

О передаче гамма-изображений по волноводным модам кристалла

Л.А.Ривлин

Показано, что при распространении гамма-излучения в кристаллах возникают явления, подобные явлениям в низко-частотных оптических и микроволновых волноводах, включая эффекты передачи и преобразования изображений.

Ключевые слова: квантовая нуклеоника, волноводы, брэгговская дифракция, мессбауэровское излучение, эффект Бормана, резонансная флуоресценция, передача изображений.

1. Введение

Хотя волновые свойства гамма-излучения давно известны, специфические радиофизические взгляды и подходы получили для этого спектрального интервала значительно меньшее развитие, чем для микроволнового и оптического интервалов. Это объясняется, главным образом, принципиальными трудностями в построении в этом диапазоне высококогерентных источников излучения лазерного типа (см., напр., [1]).

Однако, как известно, отсутствие лазеров не может служить непреодолимым препятствием: для достижения успеха достаточно наличия стабильных узкополосных источников спонтанного излучения, наиболее очевидными примерами которых в гамма-диапазоне являются мессбауэровские изомерные ядра с естественной шириной бесфонной линии. Длины когерентности излучения некоторых мессбауэровских изомеров (например, $^{67\text{m}}\text{Zn}$, $^{73\text{m}}\text{Ge}$, $^{181\text{m}}\text{Ta}$) [2] составляют ~ 1 км, что вполне приемлемо для решения многих чисто радиофизических задач, например для создания кристаллических гамма-отражателей с высокими коэффициентами отражения для интерферометрии [3], высокодобротного моноблочного кристаллического резонатора [4] и др.

Настоящее обсуждение, опирающееся, с одной стороны, на брэгговскую дифракцию в кристалле, а с другой – на теорию и практику электромагнитных волноводов, мотивируется, наряду с общим интересом, и прагматическим стремлением распространить радиофизическую идеологию на рентгеновский и гамма-диапазоны спектра. Изложенный далее подход применим не только к распространению гамма-излучения в кристаллах, но и к любым материальным полям с присущими им волновыми свойствами.

Основное внимание ниже уделяется воспроизведению в гамма-диапазоне известного явления передачи элек-

тромагнитных изображений по регулярным гладким волноводам [5], состоящего в разложении входного изображения, т. е. возбуждающего волновод сложного электромагнитного поля, в ряд по собственным функциям (модам) волноводной задачи, в распространении волн отдельных мод (членов ряда) по волноводу и в фазированном сложении их в удаленном от входа сечении. В результате этого сложения происходит синтез членов ряда и воспроизводится входное изображение; при этом как разложение в ряд, так и синтез происходят автоматически, без каких-либо дополнительных операций (см. также обзор [6]). Возможность аналогичных процессов применительно к волновым функциям холодных нейтральных атомов в протяженном квантовом канале отмечена в [7].

Решение задачи следует предварить рассмотрением особенностей регулярного распространения волн в кристаллических структурах, играющих роль гамма-волноводов. Поскольку общий анализ для произвольной решетки Браве достаточно сложен, продемонстрируем основные правила на примере простейшей кубической решетки, для еще большего упрощения спроецированной на плоскость, т. е. плоской квадратной решетки с периодом a_0 и брэгговским резонансным условием

$$2a_i \sin \vartheta_i = n_i \lambda \quad (i = 0, 1, 2, \dots, \quad n_i = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где a_i – расстояние между плоскостями i -й системы; ϑ_i – угол скольжения луча. Системы плоскостей решетки различаются величиной $a_i \leq a_0$ и числом рассеивающих узлов на единице площади плоскости (для рассматриваемой плоской решетки – на единицу длины), уменьшающимся с ростом i и снижением отношения a_i/a_0 .

2. Волноводные моды распространения гамма-волн в кристалле

Волноводные моды гамма-волн в кристалле характеризуются распространением бегущих гамма-волн со стационарной поперечной структурой и высокой продольной направленностью. В плоской квадратной решетке многократные отражения волн под углами $\pm\vartheta_i$ от i -й системы плоскостей формируют стоячую волну в поперечном направлении y , а вдоль продольной оси z выделяют

Л.А.Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), Лаборатория прикладной физики, Россия, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78; e-mail: lev_rivlin@mail.ru

направление распространения группы волн, параллельное атомным плоскостям. Эта картина единого волнового поля в точности воспроизводит направленное распространение микроволнового излучения в металлических волноводах, в которых, как известно, многократные отражения от стенок создают как продольную бегущую, так и поперечную стоячую волны, причем шаг последней задается расстоянием между стенками с граничными условиями, соответствующими металлу. Различие состоит лишь в форме граничных условий – периодических в монокристалле и нулевых для электрической составляющей на стенке металлического волновода.

Как и в многомодовом микроволновом волноводе, в общем случае условие Брэгга (1) удовлетворяет большее число разнонаправленных групп волн с различными углами скольжения $\pm\vartheta_i$ и индексами n_i , образующих для выделенной системы кристаллических плоскостей набор разрешенных мод. Если задача состоит в сохранении небольшого числа «волноводных» групп (в идеале – одного низшего типа волны с $n_0 = 1$, привязанного к i -й системе плоскостей) и в исключении распространения всего остального множества, то в рассматриваемой квадратной решетке диапазон длин волн ограничен неравенствами

$$2a_i < \lambda < 2a_0 \quad (i = 1, 2, \dots), \quad (2)$$

когда условие (1) выполняется лишь для $n_0 = 1$ в системе главных кристаллографических плоскостей с $i = 0$. Поскольку в ближайшей системе плоскостей с $i = 1$ расстояния $a_1 = a_0/\sqrt{2}$, то (2) сводится к неравенству

$$\sqrt{2}a_0 < \lambda < 2a_0. \quad (3)$$

Правые из неравенств (2) и (3) означают, что λ меньше волноводного критического значения основного типа волн, левое из неравенств (3) – что λ превышает критическое значение любого другого типа волн с $i > 0$, т.е. для излучения с длиной волны λ такой «волновод» является одномодовым.

Хотя выполнение требования одномодовости не всегда обязательно, в заданной решетке эти неравенства ограничивают спектральный интервал излучения, способного распространяться в волноводной моде, субнанометровым диапазоном (так, $0.14 \text{ нм} < \lambda < 0.2 \text{ нм}$ при $a_0 = 0.1 \text{ нм}$).

Условие $n_0 = 1$ (не обязательное, но иногда желательное) означает ограничение волноводного распространения в системе главных плоскостей с $i = 0$ только волной низшего типа с $\lambda > a_0$; это означает, что λ превышает критическое значение для моды с $n_0 = 2$. В итоге выполнение двойного неравенства (2) создает предпосылки для волноводного направленного одномодового распространения волн низшего типа ($i = 0, n_0 = 1$).

В кристалле вдоль продольной оси z распространяется набор бегущих волн с фазовыми скоростями

$$v_i(n_i) = c / \cos \vartheta_i = c / [1 - (n_i \lambda / 2a_i)^2]^{1/2} > c \quad (4)$$

и групповыми скоростями

$$u_i(n_i) = c \cos \vartheta_i = c [1 - (n_i \lambda / 2a_i)^2]^{1/2} < c. \quad (5)$$

Эти выражения аналогичны соответствующим формулам для обычных электромагнитных волноводов, в том

числе и соотношению $v_i u_i = c^2$. В поперечном же направлении, вдоль оси y , устанавливаются стоячие волны с шагом a_i/n_i , которые без изменения стационарной поперечной структуры перемещаются вместе с бегущей волной вдоль оси z . В целом же поле каждой волноводной моды в кристалле есть суперпозиция двух плоских волн, бегущих под углами $\pm\vartheta_i$ к оси z .

Эффект Бормана в волноведущем кристалле. Если стационарная структура поля волноводной моды такова, что узлы электрической составляющей поперечной стоячей волны совмещены с узлами кристаллической решетки, то создаются предпосылки для возникновения эффекта Бормана [8] и значительного снижения фотонных потерь для всего единого поля волноводной моды, образованного стоячей и бегущей составляющими. Это, кстати, не препятствует взаимодействию излучения волноводной моды с ядерными радиационными переходами, если последние обладают достаточно высокой мультипольностью [9, 10]. Возникновение эффекта Бормана способствует очищению поля волноводной моды как от фотонов, которые могут быть испущены изотропным (например, мессбауэровским) источником под углами скольжения ϑ_i , не равными брэгговскому значению (1), так и от фотонов высших мод с $i \gg 1$, поскольку их длины свободного пробега существенно меньше, чем у «бормановских» фотонов низших волноводных мод. В результате фотонный поток, не захваченный в волноводные моды, затухает при удалении от входа в кристалл на расстояние порядка длины свободного пробега «небормановских» фотонов, и в кристалле удерживается лишь поток гамма-фотонов выделенной волноводной моды.

Расщепление и совмещение фотонных пучков. Поле излучения на выходе из кристалла, отвечающее структуре поля волноводной моды, представляется стандартной интерференционной картиной двух плоских взаимно когерентных волн, распространяющихся под углом $2\vartheta_i$ друг к другу. В этом поле реализуется функция расщепления волны, необходимая, в частности, для интерферометрических экспериментов различного типа. Подобным же образом при обратном падении извне двух волн под углами $\pm\vartheta_i$ на торцевую поверхность волноведущего монокристалла из его противоположного торца излучается пара волн, каждая из которых является суперпозицией двух падающих. Это осуществляет функцию смещения обеих волн, также необходимую при квадратичном детектировании в интерферометрическом эксперименте.

3. Резонансно-флуоресцентное сужение гамма-линии

Хотя длина когерентности излучения многих источников (например, мессбауэровских) обычно достаточно велика, уместно отметить возможность дополнительно существенного сужения гамма-линии до ширины, меньшей естественной, основанную на ядерной резонансной флуоресценции (резонансное рассеяние) при конструктивной гамма-интерференции [11–16]. В случае использования мессбауэровского источника для реализации этой возможности волноведущий монокристалл должен состоять из невозбужденных ядер, идентичных излучающим мессбауэровским ядрам источника, или хотя бы быть обогащенным ими.

Строгая квантовая теория флуоресценции [17] дает существенно различные результаты для двух предельных

случаев ширины линии первичного излучения, которые наглядно описываются на классическом волновом языке.

Если спектральная ширина первичного излучения заметно превышает естественную ширину перехода рассеивающего атома, то его возбуждение происходит под действием близкого к дельта-функции электромагнитного импульса, длительность которого меньше времени τ спонтанного распада верхнего состояния. Оно высвечивается после возбуждающего импульса и уже без участия первичной волны по экспоненциальному закону спонтанного испускания с характерными временем τ и шириной линии $\Delta\omega_0 \approx 2\pi/\tau$.

Если же интенсивность возбуждающей волны сосредоточена в «резкой» линии, намного более узкой, чем линия перехода, то первичное излучение имеет характер почти монохроматической синусоиды с временной протяженностью, существенно превышающей спонтанное время распада τ . Соответственно флуоресцентное высвечивание происходит при непрерывном синхронизирующем воздействии возбуждающего поля; при этом вторичная волна когерентна первичной и совпадает с ней по ширине линии.

Эволюция спектральной линии флуоресцентного поля при резонансном рассеянии первичного излучения с линией, близкой или даже совпадающей по ширине с атомной, заметно отличается от двух предельных случаев. При многократных последовательных актах резонансного рассеяния происходит изменение как формы, так и ширины флуоресцентной линии. Так, после N последовательных актов рассеяния первичного излучения с нормированной на единицу лоренцевой формой линии $f_0(\omega)$ с центральной частотой ω_0 и шириной $\Delta\omega_0$ на рассеивающих атомах с такой же линией перехода результирующую форму флуоресцентной линии $f_N(\omega)$ и ее ширину $\Delta\omega_N$ можно оценить выражениями

$$f_N(\omega) \approx \frac{(\Delta\omega_0/2)^{2(N+1)}}{[(\omega - \omega_0)^2 + (\Delta\omega_0/2)^2]^{N+1}}, \quad (6)$$

$$\Delta\omega_N \approx \Delta\omega_0(2^{1/(N+1)} - 1)^{1/2}. \quad (7)$$

Примеры ($\Delta\omega_1/\Delta\omega_0 \approx 0.64$ при $N = 1$ и $\Delta\omega_3/\Delta\omega_0 \approx 0.43$ при $N = 3$) говорят о вполне ощутимом сужении флуоресцентной линии даже при небольшом числе N актов рассеяния.

Разумеется, резонансно-флуоресцентный гамма-источник, ширина линии которого меньше естественной, может лишь отчасти служить альтернативой ядерному лазеру, поскольку при вынужденном испускании в инвертированной среде происходит размножение фотонов, тогда как при резонансной флуоресценции имеет место лишь воспроизводство первичных фотонов без увеличения их числа. Поэтому в лазере может поддерживаться или даже возрастать число фотонов, в то время как при резонансной флуоресценции из-за неизбежных потерь исходный фотонный поток только уменьшается. Разумеется, оба процесса требуют внешнего вклада энергии (порой с не слишком высокими коэффициентами полезного действия и квантового выхода), в одном случае – в виде накачки, в другом – в виде возбуждения первичной волны.

Резонансно-флуоресцентное сужение линии может принести положительный результат, когда центральные частоты излучения и рассеивающих ядер совпадают, но

оно не всегда применимо в случае заметно несовпадающих частот. Так, даже малое несовпадение центральных частот излучения и рассеивателя приводит к смещению центральных частот рассеянных волн к центру линии рассеивателя, что иногда может внести нежелательную погрешность (в частности, в интерферометрических задачах).

4. Передача и преобразование гамма-изображений в волноведущем кристалле

Наличие волноводных мод в кристалле создает предпосылки для передачи гамма-изображений по кристаллу, что аналогично таким же процессам в низкочастотном диапазоне, упомянутым во Введении.

Пусть поля волноводных моды возбуждаются гамма-изображением, спроецированным на входной торец монокристалла. Такое изображение можно, например, создать облучением торцевой поверхности монохроматичным гамма-источником через контрастную маску с нанесенным на нее рисунком. Амплитуды и фазы возбуждаемых при этом парциальных волн отвечают членам разложения поля изображения в ряд по собственным модам волновода. Это разложение происходит автоматически, причем оказывается тем более полным, чем больше параксиальных мод способно распространяться в кристалле ($n_0 \gg 1$), т. е. при условии

$$\lambda/a_0 \ll 1, \quad (8)$$

которое при значениях a_0 реальных кристаллов порядка долей нанометра практически выполнимо лишь для очень коротких длин волн (последнее почти исключает мессбауэровские изотопы как возможные источники излучения).

Таким образом, возбуждаемое на входе в кристалл гамма-поле представляет собой суперпозицию полей отдельных мод. Далее поля отдельных мод распространяются вдоль кристалла с различными фазовыми скоростями $v_i(n_i)$ (4); для параксиальных мод многомодового волновода (т. е. при выполнении неравенства (8)) и для $a_i = a_0$

$$v_0(n_0) \approx c[1 + (n_0\lambda/2a_0)^2/2] \quad (n_0 = 1, 2, \dots). \quad (9)$$

В этом случае в удаленной от входа точке z продольной оси волноведущего кристалла разность фаз между любыми парами (А и В) таких параксиальных модовых волн с индексами $n_{0А}$ и $n_{0В}$

$$\Delta\varphi_{AB} \approx 2\pi \frac{\lambda z}{8a_0^2} (n_{0В}^2 - n_{0А}^2). \quad (10)$$

Поскольку разность квадратов двух чисел в скобках (10) есть целое число, то требование, чтобы разность фаз $\Delta\varphi_{AB}$ (10) была кратной 2π , т. е. чтобы $|\Delta\varphi_{AB}| = 2\pi(n_{0В}^2 - n_{0А}^2)s$ ($s = 0, 1, 2, \dots$), означает, что в кристалле существуют так называемые синфазные сечения с координатами

$$z_s = 8 \frac{a_0^2}{\lambda} s \quad (s = 0, 1, 2, \dots), \quad (11)$$

где, как и в обычных гладких волноводах [5], все парциальные модовые волны оказываются в тех же фазах, что и при $z = 0$. Таким образом, в сечении z_s происходит

сложение членов ряда с исходными разностями фаз и амплитудами (при приблизительно одинаковом затухании в различных модах) и, следовательно, синтез и воспроизведение входного гамма-изображения.

Можно показать, что для специальных видов возбуждения волноведущего кристалла кроме синфазных сечений (11) существуют еще и дополнительные, в которых, как и в [5], происходит преобразование входных изображений (например, мультиплицирование).

5. Заключение

Из проведенного эскизного рассмотрения видна возможность осуществления в монокристаллах разнообразных действий над гамма-излучением, характерных для существенно более низкочастотной (микроволновой и оптической) техники: волноводное распространение, расщепление и совмещение (смешивание) пучков гамма-фотонов, передача и трансформирование гамма-изображений и др. Анализ проведен на примере простейшей кубической кристаллической решетки, спроецированной на плоскость, но установленные простые правила реализации операций достаточно понятны (хотя, возможно, и более сложны) и для других решеток Браве. Очевидно также, что аналогичные явления возможны как в кристаллических структурах разного типа (в том числе в фотонных и ультразвуковых кристаллах, решетках оптических потенциальных ям и др.), так и для волн разной материальной природы (охлажденные ансамбли нейтральных атомов, ультрахолодные нейтроны и др.). Станов-

ление этого направления исследований как нового раздела квантовой нуклеоники позволило бы надеяться и на более общее понимание волновых явлений разной природы, и на новые возможности в экспериментальной практике.

Настоящая работа выполнена при поддержке Федерального агентства по образованию (проект 2.1.1.195).

1. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **37**, 723 (2007).
2. *Физические величины*. Справочник под ред. И.С.Григорьева и Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991).
3. Shvyd'ko Yu., Lerche M., Wille H.-C., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **90** (1), 013904-1 (2003).
4. Ривлин Л.А. *Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электроника*, № 6, 60 (1962).
5. Ривлин Л.А., Шильдяев В.С. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **11**, 572 (1968).
6. Григорьева Е.Е., Семенов А.Т. *Квантовая электроника*, **5**, 1877 (1978).
7. Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **28**, 178 (1999).
8. Vogtmann J. *Phys. Zeit.*, **42**, 157 (1941).
9. Каган Ю.М. *Письма в ЖЭТФ*, **20**, 27 (1974).
10. Андреев А.В., Ильинский Ю.А. *ЖЭТФ*, **68**, 811 (1975).
11. Trammell G.T. *Proc. IAEA Sump. on Chemic. Effects of Nucl. Transform.* (Vienna, 1961, p. 75).
12. Kagan Yu., Afanas'ev A.M. *Proc. IAEA Symp. on Moessbauer Spectroscopy and its Application* (Vienna, 1972, p. 143).
13. Smirnov G.V. *Нур. Interact.*, **97/98**, 551 (1996).
14. Smirnov G.V. *Нур. Interact.*, **123/124**, 31 (1999).
15. Smirnov G.V. *Нур. Interact.*, **125**, 91 (2000).
16. Афанасьев А.М., Каган Ю.М. *ЖЭТФ*, **52**, 191 (1967).
17. Гайтлер В. *Квантовая теория излучения* (М.: ИИЛ, 1956).