

Тепловые режимы и предельные интенсивности накачки дискового лазера при одномерном распределении температуры внутри диска

А.Н.Алпатьев, В.А.Смирнов, И.А.Щербаков

Получены аналитические выражения для одномерного распределения температуры и термоупругих напряжений в дисковом активном элементе (АЭ) при стационарной многопроходной накачке, интенсивность которой равна или превышает пороговую. Рассмотрены три события, связанные с нагреванием АЭ, каждое из которых выводит лазер из строя: падение эффективности вследствие изменения спектрально-люминесцентных свойств активных сред, нарушение нормального режима охлаждения АЭ, разрушение АЭ из-за роста термомеханических напряжений. Определены области параметров (таких как коэффициент поглощения АЭ, его толщина и т. д.), при которых по мере увеличения интенсивности накачки и соответственно температуры АЭ первым наступает одно из указанных выше событий. Получены формулы, позволяющие для каждого набора параметров дать оценку соответствующих предельных интенсивностей накачки.

Ключевые слова: дисковые лазеры, эффективность генерации, предельная интенсивность накачки.

1. Введение

При создании мощных лазеров, подверженных значительным тепловым нагрузкам, возникают проблемы, связанные с работой активной среды в условиях сильного нагрева. К факторам, ограничивающим эффективность работы лазера или вообще выводящим его из строя, относятся, например, изменение спектрально-люминесцентных характеристик активной среды при нагреве, нарушение нормального режима охлаждения (в случае охлаждения водой – её закипание), разрушение активного элемента (АЭ), связанное с ростом температурных напряжений. При этом в зависимости от параметров АЭ и охлаждающей системы существует определённая очерёдность наступления указанных выше событий по мере роста интенсивности накачки. Знание этой очерёдности позволяет для каждой конкретной ситуации подобрать оптимальные с точки зрения реализации потенциальных возможностей данной активной среды параметры лазера.

Особую актуальность изучение тепловых режимов приобрело в связи с созданием мощных лазеров на дисковых АЭ [1–3], а также в связи с развитием разработанной ранее концепции оптически плотных сред применительно к дисковым лазерам [4, 5]. В настоящей работе получены аналитические выражения для одномерного распределения температуры и термоупругих напряжений в дисковом АЭ при стационарной многопроходной накачке, интенсивность которой равна или превышает пороговую, что позволяет в первом приближении считать коэффициент поглощения постоянным по толщине диска. Оп-

ределены области параметров, в частности коэффициента поглощения на длине волны накачки, толщины АЭ и ряда других, при которых по мере роста интенсивности накачки и соответственно температуры АЭ первым наступает одно из трёх перечисленных выше событий, выводящих лазер из нормального режима работы. Получены формулы, позволяющие для каждого набора параметров дать оценку соответствующих предельных интенсивностей накачки.

2. Оптическая схема накачки

Рассмотрим поглощение продольной стационарной однородной (по радиусу диска) накачки дисковым кристаллом с коэффициентом поглощения k , приводящее к возбуждению рабочего лазерного уровня активатора и достижению пороговой инверсной населённости. Рассмотрим два варианта схем накачки. Первый вариант – традиционная (с использованием минимального числа зеркал) оптическая схема (рис.1,а), когда излучение накачки попадает на АЭ через зеркало резонатора лазера и далее либо выходит из резонатора после одного прохода по АЭ, либо возвращается обратно после отражения от второго зеркала резонатора. В такой схеме для увеличения общего поглощения накачки увеличивают концентрацию поглощающих ионов, которые, как правило, и являются рабочими лазерными ионами. Второй вариант – многопроходная оптическая схема накачки (рис.1,б), в которой используется любое число дополнительных зеркал (кроме зеркал резонатора), многократно возвращающих в АЭ накачку, не поглощённую на предыдущих проходах.

Рассмотрим распространение излучения накачки в АЭ (рис.1) с учётом отражения от всех зеркал. Положим, что коэффициент поглощения накачки активатором в кристалле одинаков в любой точке АЭ (это возможно при накачке выше пороговой). После всех проходов полная интенсивность накачки внутри АЭ в точке z

А.Н.Алпатьев, В.А.Смирнов, И.А.Щербаков. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: lisdenis@mail.ru

Поступила в редакцию 17 марта 2009 г., после доработки – 2 июля 2009 г.

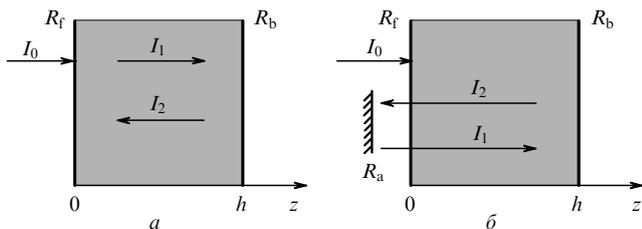


Рис.1. Традиционная оптическая схема накачки диска (а) и многопроходная оптическая схема накачки диска с дополнительными зеркалами (б) (показано только одно зеркало).

$$I(z) = I_1(z) + I_2(z) = I_0 A_1 e^{-kz} + I_0 A_1 A_2 e^{kz}, \quad (1)$$

где $I_1(z)$ – суммарная интенсивность волн, распространяющихся вправо; $I_2(z)$ – суммарная интенсивность волн, распространяющихся влево; I_0 – входная интенсивность.

Для традиционной накачки диска (рис.1,а)

$$A_1 = \frac{T_f}{1 - R_b R_f e^{-2kh}}$$

– суммирующий коэффициент (сумма бесконечной геометрической прогрессии) всех интенсивностей волн $I_{1i}(0)$ на поверхности $z = 0$ (где i – номер кругового обхода), возвращающихся в диск после отражения от передней поверхности зеркала; R_f и R_b – коэффициенты отражения переднего и заднего зеркал соответственно (зеркала могут либо наноситься непосредственно на поверхность диска, либо располагаться на некотором удалении от него); $T_f = 1 - R_f$ – коэффициент пропускания накачки передней поверхностью зеркала.

Для многопроходной накачки с дополнительными выносными зеркалами (рис.1,б)

$$A_1 = \frac{T_f [1 - (R_b R_0)^N e^{-2Nkh}]}{1 - R_b R_0 e^{-2kh}}$$

– суммирующий коэффициент всех интенсивностей волн $I_{1i}(0)$ на поверхности $z = 0$, возвращающихся в диск после отражения от комбинированного дополнительного зеркала с эффективным коэффициентом отражения $R_0 = R_a T_f^2$; R_a – коэффициент отражения дополнительного выносного зеркала; $2N$ – число проходов; N – число дополнительных выносных зеркал.

Коэффициент $A_2 = R_b e^{-2kh}$ характеризует убыль интенсивности $I_{1i}(0)$ в результате одного кругового обхода по диску и одинаков как для традиционной накачки, так и для накачки с дополнительными выносными зеркалами.

3. Температура дискового АЭ при многопроходной однородной стационарной накачке

Рассмотрим диск как теплофизический объект, в котором существуют внутренние источники тепловыделения и, следовательно, тепловые потоки, формирующие температурное поле. Это поле может привести как к разрушению самого диска, так и к нежелательному воздействию на охлаждающую среду.

Будем считать, что боковые поверхности диска теплоизолированы, накачка освещает всю плоскость диска, а торцы охлаждаются так, что градиент температуры в диске перпендикулярен им, т. е. распределение температу-

ры однородно по радиусу диска. Такая ситуация сводится к одномерной задаче теплопроводности, когда температура зависит только от одной координаты z [6–8].

Пусть диск находится в системе координат, указанной на рис.1. Стационарное уравнение теплопроводности, в котором тепловые потоки направлены только по оси z , а мощность источников тепловыделения одинакова по радиусу диска и является функцией от z , имеет вид

$$\frac{dT^2(z)}{dz^2} = -\frac{q_v(z)}{\lambda}, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; $q_v(z) = \xi I_0 A_1 k \times (e^{-kz} + A_2 e^{kz})$ – суммарная объёмная плотность мощности источников тепловыделения для интенсивностей всех волн накачки внутри диска, распространяющихся в прямом и обратном направлениях; ξ – доля поглощенной мощности накачки, перешедшей в тепло.

Граничные условия 3-го рода на обеих поверхностях диска таковы:

$$\frac{dT}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{\alpha_1}{\lambda} [T(0) - T_{f1}], \quad \frac{dT}{dz} \Big|_{z=h} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} [T(h) - T_{f2}], \quad (3)$$

где α_1 , $T(0)$ и T_{f1} – коэффициент теплообмена поверхности диска с охлаждающей средой, температура поверхности диска при $z = 0$ и температура охлаждающей среды слева от АЭ (рис.2); α_2 , $T(h)$ и T_{f2} – коэффициент теплообмена поверхности диска с охлаждающей средой, температура поверхности диска при $z = h$ и температура охлаждающей среды справа от АЭ (считается, что охлаждающая среда, например вода, омывает или непосредственно охлаждаемый торец диска, или подложку, на которой находится диск, при этом диаметры диска и подложки равны, а величина α_2 представляет собой эффективный коэффициент теплообмена диска с охлаждающей жидкостью через подложку).

Решение уравнения (2) с граничными условиями (3) имеет вид

$$T(z) = I_0 \xi A_1 [f_1(z) - A_2 f_2(z)] - \Delta T(z) + T_{f1}, \quad (4)$$

где

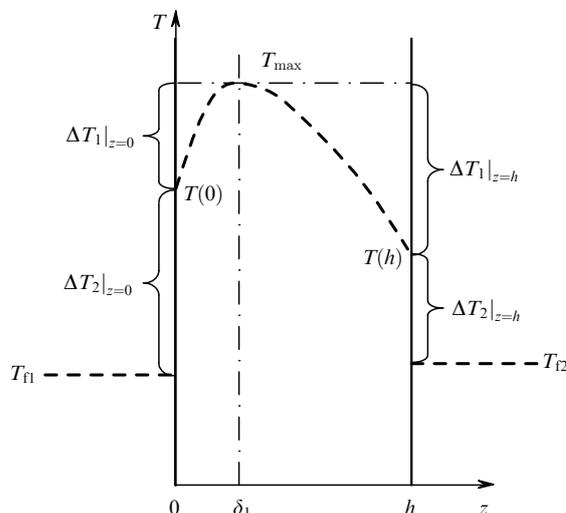


Рис.2. Качественная картина распределения температур в диске.

$$f_1(z) = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\lambda}{\alpha_1} - \frac{a_1}{b} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + z \right) + \frac{(1 - e^{-kz})}{k} \right];$$

$$f_2(z) = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\lambda}{\alpha_1} - \frac{a_2}{b} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + z \right) - \frac{(1 - e^{kz})}{k} \right];$$

$$a_1 = \frac{\lambda}{\alpha_1} + \frac{1}{k} + e^{-kh} \left(\frac{\lambda}{\alpha_2} - \frac{1}{k} \right);$$

$$a_2 = \frac{\lambda}{\alpha_1} - \frac{1}{k} + e^{kh} \left(\frac{\lambda}{\alpha_2} + \frac{1}{k} \right); \quad b = \frac{\lambda}{\alpha_1} + \frac{\lambda}{\alpha_2} + h;$$

$$\Delta T(z) = \frac{\Delta T_f}{b} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + z \right); \quad \Delta T_f = T_{f1} - T_{f2}.$$

Качественная картина распределения температур и обозначения приведены на рис.2. На поверхностях диска имеют место перепады температур по отношению к температурам охлаждающих сред $\Delta T_2|_{z=0} = T(0) - T_{f1}$ и $\Delta T_2|_{z=h} = T(h) - T_{f2}$.

Поскольку охлаждение АЭ происходит с торцов, то распределение температур (4) по толщине диска будет иметь максимум. Пусть этот максимум располагается на расстоянии δ_1 от левой поверхности диска, тогда из равенства нулю производной $dT/dz|_{z=\delta_1}$ получим уравнение

$$-I_0 \xi A_1 \frac{1}{\lambda} (e^{-k\delta_1} - A_2 e^{k\delta_1}) = C, \quad (5)$$

где

$$C = -I_0 \xi A_1 \frac{1}{b\lambda} (a_1 - a_2 A_2) - \frac{\Delta T_f}{b}.$$

Обозначим $x = e^{-k\delta_1}$, тогда уравнение (5) приводится к следующему виду:

$$x^2 + \frac{C\lambda}{\xi I_0 A_1} x - A_2 = 0.$$

Решение последнего уравнения имеет вид

$$x = -\frac{C\lambda}{2\xi I_0 A_1} + \left[\left(\frac{C\lambda}{2\xi I_0 A_1} \right)^2 + A_2 \right]^{1/2},$$

или

$$\delta_1 = -\frac{1}{k} \ln x.$$

Максимальная температура в диске

$$T_{\max} = \Delta T_1|_{z=0} + \Delta T_2|_{z=0} + T_{f1} = \Delta T_1|_{z=h} + \Delta T_2|_{z=h} + T_{f2},$$

где

$$\Delta T_1|_{z=0} = T_{\max} - T(0); \quad \Delta T_1|_{z=h} = T_{\max} - T(h).$$

4. Предельные внутренние и внешние температуры

Рассмотрим случай, когда охлаждающие среды на обеих поверхностях диска имеют одинаковую температуру, равную комнатной ($T_{f1} = T_{f2} = 300$ К). Тогда выра-

жения для перепадов температур $\Delta T_i|_z$ (где $i = 1, 2; z = 0, h$) записываются в виде

$$\Delta T_1|_{z=0} = \xi I_0 A_1 F_{10} = \frac{\xi I_0 A_1}{k\lambda} \times \left[1 - x + A_2 \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \frac{k\delta_1}{b} (a_1 - a_2 A_2) \right],$$

$$\Delta T_2|_{z=0} = \xi I_0 A_1 F_{20} = \frac{\xi I_0 A_1}{\alpha_1} \left[1 - A_2 - \frac{1}{b} (a_1 - a_2 A_2) \right],$$

$$\Delta T_1|_{z=h} = \xi I_0 A_1 F_{1h} = \frac{\xi I_0 A_1}{k\lambda} \left[e^{-kh} - x + A_2 \times \left(e^{kh} - \frac{1}{x} \right) + \frac{k(h - \delta_1)}{b} (a_1 - a_2 A_2) \right], \quad (6)$$

$$\Delta T_2|_{z=h} = \xi I_0 A_1 F_{2h} = \frac{\xi I_0 A_1}{\alpha_2} \times \left[-e^{-kh} + A_2 e^{kh} + \frac{1}{b} (a_1 - a_2 A_2) \right],$$

где

$$x = e^{-k\delta_1} = \frac{a_1 - a_2 A_2}{2b} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{4b^2 A_2}{(a_1 - a_2 A_2)^2} \right]^{1/2} \right\}.$$

Видно, что перепады температур пропорциональны интенсивности накачки, числу её проходов по диску и доле поглощённой мощности накачки, перешедшей в тепло, а также функции $F_{iz}(\lambda, k, h, \alpha_1, \alpha_2, R_b)$, аргументы которой отвечают за характер теплообмена с охлаждающей средой. Отношения перепадов температур друг к другу не зависят от входной интенсивности накачки и числа её проходов по диску ($A_1(N)$) с добавочными зеркалами, а зависят только от параметров активной среды (h, k, λ) и условий охлаждения (α_1 и α_2).

Табл.1. Перепады температур при произвольной интенсивности накачки и предельные интенсивности накачки.

Зона	Перепады температур	Предельные интенсивности накачки
A	$\Delta T_{20} = I_0 \xi A_1 F_{20}$	$I_0^{\text{cr}} = \frac{\Delta T_{20}^{\text{cr}}}{\xi A_1 F_{20}}$
B	$\Delta T_{2h} = I_0 \xi A_1 F_{2h}$	$I_0^{\text{cr}} = \frac{\Delta T_{2h}^{\text{cr}}}{\xi A_1 F_{2h}}$
C	$\Delta T_{10} = I_0 \xi A_1 F_{10}$ $\Delta T_{1h} = I_0 \xi A_1 F_{1h}$	$I_0^{\text{dst}} = \frac{\lambda k}{\xi A_1 \Phi(0)} \frac{\sigma_s}{\gamma}$
D	$T_{\max} - T_{f1} = I_0 \xi A_1 (F_{10} + F_{20})$ $T_{\max} - T_{f2} = I_0 \xi A_1 (F_{1h} + F_{2h})$	$I_0^{\text{Tmax}} = \frac{T_{\max} - T_{f1}}{\xi A_1 (F_{10} + F_{20})}$ $I_0^{\text{Tmax}} = \frac{T_{\max} - T_{f2}}{\xi A_1 (F_{1h} + F_{2h})}$

Примечания: зона А – достижение критического внешнего перепада температур (например, закипание воды) при $z = 0$ ($\Delta T_{20}^{\text{cr}} + T_{f1} = 373$ К); зона В – достижение критического внешнего перепада температур (например, закипание воды или расплавление подложки) при $z = h$ ($\Delta T_{2h}^{\text{cr}} + T_{f2} = 373$ К или $\Delta T_{2h}^{\text{cr}} + T_{f2} = T_{\text{melt}}$); зона С – разрушение кристалла диска; зона D – ограничение максимальной внутренней температуры заданной величиной T_{\max} .

Очевидно, что для перепадов температур существуют некоторые критические значения, превышение которых выводит лазер из строя, что ведёт к ограничению интенсивности накачки. Здесь мы рассмотрим некоторые случаи предельных перепадов температур. Назовём внутренними критическими перепадами температур такие перепады ΔT_{10} и ΔT_{1h} , при которых либо происходит разрушение диска, либо T_{\max} достигает наперёд заданного критического значения. Внешними критическими перепадами температур назовём такие, при которых охлаждаемая поверхность диска начинает воздействовать на охлаждающую среду таким образом, что нарушается нормальный режим охлаждения. Например, происходит закипание воды или расплавление легкоплавкого металла. Для определённости будем считать, что температура охлаждаемых торцов диска в этих случаях не должна превышать температуру кипения воды при нормальных условиях или температуры плавления подложки. В табл.1 приведены формулы, описывающие эти критические события.

5. Термоупругое напряжение и предельная интенсивность накачки, термически разрушающая диск

Выражение для термоупругих напряжений при произвольной температуре внутри свободного тонкого диска $T(z)$ приведено, например, в [9, 10] и имеет вид

$$\sigma(z) = \gamma \left[-T(z) + \bar{T} + \tilde{T}(z) \left(z - \frac{h}{2} \right) \right], \quad (7)$$

где

$$\sigma_{xx}(z) = \sigma_{yy}(z) = \sigma(z); \quad \sigma_{zz} = 0;$$

$$\bar{T} = \frac{1}{h} \int_0^h T(z) dz; \quad \tilde{T}(z) = \frac{12}{h^3} \int_0^h T(z) \left(z - \frac{h}{2} \right) dz;$$

γ – коэффициент, пропорциональный коэффициенту термического расширения, обратный коэффициенту упругих податливостей и изменяющийся в зависимости от ориентации диска относительно кристаллофизических осей кристалла [4].

Подставляя в выражение (7) температуру (4), получаем

$$\sigma(z) = \gamma I_0 \xi A_1 \frac{1}{\lambda k} \Phi(z),$$

где

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) - A_2 \Phi_2(z);$$

$$\Phi_1(z) = -\frac{1 - e^{-kh}}{kh} + e^{-kz} + \frac{12}{kh^2} \left(z - \frac{h}{2} \right)$$

$$\times \left(\frac{1 + e^{-kh}}{2} - \frac{1 - e^{-kh}}{kh} \right);$$

$$\Phi_2(z) = -\frac{1 - e^{kh}}{kh} - e^{kz} + \frac{12}{kh^2} \left(z - \frac{h}{2} \right)$$

$$\times \left(\frac{1 + e^{kh}}{2} + \frac{1 - e^{kh}}{kh} \right).$$

Согласно [4], чтобы диск не разрушился при нагревании, должно выполняться неравенство

$$\sigma_s \geq \gamma I_0 \xi A_1 \frac{\Phi(z)}{\lambda k}, \quad (8)$$

где σ_s – предельное напряжение при хрупком разрушении. Если правая часть (8) ни при каком значении z не превышает левой части, то разрушения диска не происходит. Внутри диска, находящегося в напряженном состоянии, существуют две несимметрично расположенные плоскости разгрузки, параллельные его торцам. Между плоскостями разгрузки напряжение отрицательное (сжатие), а между плоскостями разгрузки и торцами – положительное (растяжение). Максимальное напряжение, при любых значениях параметров k и h , появляется на поверхности $z = 0$; при этом выражение для $\Phi(z)$ приобретает вид

$$\Phi(0) = \Phi_1(0) - A_2 \Phi_2(0),$$

где

$$\Phi_1(0) = -\frac{1 - e^{-kh}}{kh} + 1 - \frac{6}{kh} \left(\frac{1 + e^{-kh}}{2} - \frac{1 - e^{-kh}}{kh} \right);$$

$$\Phi_2(0) = -\frac{1 - e^{kh}}{kh} - 1 - \frac{6}{kh} \left(\frac{1 + e^{kh}}{2} + \frac{1 - e^{kh}}{kh} \right).$$

Таким образом, для предельной интенсивности накачки можно получить выражение

$$I_0^{\text{dst}} = \frac{\sigma_s}{\gamma} \frac{\lambda k}{\xi A_1 \Phi(0)}. \quad (9)$$

Из него следует, что с ростом k интенсивность накачки, разрушающей образец, растёт, т.е. растёт порог разрушения образца. Об экспериментальном подтверждении этого эффекта говорится, например, в работе [4].

6. Зоны критических событий (А, В, С, D) в параметрах k и h

Под зонами будем понимать такие области параметров k и h , в которых, по мере увеличения интенсивности накачки, первым достигается одно из следующих событий: закипание охлаждающей воды, расплавление подложки из легкоплавкого металла (используемого, например, в конструкции холодильника на основе эффекта Пельтье), существенное ухудшение генерационных параметров лазера из-за изменения спектрально-люминесцентных свойств активной среды при нагреве, разрушение или расплавление самого диска. Зоны могут соответствовать не только критическим событиям, но и областям с наперёд заданными температурами как внутри, так и на поверхности диска, что позволяет моделировать лазерные системы. Так, оценки показывают, что для диска из кристалла YAG:Nd при температуре ~ 473 К дифференциальный КПД уменьшается из-за изменения спектрально-люминесцентных характеристик активной среды при нагреве не более чем на 10%, а порог увеличивается в несколько раз. Однако в лазерах с большой

выходной мощностью такой рост порога (для четырех-уровневой схемы) малосуществен.

Представляет интерес учёт в полученных формулах зависимости коэффициента теплопроводности λ от температуры. Эта зависимость для кристалла YAG: Nd приведена, например, в работах [1, 11] и имеет вид

$$\lambda(T) = \lambda_0 \left(\frac{204 \text{ К}}{T - 96 \text{ К}} \right)^{0.63}, \quad (10)$$

где λ_0 – коэффициент теплопроводности при $T_0 = 300 \text{ К}$. В работе [12] для того же кристалла приведена в первом приближении аппроксимация

$$\lambda(T) = \lambda_0 \frac{T_0}{T}. \quad (11)$$

До температуры $T = 1000 \text{ К}$ аппроксимации (10) и (11) различаются не более чем на 25 %.

Для анализа приведенных в табл.1 возможных критических событий в первом приближении будем использовать выражение (10) до температур разрушения диска. Далее для оценки границ зон экстремальных событий (А, В, С, D) сделаем допущение, что коэффициент теплопроводности, соответствующий выражению (10), будет одинаков по всей толщине диска и равен λ при максимальной температуре T_{\max} . Очевидно, что средняя по толщине температура диска меньше его максимальной температуры, а следовательно, и средний по толщине диска коэффициент теплопроводности будет несколько больше. Считаем, что поглощение в АЭ слабо зависит от температуры, чего можно частично добиться изменением спектра накачки, согласовывая его с изменением спектра поглощения ионов неодима при увеличении температуры.

На основе полученных выше результатов и сделанных допущений можно выполнить оценку границ зон экстремальных событий и определить таким образом очерёдность этих событий. Внутри каждой из зон А, В, С, D температуры могут достигать только своих критических значений, при этом зоны будут строго разделены.

Рассмотрим для примера дисковый АЭ из кристалла YAG: Nd, обладающего кубической симметрией, с ориентацией кристаллофизической оси диска по отношению к направлению распространения излучения накачки $z \parallel [100]$ при различных способах охлаждения и одинаковых температурах охлаждающих сред $T_{f1} = T_{f2} = 300 \text{ К}$. Для кристалла YAG: Nd использовались следующие параметры: $\lambda_0 = 0.13 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$, $\sigma_s = 2008 \text{ кг}/\text{см}^2$, $\gamma = 33.95 \text{ кг}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$ [4], $\xi = 0.241$ (стоксовы потери при накачке на длине волны $\lambda_p = 0.808 \text{ мкм}$ и генерации на длине волны $\lambda_g = 1.064 \text{ мкм}$).

6.1. Методика нахождения границы зон В–С

Граница зон разделяет два события – достижение критического внешнего перепада температур $\Delta T_{2h}^{\text{cr}}$ при $z = h$ (зона В) и разрушение диска (зона С).

6.1.1. Край границы зон В–С

Для определения края границы зон требуется найти граничные значения $h_x, \lambda_x(T_{\max})$. Из табл.1 (зоны В и С) возьмём выражения для интенсивностей накачки, при которых создаётся критический внешний перепад температур и происходит разрушение диска, и приравняем их друг другу. Полученное выражение преобразуем для случая $k \rightarrow 0$:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\lambda k F_{2h}(k, h, \lambda)}{\Phi(0, k, h)} = \frac{12\lambda}{h\alpha_2} \frac{b_1(h, \lambda)}{b(h, \lambda)} = \frac{\gamma}{\sigma_s} \Delta T_{2h}^{\text{cr}}, \quad (12)$$

где $b_1(h, \lambda) = \lambda/\alpha_1 + h/2$. Далее из табл.1 (зона С) возьмём, например, выражение для внутреннего перепада температур в момент разрушения, которое тоже преобразуем для случая $k \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow 0} \Delta T_{1h}^{\text{dst}}(k, h, \lambda) &= 6 \frac{\sigma_s b_1^2(h, \lambda)}{\gamma b^2(h, \lambda)} \\ &= T_{\max}(\lambda) - \Delta T_{2h}^{\text{cr}} - T_{f2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из уравнений (12) и (13) соответственно получим

$$h = -\frac{C(\lambda)}{2} + \left[\frac{C^2(\lambda)}{4} + \frac{12\lambda^2 \sigma_s}{\alpha_1 \alpha_2 \gamma \Delta T_{2h}^{\text{cr}}} \right]^{1/2}, \quad (14)$$

$$h = \frac{12\lambda}{\alpha_2 \Delta T_{2h}^{\text{cr}}} \left\{ \frac{\sigma_s}{6\gamma} [T_{\max}(\lambda) - \Delta T_{2h}^{\text{cr}} - T_{f2}] \right\}^{1/2}, \quad (15)$$

где

$$C(\lambda) = \lambda \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - \frac{6\sigma_s}{\alpha_2 \gamma \Delta T_{2h}^{\text{cr}}} \right).$$

Приравнявая выражения (14) и (15) друг другу, получаем λ_x, T_{\max} и h_x .

Для системы воздух–диск–вода ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\Delta T_{2h}^{\text{cr}} = 73 \text{ К}$) при толщине диска $h_x = 0.8 \text{ см}$ закипание воды и разрушение диска происходят при одной и той же интенсивности накачки (при $k \rightarrow 0$). При этом $T_{\max} = 664 \text{ К}$ и $\lambda_x = 0.0682 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$. Для сравнения: при использовании зависимости $\lambda(T)$ согласно (11) получим $h_x = 0.7 \text{ см}$, $T_{\max} = 666 \text{ К}$ и $\lambda_x = 0.0586 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$.

Таким образом, вследствие зависимости λ от температуры граница зон, разделяющих два экстремальных события – закипание воды и разрушение диска, соответствует толщине диска 0.8 см (при малых k). При этом максимальная температура диска при малых k должна быть равна как минимум 664 К и расти вдоль границы зон (по мере увеличения h и k).

Для системы воздух–диск–легкоплавкий металл ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.1 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\Delta T_{2h}^{\text{cr}} + T_{f2} = 473 \text{ К}$ – приблизительная температура плавления металла) при толщине диска $h_x = 2.1 \text{ см}$ одновременно достигаются температура плавления подложки из легкоплавкого металла и температура разрушения диска (при $k \rightarrow 0$). При этом $T_{\max} = 678 \text{ К}$ и $\lambda_x = 0.0671 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$. Для сравнения: при использовании зависимости $\lambda(T)$ согласно (11) получим $h_x = 1.8 \text{ см}$, $T_{\max} = 679 \text{ К}$ и $\lambda_x = 0.0574 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$.

6.1.2. Граница зон В–С при $T_{\max}(k) > T_{\max}(k \rightarrow 0)$.

Из найденных в п. 6.1.1 параметров $T_{\max}(\lambda_x)$ и h_x при $k \rightarrow 0$ можно найти границу зон при любых k . Для этого из табл.1 (зоны В и С) возьмём выражения для интенсивностей накачки, при которых создаётся критический внешний перепад температур и происходит разрушение диска, и приравняем их друг другу. Полученное уравнение решаем относительно параметров k и h , предварительно задавая величину $T_{\max} > T_{\max}(k \rightarrow 0)$ ($T_{\max} = T_{\max}(k \rightarrow 0) + \Delta T$). На рис.3,а приведён результат расчета границы зон для системы воздух–диск–вода. Видно, что с увеличением T_{\max} граница закипания воды и разруше-

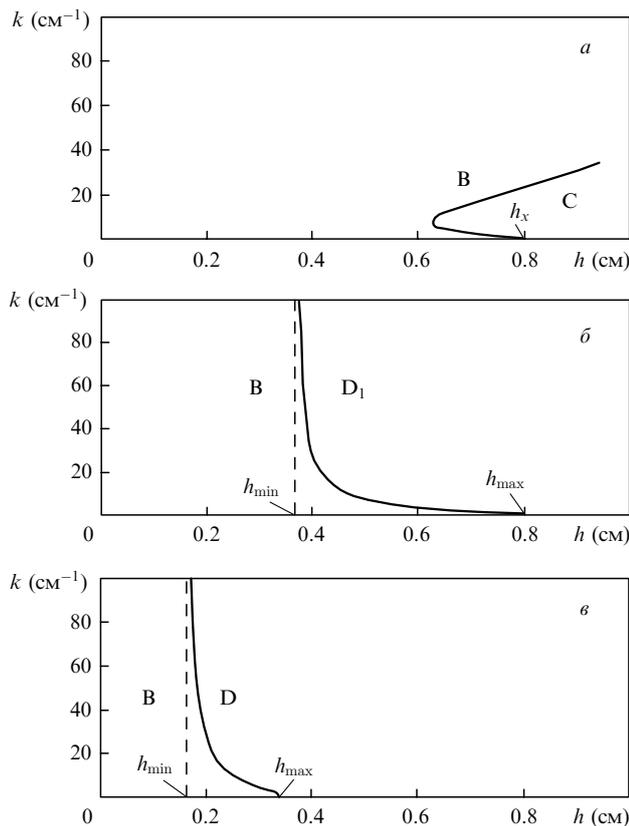


Рис.3. Границы зон (сплошные кривые) для диска из кристалла YAG: Nd с ориентацией $z \parallel [100]$ при охлаждении в системе воздух – диск – вода ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$). Зоны: В – закипание воды, С – разрушение диска, D и D1 – достижение $T_{\text{max}} = 473 \text{ К}$ и 664 К соответственно. Штриховые линии – асимптотики при $k \rightarrow \infty$.

ния диска имеет «излом» при $h \approx 0.62 \text{ см}$ и $k \approx 8 \text{ см}^{-1}$ (при $T_{\text{max}} \approx 733 \text{ К}$). Отсюда можно сделать вывод о том, что термомеханически разрушить диск можно только при толщинах, больших 0.62 см . При меньших толщинах первым достигается закипание воды.

Для системы воздух – диск – легкоплавкий металл поведение границы, разделяющей расплавление подложки и разрушение диска, будет аналогичным. Однако при температуре плавления $T_{\text{melt}} = 473 \text{ К}$ такой же «излом» будет иметь место при $h \approx 1.59 \text{ см}$ и $k \approx 3 \text{ см}^{-1}$ ($h_x = 2.1 \text{ см}$ при $k \rightarrow 0$), а при $T_{\text{melt}} = 523 \text{ К}$ точка «излома» перемещается к меньшим толщинам: $h \approx 1.24 \text{ см}$ при $k \approx 4 \text{ см}^{-1}$ ($h_x = 1.58 \text{ см}$ при $k \rightarrow 0$).

6.2. Методика нахождения границы зон В–D

Граница зон разделяет два события – достижение максимальной внутренней наперед заданной температуры T_{max} дискового АЭ, до которой лазер работает без существенных ухудшений генерационных параметров (зона D), и достижение критического внешнего перепада температур $\Delta T_{2h}^{\text{cr}}$ при $z = h$ (зона В).

Положим, что максимальная температура T_{max} , при которой Nd : YAG-лазер работает без заметного ухудшения генерационных параметров, равна 473 К . Используем предлагаемый метод анализа для определения параметров диска, при которых его максимальная температура не превышает T_{max} . Одновременно проследим за очередностью других событий, а именно закипанием воды или расплавлением подложки (в зависимости от спо-

соба охлаждения) по мере увеличения интенсивности накачки.

Приравняв взятые из табл.1 (зоны В и D) выражения для интенсивности накачки, при которой внешний перепад температур диска достигает критической величины $\Delta T_{2h}^{\text{cr}}$, к интенсивности накачки, при которой внутренняя максимальная температура достигает T_{max} , получим характеристическое выражение, которое преобразуется для случаев $k \rightarrow \infty$ и $k \rightarrow 0$:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{F_{1h}(k, h, \lambda)}{F_{2h}(k, h, \lambda)} = \frac{\alpha_2 h}{\lambda}, \tag{16}$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{F_{1h}(k, h, \lambda)}{F_{2h}(k, h, \lambda)} = \frac{\alpha_2 h b_1(h, \lambda)}{2\lambda b(h, \lambda)}. \tag{17}$$

Заметим, что при этом температура внутри диска максимальна на расстояниях $\delta_2 \rightarrow h$ и $\delta_2 \rightarrow hb_1/b$ при $k \rightarrow \infty$ и $k \rightarrow 0$ соответственно, где $\delta_2 = h - \delta_1$ – расстояние от правой стороны диска до плоскости внутри диска, имеющей температуру T_{max} . Используя (16) и (17), получаем минимальную и максимальную толщины диска:

$$h_{\text{min}} = \frac{\lambda}{\alpha_2} \left(\frac{T_{\text{max}} - T_{f2}}{\Delta T_{2h}^{\text{cr}}} - 1 \right), \quad h_{\text{max}} \approx 2h_{\text{min}}. \tag{18}$$

Поскольку $\alpha_1 \ll \alpha_2$, то для второго выражения точность составляет $\sim 10\%$ (при $h < 1 \text{ см}$). В интервале толщин $h_{\text{min}} < h < h_{\text{max}}$ в зависимости от k возможны оба события – достижение как критического внешнего перепада температур $\Delta T_{2h}^{\text{cr}}$, так и внутренней максимальной температуры T_{max} .

Для системы воздух – диск – вода (рис.3,в) ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$) в случае прямого контакта воды с диском при $z = h$ внутренняя максимальная температура 473 К достигается одновременно с закипанием воды (по мере увеличения интенсивности накачки) при толщине диска $h < h_{\text{cr}} \in [h_{\text{min}} = 0.161 \text{ см}, h_{\text{max}} = 0.34 \text{ см}]$ (в зависимости от k). При этом, если $h < h_{\text{cr}}$, закипание воды опережает достижение внутренней максимальной температуры 473 К , а если $h > h_{\text{cr}}$, эта температура достигается раньше закипания воды.

Для демонстрации эволюции очередности событий с наперед заданными критическими температурами на рис.3,б приведена кривая, для которой $h_{\text{max}} = h_x$, а зона D1 соответствует постоянной максимальной температуре $T_{\text{max}} = 664 \text{ К}$. Видно, что толщина диска для границы В – D1 больше, чем для границы В – D.

Для системы воздух – диск – легкоплавкий металл параметры $\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.1 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\Delta T_{2h}^{\text{cr}} + T_{f2} = T_{\text{melt}}$. Если $T_{\text{melt}} = 373 \text{ К}$, плавление подложки происходит при $h < h_{\text{cr}} \in [h_{\text{min}} = 1.21 \text{ см}, h_{\text{max}} = 3.24 \text{ см}]$, если $T_{\text{melt}} = 423 \text{ К}$ – при $h < h_{\text{cr}} \in [h_{\text{min}} = 0.36 \text{ см}, h_{\text{max}} = 0.87 \text{ см}]$ (рис.4,б), а если $T_{\text{melt}} = 453 \text{ К}$ – при $h < h_{\text{cr}} \in [h_{\text{min}} = 0.12 \text{ см}, h_{\text{max}} = 0.27 \text{ см}]$ (рис.4,а). При $T_{\text{melt}} \geq T_{\text{max}} = 473 \text{ К}$ первым событием по мере увеличения интенсивности накачки будет, очевидно, достижение температуры $T_{\text{max}} = 473 \text{ К}$, причём это произойдет в интервале толщин $0 \leq h \leq 12.4 \text{ см}$. При $h > 12.4 \text{ см}$ (как будет показано в следующем пункте) первым событием по мере увеличения интенсивности накачки будет разрушение диска.

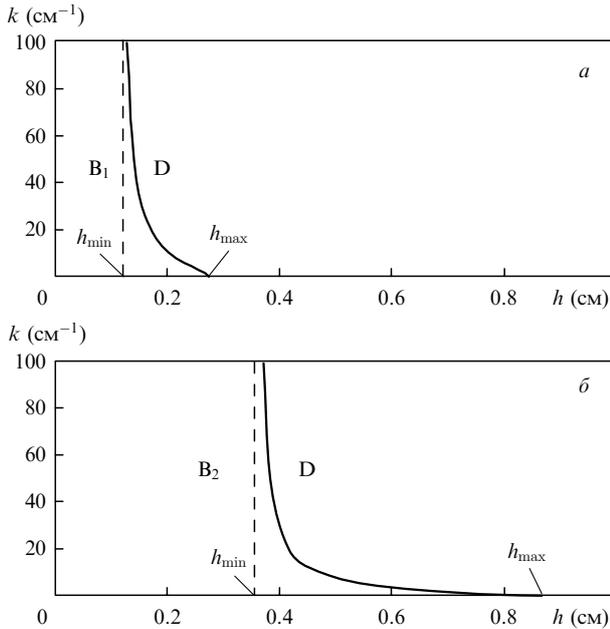


Рис.4. Границы зон (сплошные кривые) для диска из кристалла YAG:Nd с ориентацией $z||[100]$ при охлаждении в системе воздух–диск–легкоплавкий металл ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.1 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$). Зоны: B₁ и B₂ – расплавление подложки с температурами плавления 453 К и 423 К соответственно, D – достижение $T_{\text{max}} = 473 \text{ К}$. Штриховые линии – асимптотики при $k \rightarrow \infty$.

6.3. Методика нахождения границы зон D–C

Граница зон разделяет два события – достижение максимальной внутренней наперед заданной температуры T_{max} дискового АЭ, при которой лазер работает без существенных ухудшений генерационных параметров (зона D), и разрушение диска при той же максимальной температуре (зона C).

Из табл.1 (зоны D и C) возьмём выражения для интенсивностей накачки, при которых создаётся критический для генерации максимальный внутренний перепад температур и происходит разрушение диска, и приравняем их друг другу. Полученное выражение преобразуем для случая $k \rightarrow 0$:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\lambda k [F_{1h}(k, h, \lambda) + F_{2h}(k, h, \lambda)]}{\Phi(0, k, h)} = 6 \frac{b_1^2(h, \lambda)}{b^2(h, \lambda)} + \frac{12\lambda b_1(h, \lambda)}{h\alpha_2 b(h, \lambda)} = \frac{\gamma}{\sigma_s} [T_{\text{max}}(\lambda) - T_{\text{Г2}}]. \quad (19)$$

Для системы воздух–диск–воздух параметры $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$. Из уравнения (19) получим $h_x = 24.7 \text{ см}$. Следовательно, максимальная температура внутри диска (473 К) по мере увеличения интенсивности накачки достигается раньше других возможных экстремальных температур (отвечающих разрушению, расплавлению) при $h < 24.7 \text{ см}$ и любом k , но при $h > 24.7 \text{ см}$ и соответствующих k первым может произойти разрушение при внутренней максимальной температуре, даже меньшей 473 К.

Для системы воздух–диск–тугоплавкий металл ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.1 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$) из уравнения (19) находим $h_x = 12.4 \text{ см}$. Теплофизические процессы и их следствия аналогичны рассмотренным выше для системы охлаждения воздух–диск–воздух.

Таким образом, интенсивности накачки $I_0^{T_{\text{max}}}$, приведённые в табл.1 (зона D), являются предельными для обоих способов охлаждения. С использованием этих интенсивностей можно рассчитывать генерационные параметры лазера при любых k и $h < h_x$, когда максимальная внутренняя температура не превышает наперед заданного значения, ограничивающего эффективность лазера.

7. Максимальная предельная интенсивность генерации лазера, ограниченная критическим событием В

Исходя из найденных интенсивностей накачки (табл.1) и выявленных критических зон в параметрах k и h , можно оценить предельно возможную интенсивность генерации дискового лазера. Тем самым можно определить минимальный размер АЭ для получения заданной мощности генерации. Качество генерируемого пучка, а также габариты резонатора и кривизну зеркал рассматривать не будем. Считаем, что резонатор короткий, т. е. его зеркала либо расположены рядом с торцами АЭ, либо нанесены на них.

Интенсивность генерации лазера с четырёхуровневой схемой при стационарной накачке описывается выражением

$$I_g = \frac{a}{a + 2\chi h} \frac{\hbar\omega_g}{\hbar\omega_p} \eta_{\text{abs}} (I_0 - I_{\text{th}}), \quad (20)$$

где $a = \ln R^{-1}$; R – коэффициент отражения выходного зеркала резонатора на длине волны генерации (заднее зеркало глухое); χ – коэффициент пассивных потерь резонатора; $\hbar\omega_g$ и $\hbar\omega_p$ – энергии квантов генерации и накачки соответственно; I_{th} – пороговая интенсивность накачки;

$$\eta_{\text{abs}} = A_1(1 - e^{-kh})(1 + A_2 e^{kh}) \quad (21)$$

– доля поглощенной энергии накачки.

Очевидно, что величины η_{abs} и I_{th} зависят от температуры вследствие изменения спектроскопических свойств АЭ при нагреве (таких как болтцмановское заселение штарковских уровней, температурное уширение линий поглощения накачки и линии люминесценции рабочего лазерного уровня и т. д.). При увеличении температуры АЭ η_{abs} уменьшается, а I_{th} увеличивается, что сказывается на КПД генерации лазера.

Для каждой толщины диска h выражение (20) позволяет определить максимальную интенсивность генерации при заданном коэффициенте отражения выходного зеркала, если подставить в него максимально возможную интенсивность накачки, ограниченную одним из рассмотренных выше критических событий. В случае, когда первым наступает критическое событие В (закипание воды), предельная интенсивность генерации растёт при уменьшении толщины диска и в пределе (при $h \rightarrow 0$) достигает величины

$$I_g^{\text{max}} = \frac{\hbar\omega_g}{\hbar\omega_p} \lim_{h \rightarrow 0} (\eta_{\text{abs}} I_0^{\text{cr}}) = \frac{\hbar\omega_g}{\hbar\omega_p} \frac{\Delta T_{2h}^{\text{cr}}}{\xi} (\alpha_1 + \alpha_2). \quad (22)$$

Полученное выражение показывает потенциальные возможности дискового лазера, в котором тепловые потоки направлены только по оси z .

Дисковый лазер такого типа позволяет наращивать выходную мощность генерации простым увеличением

диаметра накачиваемой области, т. к. при этом будут пропорционально расти как мощность, так и теплосъём. Например, при рассмотренных выше значениях теплофизических параметров диска с охлаждением воздухом и водой для кристалла YAG: Nd ($\alpha_1 = 0.015 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$, $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$) интенсивность $I_g^{\text{max}} \approx 176 \text{ Вт}/\text{см}^2$. При этом, чтобы получить, например, мощность генерации 1, 10 и 100 кВт требуется диаметр диска не менее 2.7, 8.5 и 27 см соответственно.

8. Заключение

Таким образом, в настоящей работе получены аналитические выражения для одномерного распределения температуры и термоупругих напряжений в дисковом АЭ с продольной однородной стационарной накачкой. Расчёты выполнены для кристаллов YAG: Nd. Определены значения параметров, при которых, по мере роста интенсивности накачки первым наступает одно из трёх событий, нарушающих работу лазера: разрушение диска, нарушение нормального режима охлаждения, достижение внутри АЭ некоторой заданной температуры, с превышением которой вследствие изменения спектрально-люминесцентных свойств активной среды существенно ухудшаются выходные характеристики лазера. Дана оценка соответствующих предельно допустимых интенсивностей накачки.

Если накачка освещает не всю плоскость диска, то тепло может «растекаться» по невозбуждаемой области кристалла, и теплосъём хладагентом (например, проточной водой) происходит уже с торцов не только накачиваемой области, но и всего диска. При этом появляются радиальные температурные градиенты и задача перестает быть одномерной. Однако важно отметить, что распределение температур по оси диска будет тем ближе к распределению, полученному без «растекания», чем больше отношение диаметра накачиваемой области диска d к его толщине h . Так, например, для кристалла YAG: Nd при $d/h = 20$ (что удовлетворяет условию $d/h \leq 20 - 25$, при котором можно пренебречь паразитными модами и

суперлюминесценцией [5]) расчётные температуры на оси диска, полученные без учёта и с учётом «растекания», различаются менее чем на 5 % (при этом выбиралась такая мощность источников тепловыделения ($2000 \text{ Вт}/\text{см}^3$), при которой охлаждаемая поверхность кристалла имела температуру $\sim 373 \text{ К}$, а его толщина составляла 0.03 см).

Таким образом, выводы данной работы, касающиеся нарушения режима охлаждения диска и ухудшения его генерационных свойств при нагреве, остаются справедливыми и в том случае, когда имеет место «растекание» тепла по кристаллу при реальных значениях d/h .

Авторы выражают искреннюю благодарность В.Б.Цветкову и В.А.Михайлову за полезные дискуссии и ценные замечания, а также Д.А.Лису за помощь в компьютерных расчётах.

1. Stewen C., Contag K., Larionov M., Giesen A., Hügel H. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **6** (4), 650 (2000).
2. Johannsen I., Erhard S., Müller S., Stewen C., Giesen A., Contag K., in *Trends in Optics and Photonics* (Washington, DC, Optical Society of America, 2000, Vol. 34, pp 137–143).
3. Erhard S., Karszewski M., Stewen C., Giesen A., Contag K., Voss A., in *Trends in Optics and Photonics* (Washington, DC, Optical Society of America, 2000, Vol. 34, pp 78–84).
4. Алпатьев А.Н., Данилов А.А., Никольский М.Ю., Прохоров А.М., Цветков В.Б., Щербаков И.А. *Труды ИОФАН*, **26**, 107 (1990).
5. Гарнов С.В., Михайлов В.А., Серов Р.В., Смирнов В.А., Цветков В.Б., Щербаков И.А. *Квантовая электроника*, **37** (10), 910 (2007).
6. Михеев М.А. В кн.: *Основы теплопередачи* (М. – Л.: Госэнергоиздат, 1956).
7. Карслоу Г., Егер Д. В кн.: *Теплопроводность твердых тел* (М.: Наука, 1964).
8. Лыков А.В. В кн.: *Теория теплопроводности* (М.: Высшая школа, 1967).
9. Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. В кн.: *Термооптика твердотельных лазеров* (Л.: Машиностроение, 1986).
10. Инденбом В.Л., Сильверстова И.М., Сиротин Ю.И. *Кристаллография*, **1**, 599 (1956).
11. Contag K., Erhard S., Giesen A., in *Trends in Optics and Photonics* (Washington, DC, Optical Society of America, 2000, Vol. 34, pp 124–130).
12. Pfistner C., Weber R., Weber H.P., Merazzi S., Gruber R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30** (7), 1605 (1994).