

# Параметрическое отражение при каскадном взаимодействии сфокусированных оптических пучков

В.Е.Лобанов, А.К.Сухорукова, А.П.Сухоруков

*Обсуждается эффект параметрического отражения сигнального пучка в области перетяжки опорного пучка накачки при несинхронном трехчастотном взаимодействии в квадратично-нелинейной среде. Определен критический угол полного внутреннего отражения от индуцированного дефокусирующего канала как функция параметров перетяжки. Показано, что при фокусировке опорного пучка этот угол увеличивается и в отраженную волну вносятся определенные искажения из-за конечности длины перетяжки. Прослежена модификация формы поперечного сечения волны, отраженной от выпуклого параметрического зеркала. Найдена оптимальная геометрия фокусировки пучков, при которой искажение формы и расходимость отраженной волны минимальны. При определенных условиях наблюдается также дифракционное обтекание сигнальной волной цилиндрической неоднородности, создаваемой осесимметричным пучком накачки. Результаты теоретического анализа и численного моделирования согласуются между собой.*

**Ключевые слова:** нелинейная оптика, трехволновое взаимодействие, каскадный процесс, дифракция, фокусировка, рефракция, отражение.

## 1. Введение

В последнее время бурно развивается фотоника, изучающая различные методы манипулирования светом с помощью света. Большое внимание уделяется проблеме управления световыми пучками с помощью методов нелинейной оптики [1–6]. Например, полностью оптическое управление пучками, основанное на управлении пространственными солитонами, всесторонне исследовано в фотонике [2, 3]. В работах [7–9] нами предложен и описан принципиально новый параметрический механизм переключения оптических пучков без изменения частоты, в котором используется несинхронное неколлинеарное трехволновое взаимодействие. Суть этого метода, базирующегося на явлении рефракции и эффекте полного внутреннего отражения в квадратичной среде, заключается в том, что при несинхронном параметрическом взаимодействии мощная опорная волна вместе с каскадно-возбужденной волной на суммарной частоте создают на сигнальной частоте эффективную поперечную неоднородность показателя преломления среды, повторяющую профиль интенсивности опорной волны. При прохождении сигнала через индуцированную неоднородность возникает своеобразная рефракция. В результате этого траектория пучка искривляется и может произойти нелинейное полное внутреннее отражение сигнальной волны от опорного пучка (рис. 1). Заметим, что при этом

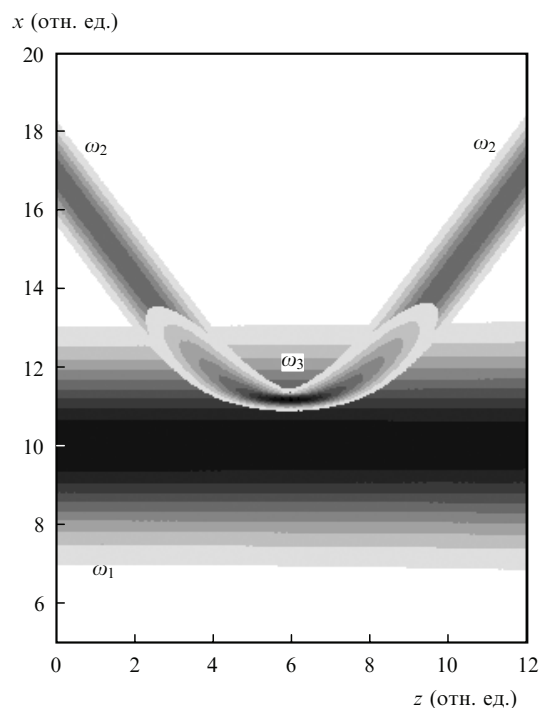


Рис. 1. Параметрическое отражение сигнального пучка от коллимированного опорного пучка при несинхронном параметрическом взаимодействии.

волна на суммарной частоте сконцентрирована только в узком отражающем слое, где она совершает поворот из-за рефракции.

В [7–9] было показано, что полное внутреннее отражение возможно, если начальный угол  $\theta_2$ , под которым распространяется сигнальная волна относительно опорного пучка, меньше критического значения  $\theta_{cr}$ , определя-

В.Е.Лобанов, А.П.Сухоруков. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vallobanov@gmail.com, arpsmsu@gmail.com

А.К.Сухорукова. Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе, Россия, 117997 Москва, ул. Миклухо-Маклая, 23

емого глубиной отрицательной каскадно-индуцированной неоднородности показателя преломления:

$$\theta_{cr} = C(4\gamma_2\gamma_3k_3k_1^{-1}k_2^{-2})^{1/4} E_{1max}^{1/2}, \tag{1}$$

где  $E_{1max}$  – максимальная амплитуда поля на оси опорного пучка;  $k_j = n_j\omega_j/c$  – волновой вектор волны на частоте  $\omega_j$ , причем  $\omega_3 = \omega_2 + \omega_2$ ;  $n_j$  – показатель преломления;  $j = 1 - 3$ ;  $c$  – скорость света;  $\gamma_{2,3}$  – коэффициент квадратичной нелинейности;  $C$  – числовой параметр, зависящий от формы огибающей пучка. Численное моделирование показало возможность наблюдения эффекта параметрического отражения при углах  $\theta_2 \sim 0.5^\circ$ , когда глубина нелинейной модуляции показателя преломления составляет  $\sim 10^{-4}$ . В настоящей работе исследуются условия увеличения предельного угла отражения с помощью оптимальной фокусировки опорного пучка.

Заметим, что отражение от плоского параметрического зеркала – планарного пучка – почти не искажает амплитудный профиль сигнальной волны. В то же время осесимметричный опорный пучок формирует цилиндрическую неоднородность, форма которой определяется его профилем интенсивности. В этом случае сигнальный пучок при отражении от цилиндрического зеркала может сильно исказиться в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При сравнимых ширинах пучков отраженная волна становится расходящейся, а ее пространственная структура приобретает характерный серповидный вид. Можно уменьшить эти эффекты, если предварительно сфокусировать сигнальный пучок цилиндрической линзой. Эта задача также рассматривается в данной статье.

## 2. Отражение от сфокусированного пучка

Из анализа выражения (1) следует, что для увеличения критического угла полного внутреннего отражения от дефокусирующего опорного пучка либо для снижения требуемой мощности накачки следует увеличивать пиковую амплитуду опорного пучка  $E_{1max}$ . Самый простой способ заключается в уменьшении поперечных размеров

пучка, что ведет к росту амплитуды. Однако сужение пучка усиливает влияние дифракции: уменьшается область перетяжки, в которой отражается сигнальная волна. Кроме того, параметры фокусировки надо выбрать такими, чтобы перетяжка находилась в области параметрического взаимодействия. Поэтому необходимо подобрать параметры оптимальной фокусировки, исходя из компромисса между различными факторами.

Для теоретического описания каскадного взаимодействия пучков зададим на входе в квадратично-нелинейную среду амплитуды волн в виде

$$A_1(x, 0) = E_1 \exp\left(-\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{ik_1x^2}{2R_1}\right),$$

$$A_2(x, 0) = E_2 \exp\left[-\frac{(x-d)^2}{a_2^2} + ik_2\theta_2x\right], \tag{2}$$

где  $R_1$  – исходный радиус кривизны волнового фронта опорного пучка;  $a_{1,2}$ ,  $d$  и  $\theta_2$  – радиусы пучков, положение центра сигнального пучка и угол наклона его к опорному пучку на входе в нелинейную среду соответственно;  $x$  – поперечная координата;  $E_2/E_1 \sim 0.01$ . Из анализа выражения (2) следует, что область пересечения пучков находится на расстоянии  $l_{int} \approx d/\theta_2$ , а плоскость перетяжки опорного пучка – на расстоянии  $l_w = R_1/(1 + R_1^2/l_{dif}^2)$ , где  $l_{dif} = k_1a_1^2/2$  – дифракционная длина [10]. Если приравнять эти две длины, то получим выражение для оптимального радиуса кривизны волнового фронта опорного пучка на входе в среду:

$$R_1 = l_{dif} [m + (m^2 - 1)^{1/2}], \quad m = \frac{\theta_2 l_{dif}}{2d}. \tag{3}$$

В перетяжке максимальная амплитуда увеличивается в  $[1 + (l_{dif}/R_1)^2]^{1/4}$  раз, что согласно (1) позволяет либо увеличить диапазон допустимых углов наклона сигнального пучка, либо уменьшить необходимую мощность опорного пучка. Нами было проведено численное моделирование взаимодействия скрещенных оптических пучков, результаты которого подтвердили целесообразность использования оптимальной фокусировки (рис.2).

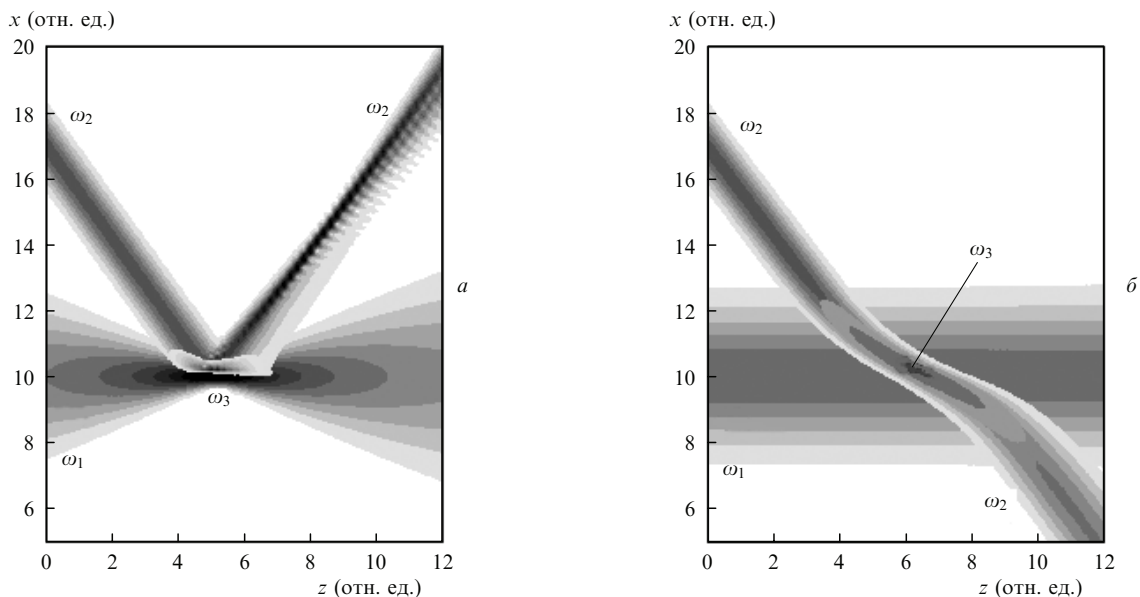


Рис.2. Два режима каскадного взаимодействия при одинаковой мощности накачки: отражение сигнального пучка в узкой области перетяжки сфокусированного опорного пучка (а) и его прохождение сквозь широкий коллимированный пучок (б).

Отметим некоторые особенности процесса. Во-первых, следует учитывать, что из-за явления параметрической рефракции сигнальный пучок распространяется по кривой траектории, похожей на параболу. Вершина параболы определяет точку поворота. Она приближается к оси опорного пучка при увеличении угла наклона сигнальной волны  $\theta_2$  и уменьшении амплитуды опорного пучка  $E_{1\max}$ . В связи с этим оптимальное фокусное расстояние  $R_1$ , обеспечивающее минимальную пороговую мощность опорного пучка, может незначительно отличаться от значения, которое дает формула (3).

Во-вторых, при взаимодействии пучков в отраженной волне может сильно возрасти амплитуда компоненты на суммарной частоте. Этого можно избежать, вводя малую отрицательную дисперсионную расстройку ( $\Delta k_{\text{dis}} = k_1 + k_2 - k_3 < 0$ ). Заметим, что полное внутренне отражение возникает благодаря взаимному отталкиванию пучков в дефокусирующей среде, а каскадная нелинейность становится дефокусирующей при отрицательной полной расстройке волновых векторов.

Введение дисперсионной расстройки  $\Delta k_{\text{dis}}$  приводит к изменению предельного угла отражения. Она добавляется к векторной расстройке, и тогда эффективная расстройка

$$\Delta k_{\text{eff}} = \Delta k_{\text{dis}} - \frac{k_1 k_2}{2k_3} \theta_2^2. \quad (4)$$

Из условия отражения  $\theta_2^2 \leq 2\gamma_2\gamma_3 E_{1\max}^2 / (-\Delta k_{\text{eff}})$  находим с учетом (4) уравнение для предельного угла:

$$\theta_{\text{cr}}^4 + \alpha \theta_{\text{cr}}^2 - \theta_{\text{cr}0}^4 = 0, \quad (5)$$

где  $\theta_{\text{cr}0}$  – предельный угол при нулевой дисперсионной расстройке  $\Delta k_{\text{dis}} = 0$ ;  $\alpha = -2k_3 \Delta k_{\text{dis}} / (k_1 k_2) > 0$  – относительная расстройка. Решая уравнение (5), получаем

$$\theta_{\text{cr}}^2 = \left( \frac{\alpha^2}{4} + \theta_{\text{cr}0}^4 \right)^{1/2} - \frac{\alpha}{2}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что  $\theta_{\text{cr}} < \theta_{\text{cr}0}$ , т. е. критический угол наклона уменьшается при введении дополнительной отрицательной волновой расстройки. Однако если вводимая расстройка достаточно мала ( $|\Delta k_{\text{dis}}| \ll k_1 k_2 \theta_{\text{cr}0}^2 / k_3$ ) и параметр  $\alpha$  много меньше единицы, то предельный угол уменьшается незначительно, а процесс генерации волны на суммарной частоте эффективно подавляется.

При сильной фокусировке для эффективного отражения следует также уменьшать ширину сигнального пучка. Это связано с тем, что чем жестче фокусируется пучок, тем меньше длина перетяжки и тем меньше протяженность области отражения. При отражении достаточно широкого сигнального пучка часть его попадает в область опорной волны с малой амплитудой и не отражается (рис.3). Действительно, сигнальный пучок взаимодействует с опорным пучком на длине  $\Delta z_1 \approx 2a_2/\theta_2$ , а длина перетяжки опорного пучка по уровню  $N = E_1/E_{1\max}$  есть

$$\Delta z_2 \approx \frac{2l_{\text{dif}}(N^4 - 1)^{1/2}}{1 + (l_{\text{dif}}/R_1)^2}.$$

Тогда для эффективного отражения необходимо выполнить условие  $\Delta z_2 > \Delta z_1$ .

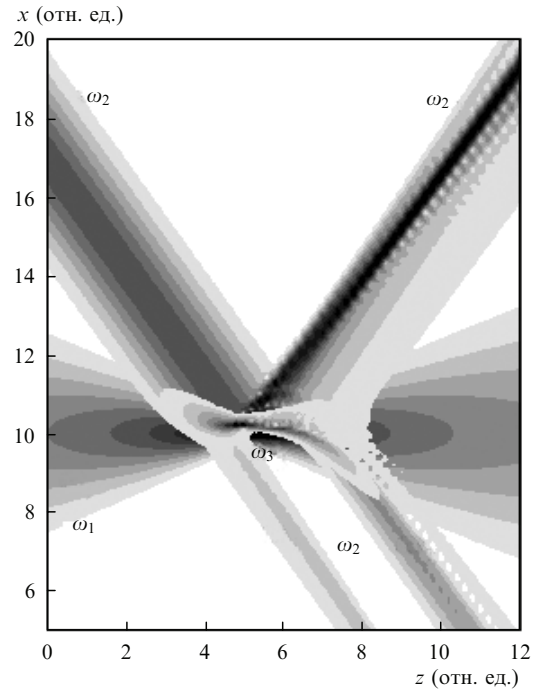


Рис.3. Частичное отражение широкого сигнального пучка от сильно сфокусированного опорного пучка.

Еще одной особенностью отражения сигнального пучка от сфокусированного опорного пучка является искажение профиля отраженного сигнала. Если опорный пучок не сфокусирован, то линии постоянной амплитуды являются прямыми и отражение происходит как бы от плоской поверхности, параллельной оси пучка накачки. При фокусировке образуется перетяжка и возникает продольная кривизна параметрического зеркала, что приводит к изменению профиля отраженной сигнальной волны (см. рис.1 и 2).

### 3. Отражение от цилиндрического параметрического зеркала

Если пучки распространяются в планарном волноводе, то при отражении от несфокусированного опорного пучка амплитудный профиль отраженной сигнальной волны меняется незначительно. Более сложная картина возникает в случае цилиндрического опорного пучка. Действительно, двумерный пучок имеет выпуклую цилиндрическую поверхность, кривизна которой определяется формой поперечного сечения. Как известно, профиль параметрической неоднородности повторяет распределение интенсивности накачки, поэтому отражение от параметрического цилиндрического зеркала может сильно исказить сигнальный пучок в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. В случае сравнимых ширин пучков отраженная волна становится расходящейся, а ее пространственная структура приобретает характерный серповидный вид (см. кадр на рис.4 для коллимированного пучка) [9]. Можно уменьшить эти эффекты, если предварительно сфокусировать сигнальный пучок.

Эта задача была исследована путем численного решения системы уравнений для медленно меняющихся амплитуд взаимодействующих волн:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + iD_1 \Delta_{\perp} A_1 = 0,$$

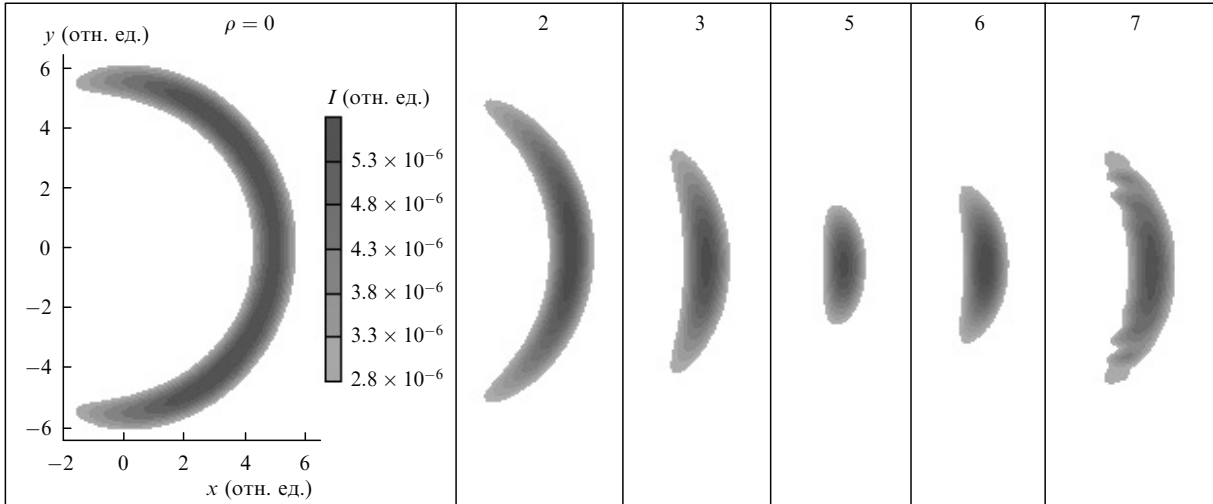


Рис.4. Изменение поперечного сечения отраженного сигнального пучка при увеличении начальной кривизны его волнового фронта  $\rho = R_1/l_{\text{диф}}$  ( $I$  – интенсивность сигнальной волны).

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + iD_2\Delta_{\perp}A_2 = -i\gamma_2A_3A_1^*, \tag{7}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + iD_3\Delta_{\perp}A_3 = -i\gamma_3A_2A_1,$$

где  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  – лапласиан в поперечных координатах  $x, y$ ;  $D_j$  – коэффициенты дифракции ( $j = 1 - 3$ ). Будем считать, что на входе в нелинейную среду пучок накачки имеет осесимметричное сечение, т. е.

$$A_1(x, y, 0) = E_1(r) \tag{8}$$

(где  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ), холостая волна отсутствует, т. е.

$$A_3(x, y, 0) = 0, \tag{9}$$

а сигнальный пучок смещен относительно пучка накачки на величину  $d \gg a_1$ , т. е.

$$A_2(x, y, 0) = E_2(x - d, y) \exp(i\theta_0x + i\rho y^2), \tag{10}$$

где  $\rho$  – начальная кривизна волнового фронта, нормированная на обратную дифракционную длину;  $\theta_0$  – начальный угол наклона пучка, нормированный на угол дифракционной расходимости  $\theta_d = 1/(k_2a_2)$ . Итак, пусть оси пучков лежат в плоскости  $xz$ . Параметрическое зеркало, создаваемое пучком накачки, обладает кривизной в плоскости  $xu$ . Радиус кривизны примерно равен радиусу пучка накачки. Процесс отражения как результат трехчастотного взаимодействия моделировался на основе численного решения уравнений для огибающих трех волновых пучков (7) с граничными условиями (8)–(10). Начальные амплитудные профили имели гауссову форму:

$$E_j(x, y, 0) = E_{0j} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a_j^2}\right), \quad j = 1 - 3,$$

$$E_{02} \sim 0.01E_{01}, \quad E_{03} = 0.$$

Расчет показывает, что отраженный пучок становится серповидным и достаточно сильно расходится в про-

странстве (см. кадр для коллимированного пучка на рис.4). Характерная серповидность связана с обтеканием падающей сигнальной волной пучка накачки.

Влияние выпуклости параметрического зеркала можно компенсировать предварительной фокусировкой сигнального пучка цилиндрической линзой в плоскости  $uz$  (см. последующие кадры на рис.4). Здесь центры отраженных пучков расположены на том же расстоянии  $d$  от оси пучка накачки, что и падающий пучок. Изменение поперечных размеров отраженного пучка при разной начальной фокусировке (кривизне волнового фронта) показано на рис.5.

Анализ данных, представленных на рис.4 и 5, показывает, что серповидное сечение при увеличении жесткости фокусировки постепенно уменьшается и трансформируется в овальное. Минимальные искажения (соотношение поперечных радиусов овала 1 : 4) достигаются при оптимальной фокусировке с  $\rho \approx 5$  линзой с фокусным расстоянием  $f = 1/(4D_2\rho) = 4$ . Более жесткая фокусировка ( $\rho = 6, 7$ ) ведет к увеличению сечения пучка. Уменьшение искажений обусловлено двумя факторами: уменьшением ширины сигнального пучка на параметрическом зеркале и уменьшением кривизны волнового фронта при отражении сходящейся волны.

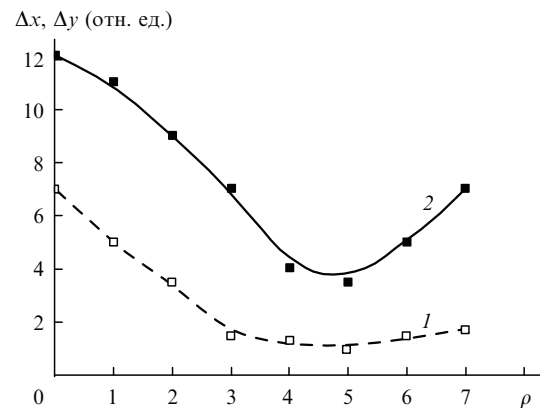


Рис.5. Зависимости поперечных размеров  $\Delta x$  (1) и  $\Delta y$  (2) отраженного сигнального пучка по двум осям от начальной кривизны его волнового фронта  $\rho$ .

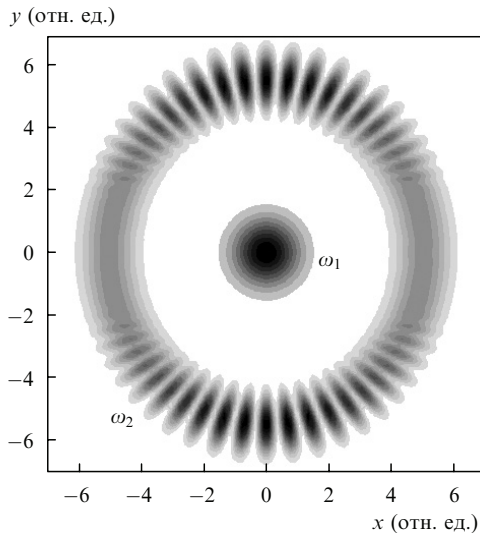


Рис.6. Дифракция на индуцированной цилиндрической неоднородности: картина интерференционных полос, возникающая в результате обтекания двумя сигнальными пучками осесимметричного пучка накачки – цилиндрического параметрического зеркала.

Итак, можно сделать вывод о том, что фокусировку опорных пучков следует использовать только в планарной геометрии, т.к. в трехмерном случае будет усиливаться влияние выпуклого зеркала, и, следовательно, отраженный пучок будет сильно расходиться. В трехмерной геометрии необходимо, таким образом, одновременно сфокусировать и опорный пучок, и сигнальную волну, чтобы взаимодействие происходило в перетяжке опорного пучка и чтобы его ширина в перетяжке существенно превышала ширину сигнального пучка.

Отметим, что эффект параметрического зеркала изучался нами также для бесселева пучка. В этом случае оптимальная фокусировка тоже дает положительный результат: расходимость отраженной волны уменьшается.

Интересные эффекты возникают при падении двух сигнальных пучков на опорный пучок с противоположных сторон. При параметрическом взаимодействии коллимированных пучков одинаковой ширины формируется своеобразное кольцо, составленное из двух отраженных серповидных пучков, обтекающих опорный пучок (рис.6). На кольце образуется четкая интерференционная картина из темных и светлых полос. Расстояние между полосами обратно пропорционально углу между пучками. Общее число полос  $M$  на кольце примерно равно отношению этого угла наклона к дифракционному углу:  $M \approx \theta_0$ . Радиус кольца увеличивается с ростом пройденного расстояния вследствие начального наклона сигнальных пучков. При уменьшении своей ширины отраженные пучки не смыкаются в кольцо, и их интерференция существенно ослабевает. Значительная часть пучка с большей начальной шириной проходит мимо параметрического зеркала, роль которого выполняет опорный пучок. Иными словами, мы наблюдали дифракцию сигнальных пучков на индуцированной цилиндрической неоднородности.

Если сигнальные пучки сфокусировать на опорный пучок, то интерференционная картина исчезает, т.к. в этом случае отсутствует перекрытие отраженных волн. После взаимодействия с накачкой они распространяются независимо друг от друга.

#### 4. Заключение

Нами показано, что фокусировка опорного пучка позволяет снизить необходимую для параметрического отражения мощность и расширить диапазон допустимых углов наклона для наблюдения полного внутреннего отражения в квадратично-нелинейной среде. Найдены условия оптимальной фокусировки опорного пучка, обеспечивающие наименьшую необходимую интенсивность накачки для параметрического отражения сигнала. Наличие небольшой отрицательной расстройки волновых векторов приводит к незначительному уменьшению критического угла отражения, но дает возможность снизить эффективность генерации волны на суммарной частоте. Уменьшение длины перетяжки при жесткой фокусировке основного пучка накладывает ограничения на ширину сигнального пучка. В области перетяжки возникает продольная кривизна нелинейного зеркала, из-за которой профиль отраженного сигнала искажается. Трансформацию и расходимость сигнального пучка при параметрическом отражении от цилиндрического опорного пучка можно уменьшить в несколько раз, если предварительно сфокусировать этот пучок. При оптимальной фокусировке серповидное сечение отраженного пучка становится овальным.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-671.2008.2 и грантов РФФИ № 08-02-00717 и 06-02-16801. В.Е.Лобанов также благодарит за финансовую поддержку Программу Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МК-1496.2007.2) и Фонд некоммерческих программ «Династия».

1. Boardman A.D., Pavlov L., Tanev S. (Eds) *Advanced Photonics with Second-order Optically Nonlinear Processes* (NATO Science Series) (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Acad. Publ., 1998).
2. Boardman A.D., Sukhorukov A.P. (Eds) *Soliton Driven Photonics* (NATO Science Series) (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Acad. Publ., 2001).
3. Kivshar Yu.S., Stegeman G.I. *Opt. Photon. News*, **13**, 59 (2002).
4. Miller A., Reid D.T., Finlayson D.M. (Eds) *Ultrafast Photonics* (Bristol: SUSSP Publ. & Institute of Physics Publ., 2004).
5. Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **68**, 1720 (2004).
6. Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **69**, 1779 (2005).
7. Лобанов В.Е., Сухоруков А.П. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **69**, 1775 (2005).
8. Sukhorukov A.P., Lobanov V.E., Ermakova S.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6181**, 236 (2006).
9. Лобанов В.Е., Сухоруков А.П., Цырендоржиев А.Ж., Калинович А.А. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **70**, 1731 (2006).
10. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М.: Наука, 1979, с. 267).