

Оптимальная обратная связь в эффективных однорезонаторных параметрических генераторах света

В.М.Петникова, В.В.Шувалов

Подход, основанный на описании результата конкуренции квадратичных процессов слияния и распада квантов как процесса формирования кноидальных волн на эффективной каскадной кубической нелинейности керровского типа, использован для оптимизации схемы однорезонаторного параметрического генератора света. Показано, что в данном случае введение цепи обратной связи (резонатора) уменьшает период формирующихся в нелинейном кристалле кноидальных волн, а процедура оптимизации коэффициента передачи такой цепи (коэффициента отражения выходного зеркала резонатора) сводится к согласованию этого периода с длиной нелинейного кристалла.

Ключевые слова: квадратичная и каскадная кубическая нелинейности, параметрический генератор света, период кноидальных волн, длина нелинейного кристалла, оптимизация коэффициента передачи цепи обратной связи.

1. Введение

В работе [1] было показано, что периодические решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) – кноидальные волны – играют ключевую роль в одной из классических задач нелинейной оптики, а именно при описании параметрического преобразования частоты на квадратичной нелинейности [2]. Было установлено, что задачу взаимодействия трех плоских монохроматических волн, мод с частотами ω_1 , ω_2 и $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, удобно решать, повышая порядок системы укороченных уравнений, которая при этом сводится к трем независимым НУШ, связанным граничными условиями. Это соответствует описанию результата конкуренции квадратичных процессов слияния ($\omega_1 + \omega_2 \rightarrow \omega_3$) и распада ($\omega_3 \rightarrow \omega_1 + \omega_2$) квантов эффективной каскадной кубической нелинейностью керровского типа [3]. В работе [4] этот же подход использовался при рассмотрении каскадных параметрических процессов. В [5, 6] были приведены решения, описывающие процесс параметрической генерации (в том числе каскадной) в схеме генератора бегущей волны, в котором обратная связь (резонатор) отсутствует, и поэтому в нелинейном кристалле (НЛК) просто происходит параметрическое усиление слабого входного шума.

Ниже аналогичный подход будет использован для решения задачи оптимизации схемы однорезонаторного параметрического генератора света (ПГС) [2]. Будет показано, что в данном случае введение в генератор цепи обратной связи (резонатора) уменьшает период формирующихся кноидальных волн, а процедура оптимизации коэффициента передачи такой цепи (коэффициента отражения выходного зеркала резонатора) сводится к согласованию этого периода с длиной НЛК.

2. Параметрическое преобразование и НУШ

Как и в работе [1], остановимся на случае коллинеарного взаимодействия трех плоских монохроматических волн: двух – на основной частоте (амплитуды $A_{1,2}$, частоты $\omega_{1,2} = \omega$, волновые векторы $k_{1,2}$) и одной – на частоте второй гармоники (амплитуда A_3 , частота $\omega_3 = 2\omega$, волновой вектор k_3), распространяющихся от плоскости $z = 0$ вдоль оси z в среде с квадратичной нелинейностью – НЛК. Пренебрегая анизотропией и поглощением, предположим сначала, что НЛК занимает полупространство $z \geq 0$ и в нем реализован невырожденный (за счет ортогональных линейных поляризацій мод на частотах $\omega_{1,2}$) параметрический процесс так называемого II типа (ооевзаимодействие), который описывается хорошо известной системой уравнений для амплитуд трех связанных полей – мод [2]:

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\beta A_2^* A_3 \exp(-i\Delta z), \quad (1a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\beta A_1^* A_3 \exp(-i\Delta z), \quad (1b)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -i2\beta A_1 A_2 \exp(+i\Delta z), \quad (1c)$$

где β – константа нелинейной связи; $\Delta = k_1 + k_2 - k_3$ – волновая расстройка. Система (1) имеет два интеграла движения второго порядка:

$$I_1(z) + I_2(z) + I_3(z) = I_{10} + I_{20} + I_{30}, \quad (2a)$$

$$I_1(z) - I_2(z) = I_{10} - I_{20}, \quad (2b)$$

описывающих закон сохранения плотности потока энергии и соотношения Мэнли – Роу [2]. Здесь $I_i(z) = A_i(z)A_i^*(z)$ – переменная, пропорциональная интенсивности i -й ($i =$

В.М.Петникова, В.В.Шувалов. Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vsh@vsh.phys.msu.ru

1 – 3) волны, которую мы далее будем называть интенсивностью; $I_{i0} = I_i(z = 0)$.

После замены $A_i(z) \rightarrow \tilde{A}_i(z) \exp(-i\alpha_i z)$ и выбора таких констант α_i , чтобы

$$\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \Delta = 0, \quad (3)$$

система (1) сводится к трем замкнутым уравнениям второго порядка, имеющим форму НУШ:

$$\frac{d^2 \tilde{A}_1}{dz^2} - \beta^2 \left(4I_{10} - 2I_{20} + I_{30} - \frac{\Delta^2}{4\beta^2} - 4A_1 A_1^* \right) \tilde{A}_1 = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{d^2 \tilde{A}_2}{dz^2} - \beta^2 \left(-2I_{10} + 4I_{20} + I_{30} - \frac{\Delta^2}{4\beta^2} - 4A_2 A_2^* \right) \tilde{A}_2 = 0, \quad (4б)$$

$$\frac{d^2 \tilde{A}_3}{dz^2} + 2\beta^2 \left(I_{10} + I_{20} + I_{30} + \frac{\Delta^2}{8\beta^2} - \tilde{A}_3 \tilde{A}_3^* \right) \tilde{A}_3 = 0, \quad (4в)$$

с дополненными значениями первых производных A_i при $z = 0$ граничными условиями

$$\tilde{A}_{10} = A_{10}, \quad \left. \frac{d\tilde{A}_1}{dz} \right|_{z=0} = i\frac{\Delta}{2} \tilde{A}_{10} - i\beta \tilde{A}_{20}^* \tilde{A}_{30}, \quad (5a)$$

$$\tilde{A}_{20} = A_{20}, \quad \left. \frac{d\tilde{A}_2}{dz} \right|_{z=0} = i\frac{\Delta}{2} \tilde{A}_{20} - i\beta \tilde{A}_{10}^* \tilde{A}_{30}, \quad (5б)$$

$$\tilde{A}_{30} = A_{30}, \quad \left. \frac{d\tilde{A}_3}{dz} \right|_{z=0} = -i\frac{\Delta}{2} \tilde{A}_{30} - i2\beta \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20}, \quad (5в)$$

которые следуют из системы (1). Набор констант α_i в уравнениях (4a), (4б) и (4в) – разный:

$$\alpha_1 = \Delta/2, \quad \alpha_2 - \alpha_3 = \Delta/2, \quad (6a)$$

$$\alpha_1 - \alpha_3 = \Delta/2, \quad \alpha_2 = \Delta/2, \quad (6б)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \Delta/2, \quad \alpha_3 = -\Delta/2, \quad (6в)$$

и совместим только попарно [7].

3. Невырожденная параметрическая генерация в отсутствие обратной связи

Решение системы (4) удобнее всего провести, предварительно выделив с помощью замены переменных $\tilde{A}_i \rightarrow X_i \exp(i\varphi_i)$ действительные амплитуды X_i и фазы φ_i взаимодействующих в НЛК мод. Далее логично было бы считать, что $I_{10,20} = 0$ и $I_{30} \neq 0$. Однако с учетом (6) искомые решения (4) будут в этом случае тривиальными ($\tilde{A}_{1,2} \equiv 0$ и $\tilde{A}_3 \equiv \tilde{A}_{30}$) и неустойчивыми по отношению к флуктуациям $A_{10,20}$. Поэтому ниже нам придется рассмотреть несколько более сложную ситуацию, когда на входе в НЛК присутствует излучение затравки на частоте ω_1 и интенсивность $I_{30} = X_{30}^2 \gg I_{10} = X_{10}^2 \neq 0$, где $X_{i0} = X_i(z = 0)$. Далее волны на частотах ω_1 и ω_2 будем условно (из-за симметрии перестановки индексов $1 \leftrightarrow 2$) называть холостой и сигнальной соответственно.

С учетом того, что $\tilde{A}_{20} = 0$, фаза \tilde{A}_2 является константой и $\varphi_2 = \varphi_{20}$ [8]. При этом максимальная начальная (в точке $z = 0$) скорость роста I_2 реализуется при условии $\varphi_{20} = \varphi_{30} - \varphi_{10} - \pi/2$, которое мы и будем считать выполненным. Тогда

$$\left. \frac{dX_2}{dz} \right|_{z=0} = \beta X_{10} X_{30}. \quad (7)$$

Фазы же $\varphi_{1,3}$ амплитуд $\tilde{A}_{1,3}$ двух других волн испытывают нелинейные осцилляции:

$$\left. \frac{d\varphi_{1,3}}{dz} \right|_{z=0} = \pm \frac{\Delta}{2}, \quad (8)$$

поэтому необходимое нам решение исходной задачи будем искать, анализируя именно уравнение (4б), которое с учетом условия $\varphi_2 = \varphi_{20}$ записывается теперь в виде

$$\frac{d^2 X_2}{dz^2} - \beta^2 \left(-2I_{10} + I_{30} - \frac{\Delta^2}{4\beta^2} - 4X_2^2 \right) X_2 = 0, \quad (9a)$$

$$X_{20} = 0, \quad \left. \frac{dX_2}{dz} \right|_{z=0} = \beta \sqrt{I_{10} I_{30}}. \quad (9б)$$

При этом эволюцию интенсивностей $I_{1,3}(z)$ холостой волны и волны накачки будем определять через интегралы второго порядка (2) системы (1).

Поскольку уравнение (9a) представляет собой НУШ с керровской нелинейностью фокусирующего типа и выполнены граничные условия (9б), интересующее нас решение должно быть [9] пропорционально функции $\text{sn}(\gamma z, k)$, сдвинутой на четверть своего периода, равного $K(k)$, вдоль оси z , т. е. [10]

$$X_2(z) = \sqrt{I_{2\max}} k' \frac{\text{sn}(\gamma z, k)}{\text{dn}(\gamma z, k)}. \quad (10)$$

Здесь $\text{sn}(\gamma z, k)$, $\text{cn}(\gamma z, k)$ и $\text{dn}(\gamma z, k)$ – эллиптические функции Якоби с модулем k ; $K(k)$ – полный нормальный эллиптический интеграл Лежандра 1-го рода; $k' = \sqrt{1 - k^2}$ [10]; максимальная интенсивность сигнальной волны $I_{2\max}$, а также константы γ и k являются параметрами, которые собственно и подлежат определению. Поэтому после подстановки (10) в (9) находим

$$I_{2\max} =$$

$$\frac{2I_{10} I_{30}}{\{8I_{10} I_{30} + [I_{30} - 2I_{10} - \Delta^2/(4\beta^2)]^2\}^{1/2} - [I_{30} - 2I_{10} - \Delta^2/(4\beta^2)]}, \quad (11a)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 \left[8I_{10} I_{30} + \left(I_{30} - 2I_{10} - \frac{\Delta^2}{4\beta^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (11б)$$

$$k^2 = \frac{1}{2} \times$$

$$\frac{\{8I_{10} I_{30} + (I_{30} - 2I_{10} - \Delta^2/(4\beta^2))^2\}^{1/2} + [I_{30} - 2I_{10} - \Delta^2/(4\beta^2)]}{\{8I_{10} I_{30} + [I_{30} - 2I_{10} - \Delta^2/(4\beta^2)]^2\}^{1/2}}. \quad (11в)$$

При этом из (2) следует, что зависимости $I_{1,3}(z)$ имеют тот же период $2K(k)$, что и зависимость $I_2(z)$, и описываются выражениями

$$I_1(z) = I_{10} + I_{2\max} (1 - k^2) \frac{\text{sn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)}, \quad (12a)$$

$$I_3(z) = I_{30} - 2I_{2\max}(1 - k^2) \frac{\text{sn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)}. \quad (126)$$

В наиболее интересном с точки зрения практической реализации ПГС случае $\Delta = 0$ приведенные выше соотношения (11) еще более упрощаются и переходят в выражения

$$I_{2\max} = \frac{1}{2} I_{30}, \quad (13a)$$

$$\gamma^2 = \beta^2(I_{30} + 2I_{10}), \quad k^2 = \frac{I_{30}}{I_{30} + 2I_{10}}, \quad (136)$$

которые показывают, что в отсутствие волновой расстройки изменение интенсивности затравки I_{10} , не меняя предельной эффективности преобразования излучения накачки в излучение на сигнальной частоте (см. (13a)), по существу просто позволяет управлять периодичностью процессов энергообмена в НЛК (изменение $K(k)$ за счет изменения параметров γ и k , см. (136)). Поскольку при $I_{10} \rightarrow 0$ параметры $k^2 \rightarrow 1$ и $\gamma^2 \rightarrow \beta^2 I_{30}$ (т. е. γ остается конечным), искомое решение задачи в этом пределе становится уединенным (солитоноподобным), а его максимум локализован на бесконечности. Поэтому предельная эффективность преобразования может быть реализована только асимптотически (при $z \rightarrow \infty$).

4. Невырожденная параметрическая генерация и оптимальная обратная связь

Введем теперь обратную связь только по холостой волне (так называемая однорезонаторная схема ПГС [2]). Будем считать, что НЛК имеет конечную длину L и некая часть $|R|^2$ выходной (плоскость $z = L$) интенсивности холостой волны $I_1(L)$ опять возвращается на вход (в плоскость $z = 0$) преобразователя. Здесь R – комплексный коэффициент передачи поля A_1 с выхода на вход. При равенстве частот ($\omega_1 = \omega_2$) это значит, что цепь обратной связи считается поляризационно-селективной. Положим, что за счет оптимального выбора фазового набега в цепи обратной связи (фазы коэффициента передачи R) по-прежнему выполняется условие $\varphi_{20} = \varphi_{30} - \varphi_{10} - \pi/2$, и поэтому с учетом (12a) получим соотношение

$$I_{10} = \frac{|R|^2}{1 - |R|^2} I_{2\max}(1 - k^2) \frac{\text{sn}^2(\gamma L, k)}{\text{dn}^2(\gamma L, k)}. \quad (14)$$

Потребуем теперь, чтобы параметр $|R|$ имел оптимальное значение $|R|_{\text{opt}}$, при котором

$$\text{sn}^2[\gamma(|R|_{\text{opt}})L, k(|R|_{\text{opt}})] = 1, \quad (15)$$

т. е. чтобы

$$I_{10} = \frac{|R|_{\text{opt}}^2}{1 - |R|_{\text{opt}}^2} I_{2\max}, \quad I_1(L) = \frac{I_{2\max}}{1 - |R|_{\text{opt}}^2}, \quad (16a)$$

$$I_{1\text{out}} = (1 - |R|_{\text{opt}}^2)I_1(L) = I_{2\max},$$

$$I_2(L) = I_{2\max}, \quad (166)$$

$$I_3(L) = I_{30} - 2I_{2\max}. \quad (16b)$$

Здесь $I_{1\text{out}}$ – интенсивность излучения на частоте ω_1 на выходе резонатора. При этом из (11) с учетом (16) следует, что в общем случае

$$I_{2\max} = \frac{1}{2} \left[I_{30} - (1 - |R|_{\text{opt}}^2) \frac{\Delta^2}{4\beta^2} \right], \quad (17a)$$

$$\gamma^2 = \frac{\beta^2}{1 - |R|_{\text{opt}}^2} \left[I_{30} - (1 - |R|_{\text{opt}}^2) \frac{\Delta^2}{4\beta^2} \right], \quad (176)$$

$$k^2 = (1 - |R|_{\text{opt}}^2) \frac{I_{30} - (1 - |R|_{\text{opt}}^2) \Delta^2 / (4\beta^2)}{I_{30} - (1 - |R|_{\text{opt}}^2) \Delta^2 / (4\beta^2)}, \quad (17b)$$

где $|R|_{\text{opt}}$ определяется трансцендентным уравнением

$$\gamma(|R|_{\text{opt}})L = K[k(|R|_{\text{opt}})]. \quad (18)$$

Заметим, что в стационарном режиме интенсивности холостой волны как на входе НЛК (I_{10}), так и на его выходе ($I_1(L)$) могут существенно превышать $I_{2\max}$ за счет накопления в резонаторе энергии, отобранной у волны накачки во время переходного процесса.

В том же наиболее интересном случае $\Delta = 0$ выражения (17) и (18) упрощаются:

$$I_{2\max} = \frac{1}{2} I_{30}, \quad \gamma^2 = \frac{\beta^2 I_{30}}{1 - |R|_{\text{opt}}^2}, \quad k^2 = 1 - |R|_{\text{opt}}^2, \quad (19)$$

где оптимальный коэффициент отражения зеркала связи определен решением уравнения

$$(1 - |R|_{\text{opt}}^2)^{1/2} K[(1 - |R|_{\text{opt}}^2)^{1/2}] = \beta \sqrt{I_{30}} L. \quad (20)$$

Поскольку $(1 - |R|_{\text{opt}}^2)^{1/2} = k$ и зависимость $K(k)$ табулирована, решение (20) удобнее всего искать графически, что и проиллюстрировано на рис.1. Однако при $k \ll 1$

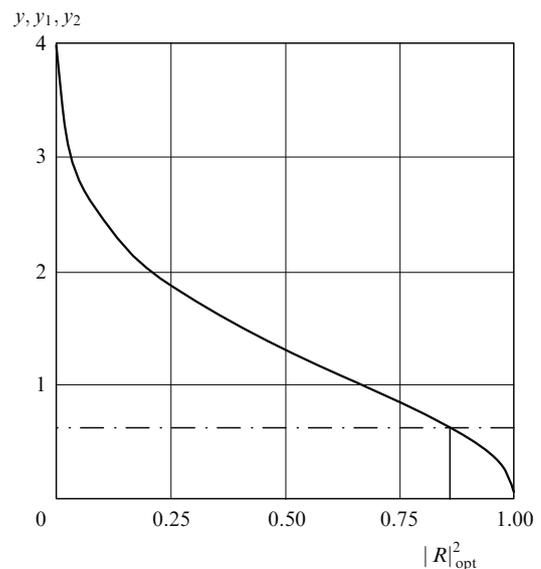


Рис.1. Графическое решение уравнения (20). Зависимость $y(|R|_{\text{opt}}^2) = (1 - |R|_{\text{opt}}^2)^{1/2} K[(1 - |R|_{\text{opt}}^2)^{1/2}]$ показана сплошной линией, зависимость $y_1(|R|_{\text{opt}}^2) = \beta \sqrt{I_{30}} L = \text{const}$ (либо $y_2(|R|_{\text{opt}}^2) = [2(|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2)I_{30}]^{1/2} \times L = \text{const}$) – штрих-пунктирной. Оптимальное значение коэффициента отражения зеркала обратной связи $|R|_{\text{opt}}^2$ определяется абсциссой точки пересечения сплошной и штрих-пунктирной линий.

($|R|_{\text{opt}}^2 \sim 1$) и $k \sim 1$ ($|R|_{\text{opt}}^2 \ll 1$) можно воспользоваться и разложениями $K(k)$ в ряды [10].

5. Каскадная параметрическая генерация и оптимальная обратная связь

При анализе каскадной параметрической генерации для краткости ограничимся лишь одной из двух возможных ситуаций, которые обсуждались ранее в [6]. Рассмотрим коллинеарное взаимодействие четырех ($i = 1-4$) мод с кратными частотами $\omega_1, \omega_2 = 2\omega_1, \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 = 3\omega_1$ и $\omega_4 = \omega_1 + \omega_3 = 4\omega_1$, волновыми векторами k_i и амплитудами $A_i = X_i \exp(i\varphi_i)$. Будем считать, что в среде могут одновременно протекать нелинейные процессы $\omega_3 \leftrightarrow \omega_1 + \omega_2$ и $\omega_1 + \omega_3 \leftrightarrow \omega_4$ с волновыми расстройками $\Delta_{1,2} = k_1 + k_{2,3} - k_{3,4}$ и константами нелинейной связи $\beta_{1,2}$ соответственно. Предположим, что в НЛК создана структура, в которой знаки $\beta_{1,2}$ меняются вдоль оси z с периодом, кратным когерентным длинам $2\pi/\Delta_{1,2}$ (т.е. реализованы условия квазисинхронизма), и введем константы $\gamma_{1,2} = \langle \beta_{1,2}(z) \exp(-i\Delta_{1,2}z) \rangle_z$, описывающие усредненную нелинейную связь. В [6] было показано, что при этом переход от исходных укороченных уравнений первого порядка к уравнениям второго порядка дает замкнутую систему из двух НУШ для амплитуд мод $A_{1,3}$ и что при накачке ПГС бегущей волны модой на частоте ω_3 и наличии затравки на частоте ω_1 при оптимальном соотношении начальных фаз φ_{i0} , заданном условиями

$$\begin{aligned} \varphi_{10} + \varphi_{20} - \varphi_{30} - \varphi_{\gamma_1} + \frac{\pi}{2} &= 0, \\ \varphi_{10} + \varphi_{30} - \varphi_{40} - \varphi_{\gamma_2} - \frac{\pi}{2} &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

обеспечивается максимальная начальная (в точке $z = 0$) скорость нарастания $X_{2,4}$. Здесь $\varphi_{\gamma_{1,2}}$ определены соотношениям $\gamma_{1,2} = |\gamma_{1,2}| \exp(i\varphi_{\gamma_{1,2}})$. При $|\gamma_1|^2 > 2|\gamma_2|^2$ и $I_{20} = I_{40} = 0$ каскадной параметрической генерации с повышением частоты соответствует решение

$$X_1 = \sqrt{I_{10}} \frac{1}{\text{dn}(\gamma z, k)}, \quad X_3 = \sqrt{I_{30}} \frac{\text{cn}(\gamma z, k)}{\text{dn}(\gamma z, k)}, \quad (22a)$$

$$I_2 = \frac{1 - \text{dn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)} I_{10} + \frac{1}{3} \frac{\text{dn}^2(\gamma z, k) - \text{cn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)} I_{30}, \quad (22b)$$

$$I_4 = -2 \frac{1 - \text{dn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)} I_{10} + \frac{2}{3} \frac{\text{dn}^2(\gamma z, k) - \text{cn}^2(\gamma z, k)}{\text{dn}^2(\gamma z, k)} I_{30},$$

в котором зависимости $I_{2,4}(z)$ определены из закона сохранения плотности потока энергии и соотношений Мэнли–Роу, а

$$k^2 = \frac{(|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2)I_{30}}{3(|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2)I_{10} + (|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2)I_{30}}, \quad (23)$$

$$\gamma^2 = 2[3(|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2)I_{10} + (|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2)I_{30}].$$

В работе [6] было установлено, что локализация максимумов при $z = z_{\text{max}}$ зависимости $I_4(z)$ отвечает условию $|\text{sn}(\gamma z_{\text{max}}, k)|^2 = 1$ и что

$$I_{4 \text{ max}} = I_4(z_{\text{max}}) = \frac{8}{3} \frac{|\gamma_2|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30} \quad (24)$$

не меняется при изменении I_{10} . В точках $z = z_{\text{max}}$ волна накачки полностью истощается, а оставшаяся часть потока ее энергии перераспределяется между двумя другими модами:

$$I_1(z_{\text{max}}) = I_{10} + \frac{1}{3} \frac{|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30}, \quad (25)$$

$$I_2(z_{\text{max}}) = \frac{2}{3} \frac{|\gamma_1|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30}, \quad I_3(z_{\text{max}}) = 0.$$

Это значит, что, как и в рассмотренном ранее случае, изменение I_{10} , не меняя предельной эффективности преобразования излучения накачки в излучение на сигнальной частоте (см. (24)), позволяет управлять периодичностью процессов энергообмена в НЛК (изменение $K(k)$ за счет изменения параметров γ и k). Поскольку при $I_{10} \rightarrow 0$ параметры $k^2 \rightarrow 1$ и $\gamma^2 \rightarrow 2(|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2)I_{30}$ (т.е. γ остается конечным), решение задачи в этом пределе также становится уединенным, его максимум локализован на бесконечности и предельная эффективность может быть реализована асимптотически (при $z \rightarrow \infty$).

Предположим теперь, что в отличие от [6] и в соответствии с рассмотренной выше процедурой затравка I_{10} формируется частью $|R|^2$ выходной (плоскость $z = z_{\text{max}} = L$) интенсивности $I_1(L)$, которая возвращается на вход ($z = 0$) преобразователя. Здесь R – комплексный коэффициент передачи поля A_1 с выхода на вход. Полагая, что условия (21) по-прежнему выполнены за счет оптимального выбора фазы коэффициента передачи R , при выборе оптимального значения $|R| = |R|_{\text{opt}}$, удовлетворяющего тому же условию (18), с учетом (24) и (25) получим соотношения

$$I_1(L) = \frac{1}{3} \frac{1 - |R|^2}{1 - |R|^2} \frac{|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30}, \quad (26a)$$

$$I_{1 \text{ out}}(L) = (1 - |R|^2)I_1(L) = \frac{1}{3} \frac{|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30},$$

$$I_2(L) = \frac{2}{3} \frac{|\gamma_1|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30}, \quad I_3(L) = 0, \quad (26b)$$

$$I_4(L) = \frac{8}{3} \frac{|\gamma_2|^2}{|\gamma_1|^2 + 2|\gamma_2|^2} I_{30},$$

$$k^2 = 1 - |R|^2, \quad \gamma^2 = 2 \frac{|\gamma_1|^2 - 2|\gamma_2|^2}{1 - |R|^2} I_{30}. \quad (26b)$$

Здесь $I_{1 \text{ out}}$ – интенсивность излучения на частоте ω_1 на выходе резонатора.

Легко убедиться в том, что оптимизация коэффициента передачи цепи обратной связи опять позволила нам реализовать при конечной длине НЛК L предельно возможную эффективность преобразования потока энергии накачки I_{30} в излучение на частоте ω_4 , причем эта предельная эффективность также зависит только от констант нелинейной связи $|\gamma_{1,2}|^2$ и соотношений Мэнли–Роу. Для определения оптимального значения $|R|^2$ по-прежнему можно воспользоваться рис.1, однако теперь значение γ должно быть определено из соотношения (26b).

6. Заключение

Итак, в настоящей работе показано, что при невырожденной параметрической генерации без учета потерь введение цепи положительной обратной связи (резонатора) для одной из генерируемых мод позволяет сделать период формирующихся в НЛК кноидальных волн конечным (изменить периодичность процессов энергообмена). При этом процедура оптимизации коэффициента передачи этой цепи (по сути коэффициента отражения выходного зеркала резонатора) сводится к согласованию этого периода с длиной НЛК и к локализации плоскости, в которой эффективность преобразования максимальна, на выходной грани НЛК. Предельная эффективность преобразования при этом не меняется и остается той же, что и у ПГС бегущей волны [5, 6] (т. е. определяется либо только соотношениями Мэнли–Роу [5], либо еще и двумя константами, описывающими каскадное нелинейное взаимодействие [6]).

Отметим, что оба эти требования должны быть справедливы и при реализации двухрезонаторных схем ПГС (в том числе при вырожденной генерации I типа [2] в однорезонаторной схеме). Однако сама процедура оптимизации при этом может оказаться несколько более сложной. Во-первых, в данном случае положение плоскости, где интенсивности волн, по которым замыкается обратная связь, минимальны, сдвинуто относительно входной грани НЛК (первые производные интенсивностей волн при $z = 0$ не обнуляются) [5]. Поэтому оптимальный период кноидальных волн должен быть согласован с длиной НЛК, но не будет ей равен, как это имело место в двух рассмотренных выше ситуациях. В принципе, возможна даже экзотическая ситуация, когда бесконечны как период, так и величина указанного сдвига, но максимум интенсивности выходной волны все-таки локализован на задней грани НЛК (при $z = L$). И во-вторых, в двухрезо-

наторных схемах ПГС коэффициенты передачи обеих цепей обратной связи (коэффициенты отражения выходных зеркал двух резонаторов) должны быть согласованы друг с другом.

1. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **37** (3), 266 (2007);
Petnikova V.M., Shuvalov V.V. *Phys. Rev. E*, **76** (4), 046611 (2007).
2. Armstrong J.A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P.S. *Phys. Rev.*, **127** (6), 1918 (1962);
Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *Проблемы нелинейной оптики* (М.: ВИНТИ, 1964);
Бломберг Н. *Нелинейная оптика* (М.: Мир, 1966);
Цернике Ф., Мидвинтер Дж. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Мир, 1976);
Шен И.Р. *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989).
3. Островский Л.А. *Письма в ЖЭТФ*, **5** (9), 331 (1967);
Клышко Д.Н., Полковников Б.Ф. *Квантовая электроника*, № 4, 81 (1973);
Meredith G.R. *J. Chem. Phys.*, **77** (12), 5863 (1982);
Kobyakov A., Lederer F. *Phys. Rev. A*, **54** (4), 3455 (1996).
4. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **38** (12), 1135 (2008);
Petnikova V.M., Shuvalov V.V. *Phys. Rev. E*, **79** (2), 026605 (2009).
5. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **40** (3), 219 (2010).
6. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **40** (4), 329 (2010).
7. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **39** (12), 1137 (2009).
8. Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **37** (6), 561 (2007).
9. Petnikova V.M., Shuvalov V.V., Vysloukh V.A. *Phys. Rev. E*, **60** (1), 1009 (1999).
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Наука, 1989);
Кузнецов Д.С. *Специальные функции* (М.: Высшая школа, 1965);
Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М.Абрамовица, И.Стиган (М.: Наука, 1979).