

Статистика ошибок в высокоскоростной оптоволоконной линии связи с фазовым сдвигом нечетных битов

Е.Г.Шапиро

Выполнено прямое численное моделирование распространения оптических импульсов по волоконной линии связи с фазовым сдвигом нечетных битов. Показано, что простые аналитические формулы хорошо аппроксимируют вероятность ошибки. Статистически показано, что сдвиг фазы нечетных битов в исходной последовательности существенно уменьшает вероятность ошибки в линии связи.

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, динамика оптических импульсов, статистика ошибок.

Оптимизация параметров оптической линии связи представляет собой ключевую задачу конструирования коммуникационной системы. Оценкой качества линии связи является вероятность ошибки BER, равная отношению количества ошибочных битов к общему числу переданных. Поскольку прямое измерение малых значений BER часто сталкивается с большими техническими трудностями, важную роль приобретают статистические и численные методы оценки вероятности ошибки в коммуникационной системе. Знание статистики ошибок играет решающую роль в развитии и применении эффективных методов коррекции ошибок (Forward Error Correction (FEC)), которые могут существенно улучшить работоспособность линии связи.

В литературе и для практических вычислений часто используется гауссова аппроксимация для «хвостов» плотности вероятности функции распределения единичных и нулевых битов. В этом случае для определения BER требуется знание Q -фактора, который определяется формулой $Q = (\mu_1 - \mu_0)/(\sigma_1 + \sigma_0)$, где μ_1 и μ_0 – средние значения единичных и нулевых битов, а σ_1 и σ_0 – их среднеквадратичные отклонения. Значение BER вычисляется по формуле

$$\text{BER}(Q) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{Q}{\sqrt{2}} \approx \frac{\exp(-Q^2/2)}{Q\sqrt{2\pi}}. \quad (1)$$

Гауссова аппроксимация проста, но точность предсказания вероятности ошибки для этой модели невысока.

В настоящей работе представлены результаты прямого численного моделирования статистики ошибок в волоконно-оптической линии связи на основе стандартного одномодового волокна SMF со скоростью передачи данных 40 Гбит/с. Исходный сигнал сформирован таким образом, что нечетные биты имеют фазовый сдвиг $\Delta\varphi$; это эквивалентно умножению импульсов, расположен-

ных на нечетных временных интервалах, на константу $\exp(i\Delta\varphi)$. Статистически показано, что использование формата с фазовым сдвигом каждого второго бита значительно уменьшает вероятность ошибки в линии связи при подходящем выборе фазовой модуляции $\Delta\varphi$. Кроме того, показано, что простые аналитические формулы хорошо аппроксимируют вероятность ошибки при передаче информации с использованием фазового сдвига нечетных битов.

Была рассмотрена оптическая линия связи, периодическая секция которой имеет следующую конфигурацию и размеры:

SMF (85 км) + EDFA + DCF (14.85 км) + EDFA,

где DCF – волокно, компенсирующее дисперсию; EDFA – волоконно-оптический эрбиевый усилитель. Параметры волоконных световодов представлены ниже.

	SMF	DCF
Затухание при 1550 нм (дБ/км)	0.2	0.65
Эффективная площадь (мкм ²)	80	19
Дисперсия (пс·нм ⁻¹ ·км ⁻¹)	17	-100
Дисперсионный наклон (пс·нм ⁻² ·км ⁻¹)	0.07	-0.41
Нелинейный показатель преломления (м ² /Вт)	2.7×10^{-20}	2.7×10^{-20}

Эрбиевые усилители имели коэффициент шума 4.5 дБ и коэффициент усиления 13.4 дБ, необходимый для полной компенсации затухания оптического сигнала на длине периодической секции. Средняя дисперсия периодической секции составляла -0.4 пс·нм⁻¹·км⁻¹. Линия связи содержит 31 секцию и дополнительный сегмент стандартного одномодового волокна, компенсирующий накопленную дисперсию. Длина последнего (72.6 км) подбиралась такой, чтобы Q -фактор в конце линии связи был максимальным. Накопленная дисперсия 31 периодической секции была равна -1238.1 пс/нм, а суммарная дисперсия дополнительного сегмента составляла 1234.2 пс/нм. Таким образом, средняя дисперсия всей линии связи практически равнялась нулю.

В качестве единичных битов использовались гауссовы импульсы с длительностью 7.5 пс и пиковой мощностью

Е.Г.Шапиро. Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 1; e-mail: e.shapiro@iae.nsk.su

Поступила в редакцию 28 апреля 2009 г., после доработки – 29 июля 2009 г.

5 мВт. Рассматривалась передача информации в одном частотном канале со скоростью 40 Гбит/с.

Для описания динамики оптических импульсов использовалось обобщенное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной огибающей A электромагнитного поля [1]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \sigma(z)|A|^2 A = i \left[-\gamma(z) + \sum_{k=1}^N r_k \delta(z - z_k) \right] A. \quad (2)$$

Здесь z – расстояние вдоль линии; z – время; $|A|^2$ – мощность импульса; β_2 – параметр дисперсии групповой скорости; $\sigma = 2\pi n_2 / (\lambda_0 A_{\text{eff}})$ – коэффициент керровской нелинейности; n_2 – нелинейный показатель преломления; λ_0 – несущая длина волны; A_{eff} – эффективная площадь собственной моды световода; $\gamma(z)$ – коэффициент затухания сигнала; r_k – коэффициент усиления; точки расположения усилителей обозначены z_k ; величины σ и β_2 представлены как функции z с целью учета изменения этих параметров при переходе от одного типа световода к другому.

В дисперсионно-управляемых системах используются волоконные световоды с противоположной по знаку хроматической дисперсией, что позволяет контролировать дисперсионное уширение импульса. Если средняя дисперсия линии связи равна нулю, то в линейном случае в отсутствие затухания и шума форма сигнала полностью восстанавливается в конце линии [1]. В рамках модели обобщенного нелинейного уравнения Шредингера, описывающей распространение оптических импульсов, учитываются следующие эффекты, ответственные за искажение сигнала: керровская нелинейность, дисперсионное уширение, шумы спонтанной эмиссии усилителей, а также флуктуации положений отдельных битов (так называемый эффект Гордона – Хауса [2]). Помимо последнего имеется еще ряд физических причин, вызывающих джиттер импульсов. Это электрострикция [3] и поляризационная модовая дисперсия, однако они выходят за рамки рассматриваемой модели и данной статьи.

Статистическая обработка данных производилась после распространения оптических сигналов на расстояние 3000 км. При приеме сигнала использовались оптический фильтр прямоугольной формы с полосой пропускания $B_{\text{оп}} = 100$ ГГц и электрический фильтр Баттерворта 3-го порядка с полосой пропускания $B_{\text{эл}} = 40$ ГГц. В зависимости от заданного порогового значения DL (Decision Level) электрического тока регистрируется либо нулевой бит, либо единичный. Если ток меньше DL, то бит распознается как нулевой, если больше – как единичный. Количество ошибок зависит от выбора величины DL, и существует оптимальный уровень разделения нулей и единиц, при котором количество ошибок минимально.

Основными эффектами, вызывающими деградацию сигнала, являются шумы спонтанной эмиссии усилителей и керровская нелинейность. В работе [1] описан физический механизм подавления нелинейности с помощью фазового сдвига каждого второго бита исходной последовательности в волоконной линии без шумов спонтанной эмиссии.

В настоящей работе для демонстрации влияния фазового сдвига на нелинейность были рассмотрены две модели распространения оптических импульсов: с идеаль-

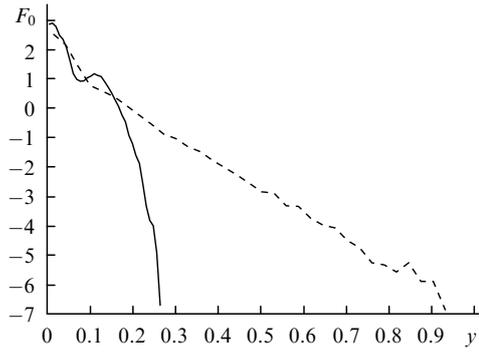


Рис.1. Логарифм плотности вероятности $F_0(y) = \ln(w_0(y))$ функции распределения нулевых битов в зависимости от величины тока y (в относительных единицах) на приемнике для $\Delta\varphi = \pi/2$ (сплошная кривая) и $\Delta\varphi = 0$ (штриховая кривая) в модели с идеальными усилителями.

ными усилителями без шума и с шумами спонтанной эмиссии эрбиевых усилителей.

Для численного решения обобщенного нелинейного уравнения Шредингера (2) использовался метод расщепления по физическим процессам [1].

Обозначим через $w_0(y)$ плотность вероятности функции распределения нулевых битов, построенной по выборке значений тока y на приемном устройстве. На рис.1 приведены зависимости $F_0(y) = \ln(w_0(y))$, вычисленные без учета шумов усилителей, для стандартного формата без фазового сдвига и для формата с фазовым сдвигом каждого второго бита на $\Delta\varphi = \pi/2$. Объем выборки нулевых битов составляет 99948 значений стандартного формата и 100460 значений формата со сдвигом фазы. Очевидно, что применение сдвига фазы для каждого второго бита на $\Delta\varphi = \pi/2$ существенно уменьшает вероятность ошибки при регистрации нуля.

Соответственно пусть $w_1(y)$ – плотность вероятности функции распределения единичных битов, построенной по выборке значений тока y на приемном устройстве. На рис.2 приведена функция $F_1(y) = \ln(w_1(y))$ для модели распространения с идеальными усилителями. Кривые построены по 99732 значениям тока на приемнике для стандартного способа формирования исходной последовательности битов и по 100424 значениям для формата со сдвигом фазы. Видно, что при формировании исходной битовой последовательности с использованием фазового сдвига на $\Delta\varphi = \pi/2$ вероятность ошибки при регистрации

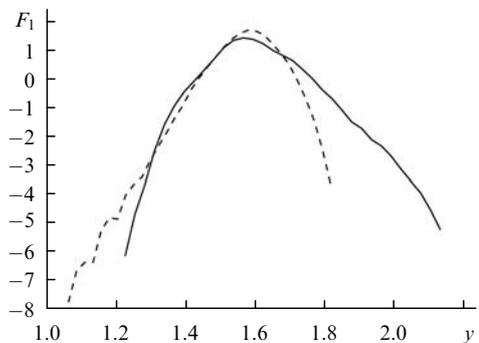


Рис.2. Логарифм плотности вероятности $F_1(y) = \ln(w_1(y))$ функции распределения единичных битов в зависимости от величины тока y (в относительных единицах) на приемнике для $\Delta\varphi = \pi/2$ (сплошная кривая) и $\Delta\varphi = 0$ (штриховая кривая) в модели с идеальными усилителями.

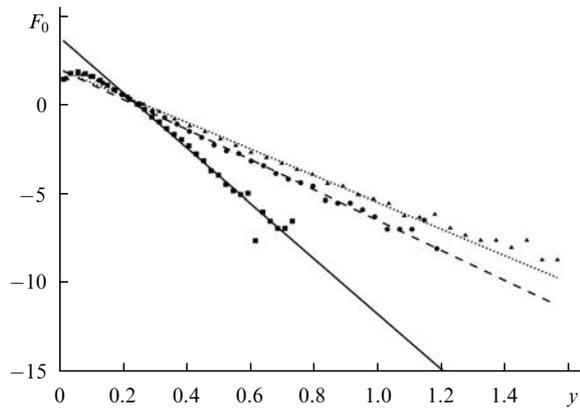


Рис.3. Логарифм плотности вероятности $F_0(y) = \ln(w_0(y))$ функции распределения нулевых битов в зависимости от величины тока y (в относительных единицах) на приемнике для $\Delta\varphi = \pi/2$ (расчет, ■) и аналитическая аппроксимация $(-15.6y + 3.8)$, сплошная линия), для $\Delta\varphi = \pi$ (●) и аналитическая аппроксимация $(-8.5y + 2)$, штриховая линия), а также для $\Delta\varphi = 0$ (▲) и аналитическая аппроксимация $(-7.5y + 2)$, пунктир).

единицы на приемнике меньше, чем при стандартном способе, когда $\Delta\varphi = 0$.

Далее приведем результаты численного моделирования распространения оптических импульсов с фазовым сдвигом каждого второго бита $\Delta\varphi = 0$ (стандартный формат), $\Delta\varphi = \pi/2$ и $\Delta\varphi = \pi$ при учете шумов спонтанной эмиссии и эффекта нелинейности.

Зависимости плотности вероятности функции распределения нулевых битов в этом случае, $F_0(y) = \ln(w_0(y))$, показаны на рис.3. Статистическая выборка состояла из 128024 значений тока на приемном устройстве для $\Delta\varphi = 0$, из 89164 значений для $\Delta\varphi = \pi/2$ и из 83490 значений для $\Delta\varphi = \pi$. Видно, что хвосты функции плотности вероятности экспоненциально убывают [4]. На этом же рисунке приведены аналитические аппроксимации хвостов плотности вероятности линейными функциями: $-7.5y + 2$ для $\Delta\varphi = 0$, $-15.6y + 3.8$ для $\Delta\varphi = \pi/2$ и $-8.5y + 2$ для $\Delta\varphi = \pi$.

На рис.4 приведены плотности вероятности функции распределения единичных битов $F_1(y) = \ln(w_1(y))$ для указанных выше форматов и аналитическая аппроксимация

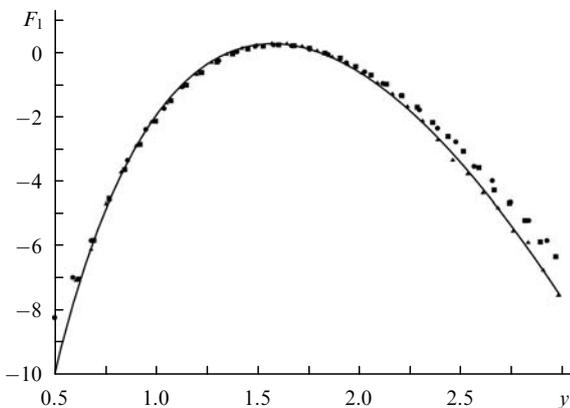


Рис.4. Логарифм плотности вероятности $F_1(y) = \ln(w_1(y))$ функции распределения единичных битов в зависимости от величины тока y (в относительных единицах) на приемнике для $\Delta\varphi = \pi/2$ (■), $\Delta\varphi = \pi$ (●), $\Delta\varphi = 0$ (▲) и аналитическая аппроксимация (сплошная кривая), заданная выражением (3), при $M = 4.83$, $d = 0.144$, $I_0 = 0.137$, $I_1 = 1.62$.

(сплошная линия) для $\Delta\varphi = 0$. Статистическая выборка состояла из 127464 значений тока на приемном устройстве для $\Delta\varphi = 0$, из 89012 значений для $\Delta\varphi = \pi/2$ и из 83422 значений для $\Delta\varphi = \pi$. Аналитическая аппроксимация $P_1(y)$ плотности распределения вероятности единичных битов $w_1(y)$ задана выражением [5, 6]

$$P_1(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{M}}{\pi I_0}} \left[\frac{I_1}{(y + d - I_0)^3} \right]^{1/4} \times \exp \left[-\frac{\bar{M}}{I_0} \left(\sqrt{y + d - I_0} - \sqrt{I_1} \right)^2 \right], \quad (3)$$

где I_0 и I_1 – средние значения электрического тока на приемнике. Параметры \bar{M} и d подбирались по выборке нулевых и единичных битов на приемнике так, чтобы было минимизировано различие между аналитической функцией плотности вероятности и полученной в результате численного эксперимента. В настоящей работе использован метод наименьших квадратов. Сравнение кривых показывает, что для единичных битов определяющей причиной искажения сигнала является шум спонтанной эмиссии усилителей.

На рис.5 приведены рассчитанная численно вероятность ошибки BER в зависимости от уровня разделения нулей и единиц DL для указанных выше форматов исходной битовой последовательности и аналитическая аппроксимация. Ошибка возникает, если электрический ток на приемнике для единицы исходной битовой последовательности меньше DL, а для нуля – больше DL. Из кривых следует, что с помощью фазового сдвига каждого второго бита можно значительно улучшить качество сигнала на приемнике. Заметим, что лучшим из рассмотренных форматов с точки зрения минимизации вероятности ошибки является формат $\Delta\varphi = \pi/2$. BER для этого формата, полученный прямым численным моделированием, равен 7×10^{-5} при оптимальном выборе DL, а для формата без фазового сдвига минимальная вероятность ошибки составляет 1.7×10^{-3} . Таким образом, оптимальная по DL вероятность ошибки в случае формирования исходной битовой последовательности с фазовым сдвигом на $\Delta\varphi = \pi/2$ в 20 раз меньше, чем минимальная

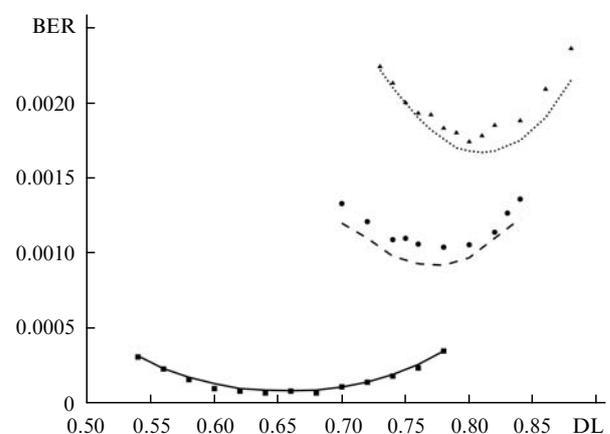


Рис.5. Коэффициент ошибки BER, полученный в численном эксперименте, для $\Delta\varphi = \pi/2$ (■) и аналитическая аппроксимация (сплошная кривая), для $\Delta\varphi = \pi$ (●) и аналитическая аппроксимация (штриховая кривая), а также для $\Delta\varphi = 0$ (▲) и аналитическая аппроксимация (пунктир).

вероятность ошибки при отсутствии фазового сдвига нечетных битов.

Статистически показано, что использование сдвига фазы каждого второго битового интервала существенно уменьшает влияние керровской нелинейности при распространении оптических импульсов по волоконной линии связи и улучшает качество сигнала на приемном устройстве.

Показано также, что простые аналитические формулы аккуратно аппроксимируют хвосты плотности распределения вероятности нулевых и единичных битов для форматов со сдвигом фазы каждого второго бита, что

позволяет сократить объем выборки, необходимый для адекватной оценки коэффициента ошибки.

Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН (проект № 42).

1. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Acad. Press, 2001).
2. Gordon J.P., Haus H.A. *Opt. Lett.*, **11**, 665 (1986).
3. Бирюков А.С., Ерохин С.В., Куценко С.В., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **34**, 1047 (2004).
4. Shapiro E.G., Fedoruk M.P., Turitsyn S.K. *Electron. Lett.*, **37**, 1436 (2004).
5. Marcuse D. *J. Lightwave Technol.*, **8**, 1816 (1990).
6. Шапиро Е.Г. *Квантовая электроника*, **38**, 874 (2008).