

Линейная зависимость временного сдвига усиленного импульса от энергосъема с лазерного усилителя

М.А.Мартьянов, А.Г.Лучинин, А.К.Потемкин, Е.А.Хазанов

Показано, что в режиме насыщения временные сдвиги максимума интенсивности и В-интеграла для усиленного лазерного импульса пропорциональны нормированному на энергию насыщения энергосъему с усилителя, причем коэффициент пропорциональности равен примерно 1/7 и 1/14 от длительности импульса соответственно. Получены простые аналитические формулы для максимальных значений выходной интенсивности и В-интеграла. Результаты экспериментально подтверждены при усилении в кристалле YLF: Nd.

Ключевые слова: усиление лазерного импульса, режим насыщения, временной сдвиг.

1. Введение

При усилении импульсного лазерного излучения в режиме насыщения всегда в той или иной мере наблюдаются искажения формы импульса. Эти искажения зависят от отношения плотности энергии входного импульса E_{in} к плотности энергии насыщения E_s рабочего перехода активного элемента (АЭ) и от коэффициента усиления слабого сигнала G_0 . Как было замечено уже в первых теоретических работах [1–3], для колоколообразных импульсов искажение в основном проявляется как сдвиг импульса во времени. При этом усиленный импульс появляется на выходе усилителя раньше, чем неусиленный. Здесь и далее мы сравниваем моменты прихода входного и выходного импульсов в системе координат, движущейся со скоростью света, поэтому в отсутствие усиления импульс на выходе идентичен импульсу на входе. Сдвиг выходного импульса имеет существенное значение в тех случаях, когда последний необходимо синхронизовать, например при накачке параметрического усилителя [4, 5].

В серии работ В.С.Летохова с соавторами [6–9] была получена линейная связь между временным сдвигом максимума усиленного импульса по мере его распространения вдоль усилителя и коэффициентом усиления. Аналитические выражения для величины сдвига были получены для стационарного режима, который может быть реализован только при наличии поглощения [9, 10]. Для лазерных усилителей на неодимовом стекле стационарный режим усиления не реализуется, и при оценке временного сдвига поглощением можно пренебречь, т. к. погонные значения коэффициентов поглощения и усиления различаются на два-три порядка [11]. Тем не менее знать величину сдвига импульса при усилении в упомянутых выше случаях необходимо, поскольку при сильном насыщении этот сдвиг может быть соизмерим с длительностью самого импульса.

Для количественного описания временного сдвига следует выбрать определенный критерий. Наиболее простым критерием является Δt_I – разность моментов времени, в которые интенсивности выходного ($I_{out}(t)$) и входного ($I_{in}(t)$) импульсов принимают максимальные значения (рис. 1). Этот критерий удобен для описания гладких колоколообразных импульсов при незначительных искажениях их формы. В то же время для характеристики импульсов сложной формы, существенно отличающейся от колоколообразной, можно воспользоваться нормированными центральными моментами

$$M_0 = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)dt, \quad M_1 = \frac{1}{M_0} \int_{-\infty}^{\infty} I(t)t dt, \\ M_k = \frac{1}{M_0} \int_{-\infty}^{\infty} I(t)(t - M_1)^k dt. \quad (1)$$

При этом нулевой момент M_0 равен плотности энергии импульса, а первый момент M_1 определяет момент времени, соответствующий центру тяжести импульса. Длительность импульса можно определить как $2(2M_2)^{1/2}$, а моменты более высоких порядков ($k > 2$) можно использовать для количественного описания формы импульса (его асимметрии, плоскостности вершины и т. д.).

Временной сдвиг импульсов сложной формы, возникающий при их усилении, можно характеризовать раз-

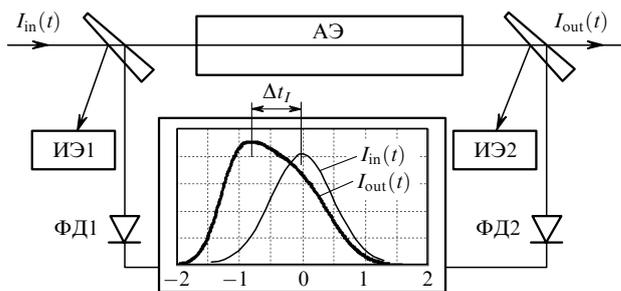


Рис. 1. Схема эксперимента: АЭ – активный элемент; ИЭ1, 2 – измерители энергии; ФД1, 2 – фотодиоды.

стью Δt_{mI} между центрами тяжести выходного и входного импульсов:

$$\Delta t_{mI} = M_{1out} - M_{1in}. \quad (2)$$

При этом интенсивность усиливаемого импульса $I(z, t)$ определяется известным [1, 2] выражением

$$I(z, t) = \frac{I_{in}(t)G(z)}{G(z) + [(1 - G(z)) \exp[-w_{in}(t)]]}, \quad (3)$$

где

$$w_{in} = \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^t I_{in}(\xi) d\xi; \quad G(z) = \exp \left[\int_0^z \alpha_0(\xi) d\xi \right]; \quad (4)$$

$\alpha_0(z)$ – погонный коэффициент усиления слабого сигнала (без насыщения). Интенсивность импульса $I_{out}(t) = I(z = L, t)$ на выходе усилителя можно найти, подставив в (3) $G(z = L) = G_0$, т.е. коэффициент усиления слабого сигнала (здесь L – длина усилителя).

При усилении мощных коротких импульсов важен эффект самофокусировки, обусловленный зависимостью показателя преломления n материала АЭ от интенсивности света: $n = n_0 + \gamma I$, где n_0 – показатель преломления при $I = 0$, а коэффициент γ характеризует величину нелинейности. При такой зависимости $n(I)$ волновой фронт излучения с длиной волны λ при прохождении среды длиной L приобретает нелинейный набег фазы

$$B(t) = k\gamma \int_0^L I(z, t) dz, \quad (5)$$

где $k = 2\pi/\lambda$. Величина B называется интегралом распада, или B -интегралом [12]. Если лазерный импульс распространяется в усиливающей среде, то зависимость $B(t)$ не совпадает ни с $I_{out}(t)$, ни с $I_{in}(t)$, причем не только по форме, но и по временному сдвигу. Для описания временного сдвига B -интеграла удобно использовать разность моментов времени, в которые $B(t)$ принимает максимальное значение для усиленного и неусиленного импульсов Δt_B , или разность соответствующих первых моментов Δt_{mB} . Сдвиг нелинейного набег фазы в некоторых экспериментах также необходимо учитывать. Например, при фокусировке выходного излучения с целью получения максимальной интенсивности следует корректировать не максимальную нелинейную линзу, определяемую максимальным значением B -интеграла B_{max} , а нелинейную линзу в момент времени, соответствующий максимуму интенсивности Δt_I . В то же время с точки зрения мелкомасштабной самофокусировки наибольший интерес представляет именно величина B_{max} .

Рассчитать все указанные временные сдвиги Δt_I , Δt_{mI} , Δt_B и Δt_{mB} , а также максимальную выходную интенсивность I_{out}^{max} и значение B_{max} для каждого конкретного случая можно численно, используя выражения (3)–(5). Результаты подобных исследований приведены в ряде работ. Однако при этом авторы всегда либо исследуют прямоугольный импульс [1, 2, 13], что не представляет большого практического интереса, либо ограничиваются численным анализом [14], что не позволяет получить общих закономерностей. Исключением являются лишь работы [15] и [16], в которых приведены формулы для

оценки B_{max} и расчета длительности усиленного импульса, а также длительности его переднего фронта соответственно. В настоящей работе для всех перечисленных выше величин аналитически получены простые приближенные формулы, соответствующие режиму слабого насыщения. При этом показано, что погрешность этих формул незначительна даже в режиме сильного насыщения, и они с успехом могут использоваться в подавляющем большинстве приложений.

2. Сдвиг максимума импульса интенсивности

Для оценки временного сдвига гладких колоколообразных импульсов выберем в качестве критерия Δt_I – разность моментов времени, в которые интенсивности выходного и входного импульсов принимают максимальные значения. Кроме сдвига максимума интенсивности Δt_I несомненный интерес представляет и само максимальное значение интенсивности $I_{out}^{max} = I_{out}(\Delta t_I)$. Для гауссова входного импульса длительностью 2τ по уровню $1/e$

$$I_{in}(t) = I_0 \exp \left(-\frac{t^2}{\tau^2} \right) \quad (6)$$

можно приближенно найти, что в случае слабого искажения формы ($E_{in}G_0 \ll E_s$)

$$I_{out}^{max} = I_0 \frac{E_{out}}{E_{in}}, \quad (7)$$

где $E_{in, out} = \int_{-\infty}^{\infty} I_{in, out}(t) dt$ – плотности энергии входного и выходного импульсов, связанные между собой формулой Франца – Нодвига [1, 2]

$$E_{out} = E_s \ln \left\{ 1 + G_0 \left[\exp \left(\frac{E_{in}}{E_s} \right) - 1 \right] \right\}. \quad (8)$$

С другой стороны, дифференцируя (3) в точке $z = L$ по времени и приравнявая производную нулю, с учетом (6) получим, что

$$I_{out}^{max} = I_0 \left[\exp \left(-\frac{\Delta t_I^2}{\tau^2} \right) - \frac{2E_s}{E_m} \frac{\sqrt{\pi} \Delta t_I}{\tau} \right]. \quad (9)$$

Поэтому с использованием дополнительного условия малости сдвига импульса по сравнению с длительностью самого импульса ($\Delta t_I \ll \tau$) из (9) и (7) получаем простое аналитическое выражение, позволяющее вычислить Δt_I по G_0 и E_{in} :

$$\Delta t_I = -\frac{\tau}{2\sqrt{\pi}} \frac{E_{out} - E_{in}}{E_s}. \quad (10)$$

Усиленный импульс всегда опережает неусиленный, поэтому в соответствии с введенными выше определениями все временные сдвиги меньше нуля.

Рис.2 и 3 иллюстрируют различия в зависимостях максимальной интенсивности I_{out}^{max} и временного сдвига Δt_I , полученных численно из точного выражения (3) и построенных по приближенным аналитическим формулам (7) и (10). Как и следовало ожидать, при слабом насыщении ($E_{in}G_0 \ll E_s$) результаты точного и приближенного расчетов совпадают практически идеально. Однако

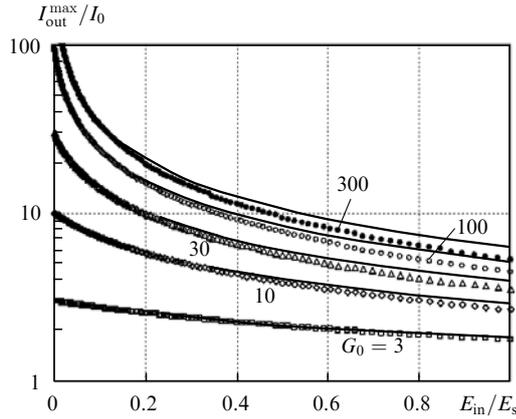


Рис.2. Зависимости $I_{\text{out}}^{\text{max}}/I_0$ от E_{in}/E_s при различных G_0 . Линиями показаны зависимости, полученные по приближенной формуле (7), точками – результаты численного расчета по формуле (3).

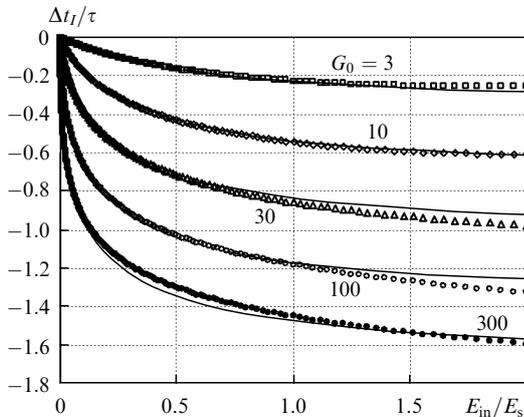


Рис.3. Зависимости сдвига максимума интенсивности гауссова импульса Δt_I от E_{in}/E_s при разных G_0 . Линиями показаны зависимости, полученные по приближенной формуле (10), точками – результаты численного расчета по формуле (3).

оказывается, что вплоть до значений $E_{\text{in}}G_0 < 100E_s$ формулы (7) и (10) также дают вполне удовлетворительную точность (см. рис.2 и 3).

Заметим, что выражение (10) можно сформулировать в виде простого правила: временной сдвиг Δt_I пропорционален нормированному на E_s энергосъему (т. е. изъятый из усилителя энергии, $E_{\text{out}} - E_{\text{in}}$), причем коэффициент пропорциональности равен примерно $1/7$ от длительности импульса 2τ . Разделив обе части (10) на $\ln G_0$, получим линейную зависимость Δt_I и от энергетического КПД усилителя η (отношение энергосъема к запасенной в усилителе энергии $E_s \ln G_0$):

$$\frac{2\sqrt{\pi} \Delta t_I}{\tau \ln G_0} = -\eta. \quad (11)$$

3. Сдвиг максимума импульса B -интеграла

Для расчета временного сдвига B -интеграла и его максимального значения B_{max} необходимо по формуле (5) рассчитать $B(t)$ на выходе усилителя и определить временное положение соответствующего максимума. Будем считать, что до прихода лазерного импульса в усилитель погонный коэффициент усиления по слабому сигналу α_0 постоянен вдоль длины АЭ. Тогда, подставив (3) в (5), после интегрирования по z получим

$$B(t) = kL\gamma I_{\text{in}}(t) \frac{G_0 - 1}{\ln G_0} \frac{\ln[1 + A(t)]}{A(t)}, \quad (12)$$

где

$$A(t) = (G_0 - 1)\{1 - \exp[-w_{\text{in}}(t)]\}.$$

Заметим, что множитель $kL\gamma I_{\text{in}}$ в (12) равен B -интегралу в отсутствие усиления, первая дробь описывает хорошо известную [15] поправку для B -интеграла при ненасыщенном усилении, а вторая отвечает за изменение формы и максимального значения $B(t)$ из-за насыщения.

Дифференцируя (12) по времени и приравнявая производную нулю, для гауссова импульса (6) в приближении слабого насыщения ($E_{\text{in}}G_0 \ll E_s$) получаем приближенные выражения для сдвига максимума B -интеграла Δt_B и для его максимального значения B_{max} в виде

$$\Delta t_B = -\frac{\tau}{4\sqrt{\pi}} \frac{E_{\text{out}} - E_{\text{in}}}{E_s}, \quad (13)$$

$$B_{\text{max}} = kL\gamma I_0 \frac{\ln[1 + (G_0 - 1)D]}{D \ln G_0} \exp\left(-\frac{\Delta t_B^2}{\tau^2}\right), \quad (14)$$

где

$$D = 1 - \exp\left[-\frac{E_{\text{in}}}{2E_s} \left(1 + \frac{\Delta t_B}{\tau}\right)\right].$$

Рис.4 и 5 иллюстрируют различия в зависимостях B_{max} и Δt_B , полученных численно из точного выражения (12) и построенных по приближенным аналитическим формулам (13) и (14). Легко убедиться, что при слабом насыщении ($E_{\text{in}}G_0 \ll E_s$) совпадение результатов точного и приближенного расчетов Δt_B является практически идеальным. Однако даже при большом насыщении (во всем диапазоне значений параметров, $E_{\text{in}}G_0 \lesssim 300E_s$) погрешность формулы (13) не превышает 10%.

На практике в большинстве случаев наибольший интерес представляет не столько временной сдвиг максимума B -интеграла, сколько само значение B_{max} , т. к. именно оно входит в условие появления мелкомасштабной самофокусировки [17–19]. Из рис.4,а следует, что при слабом насыщении ($E_{\text{in}}G_0 \ll E_s$) точное и приближенное значения практически совпадают. Однако оказывается, что даже при существенном нарушении этого соотношения ($E_{\text{in}}G_0 \approx 300E_s$) формула (14) также дает точность не хуже 10%, что вполне достаточно для практических целей. Заметим, что полученное нами выражение (14) дает гораздо меньшую погрешность, чем приближенная формула, предложенная в [15] (см. рис.4,б).

Из формул (10) и (13) видно, что сдвиг максимума интенсивности Δt_I в два раза больше сдвига максимума B -интеграла Δt_B . Это означает, что в момент времени, когда выходная интенсивность достигает максимума, внесенные самофокусировкой фазовые искажения меньше максимального значения, заданного выражением (14). Чтобы найти значение B -интеграла в момент максимальной выходной интенсивности, достаточно в (12) вместо t подставить Δt_I из (10).

4. Временной сдвиг первого момента импульса

Для расчета временного сдвига центра тяжести импульса произвольной формы Δt_{m1} необходимо найти

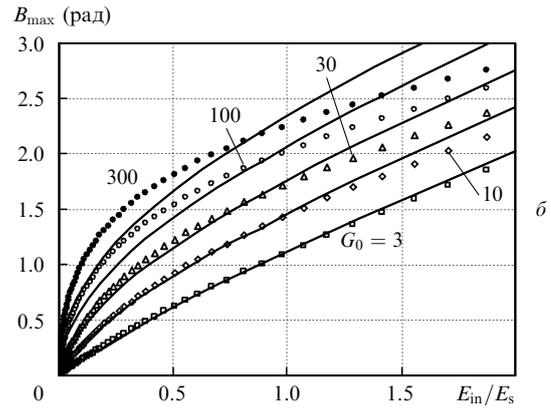
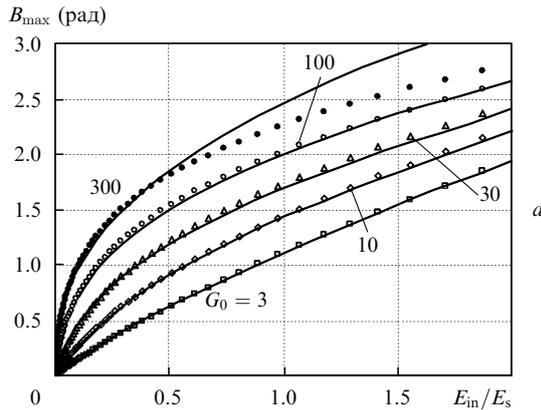


Рис.4. Максимальные значения B -интеграла усиленного импульса B_{\max} в зависимости от E_{in}/E_s при разных G_0 и $kL\gamma E_s = 1 \text{ нс}^{-1}$. Линиями показаны зависимости, полученные по приближенной формуле (14) (а) и по приближенной формуле из [15] (б), точками – результаты численного расчета по формуле (12).

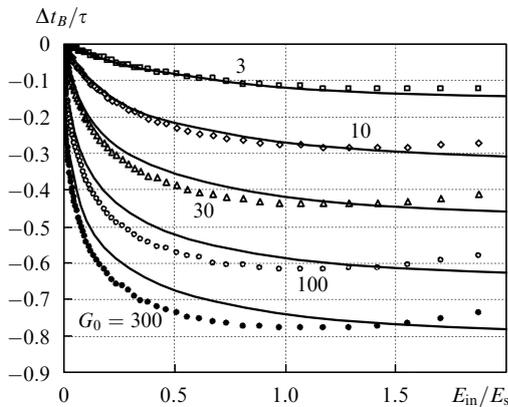


Рис.5. Зависимости сдвига максимума B -интеграла гауссова импульса ΔT_B от E_{in}/E_s при разных G_0 . Линиями показаны зависимости, полученные по приближенной формуле (13), точками – результаты численного расчета по формуле (12).

разность первых моментов усиленного и неусиленного импульсов (2). Для конкретной функции $I_{\text{in}}(t)$ эту разность легко найти численно, подставив $I_{\text{in}}(t)$ и $I_{\text{out}}(t)$ в (1) с учетом (3) и (4). В то же время в приближении слабого насыщения ($G_0 E_{\text{in}} \ll E_s$) легко получить аналитическое выражение, справедливое и для произвольной формы импульса:

$$\Delta t_{ml} = -T_{\text{in}} \frac{E_{\text{out}} - E_{\text{in}}}{E_s}, \quad (15)$$

где

$$T_{\text{in}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} w_{\text{in}}(t) \frac{E_s}{E_{\text{in}}} \left[1 - w_{\text{in}}(t) \frac{E_s}{E_{\text{in}}} \right] dt. \quad (16)$$

Заметим, что величина T_{in} , имеющая размерность времени, определяется только формой входного импульса $I_{\text{in}}(t)$. Причем для различных форм импульса $T_{\text{in}} \approx 0.1(8M_2)^{1/2}$, т. е. примерно в 10 раз меньше длительности входного импульса, определенного через второй момент. В частности для гауссова импульса (6) длительностью 2τ получаем $T_{\text{in}} = 0.199\tau$. Таким образом, временной сдвиг Δt_{ml} , так же как и ΔT_B , оказывается пропорциональным нормированному на E_s энергосъему с усилителя ($E_{\text{out}} - E_{\text{in}}$), причем коэффициент пропорциональности равен примерно 1/10 от длительности самого импульса.

На рис.6 приведены зависимости временного сдвига Δt_{ml} от входной плотности энергии E_{in} , нормированной на E_s , для разных значений G_0 . Видно, что при слабом насыщении ($E_{\text{in}}G_0 \ll E_s$) совпадение результатов точного и приближенного расчетов практически идеальное. Однако даже при существенно большем насыщении ($G_0 E_{\text{in}} \sim 150E_s$) погрешность формулы (15) не превышает 10%. На практике такой точности практически всегда оказывается достаточно.

Для демонстрации универсальности зависимости (15) рассмотрим импульс, форма которого сильно отличается от колокообразной (см. вставку к рис.7):

$$I_{\text{in}}(t) = I_0 \exp \left[-\left(\frac{t - 3\tau}{\tau} \right)^2 \right] + \frac{I_0}{2} \exp \left[-\left(\frac{t + 3\tau}{\tau} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

Для такого «двойного» импульса $T_{\text{in}} = 0.094(8M_2)^{1/2}$. На рис.7 приведены зависимости временного сдвига Δt_{ml} , нормированного на $T_{\text{in}} \ln G_0$, от КПД усилителя η при разных значениях G_0 . Приближенная формула (15) в таких осях координат соответствует линейной зависимости. Как следует из рисунка, даже для импульса такой сложной формы выражение (15) хорошо описывает точные данные вплоть до $\eta = 0.7 - 0.8$. При $\eta > 0.7 - 0.8$ происходит сильное искажение формы выходного импульса; усилители в этом диапазоне значений парамет-

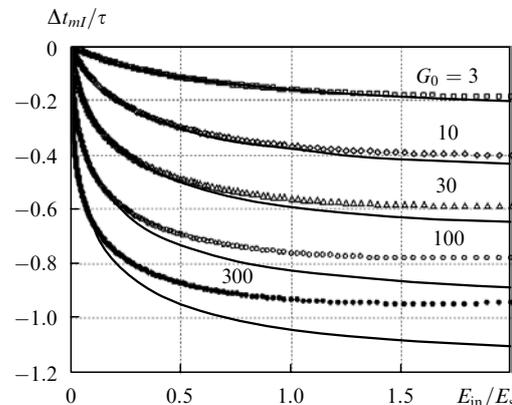


Рис.6. Зависимости временного сдвига центра тяжести усиленного импульса Δt_{ml} от E_{in}/E_s входного гауссова импульса (6) при разных G_0 . Линиями показаны зависимости, полученные по приближенной формуле (15), точками – результаты численного расчета по формуле (3).

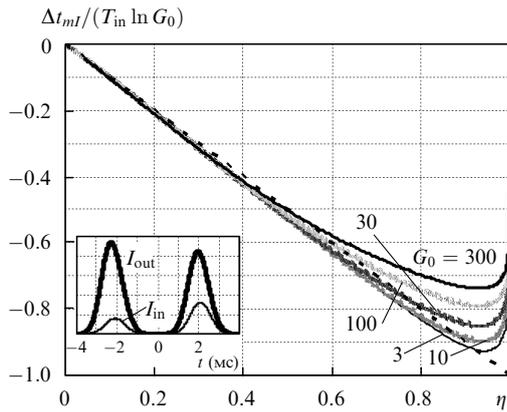


Рис.7. Зависимости нормированного на $T_{in} \ln G_0$ сдвига центра тяжести Δt_{mI} импульса (17) от КПД η усилителя при разных G_0 . Штриховая линия соответствует линейной зависимости (15). На вставке – временная форма входного и выходного импульсов при $G_0 = 10$ и $\eta = 0.7$ ($E_{in}/E_s = 0.6$).

ров, как правило, не используются.

Заметим, что временной сдвиг импульса B -интеграла также можно характеризовать не только сдвигом положения максимума Δt_B , но и сдвигом его центра тяжести Δt_{mB} . Расчет показывает, что $\Delta t_{mB} = 0.5\Delta t_{mI}$, т.е. сдвиг центра тяжести B -интеграла в два раза меньше сдвига центра тяжести импульса интенсивности. Следовательно, все результаты, полученные для Δt_{mI} , с точностью до двойки справедливы и для Δt_{mB} .

5. Экспериментальные результаты

Зависимости (10) и (15) были проверены экспериментально (см. рис.1). Излучение работающего в режиме модуляции добротности YLF : Nd-лазера, прошедшее через расширяющий телескоп и выделяющую приосевую часть пучка диафрагму диаметром 2 мм, попадало в АЭ усилителя диаметром 6.3 мм. При помощи «медленных» (ИЭ1,2) и «быстрых» (ФД1,2) фотодиодов измерялись осевая плотность энергии импульсов на входе и выходе усилителя $E_{in,out}$, а также их интенсивности $I_{in,out}(t)$. Медленные фотодиоды ФД-24К калибровались при помощи пиродатчика.

Затвор на основе ячейки Поккельса позволял выделять из исходного колоколообразного импульса длительностью 15–25 нс короткий (1–2 нс) импульс либо формировать асимметричный импульс длительностью 10 нс. Усилитель ($G_0 = 30$) обеспечивал достижение КПД $\eta = 0.6 - 0.8$ без оптического пробоя. Временные сдвиги усиливаемых импульсов регистрировались на осциллографе Agilent с рабочей полосой 4 ГГц. При использовании фотодиодов ДФМШ импульсная реакция системы регистрации составляла 150 пс. Это позволяло уверенно измерять временные сдвиги с точностью не хуже 0.2–0.3 нс.

На рис.8 приведены экспериментально измеренные зависимости сдвига максимума усиленного импульса Δt_I , нормированного на $\tau \ln G_0$, от η для колоколообразного импульса длительностью 25 нс (форма импульса показана на вставке). Видно, что сдвиг максимума усиленного импульса с хорошей степенью точности описывается линейной зависимостью (11).

На рис.9 приведены экспериментально измеренные зависимости Δt_{mI} от КПД усилителя η . Измерения про-

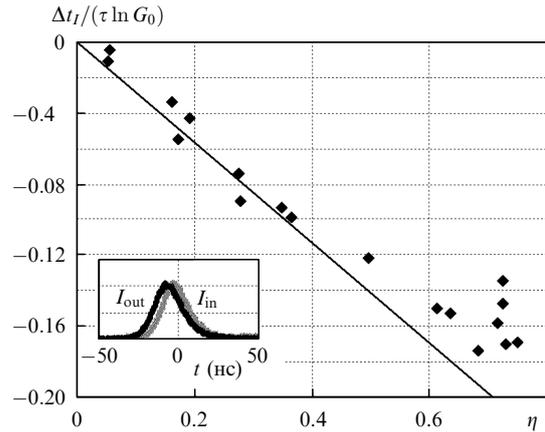


Рис.8. Экспериментальная зависимость сдвига максимума интенсивности Δt_I , нормированного на $\tau \ln G_0$, от КПД η для колоколообразного импульса, показанного на вставке (точки). Линия соответствует значениям, полученным по приближенной формуле (11).

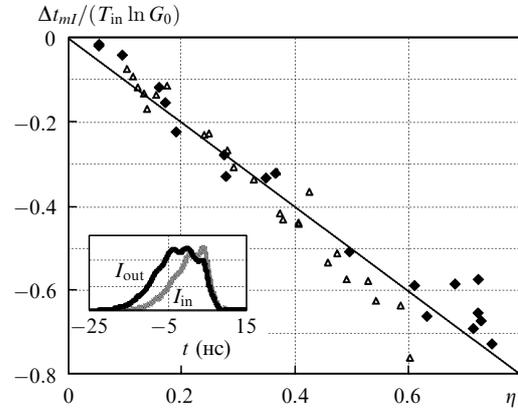


Рис.9. Зависимости сдвига центра тяжести Δt_{mI} , нормированного на $T_{in} \ln G_0$, от КПД η для колоколообразного (вставка к рис.8, ромбы) и асимметричного (вставка к рис.9, треугольники) импульсов. Линия соответствует значениям, полученным по приближенной формуле (15).

водились для импульсов двух разных форм: для симметричного колоколообразного импульса длительностью 25 нс и для асимметричного импульса длительностью 10 нс. Как следует из рис.9, сдвиг усиленного импульса при насыщении с хорошей степенью точности описывается линейной зависимостью (15) и не зависит от его формы.

6. Заключение

Проведенные исследования показали, что временные сдвиги импульсов интенсивности и B -интеграла Δt_I , Δt_{mI} , Δt_B и Δt_{mB} пропорциональны нормированному на E_s энергосъему с усилителя ($E_{out} - E_{in}$), причем коэффициент пропорциональности равен примерно 1/7, 1/5, 1/14 и 1/10 от длительности импульса соответственно. Простые аналитические формулы (7) и (14) позволяют вычислить максимальные значения выходной интенсивности I_{out}^{max} и B -интеграла B_{max} . Несмотря на то что полученные результаты соответствуют приближению слабого насыщения, они удовлетворительно описывают практически все интересные с точки зрения приложений области изменений входной энергии E_{in} и коэффициента усиления по слабому сигналу G_0 .

Полученная линейная зависимость временного сдвига импульса от энергосъема была использована при проведении экспериментов по созданию лазера с мощностью 560 ТВт [4]. В этом лазере оконечный широкополосный параметрический усилитель накачивался многокаскадным неодимовым лазером на стекле с энергией выходного импульса 300 Дж [20], работающим с периодом следования импульсов 30 мин. В зависимости от коэффициентов усиления различных каскадов этого лазера время прихода импульса накачки на оконечный параметрический усилитель могло изменяться на величину, равную длительности импульса. Это приводило к катастрофическому уменьшению эффективности параметрического усилителя. Использование зависимостей (10) и (15) позволяло прогнозировать время сдвига и упреждать последний при помощи линии задержки.

Необходимо также отметить, что для лазерных пучков с максимальной интенсивностью на оси центр и периферия пучка после усиления имеют временной сдвиг относительно друг друга. Это приводит к эффективному уменьшению размеров пучков при работе их в приложениях, аналогичных вышеописанному. Используя полученные зависимости, можно легко прогнозировать это уменьшение. Очевидным способом подавления данного нежелательного эффекта является формирование пучков с большим коэффициентом заполнения [21].

1. Frantz L.M., Nodvik J.S. *Appl. Phys.*, **34** (8), 2346 (1963).
2. Таланов В.И. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **7** (3), 491 (1964).
3. Самсон А.М. *ЖПС*, **1** (1), 41 (1964).
4. Lozhkarev V.V., Freidman G.I., Ginzburg V.N., Katin E.V., Khazanov E.A., Kirsanov A.V., Luchinin G.A., Mal'shakov A.N., Martyanov M.A., Palashov O.V., Poteomkin A.K., Sergeev A.M., Shaykin A.A., Yakovlev I.V. *Laser Phys. Lett.*, **4** (6), 421 (2007).
5. Катин Е.В., Ложкарев В.В., Палашов О.В., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **23** (9), 836 (2003).
6. Летохов В.С. *ЖТФ*, **38** (5), 856 (1968).
7. Летохов В.С. *ЖЭТФ*, **56** (1), 403 (1969).
8. Басов Н.Г., Летохов В.С. *ДАН СССР*, **167** (1), 73 (1966).
9. Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зуев В.С., Крюков П.Г., Летохов В.С. *ЖЭТФ*, **50** (1), 23 (1966).
10. *Методы расчета оптических квантовых генераторов*. Под ред. Н.Б.Степанова (Минск: Наука и техника, 1968, с. 299-313).
11. Авакянц Л.И., Бужинский И.М., Корягина Е.И., Суркова В.Ф. *Квантовая электроника*, **5** (4), 724 (1978).
12. Bunkenberg J., Boles J., Brown D.C., Eastman J., Hoose J., Hopkins R., Iwan L., Jacobs S.D., Kelly J.H., Kumpan S., Letzring S., Lonobile D., Lund L.D., Mourou G., Reformat S., Seka W., Soures J.M., Ken W. *IEEE J. Quantum Electron.*, **17** (9), 1620 (1981).
13. Мак А.А., Сомс Л.Н., Фромзель В.А., Яшин В.Е. *Лазеры на неодимовом стекле* (М.: Наука, 1990, с. 288).
14. Bellman R. *J. Appl. Phys.*, **34** (4), 780 (1963).
15. Баянов В.И., Бордачев Е.Г., Крыжановский В.И., Серебряков В.А., Щавелев О.С., Чарухчев А.В. Яшин В.Е. *Квантовая электроника*, **11** (2), 310 (1984).
16. Андреев Н.Ф., Макаров А.И., Мальшаков А.Н., Палашов О.В., Потемкин А.К., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **25** (1), 77 (1998).
17. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3** (12), 471 (1966).
18. Speck D.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **17** (9), 1599 (1981).
19. Bunkenderg J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **17** (9), 1620 (1981).
20. Poteomkin A.K., Katin E.V., Khazanov E.A., Kirsanov A.V., Luchinin G.A., Mal'shakov A.N., Martyanov M.A., Palashov O.V., Shaykin A.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6610**, 661005-1 (2007).
21. Potemkin A.K., Barmashova T.V., Kirsanov A.V., Martyanov M.A., Khazanov E.A., Shaykin A.A. *Appl. Opt.*, **46** (20), 4423 (2007).