Theta)}{4\sqrt{1 + \Theta}(1 + \sqrt{1 + \Theta})(2/\zeta - 1)} \times \left\{ \frac{1}{(1 + \eta\sqrt{1 + \Theta})(1 + \sqrt{1 + \Theta}) + \zeta\Theta/4} - \text{Re} \frac{1}{[1 - i(0.3 \div 1)\eta\omega_2/\gamma - \eta\sqrt{1 + \Theta}](1 + \sqrt{1 + \Theta}) + \zeta\Theta/4} \right\} + \text{Re} \frac{i\Theta\zeta}{2\eta(2/\zeta - 1)(\delta_2 - \delta_1)(1 + \delta_2^2 + \Theta)} \left[1 - i\delta_2 + 2(1 + i\delta_2)/\zeta \right]. \quad (22)$$

Здесь $\Theta \equiv |\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2$; $\zeta \equiv r/\gamma$;

$$\alpha_2 \equiv -\pi q \omega_2 (2/\zeta - 1) N S_{q\omega} |d_{32} \tilde{e}_2(z_{q\omega})|^2 / (2\hbar N_2); \quad (23)$$

$$\delta_{1,2} = \frac{-i(1-\eta)}{2\eta} \\ = \pm \frac{\{-(1-\eta)^2 - 4\eta[1 - i(0.3 \div 1)\eta\omega_2/\gamma + \zeta\Theta/4]\}^{1/2}}{2\eta}; \quad (24)$$

благодаря большому размеру ИК моды различием между $\tilde{e}_2(z_{q\omega})$ и $\tilde{e}_2(-z_{q\omega})$ пренебрегается. Коэффициент усиления ИК поля как функция x даётся формулой

$$\frac{|\tilde{E}_2(x)|}{|\tilde{E}_2(0)|} = \frac{|\mathcal{E}_2(x)|}{|\mathcal{E}_2(0)|} \exp(-x \text{Im} k_2), \quad (25)$$

где экспоненциальный фактор учитывает затухание ИК моды. Максимальная величина (25) и соответствующие оптимальные параметры волноведущей гетероструктуры и оптического импульса находятся в следующем разделе на основе анализа численного решения уравнений (20), (22).

3. Параметры волноведущих гетероструктур и оптических импульсов, оптимальные для усиления ИК сигнала

Как было сказано выше, для эффективного усиления ИК импульса необходимо, чтобы он распространялся совместно с оптическим импульсом, т. е. чтобы их групповые скорости были равны. Используя данные [21–23] и стандартную теорию волноводов [13], можно показать, что для приведённой на рис.1 структуры и оптического импульса с несущей длиной волны $\lambda_1 \simeq 0.8$ мкм это условие выполняется, если центральная длина волны ИК импульса λ_2 примерно равна 22 или 60 мкм. Таким образом, только при этих двух длинах волн усиление ИК импульса может быть эффективным. Тем не менее необходимо отметить, что, конечно, возможно использование волноводов иных конструкций, позволяющих добиться равенства групповых скоростей оптической и ИК мод для других λ_2 , что обеспечивает эффективное усиление ИК сигнала на желаемой длине волны.

Качественный и численный анализ конструкции волновода [10–12] и уравнений (20), (22) показывает, что наименьшие потери для оптического излучения и наибольший коэффициент усиления ИК импульса достигаются при $a \simeq 0.12$ мкм и $b \simeq 2$ мкм для $\lambda_2 = 22$ мкм и при $a \simeq 0.024$ мкм и $b \simeq 10$ мкм для $\lambda_2 = 60$ мкм (см. рис.1). При этом перекрытие полей оптического и ИК импульсов вдоль оси z в рассматриваемой структуре определяется отношением величины $a + 2b$ (т. е. ширины области распределения накачивающего импульса вдоль z) и поперечного масштаба средней или дальней ИК моды (рис.1). Используя вышеприведённые значения a и b и данные работ [10–12], можно найти, что указанное отношение составляет ~ 0.8 для $\lambda_2 = 22$ мкм и ~ 0.4 для $\lambda_2 = 60$ мкм.

Теперь необходимо определить оптимальные значения констант связи КЯ с ИК сигналом ($|d_{32} \tilde{e}_2(z_{q\omega})|$) и оптического поля ($|d_{31} \tilde{e}_1(z_{q\omega})|$). Из (22), (23) очевидно, что коэффициент усиления ИК поля растёт при увеличении значения $|d_{32} \tilde{e}_2(z_{q\omega})|$, т. к. $\alpha_2 \propto |d_{32} \tilde{e}_2(z_{q\omega})|^2$. Что же касает-

ся величины $|d_{31} \tilde{e}_1(z_{q\omega})|$, тот же анализ показывает, что её оптимум должен примерно соответствовать такой концентрации электронов в подзоне 3 вблизи $\Delta = 0$, $\rho_3 \equiv \int N \rho_{33} d\Delta$, при которой скорости релаксации $\gamma \sim r^*$ за счёт электрон-электронного взаимодействия в этой подзоне оказались бы в несколько раз больше скорости межподзонной релаксации $1/\tau_{32}$. Большие значения $|d_{31} \tilde{e}_1(z_{q\omega})|$ ведут к более высоким концентрациям электронов в подзоне 3 и поэтому к большим значениям $\gamma \sim r$ (они пропорциональны ρ_3 для обсуждаемой здесь ситуации с малыми числами заполнения состояний в подзоне 3). Это, в свою очередь, делает ширину линии перехода $3 \rightarrow 2$ (которая, как это легко получить из второго слагаемого уравнения (22), равна $\gamma + r|\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2/\{4[1 + (1 + |\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2)^{1/2}]\}$), больше $(0.3 \div 1)\omega_2\eta$ и, следовательно, вызывает сильное поглощение ИК поля на переходе $3 \rightarrow 2$ при $\Delta \simeq (0.3 \div 1)\omega_2$. С другой стороны, меньшие значения $|d_{31} \tilde{e}_1(z_{q\omega})|$ приводят к меньшей концентрации электронов в подзоне 3 и, следовательно, к меньшей инверсии и более низкому коэффициенту усиления ИК поля на переходе $3 \rightarrow 2$ вблизи $\Delta = 0$.

Зависимость $\gamma \sim r$ от ρ_3 можно определить, используя данные [2] для скорости релаксации перехода $3 \rightarrow 2$ за счёт электрон-электронного рассеяния и принимая во внимание то, что оно примерно в 10 раз меньше скорости внутриволнозной электрон-электронной релаксации [20]. Концентрация возбуждённых электронов вблизи $\Delta = 0$ может быть найдена из уравнения (17) с учётом того, что на временах, меньших τ_{32} – времени релаксации $3 \rightarrow 2$, можно положить $\rho_{22} \simeq 0$ и, следовательно, $\rho_{33} \simeq -n_{23}$:

$$\rho_3 = \frac{\pi N \gamma |\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2}{2(1 + |\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_{1s}|^2)^{1/2}}. \quad (26)$$

В случае $\lambda_2 \simeq 22$ мкм величина ω_2 больше частот продольных ОФ как в GaAs, так и в AlAs [24], так что при оптимальном значении $|d_{31} \tilde{e}_1(z_{q\omega})|$ величина τ_{32} определяется временем перехода $3 \rightarrow 2$ с излучением фонона и лежит в районе 1 пс [3]. Таким образом, согласно сказанному выше, оптимальная поверхностная концентрация возбуждённых электронов должна быть близка к $9.7 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ в КЯ шириной 150 Å, что, согласно (26), соответствует $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)| \equiv 2|e_1(0)|/\sqrt{\gamma r} \simeq 3$.

Если же $\lambda_2 \simeq 60$ мкм, то частота ω_2 меньше частот продольных ОФ как для GaAs, так и AlAs, так что время релаксации для перехода $3 \rightarrow 2$ определяется рассеянием на примесях и составляет примерно 4–5 пс при 300 К для типичных $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -гетероструктур с КЯ [4]. По аналогии с предыдущим случаем легко найти, что оптимальная концентрация должна составлять примерно $2 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ для КЯ шириной 265 Å; вместе с уравнением (26) это определяет отношение $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)| \simeq 3$.

Более точное нахождение оптимальных концентраций возбуждённых электронов и параметра $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)|$ требует, конечно, анализа поведения коэффициента усиления ИК импульса (25), найденного в результате численного решения уравнений (20), (22). Для его получения

*) Данное соотношение типично для лазеров на КЯ, в которых дефазировка дипольных моментов переходов и релаксация функции распределения носителей определяются одним и тем же процессом их внутриволнозного рассеяния.

примем, что коэффициенты поглощения оптического и ИК полей имеют следующие значения: $\text{Im } k_1 \simeq 0.25 \text{ см}^{-1}$ [25] и $\text{Im } k_2 \simeq 3.5 \text{ см}^{-1}$ при $\lambda_2 \simeq 22 \text{ мкм}$ [26] и $\text{Im } k_2 \simeq 1.35 \text{ см}^{-1}$ при $\lambda_2 \simeq 60 \text{ мкм}$ [11]. Для нахождения α_2 матричный элемент для перехода $3 \rightarrow 2$ можно взять равным 3 нм [15] и оценить норму ИК моды N_2 , используя результаты [11] для обсуждаемых здесь длин волн $\lambda_2 = 22$ и 60 мкм. Таким образом, $\alpha_2 \simeq 1.47q$ (в см^{-1}) для $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$ и $\alpha_2 \simeq 0.086q$ (в см^{-1}) для $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$. Такое быстрое уменьшение α_2 с ростом длины волны ИК излучения объясняется уменьшением $\omega_2 \propto 1/\lambda_2$ и ростом $|N_2|$ в выражении (23) для α_2 .

Необходимо отметить, что для типичных величин матричных элементов межзонных переходов, лежащих в районе 0.3 нм [15], оптимальные значения параметра $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)|$ могут быть достигнуты при сравнительно малых (~ 1 мВт) пиковых мощностях оптических импульсов, которые значительно ниже полученных в экспериментах [27] с лазерами на КЯ, работающими в режиме синхронизации мод. Тем не менее представляется выгодным использовать оптические импульсы с как можно более высокой входной мощностью, поскольку при фиксированном отношении $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)|$ увеличение E_1 означает уменьшение $|d_{31}\tilde{e}_1(z_{\text{qw}})|$ и $\alpha_1 \propto |d_{31}\tilde{e}_1(z_{\text{qw}})|^2$, а следовательно, уменьшение поглощения оптического поля и потому более благоприятные условия его конверсии в ИК сигнал. Для матричных элементов межзонных переходов ~ 0.3 нм малые значения $|d_{31}\tilde{e}_1(z_{\text{qw}})|$ легко получить, поместив активные области с КЯ в оболочечные слои диэлектрического волновода, где оптическая мода затухает экспоненциально с удалением от центрального слоя. Однако, поскольку масштаб неоднородности ИК моды в направлении оси z значительно больше соответствующей величины для оптического поля, такое размещение активных областей никоим образом не ведёт к уменьшению $\alpha_2 \propto |d_{32}\tilde{e}_2(z_{\text{qw}})|^2$ и коэффициента усиления ИК импульса. Например, для определённых выше скоростей релаксации и оптических импульсов с длительностью ~ 0.5 пс и пиковой мощностью ~ 120 Вт, полученных в [27], величина $|z_{\text{qw}}|$ должна составлять ~ 1.8 мкм для центрального слоя толщиной 0.12 мкм; для импульсов длительностью 2 пс с пиковыми мощностями ~ 60 Вт и при толщине центрального слоя 0.024 мкм соответствующие $|z_{\text{qw}}| \simeq 8.5$ мкм. При данных параметрах легко получить $\alpha_1 \simeq 0.075q$ (в см^{-1}) для оптических импульсов мощностью 120 Вт, длительностью 0.5 пс и $\alpha_1 \simeq 0.004q$ (в см^{-1}) для импульсов мощностью 60 Вт и длительностью 2 пс.

При использовании данных параметров для численного моделирования поведения оптического и ИК импульсов на основе (20), (22) максимальное (по x и $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)|$) значение коэффициента усиления ИК сигнала (25) становится больше единицы и, следовательно, предложенный метод может быть использован при числе смежных КЯ $q > 5$ для $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$ и $q > 67$ для $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$.

Дальнейшее увеличение числа КЯ ведёт к быстрому росту коэффициента усиления (25). Так, для $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$ и $q = 12$ его максимальное значение (достигаемое при $x \simeq 1.2 \text{ см}$, $\rho_3 \simeq 5 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ и $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)| \simeq 1.5$) становится равным ~ 10 (рис.5), поэтому соответствующая пиковая мощность ИК импульса (при её входном значении ~ 0.1 мВт) в точке $x \simeq 1.2 \text{ см}$ составляет ~ 10 Вт, что по порядку величины совпадает с мощностью оптического импульса при том же x . Это означает, что при большем числе q весь проведённый выше анализ, не учитывая

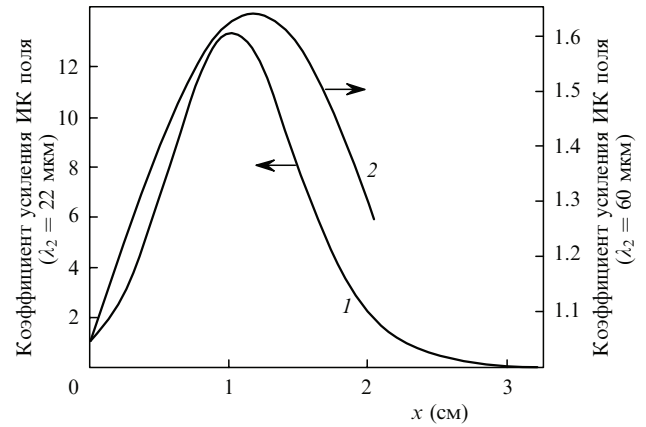


Рис.5. Коэффициент усиления ИК сигнала (25) с $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$ (1) и $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$ (2) и параметрами, указанными в тексте.

ющий истощения оптической накачки за счёт её конверсии в ИК сигнал, перестаёт быть применимым. Тем не менее можно утверждать, что при $q \gtrsim 12$ и пиковом входном уровне ИК сигнала ~ 0.1 мВт можно добиться усиления ИК импульсов до пиковых мощностей порядка нескольких десятков ватт. Следует также отметить, что отклонение найденных из численного моделирования оптимальных значений ρ_3 и $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)|$ как для $\lambda_2 = 22 \text{ мкм}$, так и для $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$ (см. ниже) от предсказанных вполне объяснимо благодаря качественной процедуре отыскания последних.

Для $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$ коэффициент усиления (25) также быстро растёт с превышением числа q его порогового значения ~ 67 . Так, при $q = 100$, $x \simeq 1.2 \text{ см}$, $\rho_3 \simeq 7.4 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ и $|\mathcal{E}_1(0)/\mathcal{E}_{1s}(0)| \simeq 1.3$ он достигает своего максимального значения 1.6 (усиление ИК сигнала по мощности более чем в 2.5 раза, рис.5). Дальнейшее увеличение q приводит, конечно, к росту выходной мощности ИК импульса, однако поперечные размеры активной области при этом становятся больше масштаба неоднородности оптической моды, в результате чего для значительного числа КЯ поле оптического импульса в них существенно отклоняется от его оптимального значения и скорость роста коэффициента усиления с увеличением q замедляется. Так, соответствующие оценки показывают, что, например, при $q \sim 300$ можно добиться только четырёхкратного увеличения мощности ИК импульса.

4. Заключение

Следует отметить, что можно добиться дальнейшего увеличения коэффициента усиления ИК импульса, помещая на его пути несколько гетероструктур и вводя в каждую из них оптические импульсы в моменты прихода в них ИК сигнала (или, аналогично схеме синхронно накачиваемых лазеров на красителях [6], помещая гетероструктуру в резонатор, время однократного прохода которого для ИК импульса равно периоду следования оптических импульсов, подаваемых в резонатор через оба выходных зеркала), что позволяет решить проблему истощения оптической накачки. Используя полученные выше оценки, легко видеть, что в случае $\lambda_2 = 60 \text{ мкм}$ уже при пяти подобных каскадах, каждый из которых содержит около 100 КЯ (или при пяти однократных проходах резонатора) можно получить 100-кратное усиление ИК сигнала по мощности.

Будучи эффективной даже при комнатной температуре и, следовательно, простой в практическом использовании, предложенная схема усилителя импульсов средней и дальней ИК областей спектра может применяться в медицине для терапии и диагностики, а также в фундаментальных исследованиях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 07-02-00486) и гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ4485.2008.2).

1. Faist J., Capasso F., Sivco D.L., Sirtori C., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *Science*, **264**, 553 (1994).
2. Hartig M., Ganiere J.D., Selbmann P.E., Deveaud B., Rota L. *Phys. Rev. B*, **60**, 1500 (1999).
3. Tatham M.C., Ryan J.F., Foxon C.T. *Phys. Rev. Lett.*, **63**, 1637 (1989).
4. Vorobjev L.E., Panevin V.Yu., Fedosov N.K., Firsov D.A., Shalygin V.A., Seilmeier A., Schmidt S.R., Zibik E.A., Towe E., Караев V.V. *Semicond. Sci. Technol.*, **21**, 1267 (2006).
5. Unuma T., Yoshita M., Noda, T., Sakaki H., Akiyama H. *J. Appl. Phys.*, **93**, 1586 (2003).
6. Нехаенко В.А., Першин С.М., Подшивалов А.А. *Квантовая электроника*, **13**, 153 (1986).
7. Басиев Т.Т., Лохныгин В.Д., Мирон С.Б. и др. В сб. *Материалы IV Всесоюзной конфер. «Перестраиваемые по частоте лазеры»* (Новосибирск, 1983, с. 399).
8. Архангельская В.А., Феофилов П.П. *Квантовая электроника*, **7**, 1141 (1980).
9. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988, с. 248).
10. Sirtori C., Tredicucci A., Capasso F., Fais J., Sivco D.L., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *Opt. Lett.*, **23**, 463 (1998).
11. Rochat M., Ajili L., Willenberg H., Faist J., Beere H., Davies G., Linfield E., Ritchie D. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 1381 (2002).
12. Berger V., Sirtori C. *Semicond. Sci. Technol.*, **19**, 964 (2004).
13. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Сов. радио, 1988, с. 302).
14. Chang Y.-C., James R.B. *Phys. Rev. B*, **39**, 12672 (1989).
15. *Semiconductor Lasers*. Ed. by E.Kapon (San Diego: Academic Press, 1999).
16. Madelung O. *Semiconductors: Data Handbook* (Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2003).
17. Altarelli M., Ekenberg U., Fasolino A. *Phys. Rev. B*, **32**, 5138 (1985).
18. Ekenberg U. *Phys. Rev. B*, **40**, 7714 (1989).
19. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров*, (М.: Наука, 1999, с. 66).
20. Goodnick S.M., Lugli P. *Phys. Rev. B*, **37**, 2578 (1988).
21. Пихтин А.Н., Яськов А.Д. *ФТП*, **12**, 1047 (1978).
22. Palik E.D., in *Handbook of Optical Constants of Solids*. Ed. by E.D.Palik (New York: Academic, 1985).
23. Кейси Х., Паниш М. *Лазеры на гетероструктурах* (М.: Мир, 1981).
24. Lockwood D.J., Wasilewski Z.R. *Phys. Rev. B*, **70**, 155202 (2004).
25. Berger V., Sirtori C. *Semicond. Sci. Technol.*, **19**, 964 (2004).
26. Sirtori C., Gmachl C., Capasso F., Fais J., Sivco D.L., Hutchinson A.L., Cho A.Y. *Opt. Lett.*, **23**, 1366 (1998).
27. Delfyett P.J., in *Ultrafast Lasers: Technology and Applications*. M.E.Fermann, A.Galvanauskas, G.Sucha (Eds.) (New York, Basel: Marcel Dekker Inc., 2001).