

Зависимость возникновения эффекта коллапса и возрождения осцилляций Доплера – Раби от начального состояния системы движущийся атом – ЭМ поле

А.В.Козловский

Методом стационарной фазы исследована квантовая динамика системы, состоящей из движущегося двухуровневого атома и одномодового электромагнитного поля в резонаторе стоячей волны. Для исходного когерентного состояния электромагнитного поля в резонаторе проанализированы условия возникновения эффекта коллапса – возрождения осцилляций Доплера – Раби электронных состояний атома. Показано, что как характер, так и сама возможность наличия этого эффекта находятся в прямой зависимости от исходных параметров системы: скорости движения центра масс атома, константы связи атома с полем, среднего числа фотонов в резонаторе. В условиях, когда эффект коллапса – возрождения отсутствует, динамика системы качественно зависит от начального электронного состояния атома.

Ключевые слова: двухуровневый атом, одномодовое электромагнитное поле, осцилляции Доплера – Раби, эффект коллапса – возрождения.

1. Введение

В настоящее время хорошо известно, что динамика населённостей электронных состояний атома, взаимодействующего с электромагнитным (ЭМ) полем, качественно зависит от квантового состояния поля в исходный момент времени. Для двухуровневого атома с неподвижным центром масс, взаимодействующего с одномодовым ЭМ полем в фоковском состоянии, имеют место периодические осцилляции Раби населённостей электронных состояний. Если ЭМ поле в начальный момент находится в суперпозиции фоковских состояний, например в чистом когерентном состоянии, динамика населённостей атома приобретает вид затухающих и восстанавливающихся осцилляций Раби [1 – 11]. При этом их максимальная амплитуда при последовательных восстановлениях осцилляций уменьшается со временем, а при достаточно большом времени взаимодействия атома с полем осцилляции Раби приобретают нерегулярный (хаотический) характер. Такое явление получило название «коллапс и восстановление (КВ) осцилляций Раби».

В условиях, когда исходное поле находится в тепловом квантовом состоянии, динамика населённостей атома становится нерегулярной (хаотической), а эффект КВ проявляется слабо [7].

Если центр масс атома движется равномерно, квантовая теория предсказывает возникновение так называемых осцилляций Доплера – Раби (ДР) [12 – 18]. Движение атома приводит к качественным изменениям характера осцилляций населённостей атома. В частности, если константа связи атома с полем g меньше или порядка доплеровского сдвига частоты Ω_D , частота осцилляций населённости близка к Ω_D , т.е. связана не с константой связи, а с доплеровским сдвигом, обусловленным движением атома [15 – 18].

Эффект КВ в случае исходного когерентного состояния поля и движущегося атома резко отличается от КВ в случае покоящегося атома [15]. Динамика осцилляций ДР при этом становится строго периодической с циклическим повторением одинаковых последовательностей КВ с периодом $T = 2\pi/\Omega_D$. Исходное электронное состояние атома при $t = 0$ восстанавливается при $t = 2\pi/\Omega_D$. При этом имеет место так называемое обращение времени, при котором эффект КВ, возникающий на интервалах времени $[2\pi m/\Omega_D, \pi(2m+1)/\Omega_D]$ ($m=0, 1, 2, \dots$) повторяется на интервалах $[\pi(2m+1)/\Omega_D, 2\pi(m+1)/\Omega_D]$ в обратном порядке [15]. Для когерентного в начальный момент времени состояния поля при определённых условиях и в случае отличной от нуля отстройки частоты излучения атома от частоты поля возникают негармонические колебания населённостей атома с периодом $T = \pi/\Omega_D$ [15].

В настоящей работе исследуется зависимость характера осцилляций ДР атома, движущегося в резонаторе в исходно когерентном поле стоячей ЭМ волны, от параметров начальных состояний системы атом – поле. Проведённые нами расчёты продемонстрировали принципиальную роль начальных условий для возникновения или отсутствия эффекта КВ в данной системе. Показано, что в условиях, когда эффект КВ для осцилляций ДР отсутствует в случае движущегося атома, динамика населённостей состояний атома качественно зависит от исходного электронного состояния атома. Рассмотрен микроволновой диапазон частот поля и частот атомного перехода, а также значения параметра связи атома с полем, характерные для микромазерных экспериментов, проводимых в настоящее время с ридберговскими атомами [19 – 22].

А.В.Козловский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: kozlovsk@sci.lebedev.ru

2. Гамильтониан системы

Рассмотрим двухуровневый атом, движущийся со скоростью v вдоль оси z одномодового резонатора с плоскопараллельными зеркалами. В дальнейших расчётах будем рассматривать движение центра масс атома классически; операторы положения и импульса центра масс атома заменим c -числовыми векторными величинами. Нами предполагается, таким образом, что скорость v и масса атома достаточно велики для того, чтобы эффектом отдачи при поглощении и излучении атомом фотона можно было бы пренебречь.

Оператор поперечной компоненты электрического поля рассматриваемой моды в резонаторе с плоскопараллельными зеркалами в представлении вторичного квантования имеет вид

$$\hat{E}_\perp(z) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_0 V}} \mathbf{e}(\hat{a} - \hat{a}^+) \sin kz, \quad (1)$$

где \hat{a}^+ (\hat{a}) – операторы рождения (уничтожения) фотонов; V – объём квантования электромагнитного поля (объём резонатора); $k = \omega_c/c$ – постоянная распространения поля; ω_c – частота поля в резонаторе; \mathbf{e} – вектор поляризации ЭМ поля.

Оператор дипольного момента мы определим как $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_\uparrow(|\uparrow\rangle\langle\downarrow| + |\downarrow\rangle\langle\uparrow|)$, где $\mathbf{d}_\uparrow = \langle\uparrow|\hat{\mathbf{d}}|\downarrow\rangle$, а $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ – векторы состояний электронов для верхнего и нижнего уровней атома соответственно.

С помощью приближения вращающейся волны найдём, что для произвольных ориентаций вектора поляризации и дипольного момента оператор взаимодействия атома с полем, включающий в себя обычное дипольное взаимодействие, есть

$$\hat{V}(z = vt) = \tilde{g}(t)\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^+\hat{\sigma}_-\tilde{g}_0^*(t), \quad (2)$$

где параметр взаимодействия

$$\tilde{g}(t) = \sqrt{\frac{\omega_c}{2\hbar\epsilon_0 V}} d_\uparrow i(\mathbf{n}_d \mathbf{e}) \sin[kz(t)]; \quad (3)$$

$\mathbf{n}_d \equiv \mathbf{d}_\uparrow/d_\uparrow$. Оператор (2) записан с помощью операторов перехода между верхним и нижним состояниями атома $\hat{\sigma}_+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$ и $\hat{\sigma}_- = |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$. Поскольку нами анализируется случай линейной поляризации ЭМ поля, то радиационные переходы в атоме будут рассматриваться далее для дипольных переходов с изменением магнитного квантового числа $\Delta m = 0$.

Используя (2) и (3), гамильтониан неконсервативной (вследствие пространственной неоднородности ЭМ поля) системы, состоящей из движущегося атома и поля, запишем в следующем виде:

$$\hat{H}(t) = \hbar\omega_c \hat{a}^+ \hat{a} + \frac{\hat{\sigma}_z}{2} \hbar\omega_a + \hbar\hat{W}(t), \quad (4)$$

где ω_a и ω_c – частоты атомного перехода и моды резонатора; $\hat{W}(t) = \hat{V}(z = vt)/\hbar$. Входящий в (2) и (4) параметр связи поля с атомом $\tilde{g}(t) = i\hbar g_{e-d}(t)$ содержит сомножитель, характеризующий электродипольное взаимодействие:

$$g_{e-d}(t) = g \sin(kvt), \quad (5)$$

где

$$g \equiv g_0(\mathbf{n}_d \mathbf{e}) = g_0 \cos \eta; \quad (6)$$

$g_0 \equiv \sqrt{\omega_a/(2\hbar\epsilon_0 V)} d_\uparrow$. Содержащийся в (4) оператор инверсии населённости атома $\hat{\sigma}^z = |\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$.

Тогда вектор состояния в момент времени t в виде разложения по базису фоковских состояний $|n\rangle$ есть

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \hat{U}(t, t_0) \left[\sum_{n=0}^{\infty} (b_n C_\uparrow |\uparrow\rangle |n\rangle + b_{n+1} C_\downarrow |\downarrow\rangle |n+1\rangle) \right. \\ &\quad \left. + b_0 C_\downarrow |\downarrow\rangle |0\rangle \right] = \hat{U}(t, t_0) \left[\sum_{n=0}^{\infty} b_n (C_\uparrow |\uparrow\rangle |n\rangle + C_\downarrow |\downarrow\rangle |n\rangle) \right] \\ &\equiv \sum_{n=0}^{\infty} b_n |\psi_n(t)\rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\hat{U}(t, t_0)$ – оператор эволюции системы; константы C_\uparrow и C_\downarrow – амплитуды вероятностей нахождения атома в начальный момент времени в верхнем и нижнем электронных состояниях, причём

$$C_\uparrow^2 + C_\downarrow^2 = 1. \quad (8)$$

Вектор состояния также может быть записан в исходном базисе $|\downarrow, n\rangle \equiv |\downarrow\rangle |n\rangle$ и $|\uparrow, n\rangle \equiv |\uparrow\rangle |n\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [c_{\uparrow n}(t) |\uparrow, n\rangle + c_{\downarrow n}(t) |\downarrow, n\rangle], \quad c_{\downarrow 0}(t) = 0. \quad (9)$$

В качестве исходного состояния поля в резонаторе рассматривалось чистое когерентное состояние с амплитудами вероятности $b_n = (\alpha^n / \sqrt{n!}) \exp(-|\alpha|^2/2)$, где α – комплексная амплитуда когерентного состояния $|\alpha\rangle$; $|\alpha|^2 = \langle n \rangle$ – среднее число фотонов когерентного состояния.

3. Метод стационарной фазы и формулы суммирования Пуассона для анализа осциллиций ДР

Предположим, что частота ЭМ поля совпадает с частотой перехода атома ($\Delta\omega = \omega_c - \omega_a = 0$), тогда уравнение Шрёдингера для движущегося атома в поле может быть решено аналитически [11, 14, 17]. Уравнения для амплитуд вероятности, входящих в (9), имеют в этом случае вид

$$\dot{c}_{\uparrow n}(t) = -g_0 \sqrt{n+1} \sin(\Omega_D t) c_{\downarrow n+1}(t), \quad (10)$$

$$\dot{c}_{\downarrow n+1}(t) = g_0 \sqrt{n+1} \sin(\Omega_D t) c_{\uparrow n}(t). \quad (11)$$

Для когерентных состояний поля с большими средними числами фотонов ($\langle n \rangle \gg 1$) будем полагать, что $b_n \approx b_{n+1}$. Тогда, решая (10) и (11), для амплитуды вероятности перехода атома в нижнее состояние $c_{\downarrow 1}(t)$ находим выражение

$$c_{\downarrow 1}(t) = \cos \left[\arccos C_\downarrow - 2\xi_n \sin^2(\Omega_D t/2) \right], \quad (12a)$$

или

$$c_{\downarrow 1}(t) = \sin \left[\arcsin C_\downarrow + 2\xi_n \sin^2(\Omega_D t/2) \right], \quad (12b)$$

где

$$\xi_n \equiv \frac{\Omega_n}{\Omega_D} = \xi_n \sqrt{n+1}; \quad \Omega_n = g_0 \sqrt{n+1}; \quad \xi_0 \equiv \frac{g_0}{\Omega_D}. \quad (13)$$

Вероятность перехода в нижнее электронное состояние с излучением фотона в моду поля резонатора, находящегося в начальный момент времени в когерентном состоянии, получена с использованием формулы (12а) и имеет вид

$$P_{\downarrow}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t=0) |c_{\downarrow}(t)|^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t=0) \times \{1 + \cos [2 \arccos C_{\downarrow} - 4\xi_n \sin^2(\Omega_D t/2)]\}. \quad (14)$$

Применим для вычисления бесконечной суммы в (14) формулу суммирования Пуассона [23]

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dn f(n) \exp(2\pi i v n) + \frac{1}{2} f_0. \quad (15)$$

где $f(n)$ – непрерывная функция переменной n , являющаяся аналогом дискретного распределения f_n .

Подставив в формулу (15) $f_n(t) = \frac{1}{2} \cos[2 \arccos C_{\downarrow} - 4\xi_n \sin^2(\Omega_D t/2)]$ в соответствии с (14), получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \cos [2 \arccos C_{\downarrow} - 4\xi_n \sin^2(\Omega_D t/2)] P_n(0) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dn \cos [2 \arccos C_{\downarrow} - 4\xi_0 \sqrt{n+1} \sin^2(\Omega_D t/2)] \\ & \quad \times P_n(0) \exp(2\pi i v n) + \frac{1}{4} \cos [2 \arccos C_{\downarrow} \\ & \quad - 4\xi_0 \sin^2(\Omega_D t/2)] P_0(0). \end{aligned} \quad (16)$$

Сумма в правой части (16) содержит интегралы вида

$$p_v(t) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} dn P_n(0) \exp[iAS_v(n, t)], \quad (17)$$

где

$$A = 2; \quad S_v(n, t) \equiv \pi v n - \arccos C_{\downarrow} + 2\xi_0 \sqrt{n+1} \cos(\Omega_D t/2). \quad (18)$$

В предположении о том, что функция P_n зависит от n значительно слабее, чем функция $\exp[-iAS_v(n, t)]$, для вычисления таких интегралов можно воспользоваться приближением стационарной фазы [23].

Асимптотическое приближение стационарной фазы справедливо при выполнении условия $A \rightarrow \infty$. Ввиду этого в рассматриваемом нами случае применимость данного приближения оказывается под вопросом. Метод стационарной фазы использовался в [10] при $A = 2$ в случае исследования эффекта КВ для сжатого состояния исходного поля в резонаторе. Расчёты, приведённые в [10], показали ограниченную применимость этого метода в условиях, когда среднее число фотонов в резонаторе велико.

Применим далее для оценок интегралов (17) метод стационарной фазы. Сохраняя только главный член асимптотики интеграла [23], находим

$$p_v(t) \simeq P_{n=n_v}(0) \sqrt{\frac{\pi}{|\partial^2 S_v / \partial n^2|_{n=n_v}}} \times \cos \left[2S_v(n=n_v, t) + \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}(\partial^2 S_v / \partial n^2)|_{n=n_v} \right]. \quad (19)$$

Значение n_v определяется из условия стационарности фазы S_v :

$$\partial S_v(n, t) / \partial n|_{n=n_v} = 0. \quad (20)$$

Из (18) и (20) получаем для n_v следующее соотношение:

$$\sqrt{n_v + 1} = \pm \frac{\sin^2(\Omega_D t/2)}{2\pi v} \xi_0, \quad (21)$$

где $v > 0$.

Тогда функция (18) в точке стационарной фазы принимает вид

$$S_v(n=n_v, t) = -\frac{\lambda_v^2(t)}{4\pi v}, \quad (22)$$

где

$$\lambda_v^2(t) \equiv (2\pi v)^2 - 12\xi_0^2 \sin^4(\Omega_D t/2) + 4\pi v \arccos C_{\downarrow}. \quad (23)$$

Находим также, что

$$\frac{\partial^2 S_v(n, t)}{\partial n^2} \Big|_{n=n_v} = -\frac{(\pi v)^3}{2\xi_0^2 \sin^4(\Omega_D t/2)}. \quad (24)$$

Теперь явный вид выражения (17) в рассматриваемых условиях есть

$$p_v(t) \simeq P_{n_v}(0) \sqrt{\frac{2\pi\xi_0^2 \sin^4(\Omega_D t/2)}{(\pi v)^3}} \cos \left[-2 \frac{\lambda_v^2(t)}{4\pi v} - \frac{\pi}{4} \right], \quad (25)$$

где $v > 0$. Член суммы (16) для $v = 0$ будет вычислен ниже.

Рассмотрим далее случай когерентного состояния исходного поля в резонаторе. Для дискретного распределения фотонов $\langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle} / n! = P_n(0)$ при условии $n \gg 1$ может быть использована следующая непрерывная гауссова аппроксимация:

$$P_n \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \exp \left[-2 \left(\sqrt{n} - \sqrt{\langle n \rangle} \right)^2 \right]. \quad (26)$$

Используя (26), из (25) находим

$$p_v(t) \simeq \frac{1}{\sqrt{(\pi v)^3 \langle n \rangle}} \exp \left\{ -2 \left[\sqrt{\frac{4\xi_0^2 \sin^4(\Omega_D t/2)}{(2\pi v)^2} - 1} - \sqrt{\langle n \rangle} \right]^2 \right\} \xi_0 \sin^2(\Omega_D t/2) \cos \left[-\frac{\lambda^2(t)}{2\pi v} - \frac{\pi}{4} \right]. \quad (27)$$

Из (27) следует, что восстановление осцилляций ДР происходит в те моменты времени, когда показатель экспоненты близок к нулю, т. е. эффект возрождения существует при

$$t_v^{\text{rev}} = \frac{2}{\Omega_D} \arcsin \left[\sqrt{\frac{\pi v}{\xi_0}} (\langle n \rangle + 1)^{1/4} \right]. \quad (28)$$

Очевидно, что ν -е восстановление осцилляций возможно, если $|\sqrt{\pi\nu/\xi_0}(\langle n \rangle + 1)^{1/4}| < 1$ для данного ν . Если $\xi_0 \gg 1$, из (28) следует, что восстановление осцилляций ДР происходит при $t_v^{\text{rev}} = 2m\pi/\Omega_D$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

Отдельно может быть вычислено слагаемое в (16) с $\nu = 0$:

$$p_0(t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_0^\infty dn P_n(0) \exp \left[i \left(4\xi_0 \sqrt{n+1} \sin^2(\Omega_D t/2) - 2 \arccos C_1 \right) \right] \right\} \approx \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \text{Re} \left\{ \int_0^\infty dn \frac{1}{\sqrt{\langle n \rangle}} \times \exp \left[-2 \left(\sqrt{n} - \sqrt{\langle n \rangle} \right)^{1/2} \right] \times \exp \left[i \left(4\xi_0 \sqrt{n+1} \sin^2(\Omega_D t/2) - 2 \arccos C_1 \right) \right] \right\}. \quad (29)$$

Предположим, что $n \gg 1$, и сделаем в (29) замену $\sqrt{n+1} \rightarrow \sqrt{n}$. Используя подстановку $y = \sqrt{n}$, после расширения области интегрирования за счёт замены нижнего предела $y = 0$ на $y = -\infty$ (поскольку гауссова функция распределения имеет острый максимум при больших n) находим следующее выражение:

$$p_0(t) \approx \frac{1}{2} \left[\cos \phi_0(t) - \frac{\lambda_0(t)}{4\sqrt{\langle n \rangle}} \sin \phi_0(t) \right] \exp \left[-\frac{\lambda_0^2(t)}{8} \right], \quad (30)$$

где $\lambda_0(t) \equiv 4\xi_0 \sin^2(\Omega_D t/2)$; $\phi_0(t) \equiv \sqrt{\langle n \rangle} \lambda_0(t) - 2 \arccos C_1$. Из (30) видно, что коллапс осцилляций ДР описывается вторым сомножителем этого выражения и ярко проявляется при $\lambda_0^2(t) \gg 1$.

Вероятность перехода атома в нижнее состояние

$$P_1(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos \left[4\xi_0 \sqrt{n+1} \sin^2(\Omega_D t/2) - 2 \arccos C_1 \right] \times P_0(0) + \frac{1}{2} \left[\cos \phi_0(t) - \frac{\lambda_0(t)}{4\sqrt{\langle n \rangle}} \sin \phi_0(t) \right] \exp \left[-\frac{\lambda_0^2(t)}{8} \right] + \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^\infty \left\{ \frac{1}{[(\pi\nu)^3 \langle n \rangle]^{1/2}} \exp \left\{ -2 \left[\frac{\lambda_0(t)}{\pi\nu} - \sqrt{\langle n \rangle} \right]^2 \right\} \times \lambda_0(t) \cos \left[\frac{\lambda_0^2(t)}{2\pi\nu} + \frac{\pi}{4} \right] \right\}. \quad (31)$$

4. Исходное состояние системы и возникновение эффекта КВ осцилляций ДР

Как указывалось выше, в качестве начального квантового состояния ЭМ поля нами рассматривается чистое когерентное состояние с распределением чисел фотонов $P_n(0) = \langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle} / n!$, где $\langle n \rangle$ – произвольное среднее число фотонов. Состояние атома в начальный момент времени представляет собой произвольную суперпозицию нижнего и верхнего электронных состояний вида $|\psi_{\text{at}}(t)\rangle = C_1 |\uparrow\rangle + C_1 |\downarrow\rangle$ для любых C_1 и C_1 , удовлетворяющих равенству (8). Предполагается также, что боровская частота атомного перехода близка к частоте ЭМ поля (резонансное приближение).

Расчёты, проведённые с использованием формулы (31), показывают, что необходимым условием возникно-

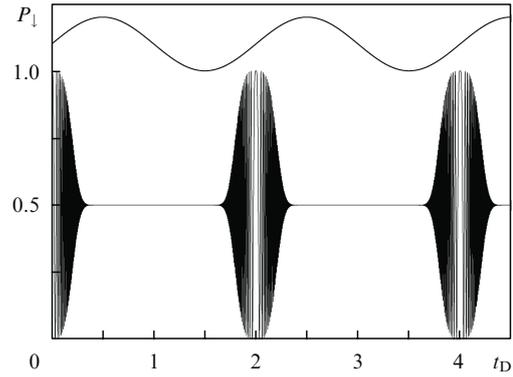


Рис.1. Зависимость вероятности P_1 перехода возбуждённого атома в нижнее состояние с излучением фотона от безразмерного времени $t_D = \Omega_D t / \pi$ при исходном когерентном состоянии поля в резонаторе, среднем числе фотонов $\langle n \rangle = 2000$, отстройке $\Delta\omega = 0$, частоте перехода в атоме $\omega_a = 10^{12} \text{ c}^{-1}$, константе связи $g = 1.7 \times 10^4 \text{ c}^{-1}$, скорости движения центра масс атома вдоль оси резонатора $v = 10^2 \text{ см/с}$, длине пролёта атома в резонаторе $L = vt = 0.42 \text{ см}$, отношении вакуумной частоты Раби к частоте Доплера $\xi_0 = 5.2$ и начальной амплитуде вероятности населённости нижнего состояния атома $C_1 = 0 - 1$. Вверху изображена функция $\sin[kz(t_D)] + 1$.

вения эффекта КВ является выполнение следующего соотношения между константой связи атома с полем и доплеровским сдвигом частоты:

$$g \gg \Omega_D, \text{ или } \xi_0 \gg 1. \quad (32)$$

Таким образом, для фиксированной константы связи эффект КВ возможен только при достаточно малых скоростях движения атома, для которых доплеровский сдвиг частоты удовлетворяет условию (32).

Динамика осцилляций ДР с ярко выраженными этапами коллапса и восстановления населённости нижнего состояния атома приведена на рис.1. При наличии эффекта КВ динамика осцилляций ДР не зависит от начальных амплитуд C_1 . Увеличение скорости движения атома приводит к переходу от динамики системы с ярко выраженными этапами коллапса и восстановления, периодически повторяющимися во времени, к пульсации вероятности $P_1(t)$, как это можно видеть на рис.2. С дальнейшим ростом скорости атома и, следовательно, уменьшением ξ_0 пульсации $P_1(t)$ переходят в периодические осцилляции ДР с единичной амплитудой (рис.3). Из рис.3 видно, что характер осцилляций вероятности нахождения атома в нижнем состоянии зависит от амплитуды вероятности в начальный момент времени C_1 . Так, при $C_1 = 1$ и 0 осцилляции ДР происходят в противофазе и

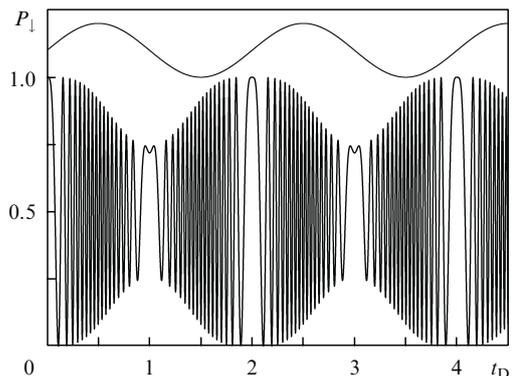


Рис.2. То же, что и на рис.1, при $v = 10^3 \text{ см/с}$, $\xi_0 = 0.52$, $C_1 = 1$.

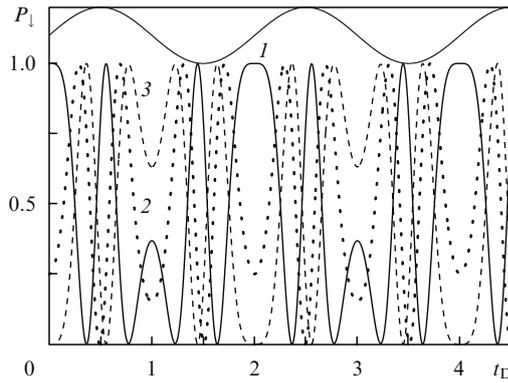


Рис.3. То же, что и на рис.1, при $v = 10^4$ см/с, $\xi_0 = 0.0052$, $C_1 = 1$ (1), 0.5 (2) и 0 (3).

максимумы (минимумы) достигают 1 (0) в одни и те же моменты времени. В то же время при $C_1 = 0.75$ значительно изменяются как период осцилляций, так и их форма.

Из рис.4 видно, что при $\xi_0 < 1$ всякое проявление эффекта КВ в динамике системы отсутствует. Имеют место периодические осцилляции ДР, форма которых качественно зависит от начальной амплитуды C_1 . Амплитуда осцилляций вероятности нахождения атома в нижнем состоянии зависит от начальных условий. При $C_1 = 0.7$ она принимает значения в диапазоне $0.5 < P_1(t) \leq 1$, тогда как при $C_1 = 1$ её значения находятся в интервале $0.1 \leq P_1(t) \leq 1$, а при $C_1 = 0$ – в интервале $0 \leq P_1(t) \leq 0.9$; частота осцилляций при этом увеличивается почти в два раза.

Динамика населённости атома и среднего числа фотонов в резонаторе проявляет высокую чувствительность к среднему числу фотонов в исходном когерентном состоянии поля. Из рис.5 видно, что при $\langle n \rangle = 30$ в интервале безразмерного времени $0 \leq t_D \leq 1$ имеются три этапа восстановления осцилляций ДР, тогда как при $\langle n \rangle = 100$ – только два, причём моменты, в которые происходит восстановление, не совпадают для различных $\langle n \rangle$. Расчёты методом стационарной фазы показали, что для $\langle n \rangle = 10 - 103$ изменение динамики $P_1(t)$ происходит непрерывно вплоть до $\langle n \rangle = 103$, а при $\langle n \rangle = 104$ динамика системы меняется скачкообразно. На рис.6 показана динамика системы для $\langle n \rangle = 103$ и 104. Видно, что в первом случае ($\langle n \rangle = 103$) в интервале $0 \leq t_D \leq 2$ имеются восемь этапов восстановления, тогда как при $\langle n \rangle = 104$ зависимость $P_1(t)$ скачкообразно меняется и содержит единственное восстановление при $t_D = 2m$ ($m = 1, 2, \dots$).

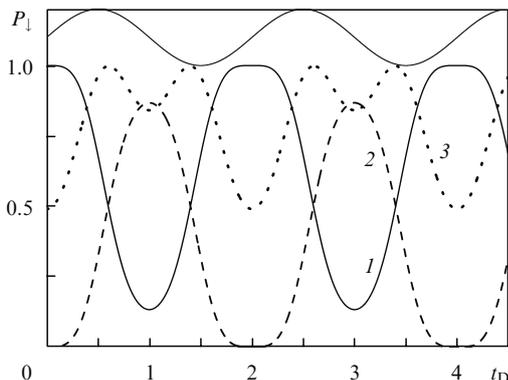


Рис.4. То же, что и на рис.2, при $\langle n \rangle = 100$, $\xi_0 = 0.0052$, $C_1 = 1$ (1), 0 (2) и 0.7 (3).

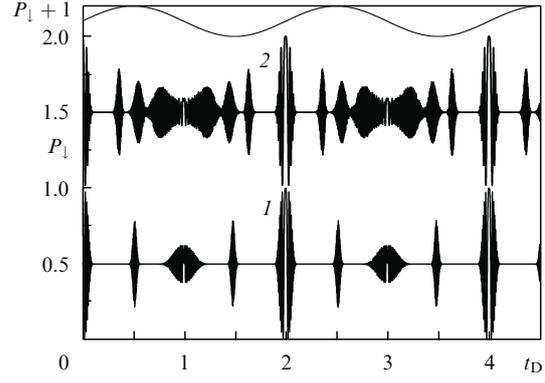


Рис.5. То же, что и на рис.1, при $\langle n \rangle = 100$ (1) и 30 (2), $v = 10$ см/с, $\xi_0 = 52$. Кривая 2 соответствует $P_1(t) + 1$.

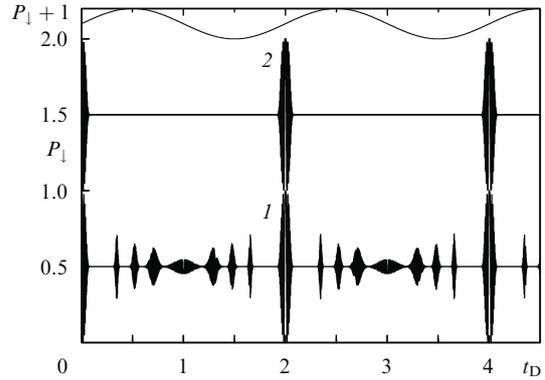


Рис.6. То же, что и на рис.5, при $\langle n \rangle = 103$ (1) и 104 (2), $v = 10^2$ см/с, $g = 3.5 \times 10^5$ с⁻¹, $\xi_0 = 104$. Кривая 2 соответствует $P_1(t) + 1$.

Систематические расчёты, проведённые методом стационарной фазы для различных значений параметров системы ω_a , g , v , показали, что в случае, когда $\xi_0 \gg 1$ и имеет место эффект КВ, скачкообразное изменение динамики всегда происходит при $103 < \langle n \rangle < 104$ для любых параметров системы. Подобного скачкообразного поведения при других значениях $\langle n \rangle$ обнаружено не было. Точные расчёты, выполненные путём численного решения задачи (без применения метода стационарной фазы) с помощью полуаналитического метода, развитого в [15–18], показали, что динамика системы при различных $\langle n \rangle$ изменяется непрерывно, без скачков. В то же время приближённо рассчитанная зависимость $P_1(t)$ совпадает с результатом точного расчёта при $\langle n \rangle > 230$ для параметров, соответствующих рис.5, и при $\langle n \rangle > 1600$ для параметров, соответствующих рис.6. Расчёты показали, что с ростом параметра ξ_0 интервал изменения $\langle n \rangle$, для которого метод стационарной фазы даёт корректные результаты, также увеличивается.

5. Заключение

В работе показано, что само возникновение эффекта КВ зависит от исходного состояния системы атом – ЭМ поле в начальный момент времени. В условиях, когда скорость движения атома велика (или константа связи g мала) и, следовательно, параметр $\xi_0 \equiv g/\Omega_D$ мал (меньше 1), возникновение коллапсов и восстановлений вероятностей населённостей атома и среднего числа фотонов в резонаторе оказывается невозможным, при этом качественно характер осцилляций ДР в таких условиях находится в прямой зависимости от исходного электронного

состояния атома, вступающего во взаимодействие с ЭМ полем.

Эффект КВ существует только при $\xi_0 \gg 1$. Число восстановлений в характерном интервале времени $2m \leq t_D \leq 2(m+1)$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) уменьшается с ростом среднего числа фотонов в поле в начальный момент времени.

Сравнение результатов расчётов динамики системы, выполненных приближённым методом стационарной фазы, с результатами точных расчётов, проведённых методом, развитым в [15], показали, что использование приближения стационарной фазы приводит к качественно неверным результатам в определённой области значений начального среднего числа фотонов. Вне этой области, найденной в настоящей работе, метод стационарной фазы даёт точное решение, описывающее динамику системы.

1. Cummings F.W. *Phys. Rev. A*, **140**, 1051 (1965).
2. Von Foerster T. *J. Phys. A: Math. Gen.*, **8**, 95 (1975).
3. Eberly J.H., Narozhny N.B., Sanchez-Mondragon J.J. *Phys. Rev. Lett.*, **44**, 1323 (1980).
4. Narozhny N.B., Sanchez-Mondragon J.J., Eberly J.H. *Phys. Rev. A*, **23**, 236 (1981).
5. Yoo H.I., Sanchez-Mondragon J.J., Eberly J.H. *J. Phys. A*, **14**, 1383 (1981).
6. Eiselt J., Risken H. *Opt. Commun.*, **72**, 351 (1989).
7. Eiselt J., Risken H. *Phys. Rev. A*, **43**, 346 (1991).
8. Knight P.L., Radmore P.M. *Phys. Lett. A*, **90** (7), 342 (1982).
9. Venkata Satyanarayana M., Rice P., Vyas R., Carmichael H.J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 228 (1989).
10. Fleischhauer M., Schleich W.P. *Phys. Rev. A*, **47**, 4258 (1993).
11. Schleich W.P. *Quantum Optics in Phase Space* (New York: Wiley VCH, 2000).
12. Rempe G., Walther H., Klein N. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 353 (1987).
13. Ren W., Cresser J.D., Carmichael H.J. *Phys. Rev. A*, **46** (11), 7162 (1992).
14. Meystre P.W. *Opt. Commun.*, **90**, 41 (1992).
15. Козловский А.В. *ЖЭТФ*, **134** (5), 876 (2008).
16. Козловский А.В. *Письма в ЖЭТФ*, **73** (7), 364 (2001).
17. Козловский А.В. *ЖЭТФ*, **320** (9), 529 (2001).
18. Козловский А.В. *Оптика и спектроскопия*, **102** (4), 572 (2007).
19. Foster G.T., Mielke S.L., Orozco L.A. *Phys. Rev. A*, **61**, 053821 (2000).
20. Walther H., Varcoe B.T.H., Englert B.-G., Becker T. *Rep. Prog. Phys.*, **69**, 1325 (2006).
21. Nussenzweig P., Bernardot F., Brune M., Hare J., Raimond J.M., Haroche S., Gawlik W. *Phys. Rev. A*, **48**, 3991 (1993).
22. Raimond J.M., Brune M., Haroche S. *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 565 (2001).
23. Федорюк М.В. *Асимптотика: Интегралы и ряды* (М.: Наука 1987).