

Предельные тепловые режимы дисковых активных элементов при стационарной накачке и двумерном распределении температуры внутри диска

А.Н.Алпатьев, Д.А.Лис, В.А.Смирнов, И.А.Щербаков

Получено аналитическое выражение, описывающее стационарное двумерное осесимметричное распределение температуры в дисковом активном элементе (АЭ), охлаждаемом с торца и с боковой поверхности (граничные условия 3-го рода), в случае, когда излучение накачки освещает весь диск, для толщин диска $0.01 \text{ см} \leq h \leq 0.3 \text{ см}$ и отношения диаметра к толщине $1 \leq d/h \leq 100$. Рассчитаны термомеханические напряжения, показано, что с точки зрения разрушения диска наибольшую опасность представляет тангенциальное напряжение на его боковой стороне. Для различных параметров масштабирования $x = d/h$ в многомодовом приближении оценены предельные мощности генерации P_{gen} , которые можно получить при использовании дискового АЭ в случае торцевого и бокового охлаждения для различных коэффициентов теплообмена α (на примере кристалла YAG:Nd). Установлено, что боковое охлаждение может в определенных ситуациях уменьшать P_{gen} . Определены области приоритетов в пространстве параметров h , x и α , в которых по мере роста интенсивности накачки первым наступает одно из трех событий, нарушающих нормальную работу лазера: ухудшение спектрально-люминесцентных характеристик АЭ вследствие нагрева, нарушение нормального режима охлаждения или термомеханическое разрушение диска. Показано, что увеличение параметра масштабирования x приводит к сглаживанию радиального температурного профиля и профиля распределения термоупругих напряжений.

Ключевые слова: дисковый активный элемент, стационарная накачка, предельные мощности генерации.

1. Введение

Проблема создания мощных дисковых лазеров на сегодняшний день весьма актуальна [1–4]. Одной из основных задач при этом является отвод большого количества тепла, выделяющегося в активном элементе (АЭ), поскольку его нагрев приводит к ухудшению спектроскопических характеристик рабочей среды, образованию термолинзы, термоупругим напряжениям и другим нежелательным явлениям.

В работах [4–6] рассматривалась одномерная тепловая задача для дискового АЭ, когда его температура являлась функцией только координаты z (ось z перпендикулярна торцам диска) и в любой плоскости, параллельной торцам, была одинаковой. Такая ситуация реализуется, если однородная по сечению пучка накачка освещает всю плоскость диска и охлаждение происходит только с торцов. В этом случае можно получить аналитическое решение уравнения теплопроводности и проанализировать различные нежелательные ситуации, связанные с нагревом АЭ, что и было сделано в [6].

В настоящей работе рассмотрена более общая, двумерная тепловая задача, когда отток тепла идет не только через торец АЭ, но и через его боковую поверхность, а однородная по сечению пучка накачка поглощается в результате произвольного числа проходов и освещает всю площадь АЭ. Как будет показано ниже, наличие бокового охлаждения может приводить как к увеличению, так и

к уменьшению максимальной мощности генерации (многомодовое излучение), ограниченной наступлением (по мере роста интенсивности накачки) одного из трех нежелательных для работы лазера событий: нагрева АЭ выше наперед заданной температуры, нарушения нормального режима охлаждения, терморазрушения АЭ.

2. Численное решение уравнения теплопроводности и его аналитическая аппроксимация

Рассмотрим распределение температуры в АЭ в форме диска с толщиной h и радиусом $R = d/2$ при продольной однородной по сечению пучка стационарной накачке (рис.1). На торцевой ($z = h$) и боковой ($r = R$) поверхности

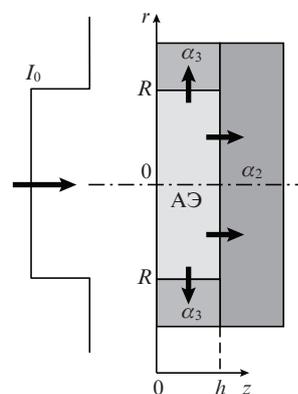


Рис.1. Двумерная задача: охлаждение дискового АЭ с торца и боковой стороны в случае продольной однородной накачки с интенсивностью I_0 .

А.Н.Алпатьев, Д.А.Лис, В.А.Смирнов, И.А.Щербаков. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: lisdenis@mail.ru

Поступила в редакцию 11 мая 2010 г.

стях АЭ имеет место конвективное охлаждение с коэффициентами теплообмена α_2 и α_3 соответственно. В случае, когда контакт диска с охлаждающей жидкостью не прямой, например через подложку, то α_2 и α_3 – эффективные коэффициенты теплообмена, учитывающие термосопротивление подложки. Функция источников объемного тепловыделения q_V в любой точке объема диска считается одинаковой.

Такая тепловая задача описывается уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах

$$\nabla^2 T(r, z) = -\frac{q_V}{\lambda} \tag{1}$$

с граничными условиями 3-го рода

$$\frac{\partial T(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=h} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} [T(r, h) - T_f],$$

$$\frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{\alpha_3}{\lambda} [T(R, z) - T_f], \tag{2}$$

торец $z = 0$ теплоизолирован, где T_f – температура охлаждающих сред; λ – коэффициент теплопроводности.

Численное решение данной задачи показывает, что распределение температуры по оси z близко к параболическому, а распределение по радиусу r может быть описано функцией

$$f(\rho, m) = \frac{\cosh m - \cosh(\rho m)}{\cosh m - 1}, \tag{3}$$

где $\rho = r/R$;

$$m = C \frac{2R}{h} \sqrt{\frac{\alpha_2 h}{2\lambda}}, \tag{4}$$

C – безразмерная величина.

Поведение функции $f(\rho, m)$ в зависимости от ρ для нескольких значений m показано на рис.2. При уменьшении m функция $f(\rho, m)$ дает параболическое распределение температуры, а при увеличении m – распределение температуры типа «полка»:

$$f(\rho, m) = \begin{cases} 1 - \rho^2, & m \rightarrow 0, \\ 1, & m \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Поэтому m логично назвать параметром сглаживания, а $f(\rho, m)$ – функцией сглаживания.

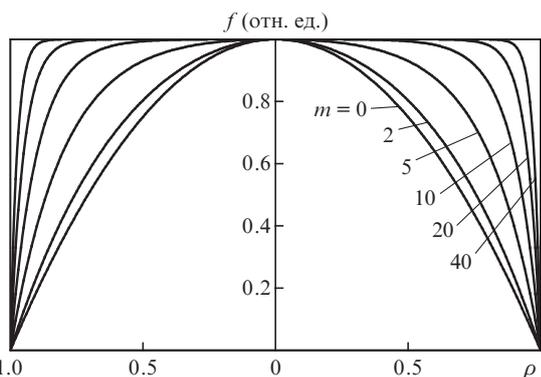


Рис.2. Сглаживающая функция $f(\rho, m)$.

Приближенное аналитическое решение уравнения (1) с граничными условиями (2) имеет вид

$$T(\rho, z) = \Delta T_1(0, 0) \left[f(\rho, m) + \frac{1}{M} \right] H(z) + T_f, \tag{5}$$

где

$$\Delta T_1(0, 0) = T(0, 0) - T(R, 0) = q_V \frac{RKM}{2\alpha_3 \Psi};$$

$$H(z) = \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \frac{K-1}{K} + \frac{1}{K};$$

$$\Psi = K + \frac{R}{2h} \frac{\alpha_2}{\alpha_3} + \frac{\alpha_2 R^2}{2\lambda h} F(m);$$

$$F(m) = \frac{1}{m} \left[\frac{1}{\tanh m} - \frac{2}{m} + \frac{2}{m^2} \tanh \left(\frac{m}{2} \right) \right];$$

константы $M = (\alpha_3 R / \lambda) \tanh(m/2) / m$ и $K = 1 + \alpha_2 h / (2\lambda)$ получены из граничных условий (2) на боковой и торцевой поверхностях соответственно. Введем также следующие обозначения (рис.3):

$$\Delta T_1(0, h) = T(0, h) - T(R, h),$$

$$\Delta T_2(R, 0) = T(R, 0) - T_f, \quad \Delta T_2(R, h) = T(R, h) - T_f,$$

$$\Delta T_1(0, z) = T(0, z) - T(R, z), \quad \Delta T_2(R, z) = T(R, z) - T_f,$$

$$\Delta T(0, 0) = T(0, 0) - T_f = \Delta T_1(0, 0) + \Delta T_2(R, 0),$$

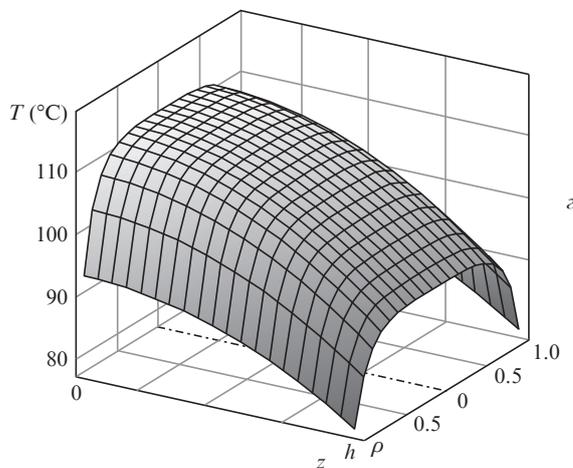
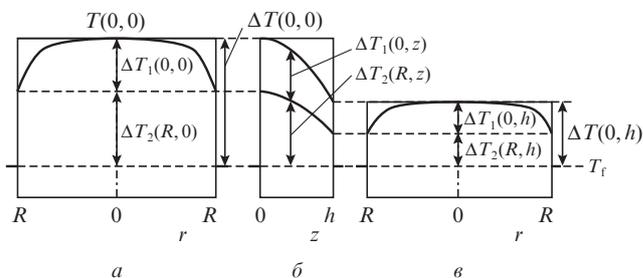


Рис.3. Характерное распределение температур в диске по срезам $z = 0$ (а), $r = 0 - R$ (б) и $z = h$ (в), а также трехмерный рисунок, построенный при $d = 2$ см, $h = 0.1$ см, $q_V = 500$ Вт/см³, $\alpha_2 = 0.75$ Вт·см⁻²·К⁻¹, $\alpha_3 = 0.25$ Вт·см⁻²·К⁻¹, $T_f = 27^\circ\text{C}$ (z).

$$\Delta T(0, h) = T(0, h) - T_f = \Delta T_1(0, h) + \Delta T_2(R, h),$$

$$\Delta T(0, z) = T(0, z) - T_f = \Delta T_1(0, z) + \Delta T_2(R, z),$$

где индекс 1 соответствует внутреннему перепаду температур (между осью и боковой стороной), а индекс 2 – внешнему (между температурой боковой стороны и температурой T_f), перепады температур без индекса – общие перепады (между температурой на оси и T_f). Связь между введенными параметрами имеет следующий вид:

$$\Delta T_1(0, 0) = K \Delta T_1(0, h), \tag{6}$$

$$\Delta T_2(R, 0) = K \Delta T_2(R, h), \tag{7}$$

$$\Delta T_1(0, 0) = M \Delta T_2(R, 0), \tag{8}$$

$$\Delta T_1(0, h) = M \Delta T_2(R, h). \tag{9}$$

Полученное аналитическое выражение (5) для $T(r, z)$ с точностью не хуже $\sim 1\%$ (по отношению к численному решению) при $\lambda = 0.13 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ (кристалл YAG) и используемых в расчетах значения α_2 и α_3 описывает распределение температуры в диске, по крайней мере в исследованном диапазоне $d/h = 1-100$ (где $h = 0.01-0.3 \text{ см}$) при $C = 0.62$. Для толщин $h > 0.3 \text{ см}$ требуется уточнить значение C ; например, для $h = 0.5 \text{ см}$ константа $C \approx 0.5$.

Если торцевая или боковая сторона диска теплоизолирована, то, полагая в выражении (5) $\alpha_2 = 0$ или $\alpha_3 = 0$ соответственно, получаем известные одномерные распределения температуры при стационарной накачке:

$$T(r) = \frac{q_V}{4\lambda}(R^2 - r^2) + \frac{q_V R}{2\alpha_3} + T_f \tag{10a}$$

для неограниченного по z цилиндра (что эквивалентно $\alpha_2 = 0$ для цилиндра произвольных размеров) и

$$T(z) = \frac{q_V}{2\lambda}(h^2 - z^2) + \frac{q_V h}{\alpha_2} + T_f \tag{10б}$$

для диска с неограниченной торцевой стороной (что эквивалентно $\alpha_3 = 0$ для диска произвольных размеров). Отметим, что все это позволяет экстраполировать аналитическое выражение для распределения температуры (5) на области $d/h < 1$ и $d/h > 100$.

Из выражения (5) следуют также частные решения с граничными условиями 1-го рода на торцевой или боковой стороне при $\alpha_2 = \infty$ или $\alpha_3 = \infty$ соответственно.

Для удобства анализа тепловых процессов, происходящих при масштабировании (т.е. при изменении соотношения между диаметром d и толщиной h диска), введем параметр масштабирования $x = d/h$. Тогда

$$\Delta T_1(0, 0) = q_V \frac{xhKM}{4\alpha_3 \Psi(x)},$$

где

$$\Psi(x) = K + x \frac{\alpha_2}{4\alpha_3} + x^2 \frac{\alpha_2 h}{8\lambda} F(m);$$

$$M = \frac{\alpha_3 h x}{2\lambda} \frac{\tanh(m/2)}{m}; \quad m = xC \sqrt{\frac{\alpha_2 h}{2\lambda}}.$$

Оценим возможность применения постоянной функции тепловых источников q_V . Для этого используем реальную функцию $q_V(z)$, полученную в [6]:

$$q_V(z) = \xi I_0 \eta_{\text{abs}} k \frac{\cosh[k(z-h)]}{\sinh(kh)}, \tag{11}$$

где ξ – доля поглощенной накачки, перешедшей в тепло; $\eta_{\text{abs}} = 1 - \exp(-nkh)$ – доля накачки, поглощенной в кристалле после n проходов; k – коэффициент поглощения накачки, постоянный по всему объему АЭ (что возможно, например, при интенсивности накачки выше пороговой).

Из выражения (11) получим среднеинтегральную функцию источников тепловыделения

$$\bar{q}_V = \frac{1}{h} \int_0^h q_V(z) dz = \xi I_0 \frac{\eta_{\text{abs}}}{h}.$$

Тогда интенсивность накачки

$$I_0 = \frac{\bar{q}_V h}{\xi \eta_{\text{abs}}}. \tag{12}$$

Отношение разности $\Delta q_V = q_V(0) - q_V(h)$ реальных функций тепловыделения (11) в точках $z = 0$ и $z = h$ к среднеинтегральной функции \bar{q}_V

$$\frac{\Delta q_V}{\bar{q}_V} = D \frac{\cosh D - 1}{\sinh D},$$

где $D = kh$ – оптическая плотность. Это отношение изменяется не более чем на $\sim 1\%$ при $D \sim 0.14$ и не более чем на $\sim 10\%$ при $D \sim 0.45$. Отсюда, выбрав толщину диска, можно найти k . Например, для приближения $q_V = \text{const}$ с точностью до $\sim 10\%$ при $h = 0.01$ и 0.1 см требуются $k \leq 45 \text{ см}^{-1}$ и $k \leq 4.5 \text{ см}^{-1}$ соответственно.

3. Критическая функция тепловых источников и интенсивность накачки при масштабировании

При температуре закипания воды (назовем это критическим событием В), охлаждающей торец диска со стороны $z = h$ (рис.4), из (5) можно получить выражение для

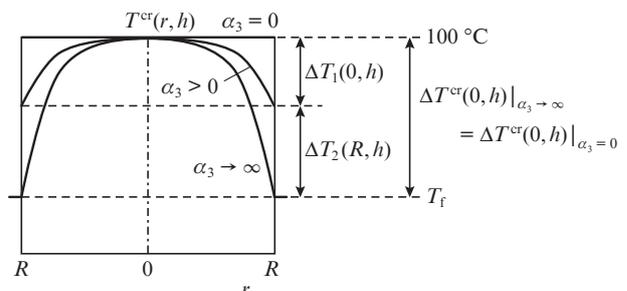


Рис.4. Характерные распределения критической температуры на торце $z = h$ для диска с теплоизолированной боковой стороной ($\alpha_3 = 0$), диска с реально проводящей тепло боковой стороной ($\alpha_3 > 0$, граничные условия 3-го рода) и диска с идеально проводящей тепло боковой стороной ($\alpha_3 \rightarrow \infty$, граничные условия 1-го рода).

функции источников тепловыделения, а из (12) – для интенсивности входной накачки. Из выражения для перепада температур (при $r = 0$ и $z = h$)

$$\Delta T^{cr}(0, h) + T_f = T^{cr}(0, h) = q_V^B \frac{xh(M+1)}{4\alpha_3\Psi(x)} + T_f = 100^\circ\text{C},$$

получим критическую функцию тепловых источников

$$q_V^B = \Delta T^{cr}(0, h) \frac{4\alpha_3\Psi(x)}{xh(M+1)}. \quad (13)$$

Для одномерного случая (10) ($\alpha_3 = 0$ или $x \rightarrow \infty$) имеем

$$\Delta T^{cr}(0, h)|_{\alpha_3=0} + T_f = q_V^B|_{\alpha_3=0} \frac{h}{\alpha_2} + T_f = 100^\circ\text{C}.$$

Отсюда

$$q_V^B|_{\alpha_3=0} = \Delta T^{cr}(0, h) \frac{\alpha_2}{h}. \quad (14)$$

Зависимость критической интенсивности накачки (для события В) от k приведена на рис.5 при $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и числе проходов накачки $n = 2$ и 16.

В случае граничных условий на боковой стороне 1-го рода ($\alpha_3 \rightarrow \infty$) из выражения для перепада температур (при $r = 0$ и $z = h$) получаем

$$\Delta T^{cr}(0, h) = 100^\circ\text{C} - T_f = q_V^B|_{\alpha_3 \rightarrow \infty} \frac{x^2 h^2 \tanh(m/2)}{8\lambda m \Psi(x)|_{\alpha_3 \rightarrow \infty}},$$

где

$$\Psi(x)|_{\alpha_3 \rightarrow \infty} = K + x^2 \frac{\alpha_2 h}{8\lambda} F(m);$$

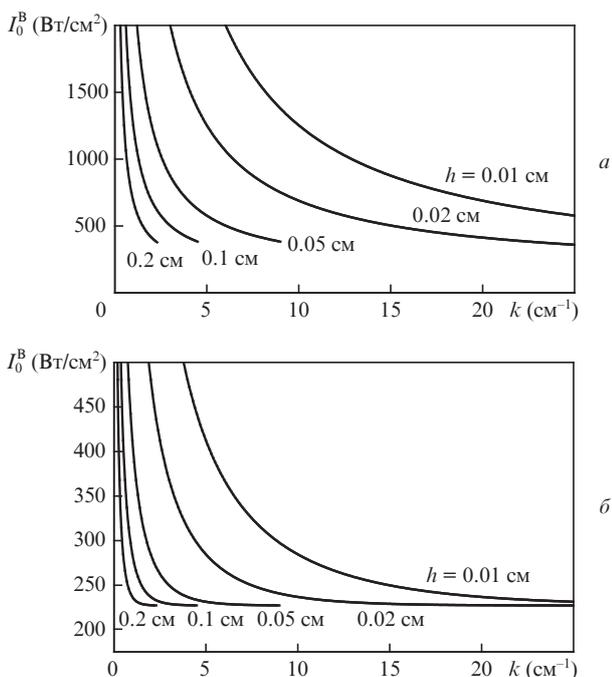


Рис.5. Критическая интенсивность накачки, приводящая к закипанию воды на торце $z = h$ при $\alpha_3 = 0$, $\alpha_2 = 0.75 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и различных толщинах диска h в зависимости от коэффициента поглощения накачки. Число проходов накачки $n = 2$ (а) и 16 (б).

$$q_V^B|_{\alpha_3 \rightarrow \infty} = \Delta T^{cr}(0, h) \frac{8\lambda m \Psi(x)|_{\alpha_3 \rightarrow \infty}}{x^2 h^2 \tanh(m/2)}. \quad (15)$$

В момент достижения температуры закипания воды на торце диска $z = h$ температура $T(0, 0)$ в точке $r = 0$, $z = 0$ может быть определена с помощью формул (6) и (7). Поскольку эта температура является максимальной температурой диска, ее значение не должно быть больше некоторого предела, при превышении которого существенно ухудшаются спектрально-люминесцентные свойства активных ионов (событие Д), что необходимо учитывать при расчетах тепловых режимов. При этом

$$\Delta T^D(0, 0) = K \Delta T^{cr}(0, h), \quad (16)$$

где $\Delta T^D(0, 0) = \Delta T_1(0, 0) + \Delta T_2(R, 0)$; $\Delta T^{cr}(0, h) = \Delta T_1(0, h) + \Delta T_2(R, h)$.

4. Термоупругие напряжения в диске при масштабировании. Предельные функции тепловых источников и интенсивности накачки, соответствующие разрушению диска (событие С)

4.1. Термоупругие напряжения

Тангенциальные σ_φ (перпендикулярные радиусу r и оси z) и радиальные σ_r напряжения для осесимметричного распределения температуры $T(r, z)$ определяются согласно [7] выражениями

$$\sigma_\varphi = \frac{N_\varphi}{h} + \frac{12}{h^3} M_\varphi \left(z - \frac{h}{2} \right) + \frac{E}{1-\nu} \left[\varepsilon_T + \chi_T \left(z - \frac{h}{2} \right) - \alpha_T \Delta T \right], \quad (17)$$

$$\sigma_r = \frac{N_r}{h} + \frac{12}{h^3} M_r \left(z - \frac{h}{2} \right) + \frac{E}{1-\nu} \left[\varepsilon_T + \chi_T \left(z - \frac{h}{2} \right) - \alpha_T \Delta T \right], \quad (18)$$

где N_φ , N_r и M_φ , M_r – внутренние термические усилия и моменты; ε_T и χ_T – обобщенные тепловые растяжение и изгиб соответственно; α_T – средний коэффициент линейного теплового расширения материала диска; E и ν – модуль упругости (модуль Юнга) и коэффициент Пуассона соответственно.

Продольную составляющую напряжений σ_z рассматривать не будем, т. к. для тонкого диска имеет место плосконапряженное состояние, при котором $\sigma_z \approx 0$ [8].

Подставляя в (17) и (18) выражение

$$\begin{aligned} \Delta T(\rho, z) &= T(\rho, z) - \Delta T_2(R, h) - T_f \\ &= \Delta T_1(0, 0) \left[f(\rho, m) + \frac{1}{M} \right] H(z) - \frac{\Delta T_1(0, 0)}{KM} \end{aligned}$$

и применяя граничные условия для свободного от внешних сил тонкого диска, когда на его боковой поверхности $N_r = 0$, $N_\varphi = 0$, $M_r = 0$, $M_\varphi = 0$, получаем выражения (17) и (18) в виде

$$\sigma_\varphi(\rho, z) = \gamma \Delta T_1(0, 0) \times \left\{ L(\rho) D(z)(1 - \nu) + \left[f(\rho, m) + \frac{1}{M} \right] [D(z) - H(z)] \right\}, \quad (19)$$

$$\sigma_r(\rho, z) = \gamma \Delta T_1(0, 0) \times \left\{ P(\rho) D(z)(1 - \nu) + \left[f(\rho, m) + \frac{1}{M} \right] [D(z) - H(z)] \right\}, \quad (20)$$

где $\gamma = E\alpha_T / (1 - \nu)$;

$$D(z) = \frac{1}{h} \int_0^h H(z) dz + \left(z - \frac{h}{2} \right) \frac{12}{h^2} \int_0^h H(z) \left(z - \frac{h}{2} \right) dz = \frac{2K + 1}{3K} + \frac{1 - K}{hK} \left(z - \frac{h}{2} \right),$$

$$L(\rho) = \int_0^1 \rho f(\rho, m) d\rho - f(\rho, m) + \frac{1}{\rho^2} \int_0^\rho \rho f(\rho, m) d\rho = \frac{m}{2 \tanh(m/2)} \left[F(m) + \frac{F(\rho, m)}{\rho^2} \right] - f(\rho, m);$$

$$P(\rho) = \int_0^1 \rho f(\rho, m) d\rho - \frac{1}{\rho^2} \int_0^\rho \rho f(\rho, m) d\rho = \frac{m}{2 \tanh(m/2)} \left[F(m) - \frac{F(\rho, m)}{\rho^2} \right];$$

$$F(\rho, m) = \frac{1}{m} \left[\frac{\rho^2}{\tanh m} - \frac{2}{m} \frac{\rho \sinh(\rho m)}{\sinh m} + \frac{2}{m^2} \left[\frac{\cosh(\rho m) - 1}{\cosh m - 1} \right] \tanh \left(\frac{m}{2} \right) \right].$$

Заметим, что при $\alpha_2 \rightarrow 0$ с точностью до сомножителя $(1 - \nu)$ выражения (19) и (20) описывают напряжения в цилиндре:

$$\sigma_\varphi(\rho) = \gamma q_V \frac{R^2}{16\lambda} (3\rho^2 - 1)(1 - \nu),$$

$$\sigma_r(\rho) = \gamma q_V \frac{R^2}{16\lambda} (\rho^2 - 1)(1 - \nu),$$

а при $\alpha_3 \rightarrow 0$ – напряжения в пластине (см., напр., [7–9]):

$$\sigma_\varphi(z) = \sigma_r(z) = \gamma q_V \frac{hK}{\alpha_2} [D(z) - H(z)].$$

На рис.6 показано радиальное распределение напряжений σ_φ и σ_r в диске из кристалла YAG толщиной $h = 0.1$ см при $z = 0$, $q_V = 500$ Вт/см³, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.75$ Вт·см⁻²·К⁻¹, $x = 1 - 100$. Видно, что при изменении параметра масштабирования x знак напряжения на оси диска меняется с положительного (при $x = 1 - 1.71$) на отрицательный (при $x = 1.71 - 25.6$) и обратно (при $x > 25.6$). Максимальные отрицательные значения σ_φ и σ_r на оси достигаются при $x = 4.7$. Заметим, что рост x , а следовательно и m , приводит к сглаживанию не только профиля температуры в диске, но и профиля напряжения. Отметим, что приведенный выше расчет напряжений σ_φ , σ_r сделан в предположении, что выражения (17) и (18), полученные в [7] для тонкого диска, дают правильную оценку напряжений вплоть до $x = 1$.

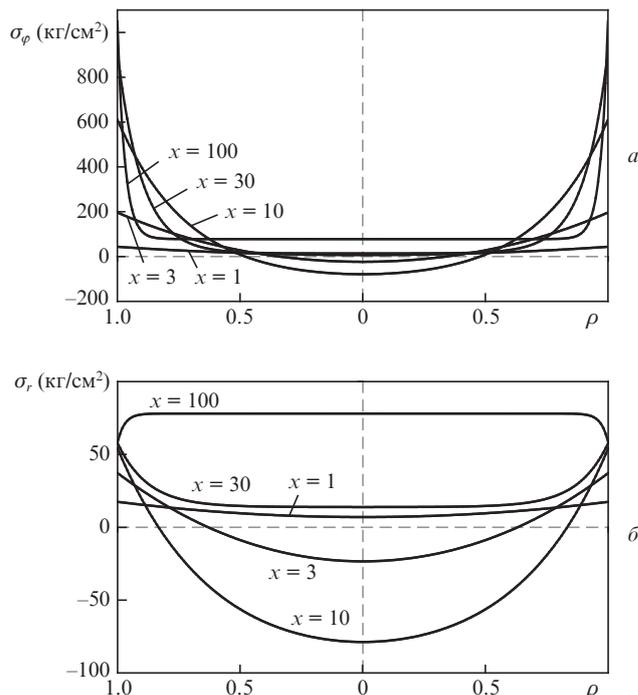


Рис.6. Распределения тангенциального (а) и радиального (б) напряжений по радиусу при $z = 0$ в диске толщиной $h = 0.1$ см при $q_V = 500$ Вт/см³, коэффициентах теплообмена $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.75$ Вт·см⁻²·К⁻¹ и различных параметрах масштабирования x .

Приведем выражения для напряжений на входном торце ($z = 0$) на оси и на боковой поверхности диска. Поскольку при $z = 0$ величины $D = (7K - 1)/(6K)$, $D - H = (K - 1)/(6K)$, при $\rho = 1$ параметры $L = mF(m)/\tanh(m/2)$, $P = 0$, а при $\rho = 0$ имеем $L = P = \frac{1}{2} [mF(m)/\tanh(m/2) - 1]$, то, подставляя эти выражения в (19) и (20), получаем

$$\sigma_r(0, 0) = \gamma \Delta T_1(0, 0) \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{mF(m)}{\tanh(m/2)} - 1 \right] \times \frac{7K - 1}{6K} (1 - \nu) + \left(1 + \frac{1}{M} \right) \frac{K - 1}{6K} \right\}, \quad (21a)$$

$$\sigma_r(1, 0) = \gamma \Delta T_1(0, 0) \frac{1}{M} \frac{K - 1}{6K}$$

для радиального напряжения в центре и сбоку соответственно и

$$\sigma_\varphi(0, 0) = \sigma_r(0, 0), \quad (21б)$$

$$\sigma_\varphi(1, 0) = \gamma \Delta T_1(0, 0)$$

$$\times \left[\frac{mF(m)}{\tanh(m/2)} \frac{7K - 1}{6K} (1 - \nu) + \frac{1}{M} \frac{K - 1}{6K} \right]$$

для тангенциального напряжения в центре и сбоку соответственно.

4.2. Максимальный перепад температур $\Delta T_1^C(0, 0)$ в момент термического разрушения

Из всех рассматриваемых напряжений самым большим является тангенциальное растягивающее напряжение сбоку (21) при $z = 0$, $\rho = 1$; ему соответствует некоторый перепад температур $\Delta T_1^C(0, 0)$. В момент достижения

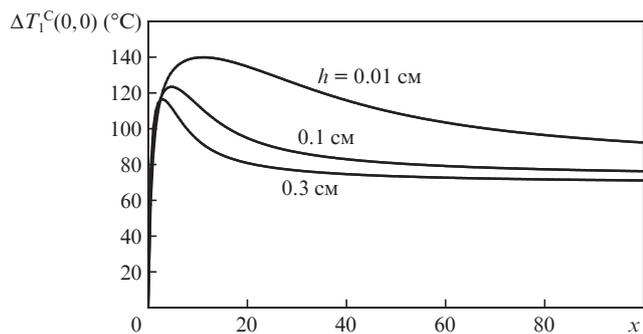


Рис.7. Максимальный перепад температур $\Delta T_1^C(0,0)$ в момент термического разрушения в зависимости от параметра масштабирования x при различных толщинах диска h .

напряжением предельного значения σ_s , соответствующего разрушению диска, перепад температур будет определяться выражением

$$\Delta T_1^C(0,0) = \frac{\sigma_s}{\gamma} \frac{1}{\Theta(x)}, \tag{22}$$

где

$$\Theta(x) = \frac{1}{6KM} \left[\frac{\alpha_3 h}{2\lambda} x F(m)(7K-1)(1-\nu) + K - 1 \right].$$

В предельных случаях $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow \infty$ и с учетом того, что степень сглаживания m пропорциональна параметру масштабирования x (при постоянном h), получим

$$\Delta T_1^C(0,0) = \frac{\sigma_s}{\gamma} \begin{cases} 0, & x \rightarrow 0, m \rightarrow 0, \\ \frac{6K}{(7K-1)(1-\nu) + (C\alpha_2/\alpha_3)\sqrt{\alpha_2 h/(2\lambda)}}, & x \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty. \end{cases}$$

На рис.7 приведена зависимость перепада температур $\Delta T_1^C(0,0)$ при $z = 0$ в момент разрушения диска толщиной $h = 0.1$ см от параметра масштабирования x для $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.75$ Вт·см⁻²·К⁻¹ ($\sigma_s = 2008$ кг/см², $\gamma = 34$ кг·см⁻²·град⁻¹, $\nu = 0.25$). При $x = 4.7$ ($m = 1.54$) перепад температур имеет ярко выраженный максимум 123°C, а при $x > 40$ ($m > 10$) асимптотически стремится к 72°C. При увеличении толщины диска амплитуда максимума уменьшается и он смещается в сторону меньших x : например, при $h = 0.3$ см, $x = 2.9$ ($m = 1.67$) максимальный перепад составляет 116°C, а при $x > 20$ перепад $\Delta T_1^C(0,0) \rightarrow 69$ °C. При уменьшении толщины диска амплитуда максимума увеличивается и он смещается в сторону больших x : например, при $h = 0.01$ см, $x = 11$ ($m = 1.17$) максимальный перепад равен 140°C, а при $x > 100$ перепад $\Delta T_1^C(0,0) \rightarrow 77$ °C.

4.3. Предельные функции тепловых источников

Подставляя в (5) выражение для предельного перепада температур (22), получаем выражение для предельной функции тепловых источников, соответствующей разрушению диска:

$$q_V^C = \frac{\sigma_s}{\gamma} \frac{4\alpha_3 \Psi(x)}{x h K M(x)} \frac{1}{\Theta(x)}, \tag{23}$$

а используя выражение (12), находим входную интенсивность накачки.

В случае граничных условий на боковой стороне 1-го рода ($\alpha_3 \rightarrow \infty$) предельная функция тепловых источников, соответствующая разрушению диска, имеет вид

$$q_V^C |_{\alpha_3 \rightarrow \infty} = \frac{\sigma_s}{\gamma} \frac{8\lambda \Psi(x) |_{\alpha_3 \rightarrow \infty}}{x^2 h^2} \frac{6}{F(m)(7K-1)(1-\nu)}. \tag{24}$$

Очевидно, что для одномерного случая (10), при $\alpha_3 = 0$, соответствующая разрушению пластины предельная функция тепловых источников

$$q_V^C |_{\alpha_3 = 0} = \frac{\sigma_s}{\gamma} \frac{12\lambda}{h^2}. \tag{25}$$

5. Расчет зон приоритетов наступления событий – закипания (В), разрушения (С) или достижения наперед заданной максимальной температуры диска (D)

Из (16) следует, что при однородной накачке перепад температур вдоль оси диска зависит только от K и не зависит от x (для всех рассмотренных выше граничных условий на боковой стороне). Поэтому при толщине диска, меньшей определяемой выражением

$$h^D = \frac{2\lambda}{\alpha_2} \left[\frac{\Delta T^D(0,0)}{\Delta T^{cr}(0,h)} - 1 \right], \tag{26}$$

первой (по мере увеличения интенсивности накачки) достигается критическая температура заднего торца (например, соответствующая закипанию воды). И наоборот, если толщина диска больше h^D , то первой достигнет заданного значения температура $T^D(0,0)$, а потом – критическая температура заднего торца $T^{cr}(0,h)$.

В качестве максимально возможной температуры, при превышении которой существенно ухудшаются спектрально-люминесцентные свойства АЭ, нами была выбрана температура 200°C (температуры ниже 200°C обычно считаются приемлемыми для кристалла YAG:Nd). Оценки показывают, что при толщинах диска $h \leq 0.3$ см, используемых в данной работе, событие В (закипание охлаждающей воды) наступает (по мере роста интенсивности накачки) раньше события D (достижения температуры 200°C в самой «горячей» точке диска $r = 0, z = 0$), поэтому ниже рассматриваются только события В и С (термомеханическое разрушение диска).

Приравнивая выражения (13) и (23) друг другу, получаем границу, разделяющую зоны приоритетов наступления событий – закипания воды (В) или разрушения диска (С) – по мере увеличения интенсивности накачки в пространстве параметров h и x (рис.8). В этом случае h и x связаны выражением

$$\frac{\Delta T^{cr}(0,h)\gamma}{\sigma_s} = \frac{M(x) + 1}{KM(x)\Theta(x)}. \tag{27}$$

Заметим, что это выражение не зависит от доли тепловыделения ξ и числа проходов накачки n в диске. Поэтому граница зон В и С будет соответствовать разным спо-

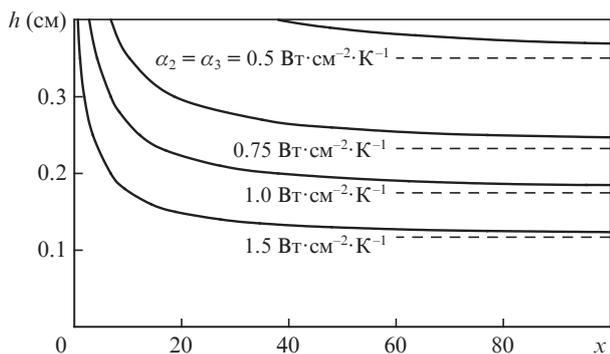


Рис.8. Расчетные толщины диска в зависимости от параметра масштабирования x , определяющие границу зон приоритетов наступления событий – закипания воды и разрушения диска – по мере увеличения интенсивности накачки для различных коэффициентов теплообмена $\alpha_2 = \alpha_3$. Выше кривых – терморазрушение диска, ниже – закипание воды. Штриховые линии – асимптотические значения толщины диска.

собам накачки, например ламповой (широкополосной) и диодной (селективной).

В частном случае $x \rightarrow \infty$ выражение (27) позволяет найти минимальную толщину диска, такую, что при h меньших этой толщины возможно только закипание охлаждающей воды. Для этого выражение (27) преобразуется к виду (для кристалла YAG)

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_3} \approx 6 \frac{\sqrt{Bi}(Bi - 0.14)}{9.72 - Bi},$$

где $Bi = \alpha_2 h / \lambda$ – число Био (отношение внутреннего термического сопротивления АЭ к внешнему термическому сопротивлению его торца при тепловом потоке вдоль оси z). Например, на границах зон В и С (рис.8) при $x \rightarrow \infty$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.5, 0.75, 1.0$ и $1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ толщины асимптотически стремятся к минимальным значениям 0.35, 0.233, 0.175 и 0.117 см соответственно, которые находятся из выражения $h = Bi \lambda / \alpha_2$, где $Bi = 1.346$. Отношение α_2 / α_3 можно аппроксимировать выражением $\alpha_2 / \alpha_3 \approx Bi^2 / 2$ (с точностью $\sim 10\%$) при $0 \leq Bi \leq 4.4$.

6. Зависимость максимальной мощности генерации дискового четырехуровневого лазера, ограниченной одним из критических событий, от параметра масштабирования

Исходя из найденных критических (В) и предельных (С) мощностей накачки и установленных для них зон приоритетов в пространстве параметров h и x , можно оценить предельно возможную максимальную мощность генерации дискового лазера с одним АЭ в резонаторе (многомодовое приближение).

Интенсивность генерации лазера с четырехуровневой схемой при стационарной накачке описывается, как известно, выражением

$$I_{gen} = \frac{a}{a + 2\chi h} \frac{\hbar\omega_{gen}}{\hbar\omega_{pump}} \eta_{abs} (I_0 - I_{th}), \tag{28}$$

где $a = \ln R_{out}^{-1}$; R_{out} – коэффициент отражения выходного зеркала резонатора на длине волны генерации (заднее зеркало глухое); χ – коэффициент пассивных потерь резона-

тора; $\hbar\omega_{gen}$ и $\hbar\omega_{pump}$ – энергии квантов генерации и накачки соответственно; η_{abs} – доля поглощенной накачки; I_0, I_{th} – входная и пороговая интенсивности накачки соответственно.

Очевидно, что величины η_{abs} и I_{th} подвержены температурному влиянию вследствие изменения спектроскопических свойств АЭ при нагреве (из-за больцмановского заселения штарковских уровней, температурного уширения линий поглощения накачки и линии люминесценции рабочего лазерного уровня и т. д.). При увеличении температуры АЭ η_{abs} уменьшается, а I_{th} увеличивается, что скажется на КПД генерации лазера.

Для каждой толщины АЭ h выражение (28) позволяет определить максимальную интенсивность генерации при соответствующем оптимальном коэффициенте отражения выходного зеркала (т. е. при оптимальной величине a_{opt}), который находится из выражения $\partial I_{gen} / \partial a = 0$ с заменой интенсивности накачки на функцию тепловых источников согласно выражению (12), где $\bar{q}_V \simeq q_V$, с точностью $\sim 10\%$. Тогда максимальная интенсивность генерации для Nd:YAG-лазера ($\lambda_{gen} = 1.064 \text{ мкм}$)

$$I_{gen}^{max} = \frac{a_{opt}}{a_{opt} + 2\chi h} \frac{\hbar\omega_{gen}}{\hbar\omega_{pump}} \frac{q_V h}{\xi} - \frac{a_{opt} \hbar\omega_{gen}}{2\sigma_{gen} \tau}, \tag{29}$$

где $a_{opt} = C_1 h \sqrt{q_V - 2\chi h}$; $C_1 = 2\sqrt{\chi \sigma_{gen} \tau / (\hbar\omega_{pump} \xi)}$; $\sigma_{gen} = 2.85 \times 10^{-19} \text{ см}^2$ – эффективное сечение генерации; $\tau = 250 \text{ мкс}$ – время жизни рабочего лазерного уровня.

При выводе (29) использовались пороговое условие, для которого коэффициент поглощения накачки ($\lambda_{pump} = 0.808 \text{ мкм}$) $k = \sigma_{pump} [N_0 - (a + 2\chi h) / (2\sigma_{gen} h)]$, где $\sigma_{pump} = 1.5 \times 10^{-19} \text{ см}^2$ – эффективное сечение поглощения накачки, а также предположение о том, что вся населенность активного иона Nd^{3+} с концентрацией $N_0 = 6.9 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ (0.5 ат.%) распределена только между основным состоянием и рабочим лазерным уровнем иона Nd^{3+} ($\chi = 0.005 \text{ см}^{-1}$).

В зависимости от того, какое из событий – В ($q_V = q_V^B$) или С ($q_V = q_V^C$) – рассматривается, в выражении (29) для максимальной интенсивности будем использовать обозначения I_{gen}^B или I_{gen}^C соответственно. Выражения для максимальной мощности генерации, ограниченной одним из событий – В или С, имеют вид

$$P_{gen}^B = I_{gen}^B S, \tag{30}$$

$$P_{gen}^C = I_{gen}^C S, \tag{31}$$

где $S = \pi R^2 = \pi x^2 h^2 / 4$ – площадь торцевой поверхности АЭ.

При заданном значении α_2 в частном случае теплоизолированной боковой поверхности ($\alpha_3 = 0$) для $h \rightarrow 0$ из (29) при $q_V = q_V^B |_{\alpha_3=0}$ (14) получаем

$$P_{gen}^B \rightarrow \frac{\hbar\omega_{gen}}{\hbar\omega_{pump}} \frac{\Delta T^{cr}(0, h) \alpha_2}{\xi} S. \tag{32}$$

На рис.9 приведены мощности генерации, полученные из выражений (30) и (31) при $h = 0.2 \text{ см}$ и $\alpha_2 = \alpha_3 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$, а также в случае теплоизолированной боковой стороны при $\alpha_2 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и $\alpha_3 = 0$.

Заметим, что при $\alpha_3 \rightarrow \infty$ или $\alpha_3 \rightarrow 0$ и одновременном увеличении x выражения (30) асимптотически сходятся к

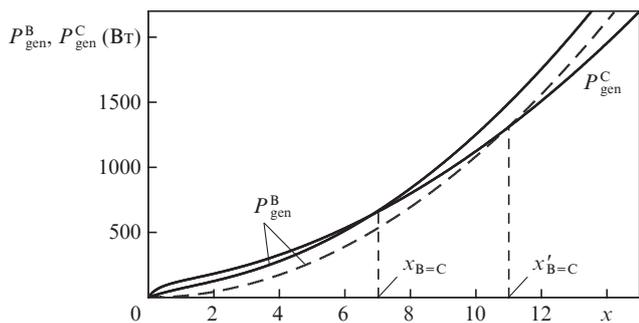


Рис.9. Расчетные максимальные мощности генерации, ограниченные событием В или С, в зависимости от параметра масштабирования x при $h = 0.2$ см, $\alpha_2 = \alpha_3 = 1.5$ Вт·см⁻²·К⁻¹ (сплошные кривые) и $\alpha_2 = 1.5$ Вт·см⁻²·К⁻¹, $\alpha_3 = 0$ (штриховая кривая).

близким параболическим зависимостям от x , а выражения (31) расходятся, причем в случае больших x мощность P_{gen}^C при $\alpha_3 \rightarrow 0$ больше, чем при $\alpha_3 \rightarrow \infty$. Однако существует коэффициент теплообмена $\alpha_3^{B=C} = 0.59$ Вт·см⁻²·К⁻¹, при котором выражения (30) и (31) в случае увеличения x асимптотически сходятся к одной и той же параболической зависимости, аналогичной выражению (30) при $\alpha_3 \rightarrow 0$, т.е. $P_{gen}^C = P_{gen}^B |_{\alpha_3 \rightarrow 0} \approx P_{gen}^B |_{\alpha_3 \rightarrow \infty}$ при $x \rightarrow \infty$.

При других α_2 и h величина $\alpha_3^{B=C}$, при которой в случае больших x события В и С происходят одновременно, приведена на рис.10. При $\alpha_3 \leq \alpha_3^{B=C}$ предельная мощность P_{gen} ограничивается только закипанием воды, а при $\alpha_3 > \alpha_3^{B=C}$ происходит еще и разрушение диска, и величина $x_{B=C}$, разделяющая эти два события, находится из равенства выражений (30) и (31).

Для малых мощностей (менее 5–50 Вт при $x \rightarrow 0$) выражения (30) и (31) в зависимости от α_3 имеют вид

$$P_{gen}^B = A \Delta T^{cr}(0, h) \begin{cases} hK, & \alpha_3 \rightarrow \infty, x \rightarrow 0, \\ 0, & \alpha_3 \rightarrow 0, x \rightarrow 0, \end{cases} \quad (33)$$

$$P_{gen}^C = A \frac{\sigma_3}{\gamma} \begin{cases} \frac{12hK}{(7K-1)(1-\nu)}, & \alpha_3 \rightarrow \infty, x \rightarrow 0, \\ 0, & \alpha_3 \rightarrow 0, x \rightarrow 0, \end{cases} \quad (34)$$

где

$$A = \frac{\hbar \omega_{gen}}{\hbar \omega_{pump}} \frac{4\pi\lambda}{\xi}.$$

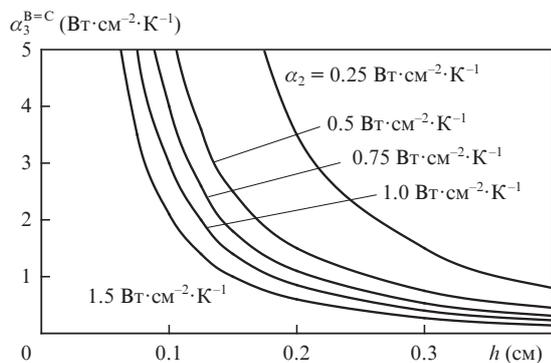


Рис.10. Расчетные зависимости коэффициента теплообмена $\alpha_3^{B=C}$ на охлаждаемой боковой стороне в зависимости от толщины диска при различных α_2 .

Для получения истинного значения P_{gen}^C в выражении (34) сомножитель $(1 - \nu)$ необходимо заменить на 1. При аналогичной замене в выражении для Θ (22) максимальную мощность генерации, ограниченную одним из событий – В или С, можно найти по формулам (30) и (31) также и при параметре масштабирования $x < 1$ (т.е. для цилиндрической формы АЭ при $h < 0.3$ см). Отметим, что при $x < 1$ напряжение σ_φ необходимо учитывать, но все равно максимальным напряжением, соответствующим разрушению, остается растягивающее напряжение $\sigma_\varphi(1, 0)$ (21) на боковой поверхности АЭ.

Рассмотрим влияние торцевого (определяемого коэффициентом теплообмена α_2) и бокового (α_3) охлаждения диска на повышение мощности генерации P_{gen} . Влияние бокового охлаждения не столь однозначно, как торцевого.

Анализ характерной зависимости P_{gen} от x (см. рис.9) показывает, что в случае бокового охлаждения мощность P_{gen} при $x < x'_{B=C}$ больше, а при $x > x'_{B=C}$ меньше, чем в его отсутствие. Причина этого, очевидно, связана с тем, что с ростом α_3 растет тангенциальное напряжение σ_φ , и при $\alpha_3 > \alpha_3^{B=C}$ диск разрушится при меньших мощностях генерации (при $x > x'_{B=C}$), чем при $\alpha_3 = 0$.

Таким образом, включение бокового охлаждения играет положительную роль в повышении P_{gen} при любых x , если $\alpha_3 < \alpha_3^{B=C}$, и при $x < x'_{B=C}$, если $\alpha_3 > \alpha_3^{B=C}$. Другими словами, если теплосъем с боковой поверхности диска большой, то при больших x в диске возникают большие тангенциальные напряжения, ограничивающие предельно возможную мощность генерации. Если же боковой теплосъем уменьшается (за счет уменьшения α_3), то при любых x мощность P_{gen} увеличивается: при $1 \leq x \leq 10$ – в разы, а при больших x – в меньшей степени.

7. Минимальный диаметр дискового АЭ, ограниченный событиями В и С, и радиальное распределение внутренней температуры при большой мощности генерации

Если требуется получить заданную мощность генерации, то из выражения (29) можно оценить минимальный диаметр АЭ, обеспечивающий эту мощность при заданных толщине и величинах α_2 и α_3 .

7.1. Подробный анализ при $P_{gen} = 1$ кВт

Минимально возможный диаметр АЭ, ограниченный событием В или С, в зависимости от толщины АЭ при максимальной мощности генерации 1 кВт и охлаждении торца с коэффициентом теплообмена $\alpha_2 = 1.5$ Вт·см⁻²·К⁻¹ (эффективное охлаждение) и варьированием коэффициента теплообмена $\alpha_3 = 0 - 1.5$ Вт·см⁻²·К⁻¹ на боковой стороне показан на рис.11,а. Максимальная температура АЭ, не превышающая 200 °С, при используемых параметрах возможна при $h < 0.237$ см. Видно, что в случае теплоизолированной боковой поверхности ($\alpha_3 = 0$) требуемый диаметр АЭ (ограниченный событием В) монотонно увеличивается с ростом толщины АЭ в интервале 0.01–0.3 см. Ввод бокового охлаждения с коэффициентом теплообмена $\alpha_3 = 1.5$ Вт·см⁻²·К⁻¹ позволяет уменьшить диаметр на 5.3% (по сравнению с диаметром в случае $\alpha_3 = 0$) при $h = 0.17$ см (еще до появления события С – точка 0 на

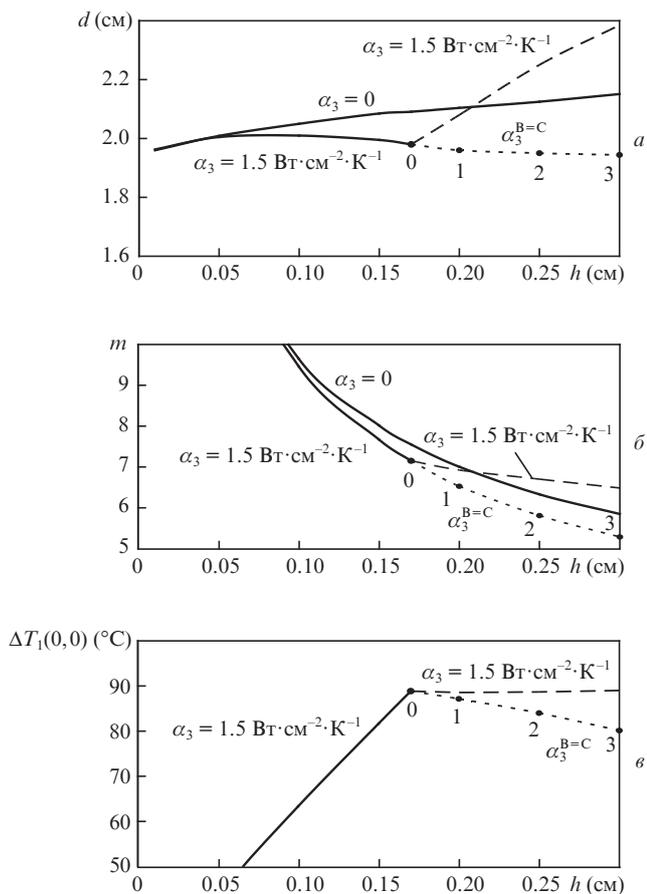


Рис.11. Минимальный диаметр АЭ (а), степень сглаживания m (б) и внутренний перепад температур $\Delta T_1(0,0)$ (в) для максимальной мощности генерации 1 кВт, ограниченные событие В или С, в зависимости от толщины АЭ при $\alpha_2 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и нескольких способах охлаждения боковой стороны ($\alpha_3 = 0, 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и $\alpha_3^{B=C}(h)$). Сплошные кривые – событие В, штриховая кривая – событие С, пунктирная – стык событий В и С при $\alpha_3^{B=C} = 1.08$ (т.1), 0.71 (т.2) и 0.48 $\text{Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ (т.3).

рис.11,а). При $h > 0.17$ см значительно увеличивается необходимый диаметр (приоритетным является событие С – штриховая кривая). Поэтому для уменьшения диаметра при $h > 0.17$ см требуется коэффициент теплообмена на боковой стороне $\alpha_3 < 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ в зависимости от h . Таким коэффициентом теплообмена является $\alpha_3^{B=C}(h)$, при котором можно еще уменьшить диаметр АЭ (события В и С наступают одновременно – точки 1–3).

Используя полученные выше выражения для внутренних и внешних перепадов температур (6)–(9) для событий В и С, а также выражение для степени сглаживания радиального профиля температуры m (4), входящей в сглаживающую функцию $f(\rho, m)$, легко оценить характер радиального распределения температур в любой точке z АЭ при максимальной мощности генерации 1 кВт (рис. 11,б, в), т. к. $\Delta T_1(\rho, z) = \Delta T_1(0, z)f(\rho, m)$. В частности, на краях $z = 0, h$ для события В имеем

$$\Delta T_1^B(0,0) = \Delta T^{cr}(0,h) \frac{KM}{M+1}, \Delta T_2^B(R,0) = \Delta T^{cr}(0,h) \frac{K}{M+1},$$

$$\Delta T_1^B(0,h) = \Delta T^{cr}(0,h) \frac{M}{M+1}, \Delta T_2^B(R,h) = \Delta T^{cr}(0,h) \frac{1}{M+1},$$

а для события С –

$$\Delta T_1^C(0,0) = \frac{\alpha_s}{\gamma} \frac{1}{\Theta}, \Delta T_2^C(R,0) = \Delta T_1^C(0,0) \frac{1}{M},$$

$$\Delta T_1^C(0,h) = \Delta T_1^C(0,0) \frac{1}{K}, \Delta T_2^C(R,h) = \Delta T_1^C(0,0) \frac{1}{KM}.$$

Наибольшее тепловое искажение происходит на торцевой поверхности диска ($z = 0$) вследствие того, что внутренний перепад температур $\Delta T_1^{B,C}(0,0)$ здесь максимален; по мере увеличения z он параболически уменьшается и в точке $z = h$ будет в K раз меньше максимального. На рис.11,б, в показано поведение главных параметров, m и $\Delta T_1^{B,C}(0,0)$, характеризующих распределение внутренней температуры по радиусу при максимальной мощности генерации 1 кВт в зависимости от толщины АЭ. При $\alpha_3 = 0$ и $1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и толщине $h = 0.01$ см величина $m = 29.2$, а внутренние перепады температур составляют 0 и 21.6°C соответственно. С помощью рис.2 легко оценить распределение профиля внутренней температуры, похожее на «полку». При увеличении толщины до 0.17 см ($\alpha_3 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$) степень сглаживания m уменьшается до 7.15, а внутренний перепад температур увеличивается до 88.9°C, что формирует профиль распределения внутренней температуры, показанный на рис.2. Увеличение толщины от 0.17 до 0.3 см ($\alpha_3 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$) слабо влияет на профиль распределения внутренней температуры, при этом главные параметры изменяются: m от 7.15 до 6.49, а $\Delta T_1^C(0,0)$ от 88.9 до 89°C. Подбор оптимального $\alpha_3^{B=C}$ при $h > 0.17$ см с целью уменьшения диаметра практически не дает выигрыша в сглаживании профиля температур, т. к. уменьшение $\Delta T_1^{B=C}(0,0)$ от 88.9°C ($h = 0.17$ см) до 80.1°C ($h = 0.3$ см) компенсируется снижением степени сглаживания m от 7.15 ($h = 0.17$ см) до 5.29 ($h = 0.3$ см).

7.2. Общий анализ при $P_{gen} = 0.1 - 100$ кВт

На рис.12–14 приведены результаты расчета диаметра и главных параметров, описывающих распределение температур по радиусу, m и $\Delta T_1^{B,C}(0,0)$, для мощностей генерации 0.1–100 кВт.

Для мощности генерации $P_{gen} = 100$ Вт увеличение α_3 от 0 до $1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ приводит к существенному уменьшению диаметра d , и формальный расчет дает минимальное значение $d = 0.026$ см при $h = 0.73$ см (В = С), но при этом максимальная температура АЭ достигает 407°C. Для $P_{gen} \approx 240$ Вт минимальный диаметр $d = 0.55$ см (В = С) соответствует $h \approx 0.3$ см при $\alpha_3 = 1.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ и максимальной температуре 226°C. При $P_{gen} > 1$ кВт положительное влияние бокового охлаждения все более уменьшается (на стадии события В), поэтому предпочтительнее боковое охлаждение вовсе исключить, т. к. в интервале толщин 0.12–0.17 см (в зависимости от выходной мощности) терморазрушение уже имеет приоритет, существенно увеличивая требуемый минимальный диаметр.

Заметим, что минимальный диаметр для мощности генерации более 0.2 кВт слабо зависит от толщины, поэтому можно приближенно оценить его, используя выражение (32) при $h \rightarrow 0$ и $\alpha_3 = 0$:

$$d = \sqrt{\frac{4P_{gen}^B \hbar \omega_{pump} \xi}{\pi \hbar \omega_{gen} \alpha_2 \Delta T^{cr}(0,h)}} = 7.44 \times 10^{-2} K^{-1/2} \sqrt{\frac{P_{gen}^B}{\alpha_2}}, \quad (35)$$

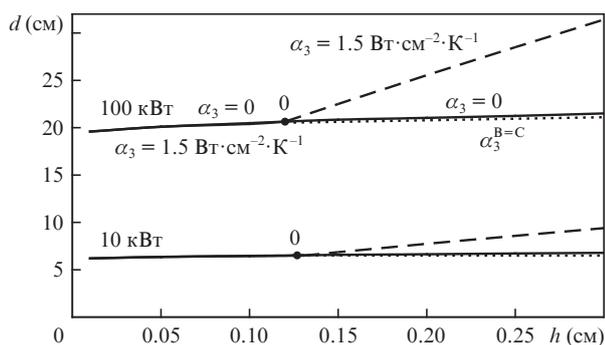
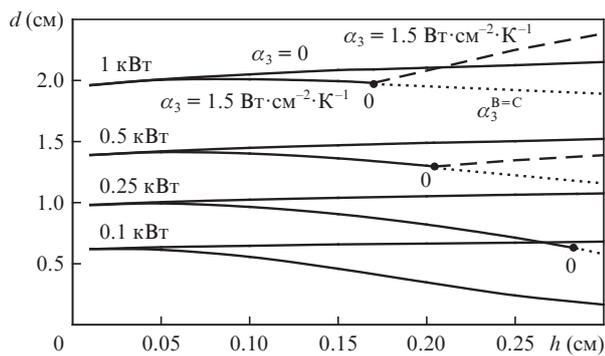


Рис.12. Минимальный диаметр АЭ для максимальных мощностей генерации 0.1–100 кВт, ограниченный событием В или С, в зависимости от толщины АЭ при $\alpha_2 = 1.5 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$ и нескольких способах охлаждения боковой стороны ($\alpha_3 = 0, 1.5 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$ и $\alpha_3^{\text{B=C}}(h)$). Сплошные кривые – событие В, штриховая кривая – событие С, пунктирная – стык событий В и С при $\alpha_3^{\text{B=C}}(h)$.

где d измеряется в см, $P_{\text{ген}}^{\text{В}}$ – в Вт, а α_2 – в $\text{Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$. Тогда из (4) с помощью выражения (35) можно получить оценочное выражение для степени сглаживания:

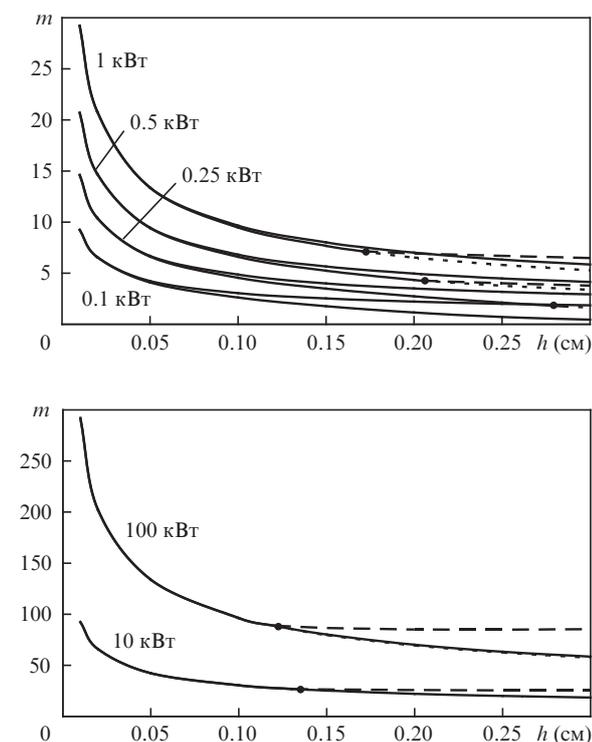


Рис.13. Степень сглаживания m . Обозначения см. на рис.12.

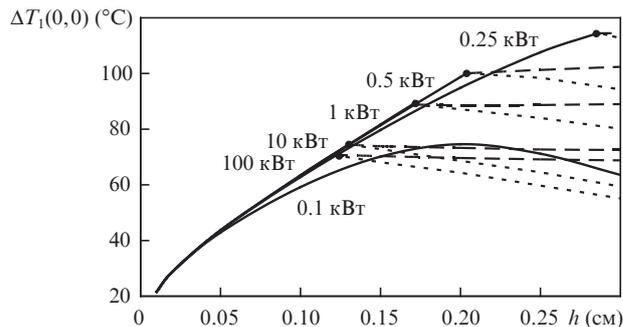


Рис.14. Внутренний перепад температур $\Delta T_1(0,0)$ на оси при $z = 0$. Обозначения см. на рис.12.

$$m = C \sqrt{\frac{2P_{\text{ген}}^{\text{В}} \hbar \omega_{\text{pump}} \xi}{\pi \lambda \hbar \omega_{\text{ген}} \Delta T^{\text{cr}}(0,h) h}} = 9.05 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{P_{\text{ген}}^{\text{В}}}{h}}, \quad (36)$$

которая не зависит от коэффициента теплообмена α_2 .

Таким образом, при любой мощности генерации, $h \leq 0.3$ см и $\alpha_3 \approx 0$, а также при $P_{\text{ген}} > 0.2$ кВт, $h \leq 0.12$ см и $\alpha_3 \leq 1.5 \text{ Вт}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$ по формулам (35), (36) можно с точностью не хуже $\sim 10\%$ оценить минимальный диаметр и степень сглаживания в зависимости от толщины АЭ.

8. Выводы

1. Получено аналитическое выражение, с точностью $\sim 1\%$ описывающее стационарное двумерное осесимметричное распределение температур в дисковом АЭ, охлаждаемом с торца и с боковой поверхности, для толщин диска $0.01 \leq h \leq 0.3$ см и отношения x диаметра к толщине $1 \leq x \leq 100$.
2. Рассчитаны радиальные и тангенциальные напряжения в диске при однородной стационарной накачке. Показано, что с точки зрения термомеханического разрушения наибольшую опасность представляет тангенциальное напряжение на боковой стороне диска.
3. Оценены предельные мощности генерации $P_{\text{ген}}$, которые можно снять с дискового АЭ при охлаждении с торцевой и боковой поверхностей. Показано, что боковое охлаждение может в определенных ситуациях уменьшать $P_{\text{ген}}$.
4. Определены области приоритетов в пространстве параметров k, h, x, α_2 и α_3 , в которых по мере роста интенсивности накачки первым наступает одно из трех событий, нарушающих нормальную работу лазера: ухудшение спектрально-люминесцентных характеристик АЭ, нарушение нормального режима охлаждения, термомеханическое разрушение диска.
5. Показано, что общее сглаживание температурного радиального профиля вдоль оси z определяется сглаживающей функцией $f(\rho, m)$ (характеризуемой параметром m – степенью сглаживания) и перепадом температур $\Delta T_1(0, z)$ (пропорциональным коэффициенту теплообмена α_3 на боковой поверхности). Сглаживание температуры приводит к сглаживанию термоупругих напряжений.
6. Если охлаждающая боковую сторону среда чувствительна к температуре и возможны нежелательные последствия, например закипание воды, расплавление индиевой подложки и т. д., то при расчете максимальной мощности генерации их также необходимо учесть. Поскольку в данной тепловой задаче для дискового АЭ на боковой по-

верхности максимальный перепад температур формируется при $z = 0$ и $r = R$, то, вводя критический перепад температур $\Delta T_2^{cr}(R, 0) = T^{cr}(R, 0) - T_f$, где, например, $T^{cr}(R, 0) = 100^\circ\text{C}$, если охлаждающей средой является вода, из (5) и (8) получаем вторую критическую функцию источников тепловыделения

$$q_V^{cr} = \Delta T_2^{cr}(R, 0) \frac{2\alpha_3 \Psi}{RK},$$

которую также необходимо учитывать при анализе событий В и С. Особенно велико влияние условия $T^{cr}(R, 0) = 100^\circ\text{C}$ на максимальную мощность генерации, когда параметр масштабирования $x < 1$.

7. Предельную мощность накачки, приводящую к термическому разрушению за счет тангенциального напряжения при $z = 0$ и $r = R$, всегда можно несколько увеличить, а следовательно увеличить и максимальную мощность генерации. Для этого существует несколько способов, например: не освещать накачкой всю площадь АЭ, а торец диска дополнительно охлаждать (метод «тепловой рубашки» – вынос области, в которой формируется максимальный градиент температур, за пределы накачиваемой об-

ласти), либо сформировать радиальный профиль мощности накачки с пологим спадом у боковых краев АЭ.

1. Stewen C., Contag K., Larionov M., Giesen A., Hügel H. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **6** (4), 650 (2000).
2. Johannsen I., Erhard S., Müller S., Stewen C., Giesen A., Contag K. in *OSA Trends in Optics and Photonics, Advanced Solid State Lasers* (Washington, DC, Optical Society of America, 2000, vol. 34, pp 137–143).
3. Erhard S., Karszewski M., Stewen C., Giesen A., Contag K., Voss A., in *OSA Trends in Optics and Photonics, Advanced Solid State Lasers* (Washington, DC, Optical Society of America, 2000, vol. 34, pp 78–84).
4. Гарнов С.В., Михайлов В.А., Серов Р.В., Смирнов В.А., Цветков В.Б., Щербаков И.А. *Квантовая электроника*, **37** (10), 910 (2007).
5. Смирнов В.А., Щербаков И.А. *Квантовая электроника*, **38** (12), 1105 (2008).
6. Алпатыев А.Н., Смирнов В.А., Щербаков И.А. *Квантовая электроника*, **39** (11), 1033 (2009).
7. Коваленко А.Д. В кн.: *Термоупругость* (Киев: изд-во «Вища школа», 1975).
8. Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. В кн.: *Термооптика твердотельных лазеров* (Л.: Машиностроение, 1986).
9. Koechner W. *Solid-State Laser Engineering* (New York: Springer, 6th revised and updated ed., 2006).