

# Нелинейные стохастические эффекты при воздействии шума на релаксационные колебания в кольцевом твердотельном лазере

И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина

*Экспериментально и теоретически исследовано влияние интенсивности шума накачки на характеристики основной релаксационной частоты в спектре мощности излучения кольцевого чип-лазера, работающего в автомодуляционном режиме первого рода. Показано, что шумовое воздействие приводит к возникновению нелинейных стохастических эффектов: изменению частоты релаксационных колебаний, значительному уширению релаксационного пика в спектре мощности излучения, а также к резонансной зависимости высоты этого пика от интенсивности шума (высота пика достигает максимума при определенной интенсивности шума).*

**Ключевые слова:** кольцевой лазер, нелинейная динамика, стохастические эффекты, релаксационная частота, шумовое воздействие.

## 1. Введение

В многочисленных исследованиях динамики твердотельных лазеров были продемонстрированы и исследованы общие закономерности, присущие нелинейной динамике систем самой разной природы. Следует отметить, что в подавляющем большинстве этих исследований не рассматривались стохастические процессы, связанные с собственными и внешними шумами в лазере. Обычно при работе лазера выше порога генерации естественные флуктуации лазерного излучения малы и ими можно пренебречь, а технические шумы удаётся устранить. Однако в определённых условиях в твердотельном лазере сильные флуктуации интенсивности излучения, обусловленные квантовыми шумами, могут наблюдаться и при значительных превышениях накачки над порогом генерации [1–4]. Кроме того, может представлять интерес исследование стохастических явлений, возникающих в твердотельных лазерах при модуляции шумом их параметров.

В динамических системах самой различной природы изучению стохастических явлений уделяется достаточно большое внимание. В ряде работ было показано, что шумовые воздействия могут не только ухудшать функционирование системы, но и в определенных условиях обеспечивать оптимизацию характеристик системы, то есть играть конструктивную роль. Примерами, демонстрирующими последнее, являются стохастический [5–7] и когерентный [8–10] резонансы. В этих явлениях шумы способствуют выделению слабых когерентных сигналов на шумовом фоне, а также формированию, усилению и увеличению времени когерентности квазипериодических сигналов, возникающих под действием шума [10, 11]. При-

менительно к лазерной физике стохастический и когерентный резонансы исследовались в полупроводниковом лазере [10], лазере с нелинейным поглотителем [12] и в кольцевом лазере на красителе [13]. Было показано, что бифуркации в динамических системах могут сопровождаться возникновением резонансных стохастических явлений, в частности стохастического и когерентного резонансов [10, 11, 14]. В работах [15–17] исследовались шумовые предвестники бифуркации удвоения периода, а в [11, 14] было показано, что эффективность возбуждения предвестников зависит от интенсивности шума и является максимальной при определенных ее значениях. В полупроводниковых лазерах изучалось влияние шума на частоту и ширину спектра релаксационных колебаний интенсивности излучения [18].

Несомненный интерес представляют исследования аналогичных эффектов в двунаправленном кольцевом твердотельном лазере (КТЛ). Такой лазер представляет собой достаточно сложную нелинейную динамическую систему, свойства которой зависят от большого числа параметров и соотношений между ними. Одним из наиболее интересных нестационарных режимов в автономном КТЛ является автомодуляционный режим первого рода, для которого характерна противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн. Взаимодействие автомодуляционных и релаксационных колебаний может приводить к неустойчивости автомодуляционного режима генерации первого рода и возбуждению более сложных автомодуляционных режимов (в том числе и динамического хаоса) [19–22]. При параметрическом резонансе с основной релаксационной частотой, как правило, наблюдается бифуркация удвоения периода автомодуляционных колебаний.

Из проведенного выше анализа литературных данных следует, что применительно к твердотельным лазерам целый ряд нелинейных стохастических явлений исследован явно недостаточно или вообще не изучался. В частности, до настоящего времени полагалось, что частота релаксационных колебаний и ширина релаксационного пика не зависят от интенсивности внешнего шума.

И.И.Золотоверх, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 21 мая 2008 г., после доработки – 10 октября 2008 г.

Проведившиеся ранее исследования также не дают ответа на вопрос: может ли при возбуждении релаксационных колебаний шумом наблюдаться немонотонная зависимость высоты релаксационного пика от интенсивности шума, характерная для стохастического и когерентного резонансов?

Целью настоящей работы является экспериментальное и теоретическое исследование таких явлений при возбуждении шумом накачки релаксационных колебаний в КТЛ, работающем в автомодуляционном режиме первого рода.

## 2. Экспериментальная установка

В качестве объекта исследования нами был выбран моноблочный чип-лазер на кристалле YAG: Nd с неплоским резонатором, работающий на длине волны  $\lambda = 1.06$  мкм. Геометрический периметр кольцевого резонатора составлял 28 мм, а угол неплоскостности –  $85^\circ$ . Накачка осуществлялась лазерным диодом ( $\lambda = 0.810$  мкм), в цепь питания которого был включен генератор шума (рис.1). Ширина спектра шума составляла 200 кГц, что в два-три раза превышало частоту релаксационных колебаний, поэтому в области частот, соответствующей релаксационному пику в спектре мощности лазера, шум можно было считать белым. В процессе экспериментальных исследований интенсивность шума накачки изменялась при вариации выходного напряжения генератора шума от нуля до максимума. Максимальная интенсивность электрического шума на выходе генератора шума достигала  $10^{-6}$  Вт/Гц. При обработке экспериментальных данных шум накачки измерялся в относительных единицах (одна относительная единица интенсивности шума накачки соответствует интенсивности электрического шума на выходе генератора  $10^{-7}$  Вт/Гц).

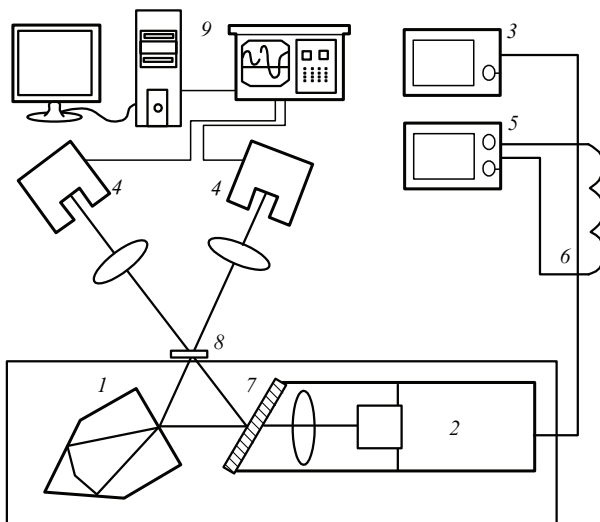


Рис.1. Схема экспериментальной установки: 1 – кольцевой чип-лазер на кристалле YAG: Nd; 2 – диод накачки; 3 – блок питания лазерного диода; 4 – фотоприемники ЛФД-2; 5 – генератор хаотических колебаний ГЗ-124; 6 – трансформаторная катушка; 7 – селективное зеркало, имеющее коэффициент отражения на длине волны генерации, близкий к 100 %, и коэффициент пропускания на длине волны накачки, близкий к 90 % (это зеркало позволяет регистрировать одновременно излучение двух встречных волн); 8 – ИК светофильтр, препятствующий попаданию излучения накачки на фотоприемники; 9 – комплекс осциллограф/спектроанализатор на основе АЦП 20-12-РС1.

Параметры исследуемого двунаправленного чип-лазера были выбраны таким образом, что в отсутствие шумовой модуляции накачки кольцевой лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода. Частота автомодуляционных колебаний равнялась 230 кГц, а релаксационная частота – 103 кГц при превышении порога генерации  $\eta = 0.23$ .

В ходе экспериментов одновременно регистрировались временные и спектральные характеристики интенсивности излучения встречных волн в зависимости от мощности шумового воздействия и от превышения мощности накачки над порогом генерации. Регистрация сигналов проводилась с помощью АЦП 20-12-РС1 и цифрового широкополосного осциллографа Tektronix TDS 2014. В процессе обработки экспериментальных результатов проводилось статистическое усреднение по достаточно большому ( $\sim 100$ ) числу реализаций случайных процессов. Основное внимание в настоящей работе уделялось изучению влияния шума на спектральные характеристики излучения кольцевого лазера в области спектра, близкой к основной релаксационной частоте.

## 3. Теоретическая модель и численное моделирование

Численное моделирование исследуемых явлений проводилось на основе векторной модели КТЛ [23, 24], учитывающей влияние шума накачки. В этом случае исходная система уравнений векторной модели имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{E}_{1,2} &= -\frac{\omega_c}{2Q_{1,2}} \tilde{E}_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} \tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} \tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T} (N_0 \tilde{E}_{1,2} + N_{\mp} \tilde{E}_{2,1}), \\ \frac{dN_0}{dt} &= \frac{1}{T_1} [N_{th}(1 + \eta) - N_0 - N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) \\ &- N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2] + g_w, \\ \frac{dN_{\pm}}{dt} &= -\frac{1}{T_1} [N_{\pm} + N_{\pm} a (|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta N_0 a E_1^* E_2], \\ N_- &= N_+^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Динамическими переменными являются комплексные амплитуды полей встречных волн  $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$  и пространственные гармоники инверсной населенности  $N_0, N_{\pm}$ , определяемые выражениями

$$N_0 = \frac{1}{L} \int_0^L N dz, \quad N_{\pm} = \frac{1}{L} \int_0^L e_1^* e_2 N \exp(\pm i 2kz) dz. \quad (2)$$

Здесь  $\omega_c/Q_{1,2}$  – ширины полос резонатора;  $Q_{1,2}$  – добротности резонатора для встречных волн;  $T = L/c$  – время обхода светом резонатора;  $T_1$  – время продольной релаксации;  $l$  – длина активного элемента;  $a = T_1 c \sigma / (8\pi \hbar \omega)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода;  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  – частотная невязанность резонатора;  $\omega_1, \omega_2$  – собственные частоты резонатора для встречных волн. Скорость накачки представлена в виде  $N_{th}(1 + \eta)/T_1$ , где  $N_{th}$  – пороговая инверсная населенность, а  $\eta = P/P_{th} - 1$  – превышение мощности накачки над

порогом. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически вводимыми комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2), \quad (3)$$

где  $m_{1,2}$  – модули коэффициентов связи, а  $\vartheta_{1,2}$  – их фазы. Поляризации полей встречных волн характеризуются произвольными единичными векторами  $e_{1,2}$ . Поляризационный фактор  $\beta = (e_1 e_2)^2$ . Отметим, что уравнения (1) записаны для случая генерации на центре линии усиления. Шумовая модуляция накачки описывается с помощью источника белого гауссова шума  $g_w$ , имеющего следующие статистические характеристики:

$$\langle g_w(t) \rangle = 0, \quad (4)$$

$$\langle g_w(t)g_w(s) \rangle = D\delta(t-s), \quad (5)$$

где  $D$  – интенсивность шума, а  $\delta(t)$  –  $\delta$ -функция Дирака.

При численном моделировании часть параметров предполагалась равной экспериментально измеренным параметрам исследуемого лазера. Ширина полосы резонатора  $\omega_c/Q = 4.4 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$  определялась по релаксационной частоте  $\omega_r = (\eta\omega_c/QT_1)^{1/2}$ . При превышении накачки над порогом  $\eta = 0.218$  в исследуемом лазере основная

релаксационная частота  $\omega_r/2\pi = 101 \text{ кГц}$ . Амплитудная невязанность кольцевого резонатора  $\Delta = \omega_c/2Q_2 - \omega_c/2Q_1 = 5000 \text{ с}^{-1}$ , поляризационный параметр  $\beta = 0.75$ . Последнее значение было найдено по экспериментально измеренной зависимости дополнительной релаксационной частоты  $\omega_{r1}$  от частотной невязанности резонатора  $\Omega$  (см. [24]).

Однако в ходе экспериментов не удается измерить такие параметры, как модули и фазы комплексных коэффициентов связи  $\tilde{m}_{1,2}$ . Далее для простоты коэффициенты связи считаются комплексно-сопряженными ( $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 0$ ). Величины модулей коэффициентов связи  $m_{1,2}$  подбирались таким образом, чтобы экспериментально найденные значения частоты автомодуляции и границ неустойчивости автомодуляционного режима первого рода, т. е. точек бифуркации удвоения периода автомодуляции, согласовывались с результатами численного моделирования. Приведенные на рис.2 результаты численного моделирования были получены при  $m_1/2\pi = 130 \text{ кГц}$ ,  $m_2/2\pi = 318 \text{ кГц}$ , в этом случае частота автомодуляции  $\omega_m/2\pi = 220 \text{ кГц}$ .

#### 4. Результаты исследований

В настоящей работе экспериментально и на основе численного моделирования исследовалось влияние ин-

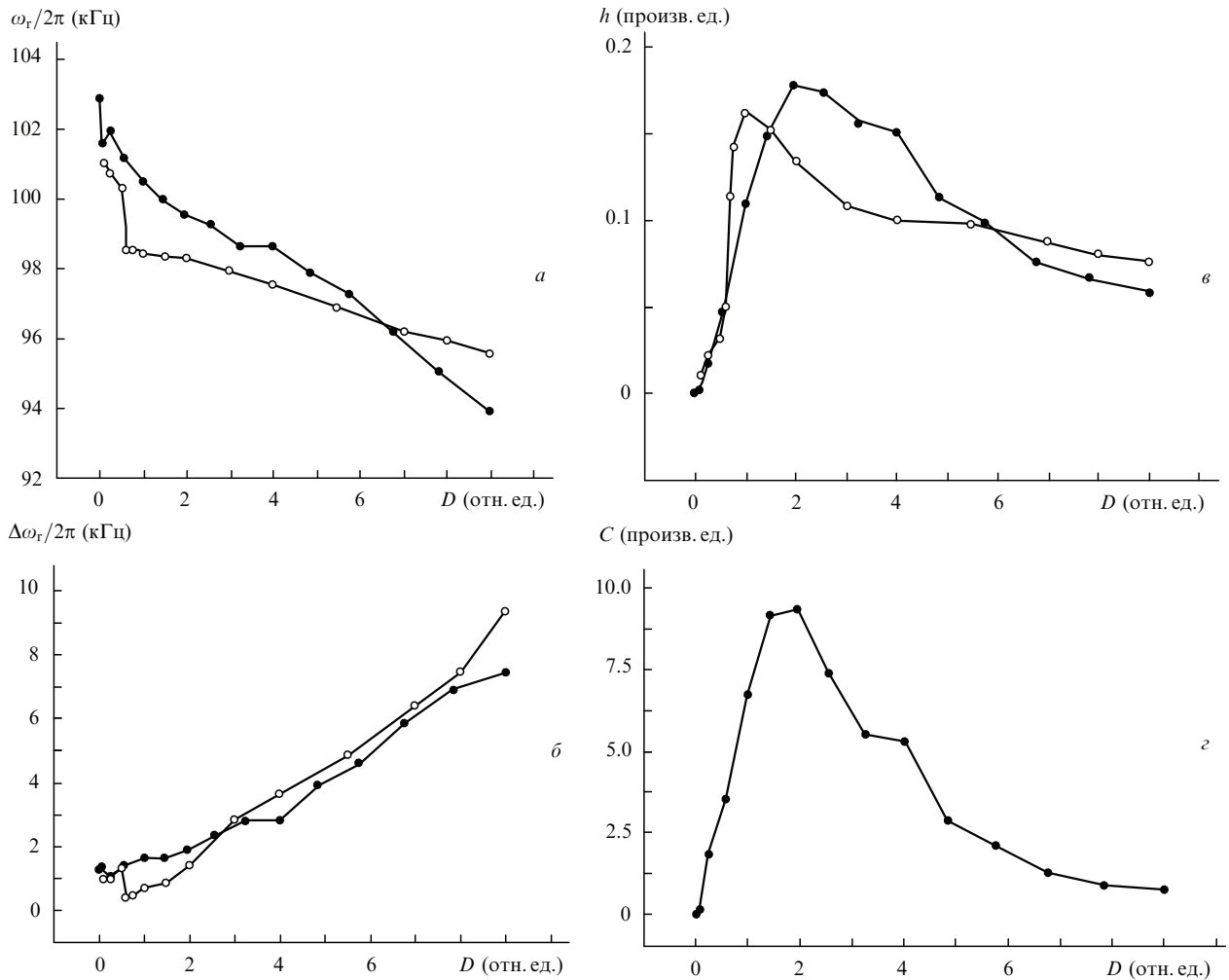
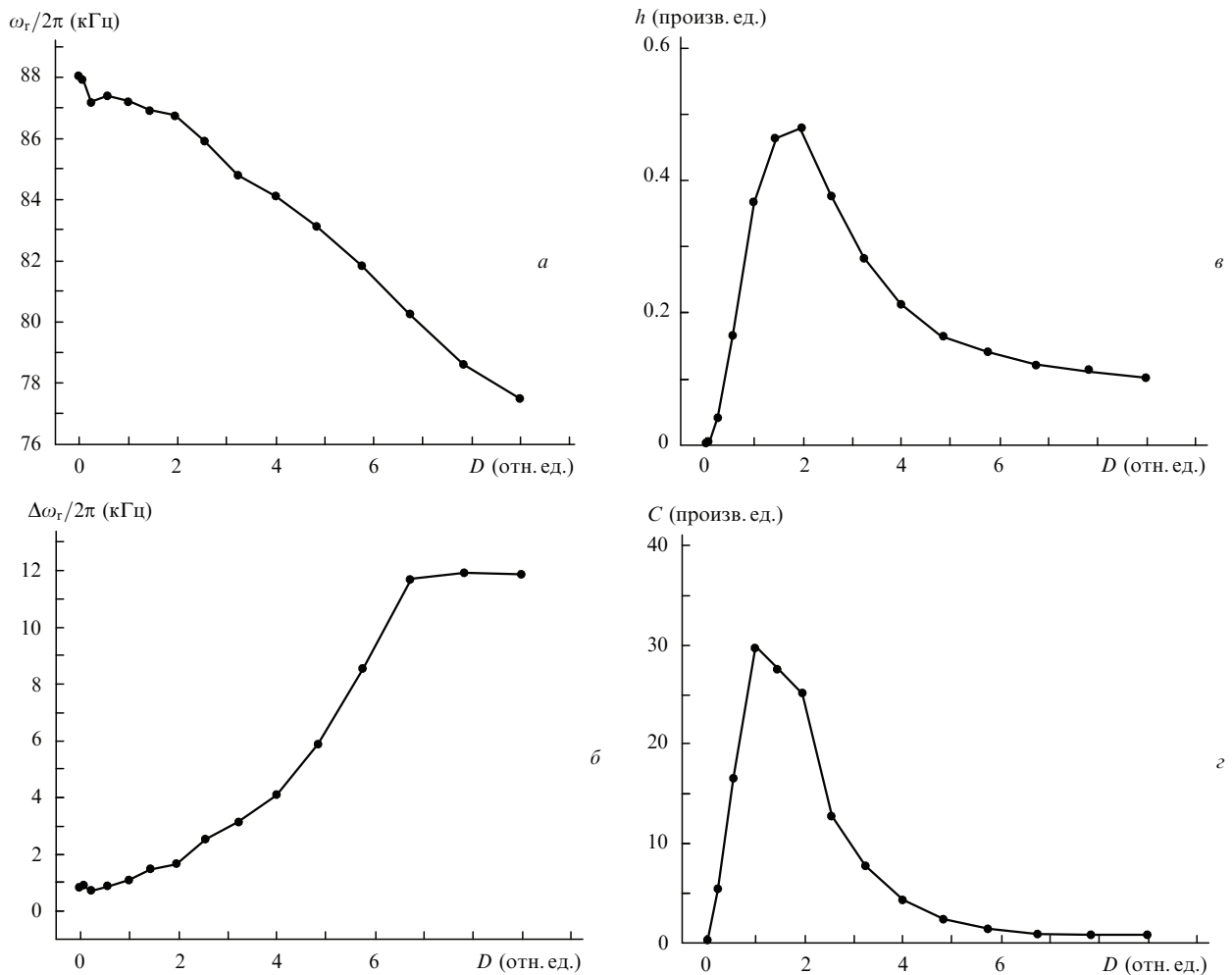


Рис.2. Зависимости частоты релаксационного пика (а), его ширины (б) и высоты  $h$  (в) от относительной интенсивности шума  $D$  при превышении накачки над порогом  $\eta = 0.235$  (светлые точки – численное моделирование, темные – эксперимент), а также экспериментально найденная зависимость параметра когерентности  $C = h\omega_r/\Delta\omega_r$  от интенсивности шума (г).

Рис.3. Те же экспериментальные зависимости, что и на рис.2, при  $\eta = 0.18$ .

тенсивности шума накачки на частоту релаксационного пика, его ширину и высоту. Обычно при рассмотрении влияния шума на характеристики лазерного излучения учитываются лишь линейные процессы (интенсивность шума мала), когда частота возбуждаемых шумом релаксационных колебаний и скорость их затухания не зависят от интенсивности шума. В наших исследованиях обнаружены нелинейные стохастические явления: индуцированное шумом смещение релаксационной частоты, уширение релаксационного пика в спектре излучения и некоторые другие. Эти явления, как было установлено, могут возникать даже при достаточно малых интенсивностях шума накачки.

В отсутствие шума при работе лазера в автомодуляционном режиме первого рода в спектре мощности излучения имеется основной пик на частоте автомодуляции  $\omega_m$ . При воздействии шума возникают два дополнительных пика: на основной релаксационной частоте  $\omega_r$  и на комбинационной частоте  $\omega_m - \omega_r$ . Автомодуляционный режим первого рода устойчив в некоторой области значений  $\eta$ . Так, при  $\eta > \eta_{cr}$  возникают бифуркации удвоения периода автомодуляционных колебаний. В настоящей работе исследования проводились в области устойчивости автомодуляционного режима первого рода ( $\eta < \eta_{cr}$ , т. е. до точки бифуркации удвоения периода).

Влияние шума на релаксационные колебания было экспериментально исследовано при  $\eta = 0.235$  и  $0.18$ . Бифуркация удвоения периода возникла в исследуемом

лазере при  $\eta > \eta_{cr} = 0.25$ . Характерные зависимости частоты релаксационного пика, его ширины и высоты от интенсивности шума при  $\eta = 0.235$  приведены на рис.2, здесь же приведены результаты численного моделирования. Аналогичные экспериментальные зависимости, полученные при  $\eta = 0.18$ , показаны на рис.3.

Из приведенных зависимостей следует, что с ростом интенсивности шума частота релаксационных колебаний монотонно уменьшается, а ширина пика растет. Полученные при различных  $\eta$  зависимости качественно совпадают, однако имеются некоторые количественные различия. Например, уширение спектрального пика с ростом интенсивности шума оказывается более значительным при меньшем  $\eta$ . Экспериментально измеренные зависимости частоты релаксационного пика и его ширины хорошо согласуются с полученными при численном моделировании (см. рис.2, а, б).

Как видно из рис.2, в и 3, в, экспериментально и при численном моделировании наблюдается немонотонная зависимость высоты релаксационного пика от интенсивности шума, которая имеет резонансный характер: при некоторой (оптимальной) интенсивности шума высота пика достигает максимума.

В ряде работ при анализе стохастических резонансных эффектов используется параметр когерентности  $C = h\omega/\Delta\omega$ , характеризующий эффективность возбуждения шумом когерентных сигналов ( $\Delta\omega$ ,  $\omega$ ,  $h$  – ширина, частота и высота пика соответственно). Зависимость это-

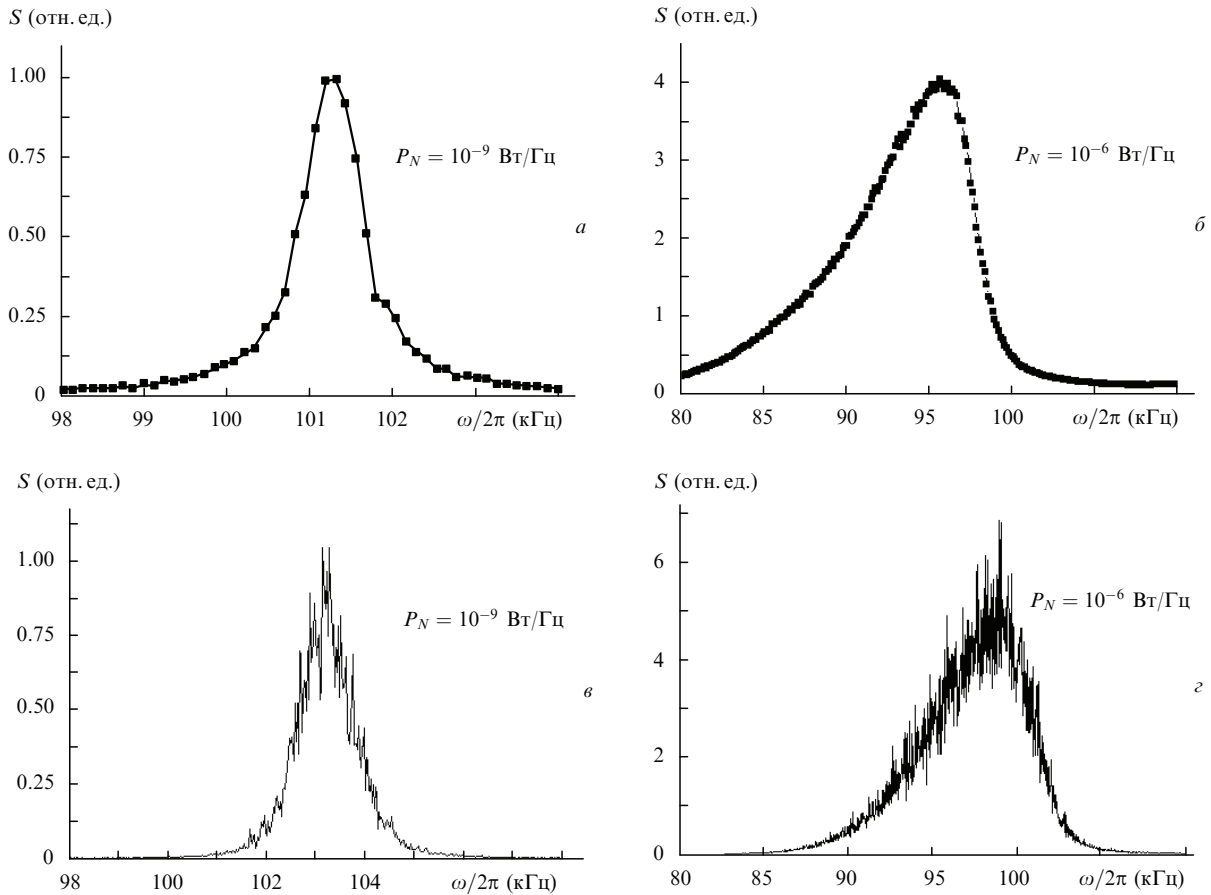


Рис.4. Влияние интенсивности шума накачки на форму релаксационного пика  $S(\omega)$ , полученное численно (а,б) и экспериментально (в,г) при мощности электрического шума  $P_N = 10^{-9}$  (слабая шумовая модуляция накачки) и  $10^{-6}$  Вт/Гц (сильная шумовая модуляция накачки).

го параметра от интенсивности шума, также имеющая резонансный характер, показана на рис.2,г и 3,г.

С ростом интенсивности шума  $D$  изменяется форма  $S(\omega)$  возбуждаемого шумом релаксационного пика (рис.4). Это видно из результатов численного моделирования (рис.4,а,б), а также эксперимента (рис.4,в,г). При малых интенсивностях шума спектральная линия симметрична относительно частоты  $\omega_r$  (рис.4,а,в). С увеличением интенсивности шума возникает существенная асимметрия: спектральные компоненты на левом крыле линии спадают при удалении от центра линии значительно медленнее, чем на правом (см. рис.4,б,г).

### 5. Обсуждение полученных результатов

Рассмотрим качественно физические механизмы, позволяющие объяснить некоторые из наблюдавшихся в настоящей работе стохастических явлений. Релаксационные колебания в лазере можно рассматривать как колебания некоторого нелинейного осциллятора, например осциллятора Тода (см., напр., [3, 25]). Ангармоничность проявляется в том, что частота колебаний такого осциллятора зависит от их амплитуды (неизохронность). В осцилляторе Тода частота колебаний уменьшается с ростом амплитуды. Приведенные на рис.2 и 3 зависимости  $\omega_r(D)$  могут быть объяснены тем, что с ростом шума увеличивается среднеквадратичная амплитуда релаксационных колебаний и их частота уменьшается.

Ширина пика релаксационных колебаний (см. рис.2,б и рис.3,б) монотонно растет с увеличением интенсивно-

сти шума, за исключением области малых  $D$ . Этот рост качественно объясняется следующим образом. Поскольку амплитуда возбуждаемых шумом релаксационных колебаний является случайной функцией времени, то релаксационная частота также оказывается случайной функцией времени, т. е. возникает шумовая фазовая модуляция. С ростом интенсивности шума фазовая модуляция усиливается, что приводит к уширению пика релаксационных колебаний. Объяснение немонотонной зависимости  $\Delta\omega_r(D)$  при малых интенсивностях шума, а также резонансной зависимости  $h(D)$  требует дальнейших исследований.

Эксперименты показали, что уширение релаксационного пика, возникающее под действием шума, уменьшается при приближении к точке бифуркации удвоения периода, поскольку вблизи нее возникает параметрическая синхронизация релаксационных колебаний, вследствие чего основная релаксационная частота становится равной половине частоты автомодуляции, которая зависит от интенсивности шума значительно слабее, чем релаксационная (см. [17]). В результате параметрической синхронизации ослабляется зависимость релаксационной частоты от шума, т. е. ширина релаксационного пика уменьшается. Кроме того, параметрическое взаимодействие автомодуляционных и релаксационных колебаний приводит к уменьшению декремента затухания релаксационных колебаний, которое становится более значительным при приближении к точке бифуркации. Это, естественно, также приводит к уменьшению ширины релаксационного пика.



## 6. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследовано влияние шума накачки на характеристики релаксационных колебаний в КТЛ, работающем в автомодуляционном режиме первого рода. Проведенные исследования позволили обнаружить ряд нелинейных стохастических эффектов: уменьшение частоты релаксационных колебаний и уширение релаксационного пика в спектре мощности излучения с ростом интенсивности шума, а также резонансную зависимость высоты этого пика от интенсивности шума. Некоторые из найденных закономерностей могут быть качественно объяснены на основе модели нелинейного осциллятора Тода.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00204 и 08-02-00217).

1. Van Druten N.J., Lien Y., Serrat C., van Exter M.P., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **62**, 3808 (2000).
2. Lien Y., de Vries S.M., van Druten N.J., van Exter M.P., Woerdman J.P. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 2786 (2001).
3. Lien Y., de Vries S.M., van Exter M.P., Woerdman J.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 1461 (2002).
4. Paoli P., Politi A., Arecchi F.T. *Z. Phys. B*, **71**, 403 (1988).
5. Gammaitoni L., Hanggi P., Jung P., Marchesoni F. *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 223 (1998).
6. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. *УФН*, **169**, 7 (1999).
7. Климонтович Ю.Л. *УФН*, **169**, 39 (1999).
8. Pikoŭsky A.S., Kurth J. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 775 (1997).
9. Lee De Ville R.E., Vanden-Eijnden E., Muratov C.B. *Phys. Rev. E*, **72**, 031105 (2005).
10. Ushakov O.V., Wunsche H.J., Henneberger F., Khovanov I.A., Schimansky-Geier L., Zaks M.A. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 123903 (2005).
11. Neiman A., Saporin P.I., Stone L. *Phys. Rev. E*, **56**, 270 (1997).
12. Guidoni L., Mannella R., Isaia V., Verkerk P., Arimondo E. *Nuovo Cimento D*, **17**, 803 (2006).
13. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 2626 (1988).
14. Kiss I.Z., Hudson J.L., Escalera Santos G.J., Parmananda P. *Phys. Rev. E*, **67**, 035201 (2003).
15. Wiesenfeld K. *Phys. Rev. A*, **32**, 1744 (1986).
16. Lamela H., Perez S., Carpintero G. *Opt. Lett.*, **26**, 69 (2001).
17. Золотоверх И.И., Камышева А.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **38**, 965 (2008).
18. Van der Sande G., Soriano M.C., Yousefi M., Peeters M., Danckaert J., Verschaffel G., Lenstra D. *Appl. Phys. Lett.*, **88**, 071107 (2006).
19. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **22**, 1171 (1995).
20. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **22**, 213 (1995).
21. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G. *Laser Phys.*, **7**, 196 (1997).
22. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 638 (1997).
23. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 880 (1998).
24. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **37**, 1011 (2007).
25. Ханин Я.И. *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999).