

# Особенности пространственной фокусировки мощного фемтосекундного лазерного импульса в воздухе

Ю.Э.Гейнц, А.А.Землянов

*Представлены результаты численного моделирования распространения сфокусированных мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе. Исследована зависимость эффективного среднего размера фокального пятна и максимально достижимой интенсивности излучения в фокальной перетяжке пучка от начальной пиковой мощности лазерного излучения. Показано, что в режиме нестационарного самовоздействия излучения вследствие фотоионизации среды и образования плазмы становится невозможным сфокусировать излучение в пятно, размер которого соответствует дифракционно ограниченному размеру, предсказываемому в рамках линейной теории.*

**Ключевые слова:** лазерное фемтосекундное излучение, фокальная перетяжка, нестационарная самофокусировка, фотоионизация среды.

## 1. Введение

Получение близких к дифракционному пределу размеров фокальной перетяжки светового пучка и высокой интенсивности важно для многих областей науки и технологии. Примерами подобных приложений являются изготовление с помощью лазерного пучка многослойных оптических структур в диэлектриках [1], лазерная клеточная микрохирургия [2], лазерная сканирующая микроскопия живых тканей [3], лазерная обработка металлов и керамики [4]. Использование в таких технологиях лазерных источников, генерирующих мощные импульсы фемтосекундной длительности, открывает дополнительные перспективы получения больших интенсивностей лазерного пучка в фокальной перетяжке при энергии импульса всего несколько миллиджоулей [5]. К преимуществам режима лазерного воздействия УКИ на мишени можно отнести низкие энергетические пороги ионизации и абляции материала по сравнению с порогами, характерными для воздействия более длинными импульсами излучения, а также минимальные термические и механические повреждения соседних с зоной воздействия областей образца. Кроме того, изучение закономерностей фокусировки мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе представляет значительный интерес и для прогноза распространения такого излучения на протяженных атмосферных трассах [6].

Высокие пиковая мощность и интенсивность фемтосекундных импульсов могут привести к нарушению линейного режима их фокусировки еще до мишени. В газовой и конденсированной средах керровская самофокусировка излучения, многофотонное поглощение, плазмообразование в среде и ряд других нелинейных эффектов обуславливают нелинейное изменение ее оптических

свойств. В данной ситуации линейная теория дифракции электромагнитного излучения, которая дает вполне определенные соотношения между числовой апертурой сфокусированного светового пучка и размером его фокального пятна, не может быть применена даже для предварительной оценки параметров мощных УКИ в области их фокусировки.

В настоящей работе на основе численного моделирования рассмотрено формирование пространственной структуры излучения в фокальной перетяжке мощного фемтосекундного излучения, имеющего первоначальную жесткую фокусировку, в условиях нестационарного самовоздействия. Основное внимание уделено исследованию зависимостей эффективного размера фокальной перетяжки пучка и максимально достижимой интенсивности излучения от начальной мощности лазерного излучения при фокусировке фемтосекундного импульса в воздухе.

## 2. Линейная и нелинейная фокусировки лазерного излучения

В случае линейного распространения в среде с показателем преломления  $n_0$  лазерного пучка, огибающая электрического поля  $E(\mathbf{r}_\perp, z)$  которого задается гауссовой функцией:

$$E(\mathbf{r}_\perp, z = 0) = E_0 \exp \left[ -\frac{|\mathbf{r}_\perp|^2}{2R_0^2} + i\varphi_f(\mathbf{r}_\perp) \right], \quad (1)$$

радиус фокальной перетяжки  $R_f$  пучка дается выражением

$$R_f = R_0 \frac{F_0}{(F_0^2 + k_0^2 R_0^4)^{1/2}} = R_0 \frac{1}{(1 + 4/\bar{F}_0^2)^{1/2}}. \quad (2)$$

Здесь  $|\mathbf{r}_\perp| = (x^2 + y^2)^{1/2}$  – поперечная координата;  $E_0$  – амплитуда;  $\varphi_f = -k_0(|\mathbf{r}_\perp|^2/F_0)$  – фаза волны, приобретенная за счет начальной фокусировки пучка;  $R_0$  – начальный радиус пучка;  $F_0$  – радиус начальной кривизны фа-

Ю.Э.Гейнц, А.А.Землянов. Институт оптики атмосферы СО РАН, Россия, 634005 Томск, просп. Академический, 1; e-mail: ygeints@iao.ru, zaa@iao.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2008 г.

зового фронта волны;  $k_0 = 2\pi n_0/\lambda_0$  – волновое число;  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме. Сама перетяжка имеет центр, расположенный в точке с координатой  $\bar{z}_f = 4\bar{F}_0/(\bar{F}_0^2 + 4)$  (линейный фокус) и характерную длину  $\bar{L}_f = 4(R_f/R_0)^2$ . Здесь и далее для удобства используется нормировка размерных величин на длину Рэлея  $L_R = k_0 R_0^2/2$ . Нормированные величины будем обозначать чертой сверху.

Естественным ограничением радиуса фокальной перетяжки является длина волны излучения  $\lambda_0$ , что согласно выражению (2) дает предельно допустимый размер фокального пятна  $R_f^* \simeq \lambda_0/2$  [7].

При фокусировке пучка средняя по сечению интенсивность излучения в фокальном пятне  $I_f^{\text{av}} = P_0/(\pi R_f^2)$  (где  $P_0 = [cn_0/(8\pi)] \int |E|^2 dr_\perp$  – начальная мощность излучения) возрастает по отношению к начальной интенсивности  $I_0^{\text{av}} = P_0/(\pi R_0^2)$  пропорционально квадрату обратной дифракционной угловой расходимости  $\theta_d$ :

$$\mu_f = \frac{I_f^{\text{av}}}{I_0^{\text{av}}} = 1 + \frac{R_0^2}{F_0^2 \theta_d^2}, \quad \theta_d = \frac{1}{k_0 R_0}. \quad (3)$$

Световой пучок в среде с кубической оптической нелинейностью керровского типа испытывает самовоздействие. Показатель преломления  $n$  такой среды становится функцией интенсивности  $I$  оптического поля:  $n(I) = n_0 + n_2 I$ , где параметр  $n_2$  характеризует оптическую силу эффекта Керра, что и приводит к самофокусировке световой волны. Согласно приближенной теории стационарной самофокусировки [8], если мощность пучка выше критической мощности  $P_{\text{cr}}$ , то пучок вследствие эффекта Керра будет испытывать поперечный коллапс (сожмется в точку) на расстоянии  $\bar{z}_K = 1/(\eta - 1)^{1/2}$ , где  $\eta = P_0/P_{\text{cr}}$ ,  $P_{\text{cr}} = \lambda_0^2/(2\pi n_2)$ . Очевидно, что при  $\eta = 1$  в случае коллимированного пучка излучения нелинейная керровская линза компенсирует естественное расплывание пучка.

С точки зрения линейной оптики влияние эффекта Керра эквивалентно фокусировке светового пучка сферической линзой с зависящим от мощности излучения фокусным расстоянием. Если лазерный пучок первоначально был сфокусирован в точку  $z = z_f$  и распространялся в керровской среде, то результирующее положение нелинейного фокуса такого пучка  $z_n$  будет определяться с учетом совместного действия начальной и наведенной фокусировок:

$$z_n = z_K F_0/(z_K + F_0). \quad (4)$$

Оценки характеристик фокусировки пучка в керровской среде, проведенные на основе формул приближенной теории стационарной самофокусировки [8], указывают на возможность фокусировки излучения в пятно размером, даже меньшим дифракционного предела, что позволило бы получать сверхвысокие интенсивности оптического поля в экстремально малом объеме среды [9]. Однако в реальной ситуации такой эффект не наблюдается, поскольку при высоких интенсивностях в среде всегда реализуются физические механизмы, препятствующие дальнейшему самосжатию пучка. К наиболее значимым из них в газовых и конденсированных средах относятся фотоионизация и возникновение плазмы в пучке.

Модель Друде – Лоренца газа свободных электронов [10] дает выражение для изменения комплексного показателя преломления среды  $m = n + i\kappa$  в результате ее фотоионизации в виде

$$m_p = m - n_0 = -\frac{\omega_p^2 \tau_c^2}{2n_0(\omega^2 \tau_c^2 + 1)} \left(1 - \frac{i}{\omega \tau_c}\right), \quad (5)$$

где  $\omega_p = [e^2 \rho_e / (m_e \epsilon_0)]^{1/2}$  – плазменная частота;  $\rho_e$  – концентрация свободных электронов (плотность плазмы);  $\tau_c$  – характерное время столкновения свободных электронов с тяжелыми частицами;  $e$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона;  $\omega$  – частота световой волны;  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  Ф/м – универсальная электрическая постоянная. Из выражения (5) видно, что влияние плазменной нелинейности на оптическое поле проявляется как в изменении фазы волны (действительная часть  $m_p$ ), приводя к ее дефокусировке, так и в снижении энергии поля (мнимая часть  $m_p$ ) за счет обратнотормозного поглощения фотонов свободными электронами. При этом параметр  $|m_p|$  пропорционален мгновенной плотности электронов  $\rho_e$ .

Мгновенная плотность свободных электронов в среде может быть определена из скоростного уравнения, учитывающего многофотонный и каскадный механизмы ионизации, а также снижение концентрации электронов за счет их рекомбинации с ионами:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = W_i(I)(\rho_{\text{nt}} - \rho_e) + \frac{\sigma_c}{n_0 \Delta E_i} \rho_e I - \nu_r \rho_e^2, \quad (6)$$

где  $W_i(I)$  – зависящая от интенсивности световой волны скорость фотоионизации среды;  $\rho_{\text{nt}}$  – плотность нейтральных атомов (молекул);  $\sigma_c = \omega_p^2 \tau_c / [c \rho_e (\omega^2 \tau_c^2 + 1)]$  и  $\Delta E_i$  – сечение каскадной ионизации и потенциал ионизации молекулы соответственно;  $\nu_r$  – скорость рекомбинации. В случае распространения в газе мощных лазерных импульсов фемтосекундной длительности два последних слагаемых в правой части уравнения (6) оказываются незначительными по сравнению с первым, и поэтому при конкретных оценках плотности плазмы ими, как правило, пренебрегают.

Фотоионизация молекул приводит к появлению дополнительного поглощения энергии излучения в среде. Выражение для нелинейного коэффициента поглощения среды  $\alpha_i$ , связанного с данным процессом, имеет вид

$$\alpha_i = \frac{W_i(i)}{I} \Delta E_i (\rho_{\text{nt}} - \rho_e).$$

Тогда суммарный коэффициент поглощения энергии волны при плазмообразовании в газе

$$\alpha_n = \alpha_p + \alpha_i = \sigma_c \rho_e + \frac{W_i(I)}{I} \Delta E_i (\rho_{\text{nt}} - \rho_e), \quad (7)$$

где  $\alpha_p = k_0 \text{Im } m_p$ . Энергопотери излучения приводят к снижению мгновенной интенсивности импульса, а значит и к уменьшению фокусирующего эффекта керровской нелинейности.

Следует отметить, что при высоких интенсивностях излучения возможно проявление гиперполяризуемости среды, связанной с нелинейной восприимчивостью пятого порядка по полю  $\chi^{(5)}$ . При этом коэффициент преломления может быть представлен в виде суммы трех слагаемых:  $n(I) = n_0 + n_2 I - n_4 I^2$ . Видно, что нелинейная добавка  $n_4$  снижает фокусирующее действие эффекта Керра за счет насыщения:  $n_2(I) = n_2 - n_4 I \simeq n_2/(1 + I/I_{\text{sat}})$ , где  $I_{\text{sat}} = n_2/n_4$  – характерная интенсивность насыщения [11]. Очевидно, что конкретная роль нелинейности пятого порядка в процессе самофокусировки излучения будет определяться соотношением характерных интенсивностей

насыщения и плазмообразования, которые, в свою очередь, зависят от оптических характеристик самой среды. Например, для атмосферного воздуха на длине волны излучения  $\lambda_0 = 800$  нм имеем  $n_2 = 3.2 \times 10^{-19}$  см<sup>2</sup>/Вт,  $n_4 = 2.5 \times 10^{-33}$  см<sup>4</sup>/Вт<sup>2</sup> [12], а интенсивность насыщения  $I_{\text{sat}} = 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. При этом активное плазмообразование в воздухе, как показывают многочисленные теоретические расчеты (см. обзор [13]), начинается уже при интенсивности импульса  $I \sim 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>, что позволяет нам при дальнейших исследованиях не учитывать гиперполяризуемость среды.

### 3. Численная модель распространения излучения

В качестве математической основы для моделирования фокусировки лазерных УКИ в газе нами был использован формализм нелинейного уравнения Шредингера (НУШ), записанного для медленно меняющейся комплексной амплитуды электромагнитного поля светового импульса  $U(\mathbf{r}, z, t) = E/E_0$ . Данное уравнение кроме дифракции пучка и частотной дисперсии воздуха учитывает ряд нелинейных эффектов, ответственных за амплитудную и фазовую самомодуляции световой волны (см., напр., [14]). Запишем НУШ в следующем виде:

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2n_0k_0} \nabla_{\perp}^2 + \frac{i}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) - ik_0(\tilde{n}_2 - n_p)U(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) + \frac{\alpha_n}{2} U(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) = 0. \quad (8)$$

Здесь  $n_p = \text{Re } m_p$ ;  $\partial^2 k / \partial \omega^2 = 0.21$  фс<sup>2</sup>/см в воздухе для  $\lambda_0 = 800$  нм;

$$\tilde{n}_2 = \frac{n_2}{2} \left[ (1 - \beta)|U|^2 + \beta \int_{-\infty}^t dt' \Lambda(t - t') |U(t')|^2 \right]$$

– кубическая добавка к показателю преломления с учетом мгновенного и инерционного вкладов в эффект Керра;  $\beta$  – удельный вклад инерционного эффекта Керра.

Инерционная составляющая эффекта Керра  $\Lambda(t)$  связана с конечным временем ориентации анизотропных молекул вещества вдоль вектора электрического поля. Данная инерционность отклика учитывалась в рамках модели затухающего осциллятора [15]:  $\Lambda(t) = \theta(t)\Omega_R \exp(-t/\tau_d) \times \sin \Omega_R t$ , где  $\Omega_R \simeq 20$  ТГц – частота колебаний молекулы,  $\tau_d \simeq 70$  нс – характерное время затухания (для воздуха);  $\theta(t)$  – функция Хэвисайда.

Численное интегрирование НУШ (8) проводилось с использованием методики разбиения на каждом шаге по эволюционной переменной  $z$  исходной задачи на две подзадачи. В первой подзадаче, нелинейной, определялся набег фазы оптической волны за счет нелинейно-оптических эффектов, а во второй, линейной, рассчитывались дифракция и дисперсия волнового пакета с определенным на предыдущем шаге результирующим фазовым фронтом. Для повышения устойчивости счета использовалась комбинация спектрального метода Фурье (по времени), неявной трехслойной разностной схемы типа схемы Кранка – Николсона (по поперечным координатам) и адаптивной коррекции сеточного шага по эволюционной переменной. Плотность свободных электронов  $\rho_e$  вычислялась решением уравнения (6) методом Рунге – Кутты.

### 4. Модель фотоионизации газовой среды

В качестве модели фотоионизации воздуха нами была выбрана модель Переломова – Попова – Терентьева [16], которая, как показано в [17], наиболее полно описывает имеющиеся к настоящему времени экспериментальные данные. Согласно этой модели выражение для скорости ионизации  $W_i(I)$  уровня с энергией связи  $\Delta E_i$ , орбитальным моментом  $l$  и его проекцией  $j$  на направление поля имеет вид

$$W_i(I) = \frac{\Delta E_i}{\hbar} |C_{nl}|^2 f_{ij} \left( \frac{6}{\pi} \right)^{1/2} \left( \frac{2E_a}{E} \right)^{2n^* - 3/2} (1 + \gamma^2)^{3/4} \times A_j(\gamma) \exp \left[ - \frac{2E_a}{3E} g(\gamma) \right], \quad (9)$$

где  $\gamma = (\omega_0/c)(ce_0 m_e \Delta E_i / I)^{1/2}$  – параметр Келдыша;  $E_a$  – напряженность внутриатомного поля;  $|C_{nl}|^2 = 2^{4n^* - 2} \times [n^* \Gamma(n^* + l + 1) \Gamma(n^* - l)]^{-1}$ ;  $n^* = Z(\Delta E_H / \Delta E_i)^{1/2}$  – эффективное главное квантовое число;  $Z$  – заряд атомного или ионного остова;  $\Delta E_H$  – энергия ионизации атома водорода;

$$g(\gamma) = \frac{2}{3\gamma} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right) \text{arccosh } \gamma - \frac{(1 + \gamma^2)^{1/2}}{2\gamma} \right];$$

$$f_{ij} = \frac{(2l + 1)(i + |j|)!}{2^{|j|} |j|! (l - |j|)!}; \quad A_j(\gamma) = \frac{4}{\sqrt{3\pi}} \frac{1}{|j|!} \frac{\gamma^2}{1 + \gamma^2}$$

$$\times \sum_{l \geq m_i}^{\infty} \exp[-\alpha(l - m_i)] W_j[\beta(l - m_i)^{1/2}];$$

$$\alpha = 2 \left( \text{arsinh } \gamma - \frac{\gamma}{1 + \gamma^2} \right); \quad \beta = \frac{2\gamma}{(1 + \gamma^2)^{1/2}};$$

$$W_j(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(-y^2) (x^2 - y^2)^{|j|} dy;$$

$m_i$  – порядок процесса фотоионизации.

На практике при численном моделировании НУШ использование формулы (9) для расчета скорости ионизации не всегда удобно, т. к. требует вычисления множества коэффициентов на каждом шаге изменения интенсивности волны. Поэтому для ускорения счета нами вместо зависимости  $W_i(I)$ , даваемой формулой (9), была построена ее аппроксимация  $W_i(I) = A_W(I)I^K$ , где коэффициенты  $A_W$  и  $K$  выбирались в соответствии с типом среды и длиной волны лазера. Так, для атмосферных газов была получена функциональная зависимость следующего вида:

$$\lg[A_W(I)] = \lg A_0 - A_i \exp \left[ - \frac{\lg^2(I/I_{\text{cr}})}{A_2^2} \right] = \lg A_0 - A_i \exp \left[ - \frac{1}{A_2^2} \lg^2 \left( \frac{I_0}{I_{\text{cr}}} |U|^2 \right) \right],$$

где  $A_W$  берется в с<sup>-1</sup>·м<sup>2K</sup>·Вт<sup>-K</sup>, а  $I_0$  и  $I_{\text{cr}}$  – в Вт/м<sup>2</sup>;  $K = 7.44$ ,  $\lg A_0 = -119.378$ ,  $A_1 = 13.445$ ,  $A_2 = 2.041$  и  $\lg I_{\text{cr}} = 20.616$  для кислорода O<sub>2</sub>;  $K = 10.165$ ,  $\lg A_0 = -168.530$ ,  $A_1 = 19.223$ ,  $A_2 = 2.012$  и  $\lg I_{\text{cr}} = 20.688$  для азота N<sub>2</sub>.

### 5. Структура нелинейного фокуса УКИ

Перейдем к обсуждению результатов численного моделирования эволюции параметров мощного фемтосекундного излучения при его фокусировке в воздухе. Для

определенности было решено численно воспроизвести условия эксперимента [18], поэтому при расчетах начальная форма нормированной огибающей электрического поля излучения (гауссова во времени и в пространстве)

$$U(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \exp \left[ -\frac{|\mathbf{r}_\perp|^2}{2R_0^2} + i\varphi_f(\mathbf{r}_\perp) - \frac{t^2}{2t_p^2} \right]$$

была задана со следующими параметрами: длительностью импульса  $t_p = 60$  фс, радиусом пучка  $R_0 = 2.8$  мм (по уровню  $1/e$  от максимума интенсивности), длиной волны  $\lambda_0 = 800$  нм. Начальный радиус кривизны фазового фронта излучения  $F_0 = 86$  см, так что его нормированная величина  $\bar{F}_0 = F_0/L_R = 0.028$  ( $L_R = 30.8$  м).

При задании начальной энергии излучения рассматривались два варианта: докритическая мощность излучения ( $\eta = 0.1$ ,  $P_{cr} = 3.2$  ГВт/см<sup>2</sup>) и семикратное превышение его пиковой мощностью  $P_0$  критической мощности  $P_{cr}$  ( $\eta = 7$ ). При этом начальная пиковая интенсивность импульса  $I_0 = 1.3 \times 10^9$  и  $9 \times 10^{10}$  Вт/см<sup>2</sup> в первом и во втором случае соответственно. Проведя оценку положения нелинейного фокуса пучка (4) при  $\eta = 7$ , получим  $z_K = 13$  м,  $z_n = 81$  см, т.е. действие эффекта Керра при таких условиях сводится лишь к незначительному смещению фокальной перетяжки пучка от ее положения в линейной среде.

На рис.1 приведена зависимость поперечных размеров лазерного пучка от продольной координаты: геометрического размера  $R_1$ , определяемого по профилю плотности энергии пучка  $w(\mathbf{r}_\perp, z) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}_\perp, z, t') dt'$  на уровне  $1/e$  относительно максимума, и эффективного радиуса  $R_{eff}$ , который вычисляется как нормированный момент второго порядка от интенсивности волны [15]:

$$R_{eff}(z) = \left[ \frac{1}{W(z)} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \iint_{S_\perp} d^2\mathbf{r}_\perp I(\mathbf{r}_\perp, z, t') |\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_{gr}|^2 \right]^{1/2}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{r}_{gr} = W^{-1}(z) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \iint_{S_\perp} \mathbf{r}_\perp I(\mathbf{r}_\perp, z, t') d^2\mathbf{r}_\perp$  – радиус-вектор центра тяжести пучка;  $W$  – полная энергия импульса излучения;  $S_\perp$  – область интегрирования по поперечному сечению пучка. Следует отметить, что параметр  $R_{eff}$  оказывается полезным при анализе сложных профилей интенсивности пучка, поскольку, согласно определению, он дает размер пространственной области, в которой со-

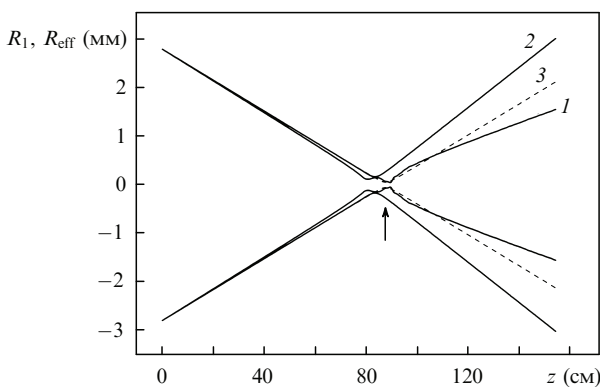


Рис.1. Геометрический (1, 3) и эффективный (2) радиусы жесткофокусированного фемтосекундного излучения в зависимости от продольной координаты при относительной начальной мощности импульса  $\eta = 7$  (1, 2) и 0.1 (3). Вертикальной стрелкой показано положение геометрического фокуса.

средоточено не менее 50 % всей энергии светового пучка. Для гауссова поперечного профиля интенсивности геометрический и эффективный радиусы одинаковы.

Из рис.1 видно, что распространение сфокусированного пучка в линейном и нелинейном режимах происходит по-разному. При  $\eta = 7$  наблюдается заметное различие в значениях  $R_1$  и  $R_{eff}$ , начиная уже с  $z = 40$  см. Далее в области фокальной перетяжки пучка ( $z \geq 80$  см) происходит формирование протяженной осевой структуры – светового филамента. Отмеченное различие связано с влиянием керровской нелинейности, вследствие которого первоначально гауссов профиль пучка обостряется и тем самым уменьшается его геометрический размер, но существенное влияние на перераспределение энергии импульса по сечению пучка отсутствует.

Эволюция эффективного радиуса  $R_{eff}$  в отличие от эволюции его геометрического размера  $R_1$  при фокусировке пучка с надкритической мощностью приводит к формированию выраженной фокальной перетяжки с центром при  $z_g \simeq 84$  см. Важно отметить, что изменение по трассе эффективного радиуса жесткофокусированного пучка в обоих режимах (линейном и нелинейном) происходит подобным образом вплоть до «глобального» нелинейного фокуса при  $z = z_g$ , который при самофокусировке формируется раньше, чем геометрический фокус:  $z_g < z_f$ .

Первый минимум в зависимости  $R_1(z)$  появляется в точке «локального» нелинейного фокуса  $z = z_n$ , при этом  $R_1(z_n) \simeq 114$  мкм, что почти в три раза больше радиуса фокальной перетяжки пучка при линейном распространении  $R_f = 43$  мкм. Причиной этого являются ионизация воздуха и образование плазмы, которые останавливают дальнейшее сжатие пучка, формируя совместно с эффектом Керра световой филамент на оси с квазипостоянной пиковой интенсивностью  $I_{max} \approx 4 \times 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>. Однако поперечный размер данной структуры не постоянен, а пульсирует вдоль трассы, достигая абсолютного минимума  $R_1 \simeq R_f$  в точке  $z \simeq 89$  см, после чего пучок начинает монотонно расширяться.

Рассмотрим более подробно этапы формирования нелинейной фокальной перетяжки УКИ. Для этого введем еще один размерный параметр пучка – мгновенный эффективный радиус  $R_{eff}$ , квадрат которого определяется по следующей формуле:

$$R_{eff}^2(z, t) = P^{-1}(z, t) \iint_{S_\perp} d^2\mathbf{r}_\perp I(\mathbf{r}_\perp, z, t') |\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}_{grt}|^2 \quad (11)$$

где  $\mathbf{r}_{grt} = P^{-1}(t, z) \iint_{S_\perp} \mathbf{r}_\perp I(\mathbf{r}_\perp, z, t') d^2\mathbf{r}_\perp$ . Видно, что данный параметр определяет эффективный размер пучка в каждом отдельном временном «срезе» и связан с интегральным по времени эффективным радиусом (10) очевидным соотношением:

$$R_{eff}^2(z) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} P(z, t) dt \right]^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} P(z, t) R_{eff}^2(z, t) dt. \quad (12)$$

Изменение  $R_{eff}$  вдоль трассы показано на рис.2,а. Кривые 1–9 соответствуют различным моментам времени в пределах длительности светового импульса, указанным цифрами на кривой, приведенной на рис.2,б. Так, кривые 1–3 описывают изменение эффективного радиуса для переднего фронта импульса, кривые 7–9 – для заднего фронта, а кривые 4–6 – для центральной части

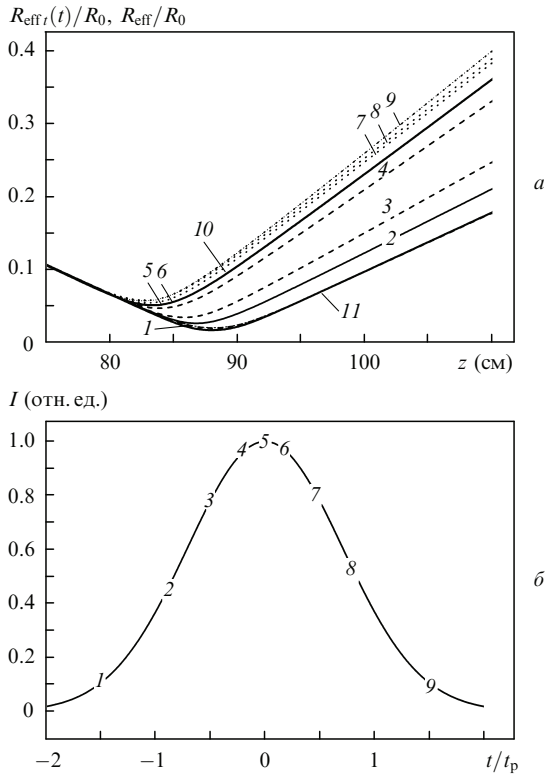


Рис.2. Эволюция мгновенного эффективного радиуса  $R_{\text{eff}}$  (1–9) и интегрального эффективного радиуса  $R_{\text{eff}}$  (10) сфокусированного фемтосекундного излучения с начальной мощностью  $\eta = 7$  (а), а также временной профиль относительной интенсивности импульса (б). Номера кривых 1–9 на рис.2,а соответствуют временным слоям импульса, указанным цифрами на рис.2,б. Кривая 11 отвечает радиусу пучка в режиме линейной фокусировки.

лазерного импульса. На рис.2,а показана также зависимость интегрального эффективного радиуса  $R_{\text{eff}}(z)$  при линейном и нелинейном распространении пучка.

Анализ рис.2 показывает, что все временные «срезы» импульса до определенной точки траектории ( $z \approx z_n$ ) эволюционируют одинаковым образом, а затем каждый из них образует фокальную перетяжку, положение на трассе  $z_{ft}$  и поперечный размер  $R_{\text{eff}ft} = R_{\text{eff}}(z_{ft})$  которой зависят от положения каждого сечения внутри импульса. На переднем фронте импульса (кривая 1) мощность меньше критической, нелинейность среды практически не индуцируется и закон изменения пространственного радиуса такой же, как и в линейном случае (кривая 11). Чем большей мощности (по сравнению с  $P_{\text{cr}}$ ) соответствует временной «срез» (кривые 2–4), тем сильнее сказывается на нем эффект керровской самофокусировки. Поскольку при фотоионизации газа плотность свободных электронов в каждой точке траектории увеличивается с течением времени (см. уравнение (6)), то последующие по времени слои импульса будут испытывать большее компенсирующее действие плазменной нелинейности. Это приводит к увеличению размера фокальной перетяжки в каждом последующем временном слое и приближает ее центр к началу траектории. В результате вместо одного фокального пятна, известного из линейной оптики, при фокусировке мощного фемтосекундного излучения формируется протяженная перетяжка переменного диаметра, состоящая из множества фокальных пятен, соответствующих отдельным временным слоям импульса. Наименьший размер  $R_{\text{eff}ft}$  в точке своего фокуса  $z = z_{ft}$  имеют временные

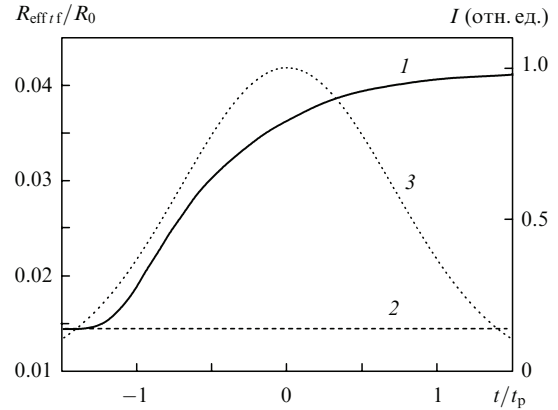


Рис.3. Эффективный радиус фокальной перетяжки  $R_{\text{eff}ft}$  каждого временного слоя в зависимости от его временного положения внутри импульса (1), радиус перетяжки при линейной фокусировке излучения (2) и временной профиль импульса (3).

слои, расположенные на переднем фронте импульса, а наибольший – на заднем (рис.3).

Рассмотренная выше физическая картина «последней» самофокусировки светового УКИ находится в качественном соответствии с моделью динамических движущихся фокусов (ДДФ), первоначально предложенной в [19, 20] и модифицированной для ионизированной среды и сфокусированных пучков в [21, 22]. В рамках этой модели световой филамент трактуется как последовательность «локальных» фокусов различных временных слоев импульса, возникающих на разных расстояниях от начала оптической трассы. Размер филамента в каждой точке равен размеру соответствующего фокального пятна. Следствием модели ДДФ и одновременно ее самым большим ограничением является то, что для предварительно сфокусированного пучка правая граница филамента не может выйти за пределы его геометрического фокуса (см. формулу (4)), в то время как эксперименты и представленные на рис.1 численные расчеты указывают на обратное. Данное противоречие разрешается, если проанализировать самофокусировку пучка в терминах эффективных параметров. Тогда, как это видно из рис.2,а, положение минимума мгновенного эффективного радиуса, который ограничивает пространственную область сосредоточения мгновенной мощности каждого временного слоя импульса, действительно всегда находится левее точки геометрического фокуса пучка  $z = z_f$ . С этой точки зрения модель ДДФ не противоречит физической картине рассматриваемого явления и пригодна также для качественной интерпретации нестационарной фокусировки и жесткофокусированного излучения.

Интегральный по всему временному профилю импульса эффективный «глобальный» радиус пучка определяет размер зоны, где сосредоточена большая часть энергии излучения, поэтому зависимость  $R_{\text{eff}}(z)$  практически полностью повторяет зависимость мгновенного радиуса  $R_{\text{eff}}(z)$  центральной части импульса (кривые 5, 6 и 10 на рис.2,а сливаются в одну). Отметим также, что вдоль траектории скорость роста эффективного радиуса в каждом временном «срезе» после точки фокуса превышает скорость поперечного сжатия в слое и монотонно увеличивается к концу импульса вследствие нарастающего действия плазменной нелинейности.

На рис.4 для примера показана пространственно-временная форма лазерного импульса в виде двумерного

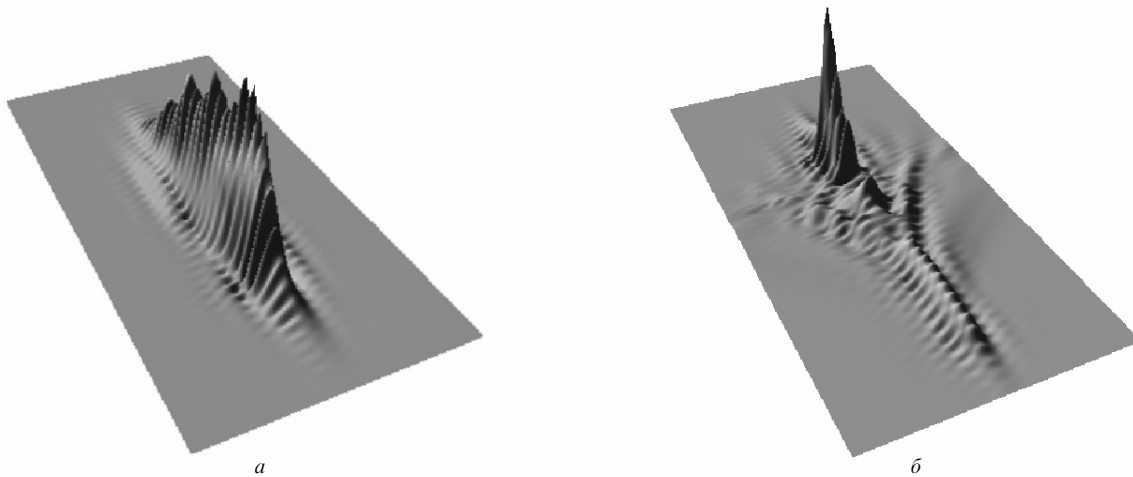


Рис.4. Пространственно-временное распределение относительной интенсивности лазерного импульса  $I(|r_{\perp}|, z = z_f, t)$  в геометрическом фокусе пучка при начальной мощности излучения  $\eta = 7$  (а) и 100 (б). Ребристая структура профилей является артефактом работы алгоритма сеточной аппроксимации.

распределения нормированной интенсивности волны  $I(|r_{\perp}|, z = z_f, t) = I/I_0$  в точке геометрического фокуса пучка  $z = z_f$ . Приведены два распределения, соответствующие различным начальным мощностям импульса. Видно, как кардинально изменяется пространственное распределение интенсивности, трансформируясь от квазигансова (рис.4,а) до стреловидного (рис.4,б) при увеличении мощности излучения. В последнем случае острие «стрелы» направлено в сторону переднего фронта импульса (отрицательные значения  $t$ ), а «крылья» – результат дефокусировки излучения сформировавшейся плазменной областью. Энергопотери излучения при фотоионизации воздуха приводят к тому, что временное положение максимума интенсивности в точке геометрического фокуса при больших  $\eta$  смещается от центра импульса к его заднему фронту (положительные значения  $t$ ).

Отметим, что при самовоздействии коллимированного фемтосекундного пучка, в отличие от рассматриваемого здесь жесткофокусированного излучения, реализуется несколько иная пространственно-временная структура светового импульса в зоне нелинейного фокуса. Она характеризуется, как правило, двумя основными максимумами интенсивности поля, которые расположены на переднем и на заднем фронтах импульса [23, 24]. Это объясняется тем, что для коллимированного пучка доминирующим физическим механизмом его сжатия в пространстве и во времени является керровская самофокусировка, в то время как для жесткофокусированного пучка – линейная фокусировка. В результате этого рост интенсивности коллимированного гансова пучка наиболее сильно проявляется на его оси, существенно обостряя поперечный профиль. В этой области происходят наибольшие потери энергии при возникновении плазмы, что приводит к дроблению импульса по временной координате и формированию бимодальной структуры. Фемтосекундный импульс, сжимаясь за счет начальной жесткой фокусировки, сохраняет свой профиль практически неизменным до момента появления плазмы, и резкий временной градиент интенсивности не формируется. Эффект Керра здесь только «помогает» линейной фокусировке, и его влияние становится заметным лишь в окрестности нелинейного фокуса. Поэтому в данном случае плазмообразование в среде будет обеспечиваться как центральной частью импульса, так и его передним фронтом. Задний

фронт импульса распространяется уже в ионизированной предыдущими частями импульса сильно поглощающей среде, оказывающей дефокусирующее действие на оптическое излучение. Это ограничивает дальнейший рост интенсивности импульса за счет эффекта Керра и линейной фокусировки излучения.

Именно влиянием начальной фокусировки излучения объясняется также и то, что отмеченная во многих теоретических работах (см., напр., обзор [13]) временная компрессия фемтосекундного лазерного импульса, возникающая в процессе его самофокусировки, для жесткофокусированного излучения выражена не так сильно, как для коллимированного пучка. Подчеркнем, что этот эффект наиболее заметен только вблизи оси светового пучка, в области абсолютного максимума интенсивности поля и соответственно максимального влияния керровской нелинейности среды. На периферии пучка при его самофокусировке, как показывают наши исследования [25], даже для коллимированного пучка временной профиль практически не меняется.

Представляет интерес выяснить максимально достижимую интенсивность в фокальной перетяжке фемтосекундного импульса излучения при изменении его мощности. Согласно (3) для условий численного эксперимента при линейной фокусировке пучка с радиусом  $F_0 = 0.028$  имеем расчетное увеличение интенсивности  $\mu_f = 5102$ . Такое значение относительной интенсивности, как видно из приведенной на рис.5 зависимости, достигается только при существенно докритической мощности импульса ( $\eta \leq 0.1$ ). Повышение начальной мощности излучения приводит сначала к медленному уменьшению параметра  $\mu_f$  при умеренных значениях мощности ( $\eta = 0.5 - 1$ ), а затем по мере роста  $\eta$  относительная интенсивность в фокусе уменьшается практически по линейному закону.

Координата точки трассы  $z^*$ , в которой интенсивность импульса достигает максимума, показана на рис.6. Видно, что при фокусировке излучения с докритической мощностью положение максимума в точности соответствует центру линейной фокальной перетяжки  $z_f = 85.9$  см. При дальнейшем росте мощности импульса точка, соответствующая максимальной интенсивности, приближается к началу трассы, причем всегда выполняется примерное равенство  $z^* \simeq z_g$ . Другими словами, при фокусировке фемтосекундного излучения максимальная ин-

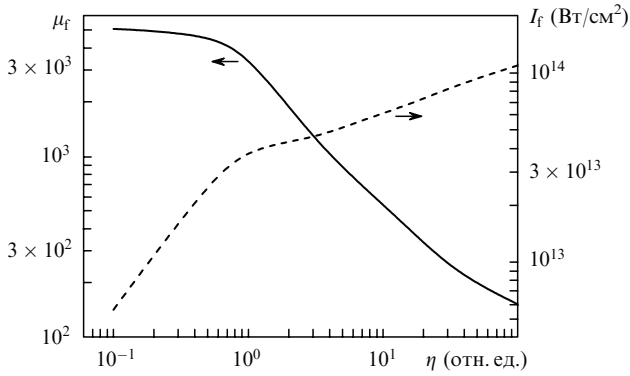


Рис.5. Увеличение интенсивности в фокальной перетяжке фемтосекундного излучения  $\mu_f$  и максимально достижимая интенсивность  $I_f$  в зависимости от начальной мощности излучения.

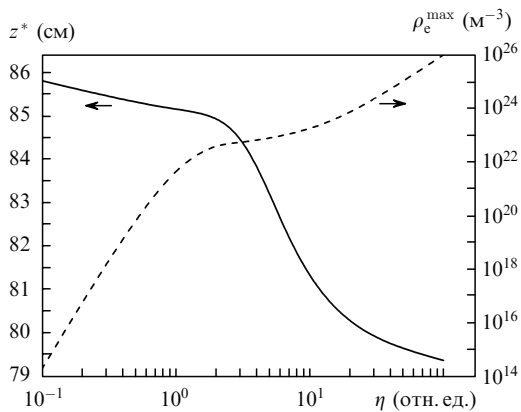


Рис.6. Координата «глобального» максимума интенсивности импульса  $z^*$  и максимальная плотность свободных электронов  $\rho_e^{\max}$  в зависимости от начальной мощности излучения.

тенсивность достигается вблизи «глобального», а не «локального» фокуса пучка. Положение «локального» фокуса  $z_n$  определяет лишь начало светового филамента.

Рассмотрим максимальные интенсивности, которые реализуются в области фокуса пучка (рис.5, штриховая кривая). Перелом в зависимости  $I_f(\eta)$ , отчетливо прослеживающийся на рис.4, соответствует смене режимов фокусировки пучка, происходящей при достижении интенсивностью в фокусе  $I_f$  значений  $(2 - 4) \times 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>. В последнем случае, как было отмечено выше, плазменная нелинейность через изменение комплексного показателя преломления среды (см. выражение (5)) начинает заметно противодействовать дальнейшему росту интенсивности пучка, происходящему при керровской самофокусировке пучка. В результате конкуренции этих двух процессов в каждом временном «срезе» импульса происходит ограничение пиковой амплитуды световой волны. При этом если на переднем фронте импульса ограничение пиковой интенсивности связано с затратами энергии волны на фотоионизацию газа (мнимая часть  $m_p$ ), то в центре и на заднем фронте импульса доминирует рефракция на уже образовавшейся плазме (действительная часть  $m_p$ ). Как показывают расчеты (рис.6, штриховая кривая), максимальная плотность свободных электронов в пучке  $\rho_e^{\max}$ , при которой происходит смена режимов фокусировки, составляет  $\sim 10^{23}$  м<sup>-3</sup>.

При существенно надкритической мощности пучка ( $\eta \gg 1$ ) продолжающийся рост пиковой интенсивности в нелинейном фокусе приводит к увеличению плотности

образующейся плазмы до  $\sim 10^{26}$  м<sup>-3</sup>, что уже близко к равновесной концентрации нейтральных молекул азота в воздухе (по условиям расчета  $\rho_{nt} \sim 1.2 \times 10^{26}$  м<sup>-3</sup>). Это свидетельствует о высокой, близкой к единице степени ионизации среды излучением, а также о возможности развития электронной лавины и об оптическом пробое воздуха (по данным [10] порог пробоя атмосферного воздуха составляет  $\sim 2 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>). Дальнейшее повышение начальной мощности излучения уже не будет эффективным с точки зрения увеличения пиковой интенсивности в «глобальном» фокусе пучка, поскольку плазма оптического пробоя, возникающая на переднем фронте импульса, будет блокировать распространение оставшейся части импульса.

Введем еще один эффективный параметр, характеризующий распространение УКИ излучения, – эффективную интенсивность  $I_{\text{eff}}$ , которую определим следующим образом:

$$I_{\text{eff}}(z) = \frac{E(z)}{\pi^{3/2} t_{\text{effp}}(z) R_{\text{eff}}^2(z)},$$

где

$$t_{\text{effp}} = \left[ E^{-1}(z) \iint_{S_{\perp}} d^2 r_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dt' I(r_{\perp}, z, t') t'^2 \right]^{1/2}$$

– эффективная средняя длительность импульса. Согласно данному определению для гауссова импульса в линейной среде эффективная интенсивность излучения  $I_{\text{eff}}(z)$  в каждой точке трассы равна пиковому значению реальной интенсивности. Изменение отношения  $\mu_{\text{eff}} = I_{\text{eff}}(z)/I_0$  вдоль трассы распространения для сфокусированных пучков с различной начальной мощностью представлено на рис.7. Видно, что нестационарное самовоздействие излучения изменяет динамику фокусировки пучка, приводя к смещению положения его «глобальной» фокальной перетяжки навстречу направлению распространения излучения и снижению максимума средней интенсивности в «глобальном» фокусе пучка.

На рис.8 приведены эффективные размеры фокальной перетяжки  $R_{\text{eff}} = R_{\text{eff}}(z = z_g)$  пучка, которая формируется при пространственной фокусировке фемтосекундного излучения с различной начальной мощностью. Видно, что в режиме нелинейного распространения импульса становится невозможным сфокусировать излучение в пятно, соответствующее дифракционному пределу, предсказываемому в рамках линейной теории (см. формулу (2)).

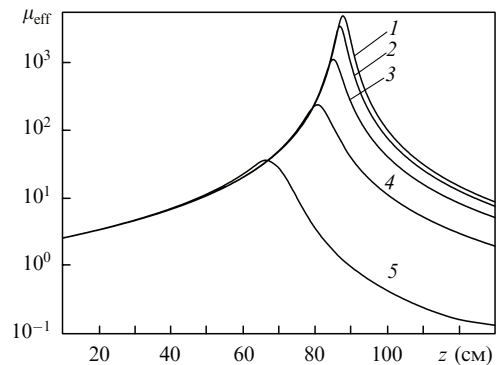


Рис.7. Зависимости относительной эффективной интенсивности лазерного излучения  $\mu_{\text{eff}}$  от длины распространения  $z$  при начальной мощности импульса  $\eta = 0.1$  (1), 1 (2), 3 (3), 15 (4) и 100 (5).

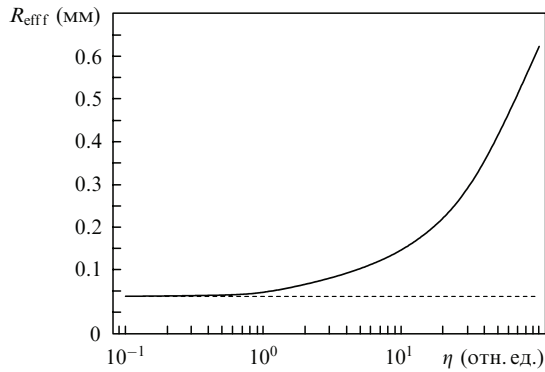


Рис.8. Эффективный радиус фокальной перетяжки фемтосекундного излучения  $R_{\text{eff}}$  в зависимости от начальной мощности излучения  $\eta$ . Штриховая линия – значение радиуса при линейном распространении.

Подчеркнем особо, что здесь речь идет об эффективном интегральном размере фокальной перетяжки пучка (12), вычисляемом как усредненное по временному профилю мощности значение фокального радиуса каждого временного слоя импульса. Данный радиус характеризует размер области сосредоточения энергии импульса и может не совпадать с мгновенным радиусом пучка, определенным по профилю интенсивности и имеющим, как было отмечено выше (см. рис.3), минимальное, ограниченное дифракцией значение в области низкой интенсивности на переднем фронте импульса. Именно этим, по видимому, можно объяснить предельно малые размеры фокального пятна (область диаметром 2–3 мкм), зафиксированные в экспериментальной работе [5] при фокусировке фемтосекундных импульсов  $Ti$ : сапфирового лазера в воздухе. Исходя из представленных выше результатов, можно заключить, что дифракционно ограниченное (минимальное) значение эффективного поперечного размера фокальной перетяжки мощного УКИ может быть получено только на переднем фронте импульса, т. е. там, где еще невысока плотность образующейся плазмы и, следовательно, еще невелико ее дефокусирующее влияние на распространение излучения.

## 6. Заключение

Таким образом, численное моделирование распространения жесткофокусированного мощного лазерного УКИ в воздухе показало, что пространственная форма и размер фокальной перетяжки пучка (как в продольном, так и в поперечном направлении) зависят от начальной мощности импульса. Пространственная фокусировка лазерного УКИ даже докритической (для керровской самофокусировки) мощности может привести к фотоионизации среды и образованию плазмы в области максимальной интенсивности пучка, что будет сдерживать дальнейший рост интенсивности световой волны и поперечное сжатие пучка как целого. Чем больше мощность импульса излучения, тем сложнее становится пространственная структура фокальной перетяжки, которая из локализованного в точке пятна преобразуется в протяженный осевой филамент переменного диаметра, состоящий из множества фокальных пятен, соответствующих отдельным временным слоям импульса.

Эволюция вдоль оптической трассы эффективного размера пучка качественно подобна поведению линейно сфокусированного излучения, при котором формируется ярко выраженная перетяжка в точке «глобального» фокуса. Отличие режима нестационарной фокусировки мощного импульса состоит в изменении расходимости излучения при его прохождении через «глобальный» фокус и в увеличении поперечного размера перетяжки с ростом мощности импульса.

Скорость роста максимальной интенсивности светового пучка при его фокусировке уменьшается с ростом мощности импульса. С точки зрения получения экстремально высоких пиковых интенсивностей (или плотностей энергии) в «глобальном» фокусе пучка повышением начальной мощности излучения является малоэффективным, поскольку плазма оптического пробы, возникающая на переднем фронте импульса, будет блокировать фокусировку последующих временных слоев импульса.

- Schaffer C.B., Brodeur A., Garca J.F., Mazur E. *Opt. Lett.*, **26**, 93 (2001).
- König K., Riemann I., Fischer P., Halbhuber K. *Cell. Mol. Biol.*, **45**, 192 (1999).
- Zipfel W.R., Williams R.M., Christie R., Nikitin A.Y., Hyman B.T., Webb W.W. *Proc. of the National Academy of Science (PNAS)*, **100**, 7075 (2003).
- Grimes M.K., Rundquist A.R., Lee J.-S., Downer M.C. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 4010 (1999).
- Букин В.В., Воробьев Н.С., Гарнов С.В., Конов В.И., Лозовой В.И., Малютин А.А., Щелев М.Я., Яцковский И.С. *Квантовая электроника*, **36**, 638 (2006).
- Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. *Оптика атмосферы и океана*, **18**, 574 (2005).
- Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
- Власов С.Н., Таланов В.И. *Самофокусировка волн* (Н.Новгород: Изд-е ИПФ РАН, 1997).
- Turitsyn S.K., Mezentsev V.K., Dubov M., Rubenchik A.M., Fedoruk M.P., Podivilov E.V. *Opt. Express*, **15**, 14750 (2007).
- Райзер Ю.П. *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1987).
- Гольдберг В.Н., Таланов В.И., Эрм Р.Е. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **10**, 674 (1967).
- Akozbeq N., Bowden C.M., Talebpour A., Chin S.L. *Phys. Rev. E*, **61**, 4540 (2000).
- Berge L., Skupin S., Nuter R., Kasparian J., Wolf J.-P. *Rep. Prog. Phys.*, **70**, 1633 (2007).
- Кандидов В.П., Косарева О.Г., Можаяв Е.И., Тамаров М.П. *Оптика атмосферы и океана*, **13**, 429 (2000).
- Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. *Оптика атмосферы и океана*, **20**, 40 (2007).
- Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В. *ЖЭТФ*, **50**, 1393 (1966).
- Talebpour A., Yang J., Chin S.L. *Opt. Comm.*, **163**, 29 (1999).
- Багаев С.Н., Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г., Пестряков Е.В., Степанов А.Н., Трунов В.И. *Оптика атмосферы и океана*, **20**, 413 (2007).
- Луговой В.М., Прохоров А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **7**, 153 (1968).
- Lou M.M.T., Shen Y.R. *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 994 (1969).
- Brodeur A., Kosareva O.G., Chien C.Y., Ilkov F.A., Kandidov V.P., Chin S.L. *Opt. Lett.*, **22**, 304 (1997).
- Lange H.R., Grillon G., Ripoche J.-F., Franco M.A., Lamouroux B., Prade B.S., Mysyrowicz A., Nibbering E.T.J., Chiron A. *Opt. Lett.*, **23**, 120 (1998).
- Голубов И.С., Кандидов В.П., Косарева О.Г. *Оптика атмосферы и океана*, **14**, 335 (2001).
- Сухоруков А.П., Вислобоков Н.Ю. *Квантовая электроника*, **37**, 1015 (2007).
- Zemlyanov A.A., Geints Yu.E. *Eur. Phys. J. D*, **42**, 349 (2007).