

Влияние параметров резонатора и пространственно неоднородного усиления на пространственную структуру основной моды лазеров с устойчивыми резонаторами

М.В.Горбунков, П.В.Кострюков, В.Г.Тункин

Методом Фокса–Ли проведено численное исследование совместного влияния параметров резонатора и пространственно неоднородного аксиально-симметричного распределения усиления в четырехуровневой активной среде на пространственную структуру основной моды лазерного излучения. Для получения простых аналитических оценок применялась модель двух пучков, взаимодействующих за счет пространственной неоднородности усиления. Изучен переход пространственной структуры основной моды от гауссовой к структуре, образованной набором лазерр-гауссовых пучков. Показано, что вблизи вырожденных конфигураций резонатора уменьшение диаметра пучка накачки приводит к увеличению числа лазерр-гауссовых пучков, образующих основную моду. Установлено, что диапазон отстроек от строгого вырождения, в пределах которого реализуются существенные отличия пространственной структуры основной моды от гауссовой, расширяется с увеличением усиления.

Ключевые слова: продольная накачка, резонаторы с вырождением, многопучковые моды.

1. Введение

В настоящее время широкое распространение получила продольная диодная накачка твердотельных лазеров [1–4]. Известно, что в четырехуровневой активной среде при радиусе пучка накачки w_p , меньшем радиуса нулевой моды пустого резонатора w_{am} ($\xi = w_{am}/w_p > 1$), т. е. при пространственно неоднородном усилении, эффективность генерации увеличивается [5, 6]. В [7] показано, что при учете насыщения накачки имеются оптимальные значения ξ_{opt} для получения максимальной эффективности и минимального порога генерации. Для наиболее распространенных активных сред с ионами Nd величина $\xi_{opt} > 2$. В [8] экспериментально продемонстрировано, что при $\xi > 1$ пространственная структура излучения заметно отличается от структуры отдельных лазерр-гауссовых (ЛГ) пучков в случае так называемых критических конфигураций резонатора с $g_1g_2 = 0.25, 0.5, 0.75$, где $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$ (L – длина резонатора, $R_{1,2}$ – радиусы кривизны зеркал). Авторы [8] связали этот факт с проявлением частотного вырождения мод пустого резонатора, которое имеет место при выполнении условия

$$\arccos \sqrt{g_1g_2} = \pi \frac{q}{s}, \quad (1)$$

где q/s – несократимая дробь.

В работе [9] указывается, что причиной существования критических конфигураций является резонансная связь нулевой моды пустого резонатора с модой высо-

кого порядка, проявляющаяся в условиях вырождения. Исходя из предположения о взаимодействии только двух мод, автором [9] в рамках феноменологической модели показано, что ширина резонанса зависит как от отношения потерь мод высокого порядка и нулевой моды, так и от коэффициента связи между ними. Однако в этой работе не исследована связь пространственной структуры основной моды с параметрами накачки и резонатора.

Влияние неоднородного распределения усиления, в том числе при осесимметричной накачке, на основную моду полуконфокального резонатора изучалось в [10]. Методом Фокса – Ли [11] показано, что при малом коэффициенте усиления ($G_0 = 1.2$) и $\xi > 0.67$ распределение интенсивности сильно отличается от гауссова. При уменьшении ξ параметры лазерного пучка приближаются к параметрам собственного пучка пустого резонатора, а при росте G_0 (вплоть до 64) – к параметрам, определяемым размером эквивалентной гауссовой диафрагмы. Изучению пространственной структуры излучения в ряде плоскосферических резонаторов критических конфигураций посвящены работы [12–15].

В работе [16] методом Фокса – Ли рассмотрено влияние конфигурации резонатора (g_1, g_2) на пространственную структуру основной моды. Изучались лазеры с устойчивыми резонаторами и тонкой активной средой с гауссовым поперечным профилем коэффициента усиления поля вида

$$K(r) = 1 + (K_0 - 1) \exp\left(-\xi^2 \frac{r^2}{w_{am}^2}\right). \quad (2)$$

Параметры неоднородной накачки были фиксированы: $K_0 = 1.5$, что отвечает усилению, реализованному в пикосекундном Nd:YAG-генераторе с диодной накачкой, управляемом отрицательной и положительной обратными связями [4], и $\xi = 3$, что близко к предполагаемому оптимальному значению. Показано, что число критических конфигураций, т. е. областей на диаграмме устойчи-

М.В.Горбунков. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: gorbunk@sci.lebedev.ru

П.В.Кострюков, В.Г.Тункин. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет и Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vgtunkin@mail.ru

Поступила в редакцию 6 ноября 2007 г., после доработки – 5 февраля 2008 г.

ности, в которых имеет место многопучковая (образованная набором ЛГ пучков) основная мода, уменьшается с уменьшением числа Френеля $N_F = a^2/(L\lambda)$ (a – радиус зеркал резонатора, λ – длина волны излучения). При $N_F = 9$ выделяются конфигурации с $q/s = 1/2, 2/5, 3/8, 1/3, 3/10, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/10$. Для характерных конфигураций резонатора приведены распределения амплитуды и фазы в нескольких опорных плоскостях.

Однако в литературе отсутствуют необходимые при разработке лазеров с продольной диодной накачкой сведения о влиянии характеристик усиления K_0 и ξ на основную моду во всей области устойчивости. В настоящей работе, которая является продолжением [16], изучается совместное влияние параметров резонатора и стационарного неоднородного аксально-симметричного распределения усиления (усиления на оси резонатора K_0 и относительной неоднородности ξ) на особенности основной моды. В частности, определяются диапазон отстроек от вырождения и значения параметров распределения усиления, приводящие к формированию многопучковой моды.

2. Результаты численных расчетов методом Фокса – Ли

Для нахождения распределений амплитуды основной моды $u(r)$ использовался метод Фокса – Ли. Процедура расчета в случае цилиндрической симметрии задачи подробно описана в [16]. Расчеты проводились для устойчивых резонаторов ($0 < g_1 g_2 < 1$). Радиусы зеркал a выбирались одинаковыми. Тонкая активная среда размещалась на одном из зеркал. Распределение амплитуды рассчитывалось в двух плоскостях: на входе и на выходе активной среды. Профиль коэффициента усиления за полный проход активной среды задавался в виде (2). Отличие пространственной структуры основной моды от структуры нулевой моды пустого резонатора $u_0^{LG}(r, \mu)$, где μ – комплексный параметр ЛГ пучков, значение которого в некоторой плоскости определяется длиной резонатора и параметрами g_1, g_2 , характеризовалось, как и в [16], параметром

$$|\beta_0|^2 = \left| 2\pi \int u(r)(u_0^{LG})^*(r, \mu)rdr \right|^2. \tag{3}$$

Этот параметр представляет собой долю энергии, содержащейся в нулевой моде пустого резонатора, при нормированном распределении амплитуды ($2\pi \int |u(r)|^2 r dr = 1$).

Показательными являются зависимости $|\beta_0|^2$ во входной плоскости активной среды от g_1 (или g_2) для симметричных резонаторов ($g_2 = g_1$). Для $N_F = 9, \xi = 3$ и $K_0 = 1.05, 2.0, 3.0$ такие зависимости приведены на рис.1,а. Существенное снижение $|\beta_0|^2$, а следовательно, и многопучковая мода реализуются в окрестностях ряда вырожденных конфигураций резонаторов. При этом в случае строгого вырождения многопучковая мода реализуется даже при весьма малом K_0 . Из рис.1,а видно, что области, в пределах которых формируется многопучковая мода, сужаются при уменьшении K_0 . Значения $|\beta_0|^2$ между ними при уменьшении K_0 приближаются к единице, т. е. мода приближается к гауссовой моде пустого резонатора.

На том же рисунке приведена зависимость $|\beta_0|^2$ от g_1 в случае, когда рядом с зеркалом вместо активной среды установлена гауссова диафрагма (ГД) с функцией пропускания $K_{GD}(r) = \exp(-\xi^2 r^2/w_{am}^2)$ при $\xi = 3$ и $N_F = 9$ (кривая 4). Для ГД зависимость $|\beta_0|^2$ от g_1 имеет качественно иной характер: критические конфигурации не появляются.

Влияние ξ на зависимости $|\beta_0|^2$ от g_1 для симметричных резонаторов ($g_2 = g_1$) иллюстрирует рис.1,б. Рост ξ приводит к увеличению числа критических конфигураций и уменьшению $|\beta_0|^2$ в каждой из них.

3. Матричное представление взаимодействия пучковых мод при пространственно неоднородном усилении

Для интерпретации полученных при численных расчетах закономерностей целесообразно воспользоваться представлением основной моды в виде суперпозиции ЛГ пучков (см., напр., [17]). Распределение комплексной амплитуды $u(r)$ представляется в данном случае в виде суммы:

$$u(r) = \sum_p \beta_p u_p^{LG}(r, \mu), \tag{4}$$

причем коэффициенты β_p определяются выражением

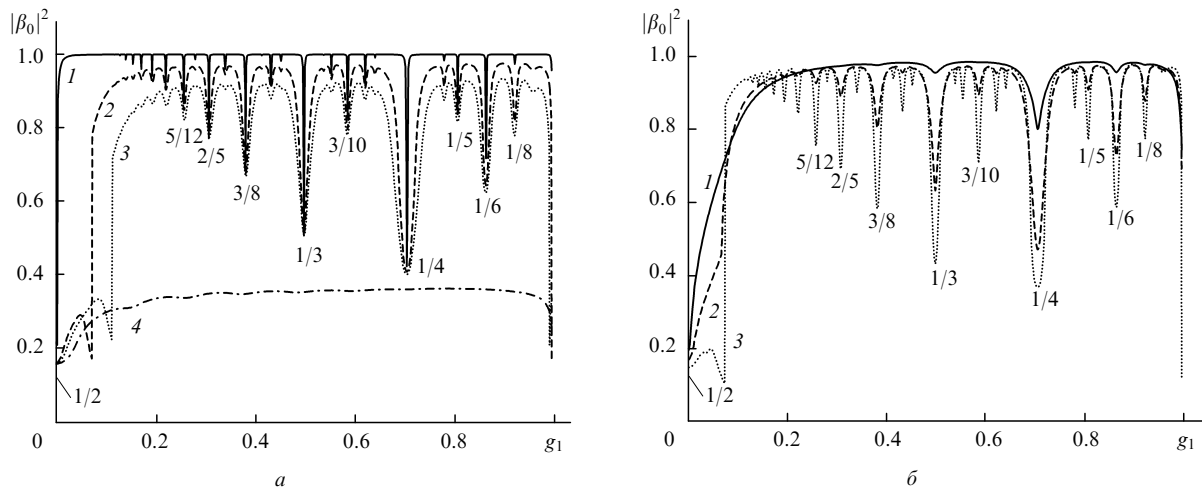


Рис.1. Зависимости $|\beta_0|^2$ от g_1 для симметричных ($g_1 = g_2$) резонаторов при $N_F = 9, \xi = 3, K_0 = 1.05$ (1), 2.0 (2), 3.0 (3) и внутрирезонаторной гауссовой диафрагме (4) (а), а также при $N_F = 9, K_0 = 2.0, \xi = 1.5$ (1), 2.5 (2), 3.5 (3) (б). Указаны значения q/s , соответствующие наиболее ярко проявляющимся вырожденным конфигурациям резонатора.

$$\beta_p = 2\pi \int u(r)(u_p^{LG})^*(r, \mu)rdr, \quad (5)$$

где $u_p^{LG}(r, \mu)$ – распределение комплексной амплитуды ЛГ пучка с радиальным индексом p . Величины $|\beta_p|^2$ представляют собой долю энергии, сосредоточенной в ЛГ пучке с радиальным индексом p .

Активная среда с пространственным профилем усиления является элементом, осуществляющим перераспределение амплитуд в системе ЛГ пучков. После прохода через активную среду выражение для поля $u'(r)$ имеет вид

$$u'(r) = K(r)u(r) = \sum_{p_1} \beta'_{p_1} u_{p_1}^{LG}(r, \mu), \quad (6)$$

где

$$\beta'_{p_1} = \sum_{p_2} t_{p_1 p_2} \beta_{p_2}, \quad (7)$$

а величины $t_{p_1 p_2}$ определяются соотношением [17, 18]

$$t_{p_1 p_2} = 2\pi \int (u_{p_2}^{LG})^*(r, \mu)K(r)u_{p_1}^{LG}(r, \mu)rdr \quad (8)$$

и представляют собой матричные элементы, характеризующие активную среду с профилированным усилением. Для профиля усиления, описываемого формулой (2), выражение (8) имеет вид

$$t_{p_1 p_2} = \delta_{p_1 p_2} + (K_0 - 1) \int (u_p^{LG})^*(r) \exp(-\xi^2 r^2 / w_{am}^2) u_{p_2}^{LG}(r) r dr. \quad (9)$$

Если распределение амплитуды во входной плоскости активной среды нормировано на единичную мощность, т. е.

$$2\pi \int |u(r)|^2 r dr = \sum_{p_1} |\beta_{p_1}|^2 = 1,$$

то после прохода через активную среду мощность излучения увеличивается в

$$\sum_{p_1} |\beta'_{p_1}|^2 = \sum_{p_1} \left| \sum_{p_2} t_{p_1 p_2} \beta_{p_2} \right|^2$$

раз. Комплексная величина $t_{p_1 p_2} \beta_{p_2}$ является добавкой к амплитуде ЛГ пучка β_{p_1} с радиальным индексом p_1 из пучка с индексом p_2 , связанной с перераспределением амплитуды при прохождении по активной среде. Для профиля усиления, описываемого вещественной функцией передачи (2), матрица $\|t_{p_1 p_2}\|$ симметрична, действительна и для умеренных усилений ($K_0 \leq 2$) имеет вид, близкий к диагональному, т. е. $|t_{p_1 p_2}| \ll |t_{p_1 p_1}|$ при $p_1 \neq p_2$.

На рис.2 приведены t_{p0} , t_{p5} и t_{pp} , соответствующие профилям усиления с $\xi = 3$ и различным K_0 . Видно, что при увеличении K_0 относительные величины недиагональных элементов возрастают, но набор взаимодействующих пучков не изменяется. На рис.2,а, б показаны t_{p0} и t_{p5} в случае гауссовой диафрагмы с тем же $\xi = 3$. Выражение для элементов матрицы, соответствующей гауссовой диафрагме, может быть получено, если в формуле (9) положить $K_0 = 2$ и исключить символ Кронекера.

Влияние ξ на матричные элементы демонстрирует рис.3, где приведены t_{p0} , t_{p5} и t_{pp} для $K_0 = 1.5$ и различных ξ . Для каждого ЛГ пучка с ростом ξ увеличивается число ЛГ пучков, с которыми он эффективно взаимодействует.

Элементы матрицы $t_{p_1 p_2}$ определяют взаимодействие мод пучка за счет пространственно неоднородного усиления. Перераспределение амплитуд при этом приводит

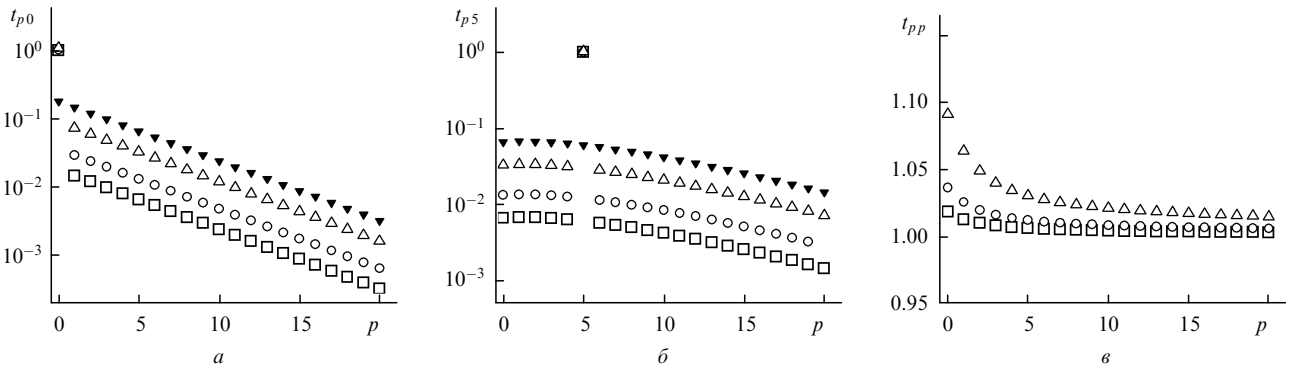


Рис.2. Матричные элементы t_{p0} (а), t_{p5} (б) и t_{pp} (в) для профиля усиления с $\xi = 3$, $K_0 = 1.1$ (□), 1.2 (○), 1.5 (△) и гауссовой диафрагмы (▼).

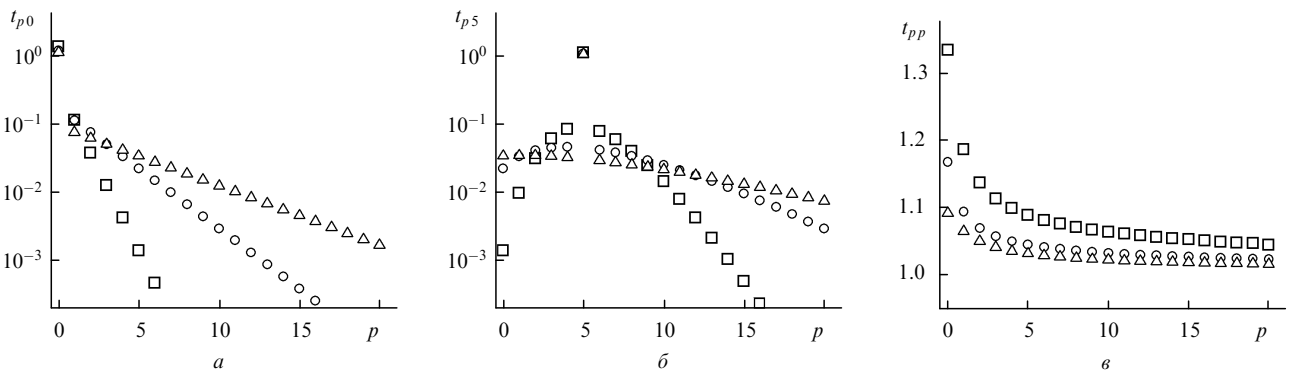


Рис.3. Матричные элементы t_{p0} (а), t_{p5} (б) и t_{pp} (в) для $K_0 = 1.5$ и $\xi = 1$ (□), 2 (○), 3 (△).

к дополнительному фазовому набегу ψ_p отдельных ЛГ пучков при прохождении через активную среду:

$$\psi_{p_1} = \arg \sum_{p_2} t_{p_1 p_2} \beta_{p_2} - \arg \beta_{p_1}. \quad (10)$$

Отметим, что величина ψ_{p_1} зависит от β_{p_2} , т. е. от распределения амплитуды $u(r)$ на входе в активную среду.

Наряду с изменением амплитуд и фаз ЛГ пучков основной моды при прохождении через активную среду, имеет место дополнительный фазовый набег (Guo phase shift) при распространении излучения от активной среды до противоположного зеркала и обратно до входа в активную среду [19]:

$$\theta_p = 2(2p + 1) \arccos(\pm \sqrt{g_1 g_2}). \quad (11)$$

Выделенность на диаграмме устойчивости критических конфигураций обусловлена их свойством сохранять фазовые соотношения при обходе резонатора для произвольных суперпозиций пучков с определенными значениями p . Сохранение равенства фаз ЛГ пучков, образующих основную моду, от обхода к обходу резонатора приводит к эффективному накоплению энергии в пучках с большими p в процессе многократного перераспределения амплитуд пучков при усилении. Соответствующее основной моде равновесное распределение энергии по ЛГ пучкам определяется коэффициентами перераспределения $t_{p_1 p_2}$ и ростом дифракционных потерь на ограничивающих апертурах с увеличением p .

4. Двухпучковая модель и формирование многопучковых мод

Оценим параметры распределения усиления, при которых происходит переход от гауссовой основной моды к многопучковой. Для этого воспользуемся подходом, близким к предложенному в [9]. Будем рассматривать основную моду как суперпозицию двух ЛГ пучков с $p = 0$ и $p = \Delta p$, где $\Delta p = s/2$ или s при четном или нечетном s соответственно, причем $\beta_0 \gg \beta_{\Delta p}$. Тогда при полном обходе резонатора β_0 и $\beta_{\Delta p}$ изменяются следующим образом:

$$\beta'_0 = \gamma_0 [t_{00} \beta_0 + \exp(-i\varphi) t_{0\Delta p} \beta_{\Delta p}], \quad (12)$$

$$\beta'_{\Delta p} = \gamma_{\Delta p} [t_{0\Delta p} \beta_0 + \exp(i\varphi) t_{\Delta p \Delta p} \beta_{\Delta p}],$$

где элементы матрицы $\|t_{p_1 p_2}\|$ – функции параметров K_0 и ξ ; $1 - \gamma_0^2$ и $1 - \gamma_{\Delta p}^2$ – дифракционные потери ЛГ пучков; $\varphi = \theta_{\Delta p} - \theta_0$ – фазовый сдвиг пучка с радиальным индексом $p = \Delta p$ относительно пучка с $p = 0$ при распространении излучения от активной среды до противоположного зеркала и обратно до входа в активную среду. Если рассматриваемая комбинация двух пучков является модой резонатора, то относительное распределение энергии по пучкам за полный обход сохраняется: $\beta'/\beta'_{\Delta p} = \beta/\beta_{\Delta p}$. Учитывая, что $\beta_0 \gg \beta_{\Delta p}$ и $t_{00} \gg t_{0\Delta p}$, можно пренебречь слагаемым $t_{0\Delta p} \beta_{\Delta p}$ в (12) и получить соотношение, связывающее амплитуды пучков β_0 и $\beta_{\Delta p}$:

$$\beta_{\Delta p} = \frac{a}{1 - b \exp(i\varphi)} \beta_0, \quad (13)$$

где

$$a = \frac{t_{0\Delta p} \gamma_{\Delta p}}{t_{00} \gamma_0}; \quad b = \frac{t_{\Delta p \Delta p} \gamma_{\Delta p}}{t_{00} \gamma_0}.$$

Разность фаз пучков во входной плоскости активной среды дается выражением

$$\vartheta = \arcsin \frac{b \sin \varphi}{(1 - 2b \cos \varphi + b^2)^{1/2}}. \quad (14)$$

При условии нормировки $\beta_0 \beta_0^* + \beta_{\Delta p} \beta_{\Delta p}^* = 1$ из (13) получаем также долю энергии, содержащейся в нулевом пучке:

$$|\beta_0|^2 = \frac{1}{1 + \delta^2}, \quad (15)$$

где

$$\delta^2 = \frac{a^2}{(1 - b)^2} \Phi(\varphi);$$

$$\Phi(\varphi) = \left[1 + \frac{4b}{(1 - b)^2} \sin^2(\varphi/2) \right]^{-1}$$

– контур Эйри, ширина на половине высоты которого $\Delta\varphi$, как известно, зависит только от параметра b :

$$\Delta\varphi = \frac{2(1 - b)}{\sqrt{b}}. \quad (16)$$

Результаты, полученные в рамках двухпучковой модели, не могут претендовать на полное описание конфигураций, в которых наблюдается значительное снижение $|\beta_0|^2$ и основная мода состоит из большого числа ЛГ пучков (см., напр., [16]). Однако данная модель полезна для определения пороговых значений параметров резонатора и распределения усиления, при которых происходит формирование многопучковой моды. Кроме того, модель дает возможность оценить долю фоновых пучков, существование которых отмечено в [16].

Положим критерием формирования многопучковой моды условие $|\beta_0|^2 = 0.9$. Тогда выражение (15) упрощается:

$$|\beta_0|^2 \approx 1 - \delta^2. \quad (17)$$

Определим, во-первых, чувствительность основной моды к параметрам усиления ξ и K_0 в случае строгого вырождения ($\varphi = 0$). При этом (17) удобно записать в виде

$$|\beta_0|^2 = 1 - \left(\frac{1}{\delta_\infty} + \frac{\gamma_0 - \gamma_{\Delta p}}{\gamma_{\Delta p}} \frac{t_{00}}{t_{0\Delta p}} \right)^{-2}, \quad (18)$$

где $\delta_\infty^2 = t_{0\Delta p}^2 / (t_{00} - t_{\Delta p \Delta p})^2$. Оценим значение ξ , при котором $|\beta_0|^2 = 0.9$. В случае зеркал достаточно большого диаметра $\gamma_0 \approx \gamma_{\Delta p}$, и вторым слагаемым в круглых скобках в (18) можно пренебречь. С учетом выбранного критерия получаем уравнение относительно ξ :

$$\frac{t_{00} - t_{\Delta p \Delta p}}{t_{0\Delta p}} = \sqrt{\frac{1}{1 - 0.9}} = \sqrt{10}, \quad (19)$$

корнем которого является величина $\xi_{0.9}$, такая, что $|\beta_0|^2 = 0.9$ при $\xi = \xi_{0.9}$. Из (9) следует, что $t_{0\Delta p} \sim K_0 - 1$, $t_{00} - 1 \sim K_0 - 1$ и $t_{\Delta p \Delta p} - 1 \sim K_0 - 1$; отсюда ясно, что уравнение (19) не содержит K_0 . Численные расчеты демонстрируют слабую зависимость $\xi_{0.9}$ от K_0 . Параметры $\xi_{0.9}$ для ря-

Табл.1. Параметры $\xi_{0,9}$, полученные методом Фокса – Ли и рассчитанные по формуле (19), для различных q/s .

Δp	q/s	$\xi_{0,9}$ (метод Фокса – Ли)	$\xi_{0,9}$ (формула (19))
2	1/4	1.26	1.26
3	1/3, 1/6	1.75, 1.75	1.73
4	1/8, 3/8	2.11, 2.12	2.09
5	1/5, 1/10, 3/10	2.42, 2.43, 2.42	2.40
6	1/12, 5/12	2.75, 2.70	2.67
7	1/7, 2/7	2.97, 2.93	2.92
8	3/16, 5/16	3.17, 3.17	3.15
9	1/9, 2/9	3.53, 3.37	3.36

да вырожденных конфигураций, полученные методом Фокса – Ли при $N_F = 30$ и $K_0 = 2.0$ и рассчитанные по формуле (19), представлены в табл.1.

Приведенные значения $\xi_{0,9}$ позволяют определить, каким должен быть диаметр пучка накачки, чтобы исключить ($\xi < \xi_{0,9}$) или обеспечить ($\xi > \xi_{0,9}$) проявление конкретной критической конфигурации. Из табл.1 видно, что $\xi_{0,9}$ возрастают по мере роста Δp , т. е. уменьшение диаметра пучка накачки приводит к появлению критических конфигураций с большими s .

Представление о составе основной моды при $\xi > \xi_{0,9}$ дает рис.4, на котором приведены значения $|\beta_p|^2$ и $\arg \beta_p$ во входной плоскости активной среды и распределения интенсивности на противоположном зеркале для вырожденного резонатора с $q/s = 1/4$ ($g_1 g_2 = 0.5$) при $N_F = 9$, $K_0 = 2.0$ и различных ξ . При увеличении ξ число ЛГ пучков, образующих основную моду, растет, оставаясь при этом ограниченным значением, определяемым N_F . Аналогичное влияние ξ на состав основной моды наблюдается и для остальных вырожденных конфигураций.

В случае малых усилений и/или конечных размеров

Табл.2. Значения $(K_0 - 1)_{0,9}$ при $\xi = 3$ и различных N_F , рассчитанные по формуле (20), для некоторых q/s .

q/s	N_F			
	2	3	4	6
1/4	0.40	0.023	9.3×10^{-4}	7.0×10^{-7}
1/3	0.48	0.027	7.9×10^{-4}	2.0×10^{-7}
3/8	0.61	0.068	0.029	1.0×10^{-6}
3/10	0.43	0.29	0.055	2.6×10^{-4}

зеркал вторым слагаемым в круглых скобках в (18) пренебречь нельзя. Действительно, при

$$\frac{\gamma_0 - \gamma_{\Delta p}}{\gamma_{\Delta p}} \frac{t_{00}}{t_{0\Delta p}} > \frac{0.1}{\delta_\infty}$$

можно ожидать уменьшения δ^2 более чем на 20 % вследствие зависимости δ^2 от K_0 и соответствующего увеличения $|\beta_0|^2$. Поскольку при малых $K_0 - 1$ справедлива оценка $t_{00} \approx 1$, с учетом выражения $t_{0\Delta p} = 2(K_0 - 1)\xi^{2\Delta p} / (2 + \xi)^{\Delta p + 1}$ получаем, что $|\beta_0|^2 = 0.9$ при

$$(K_0 - 1)_{0,9} = \sqrt{10} \frac{(2 + \xi)^{\Delta p + 1}}{2\xi^{2\Delta p}} \frac{\gamma_0 - \gamma_{\Delta p}}{\gamma_{\Delta p}}. \quad (20)$$

Оценку γ_0 и $\gamma_{\Delta p}$ можно выполнить следующим образом:

$$\gamma_{0(\Delta p)} = 2\pi \int_0^a |u_{0(\Delta p)}^{LG}(r, \mu)|^2 r dr. \quad (21)$$

Вычисленные по формуле (20) значения $(K_0 - 1)_{0,9}$ при $\xi = 3$ и различных N_F для конфигураций с $q/s = 1/4, 1/3, 3/8$ и $3/10$ приведены в табл.2. Из нее видно, что в случае строгого вырождения влияние K_0 на формирование мнопучковой моды имеет место только для сильно диафрагмированных резонаторов (малых N_F).

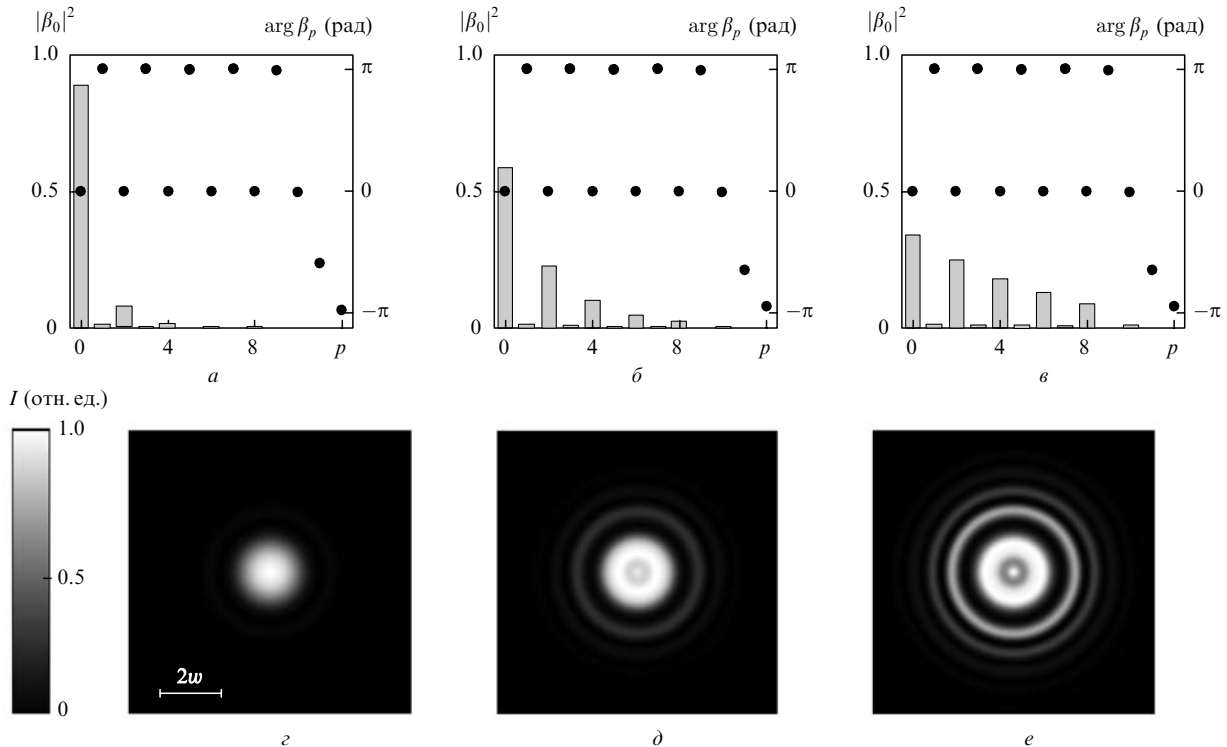


Рис.4. Рассчитанные методом Фокса – Ли значения $|\beta_p|^2$ (столбцы) и $\arg \beta_p$ (точки) в разложении (4) основной моды во входной плоскости активной среды (а–в) и распределения интенсивности I на противоположном зеркале (z–e) для вырожденного резонатора с $q/s = 1/4$ ($g_1 g_2 = 0.5$) при $N_F = 9$, $K_0 = 2.0$, $\xi = 1.3$ (а, z), 2 (б, d), 4 (в, e).

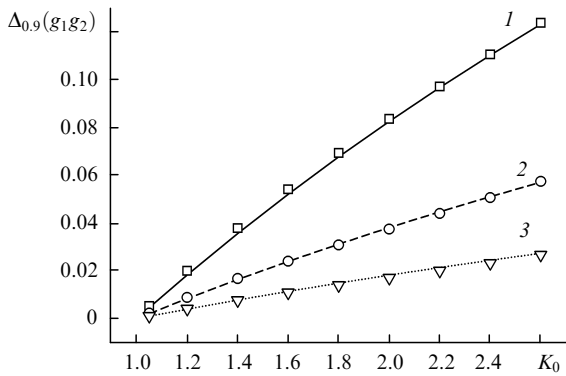


Рис.5. Зависимости $\Delta_{0,9}(g_1g_2)$ от K_0 для конфигураций с $q/s = 1/4$ (1), $1/3$ (2), $3/8$ (3), полученные методом Фокса – Ли (точки) и рассчитанные по формуле (24) (кривые).

Обратимся к оценке диапазона отстроек от вырождения, в пределах которого реализуется многопучковая мода. Если вырождение проявляется слабо (например, при ζ , близких к $\zeta_{0,9}$), то шириной резонанса можно считать ширину на полувьсоте контура $\Delta\varphi$ (16). С учетом связи между относительным фазовым сдвигом двух пучков за один оборот резонатора (без активной среды) и отстройкой от вырождения в координатах g_1, g_2 для критических конфигураций, расположенных внутри области устойчивости ($0 < g_1g_2 < 1$), имеем

$$\Delta\varphi \approx \frac{\partial}{\partial(g_1g_2)} \left(\Delta p \arccos \sqrt{g_1g_2} \right) \Delta(g_1g_2) = \frac{2\Delta p \Delta(g_1g_2)}{\{[1 - (g_1g_2)_{\text{deg}}](g_1g_2)_{\text{deg}}\}^{1/2}}, \quad (22)$$

где $(g_1g_2)_{\text{deg}} = \cos^2(\pi q/s)$ – значение, соответствующее вырождению. С учетом (22) из (16) получаем выражение для ширины области, в которой появляется многопучковая мода на диаграмме устойчивости:

$$\Delta(g_1g_2) = \frac{\sin(2\pi r/s)}{2\Delta p (t_{00}\gamma_0 t_{\Delta p} \gamma_{\Delta p})^{1/2}} \left(1 - \frac{\gamma_{\Delta p}}{\gamma_0} \frac{t_{\Delta p} \Delta p}{t_{00}} \right). \quad (23)$$

Выражение (23) дает количественное описание упоминаемой в [9] зависимости ширины резонанса от параметров резонатора и неоднородного усиления.

Для ярко проявляющихся критических конфигураций двухпучковая модель может быть применена только при достаточной отстройке от строгого вырождения, когда основная мода преимущественно образована двумя пучками. В данном случае целесообразно определить ширину области, где появляется многопучковая мода, по уровню $|\beta_0|^2 = 0.9$. Выражение для этой ширины получается из (15) с учетом (22):

$$\Delta_{0,9}(g_1g_2) = \frac{\sqrt{10} \sin(2\pi q/s)}{2\Delta p} \left[\frac{t_{00}^2 \Delta p}{t_{00} t_{\Delta p} \Delta p \gamma_0} - \frac{(t_{00}\gamma_0 - t_{\Delta p} \Delta p \gamma_p)^2}{10 t_{00} t_{\Delta p} \Delta p \gamma_0 \gamma_p} \right]^{1/2}. \quad (24)$$

Зависимости $\Delta_{0,9}(g_1g_2)$ от K_0 для различных конфигураций, полученные методом Фокса – Ли и рассчитанные по

формуле (24), приведены на рис.5. Видно, что $\Delta_{0,9}(g_1g_2)$ увеличиваются с ростом K_0 .

5. Заключение

Исследовано совместное влияние параметров пространственно неоднородного аксиально-симметричного распределения усиления в четырехуровневой активной среде и параметров резонатора на состав основной моды. Аналитические оценки, полученные в рамках модели двух пучков, взаимодействующих за счет пространственной неоднородности усиления, хорошо согласуются с результатами расчетов методом Фокса – Ли. В условиях строгого вырождения уменьшение диаметра пучка накачки приводит к увеличению числа пучков, образующих моду, а влияние усиления на состав моды заметно только при малых числах Френеля и/или при достаточно больших значениях K_0 . Уменьшение диаметра пучка накачки при фиксированном числе Френеля приводит к появлению критических конфигураций резонатора с большими значениями знаменателя дроби, характеризующей вырождение. На диаграмме устойчивости диапазон отстроек от строгого вырождения, в пределах которого реализуется многопучковая мода, расширяется с увеличением коэффициента усиления.

Авторы выражают благодарность В.А.Петухову за полезные обсуждения.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-08-00108-а), гранта президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ 1583.2003.2 и Программы фундаментальных исследований ОФН РАН «Лазерные системы, основанные на новых активных материалах, и оптика структурированных материалов».

1. Turi L., Juhasz T. *Opt. Lett.*, **20**, 1541 (1995).
2. Bollig C., Clarkson W.A., Hayward R.A., Hanna D.C. *Opt. Commun.*, **154**, 35 (1998).
3. Chen Y.F., Lan Y.P. *Appl. Phys. B*, **79**, 29 (2004).
4. Горбунков М.В., Кояшкин А.В., Кострюков П.В., Морозов В.Б., Оленин А.Н., Русов В.А., Телегин Л.С., Тункин В.Г., Шабалин Ю.В., Яковлев Д.В. *Квантовая электроника*, **35**, 2 (2005).
5. Laporta P., Brussard M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **27**, 2319 (1991).
6. Hall D.G., Smith R.J., Rice R.R. *Appl. Opt.*, **19**, 3041 (1980).
7. Sanchez F., Brunel M., Ait-Ameur K. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**, 2390 (1998).
8. Wu H.-H., Sheu C.-C., Chen T.-W., Wei M.-D., Hsieh W.-F. *Opt. Commun.*, **165**, 225 (1999).
9. Paschotta R. *Opt. Express*, **14**, 6069 (2006).
10. Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **37**, 299 (2007).
11. Fox A.G., Li T. *Bell Syst. Techn. J.*, **40**, 453 (1961).
12. Chen C.-H., Tai P.-T., Hsieh W.-F., Wei M.-D. *J. Opt. Soc. Am. B*, **20**, 1220 (2003).
13. Chen C.-H., Tai P.-T., Chiu W.-H., Hsieh W.-F. *Opt. Commun.*, **245**, 301 (2005).
14. Maes C.F., Wright E.M. *Opt. Lett.*, **29**, 229 (2004).
15. Martel G., Labbe C., Sanchez F., Fromager M., Ait-Ameur K. *Opt. Commun.*, **201**, 117 (2002).
16. Горбунков М.В., Кострюков П.В., Телегин Л.С., Тункин В.Г., Яковлев Д.В. *Квантовая электроника*, **37**, 173 (2007).
17. Stephan G., Trumper M. *Phys. Rev. A*, **28**, 2344 (1983).
18. Wang L.Y., Stephan G. *J. Mod. Opt.*, **38**, 1947 (1991).
19. Siegman A.E. *Lasers* (Mill Valley, CA: Univ. Sci. Books, 1986, p. 761).